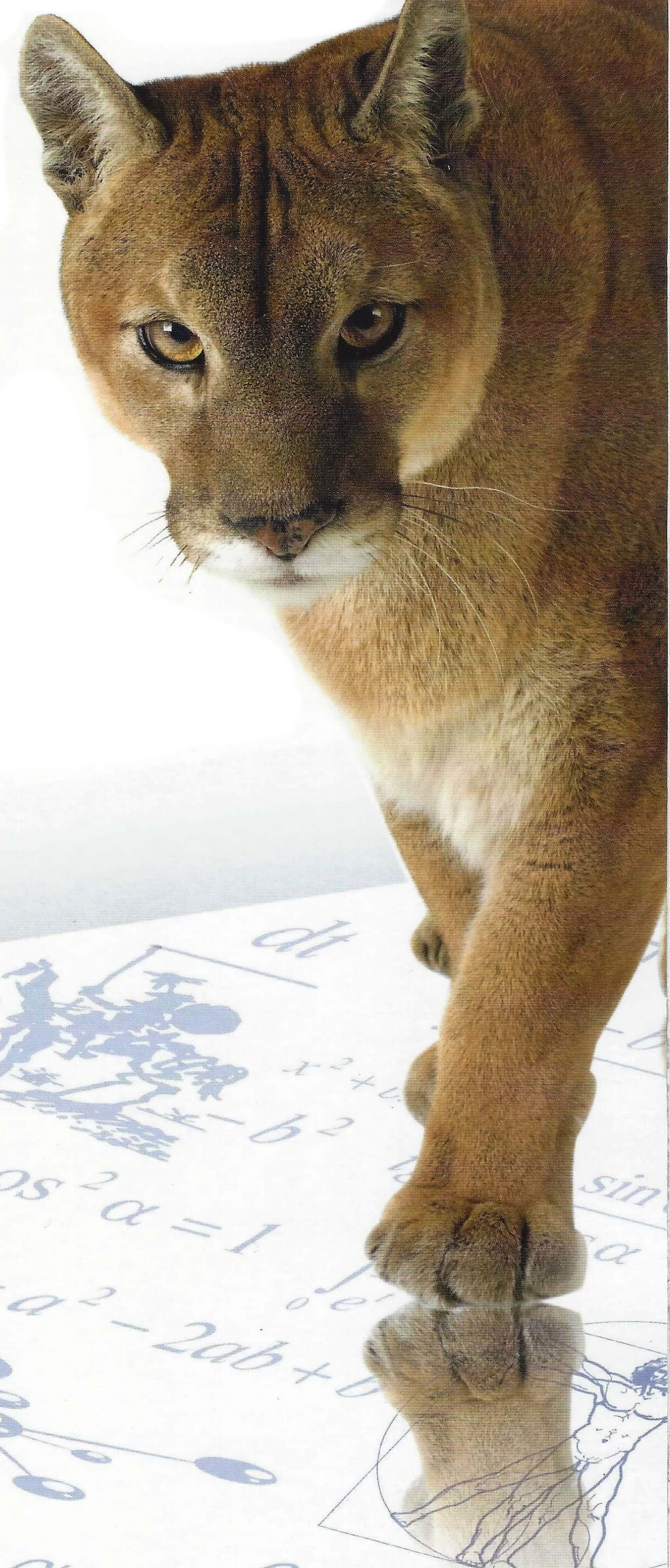
Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad



Español
Matemáticas
Física
Química
Biología
Historia Universal
Historia de México
Literatura
Geografía
Filosofía

Quinta edición

Pearson

CONAMAT MR
COLEGIO NACIONAL DE MATEMÁTICAS

Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad

Conceptos básicos y ejercicios resueltos

Quinta edición

Español	Historia Universal
Matemáticas	Historia de México
Física	Literatura
Química	Geografía
Biología	Filosofía



Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad

Conceptos básicos y ejercicios resueltos

Quinta edición

Ana Luisa Montañez Colín

Arturo Aguilar Márquez

Fabián Valapai Bravo Vázquez

Herman Aurelio Gallegos Ruiz

José Manuel Servín González

María del Rosario Hernández Cortés

Miguel Cerón Villegas

Ricardo Reyes Figueroa

Víctor Hugo Osorio Saldívar

Dulce María Desachy Castanedo

Martha Leticia Manríquez Salazar

Coordinación académica

José Manuel Servín González

Pearson

CONAMAT MR

COLEGIO NACIONAL DE MATEMÁTICAS

Datos de catalogación bibliográfica

Montañez Colín, Ana L.; Aguilar Márquez, Arturo;
Bravo Vázquez, Fabián V.; Gallegos Ruiz, Herman A.;
Servín González, José M.; Hernández Cortés,
Ma. del Rosario; Cerón Villegas, Miguel;
Reyes Figueroa, Ricardo; Osorio Saldívar, Víctor H.;
Desachy Castanedo, Dulce Ma.
y Manríquez Salazar, Martha L.

Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad

Quinta edición

Pearson Educación de México, S.A. de C.V., 2019

ISBN: 978-607-32-4548-7

Formato: 21 × 27 cm Páginas: 976

Dirección general: Sergio Fonseca ■ **Dirección de innovación y servicios educativos:** Alan David Palau ■ **Gerencia de contenidos y servicios editoriales:** Jorge Luis Íñiguez ■ **Coordinación de arte y diseño:** Mónica Galván ■ **Coordinación de contenidos:** Lilia Moreno ■ **Especialista en contenidos de aprendizaje:** Xitlally Álvarez ■ **Gestor de arte y diseño:** José Hernández Garduño ■ **Corrección de estilo:** Israel Saldaña, Vivaldina Jaubert y Edith Alejandrina González ■ **Lectura de pruebas:** Felipe Martínez ■ **Ilustraciones:** Emmanuel Urueta ■ **Iconografía:** Rigoberto Muñoz ■ **Composición y diagramación:** Servicios Editoriales 6Ns.

Contacto: soporte@pearson.com

Quinta edición, 2019

ISBN LIBRO IMPRESO: 978-607-32-4548-7
ISBN LIBRO E-BOOK: 978-607-32-4549-4

Cámara Nacional de la Industria Editorial Reg. Núm. 1031
www.pearsonenespañol.com

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – 22 21 20 19

Esta obra se terminó de imprimir en septiembre de 2018
en los talleres de Litográfica Ingramex, S.A. de C.V.
Centeno 162-1, Col. Granjas Esmeralda,
C.P. 09810, Ciudad de México.

Pearson

Pearson Hispanoamérica

Argentina ■ Belice ■ Bolivia ■ Chile ■ Colombia ■ Costa Rica ■ Cuba ■ Ecuador ■ El Salvador ■ Guatemala ■ Honduras ■ México ■ Nicaragua ■ Panamá ■ Paraguay ■ Perú ■ República Dominicana ■ Uruguay ■ Venezuela

Prefacio

Por más de 29 años, el Colegio Nacional de Matemáticas (CONAMAT) ha realizado la labor de preparar a aquellos estudiantes que aspiran ingresar al nivel de licenciatura. La experiencia de ese tiempo se ve reflejada en esta obra, la cual es un auxiliar didáctico para el aspirante a este grado de enseñanza.

La *Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad* fue elaborada de acuerdo con los planes y programas de estudio de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) con el propósito de cubrir las necesidades académicas del alumno que desea ingresar a una licenciatura en las áreas Físico-Matemáticas, Ciencias Biológicas y de la Salud, Ciencias Sociales, así como de Humanidades y las Artes. Asimismo, con esta guía se busca que el estudiante refuerce los conocimientos adquiridos durante el curso del bachillerato y que, a su vez, desarrolle las habilidades y aptitudes en las diferentes áreas del conocimiento.

La *Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad* está dividida en 10 partes que integran las materias básicas del bachillerato: Español, Matemáticas, Física, Química, Biología, Historia Universal, Historia de México, Literatura, Geografía y Filosofía. Además, cada una de las materias se divide en unidades, donde se presentan los temas que se considera que el alumno debe repasar, y al final de cada una se incluyen ejercicios para que el aspirante verifique lo que aprendió.

Las materias que integran esta guía corresponden a las áreas de Ciencias Físico-Matemáticas, Ciencias Biológicas y de la Salud, Ciencias Sociales y Humanidades y Artes, por lo que el alumno deberá poner atención en los temas en que debe prepararse, según el área a la que desea ingresar.

En CONAMAT, es nuestro deseo comunicarle que este material didáctico facilita el aprendizaje para el aspirante a licenciatura. El resultado a favor dependerá del interés y empeño que el alumno ponga en este curso.

Prof. José Manuel Servín González

Agradecimientos

Es nuestro deseo agradecer a nuestros colegas, quienes generosamente han contribuido con sus comentarios y críticas —en buena medida— a la calidad de esta obra. Estas útiles aportaciones son testimonio de la responsabilidad compartida entre los autores de esta obra y los asesores que día a día realizan la noble labor de guiar a los alumnos del Colegio Nacional de Matemáticas.

Colaboradores de la quinta edición
Rubén Peña Rodríguez, en Historia universal
Ana Priscila Aguilar Velasco, en Historia universal
Maricarmen García Ibáñez, en Español

Contenido

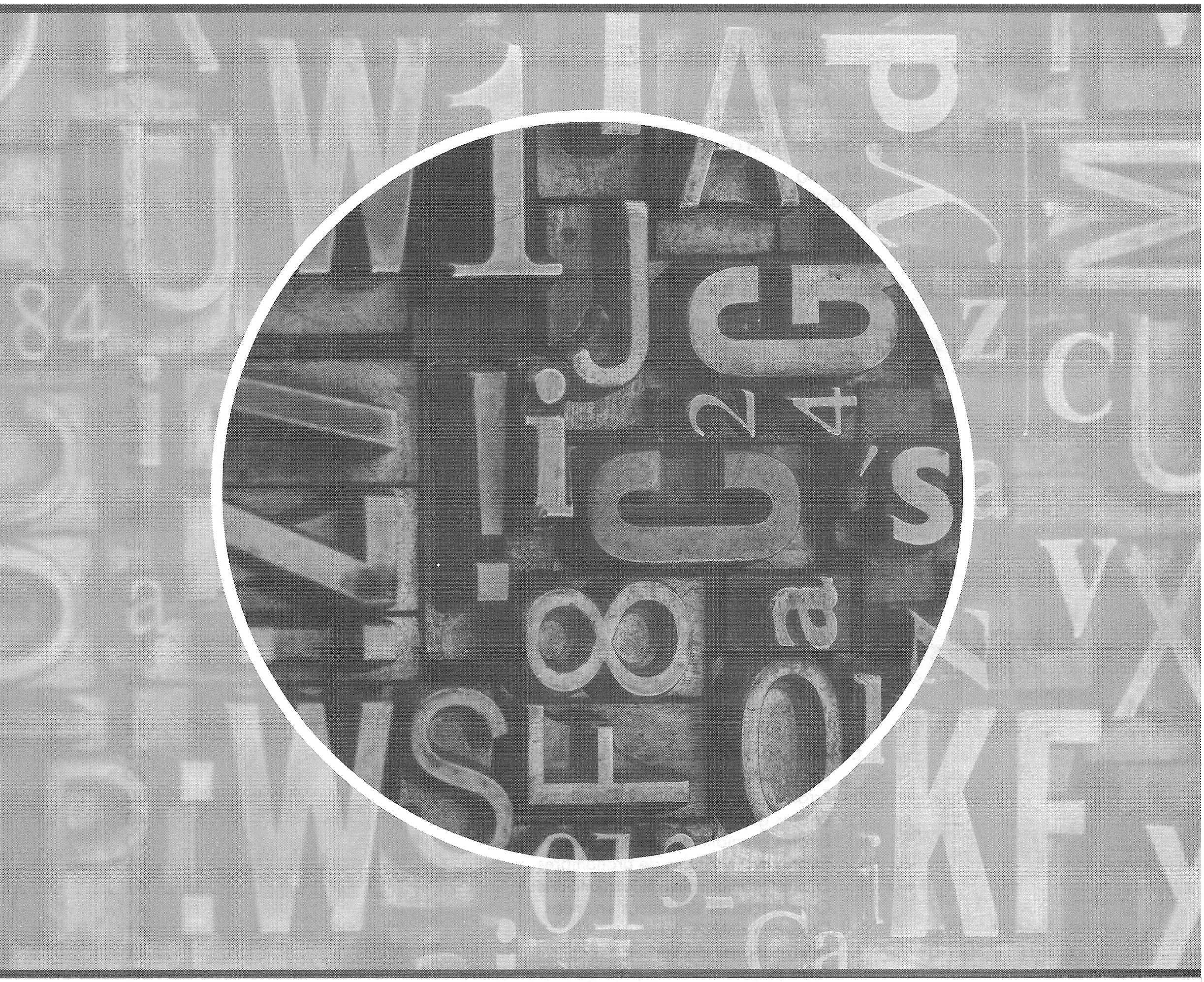
Historia de México

Literatura

Geografía

Filosofía

ESPAÑOL



No sé hasta qué punto un escritor puede ser revolucionario.
Por lo pronto, está trabajando con el idioma, que es una tradición.

Jorge Luis Borges

Contenido

ESPAÑOL

Unidad 1 Lengua y comunicación

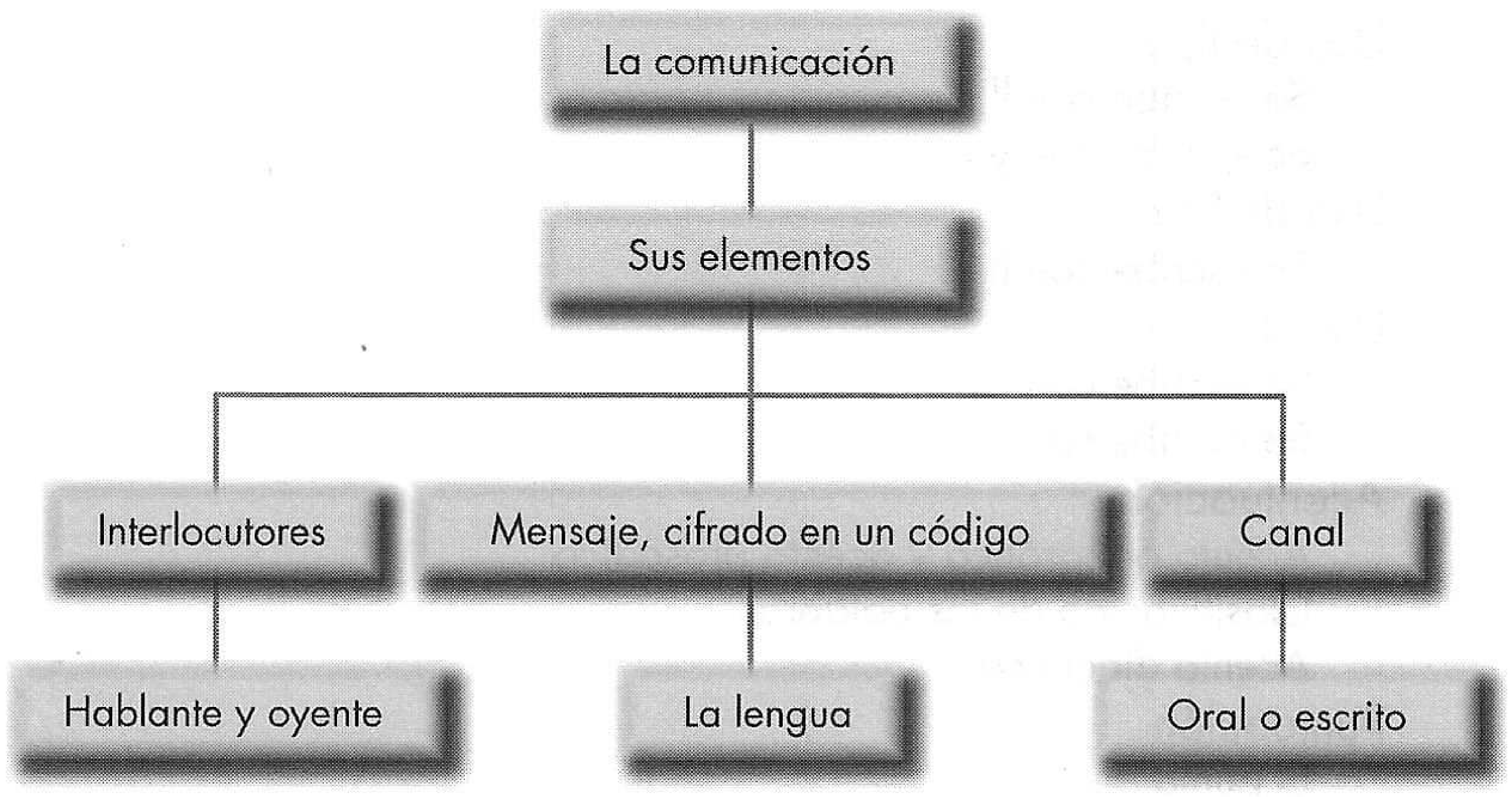
Unidad 2 Formas discursivas del texto

Unidad 3 Comprensión de lectura

Unidad 4 Gramática

Unidad 5 Redacción

Objetivo: el estudiante identificará las funciones de la lengua a partir de un enunciado propuesto.



La comunicación

Es un proceso en el cual un individuo interactúa socialmente a partir de la transmisión de mensajes de información. Para la comunicación se requiere de interlocutores: un hablante o emisor y un oyente o receptor. El hablante envía un mensaje cifrado en un código: la lengua. El oyente descifra e interpreta el mensaje, y lo hace de manera pasiva, si sólo lo recibe, o activa, si lo percibe y lo almacena. El mensaje se transmite mediante un canal: oral o escrito.

La comunicación no se da aislada. Para que suceda, es necesario un escenario donde se produce el mensaje; los interlocutores están dentro de una situación comunicativa, que puede ser en la sala, en la cocina, en la calle, en un restaurante, en el supermercado, etcétera.

Dentro de cada situación de interacción existen intenciones comunicativas. El emisor quiere transmitir un mensaje al receptor y viceversa; no obstante, estas intenciones deberán ser acordes entre los interlocutores, puesto que la comunicación no podría darse si alguien quiere hablar de economía y otro de deportes.

En la *comunicación escrita* un autor comunica sus ideas, sentimientos o experiencias al lector mediante un texto. Para ello se requieren los elementos necesarios que componen la situación comunicativa.

Situación comunicativa en un texto

¿Quién comunica el mensaje?	El que escribe
¿Sobre qué escribe?	Del tema o referente
¿A quién va dirigido?	Al lector
¿Para quién escribe?	Propósito o intención
¿En qué circunstancias?	Contexto de la situación

La intención comunicativa, que predomina en la comunicación escrita, está determinada por algunas de las funciones de la lengua.

Funciones de la lengua

Referencial

Es cuando se desea transmitir un mensaje que presenta hechos, datos y explicaciones con la intención de *comunicar* un conocimiento con mayor objetividad. Esta función se presenta en los textos didácticos, las noticias periodísticas, los informes, las monografías, los postulados científicos, etcétera.

Ejemplo

Al menos 107 personas han muerto y 34 han resultado heridas en el terremoto que hoy sacudió el suroeste de China, una cifra de víctimas que podría aumentar en las próximas horas dado que al menos 900 estudiantes se encuentran sepultados en una zona afectada por el sismo, informó la agencia oficial, Xinhua.

(*Excélsior*, México, D.F., 12 de mayo de 2008).

Apelativa

Es cuando se pretende *persuadir* o *convencer* acerca de un punto de vista sobre cualquier tema. La función apelativa tiene como intención provocar una reacción, mantener atento a quien recibe el mensaje. Esta función se presenta en mensajes publicitarios, en el ensayo, discursos políticos, artículos editoriales y de fondo, y en artículos científicos cuyo fin es demostrar, mediante argumentos, la validez de una conclusión.

Ejemplo

Entre los apuros con que finalizó el pasado periodo ordinario de sesiones del Congreso, pasó casi desapercibida la aprobación de la Ley de Fomento para el Libro y la Lectura. Un acontecimiento que debiera ser celebrado con más interés ante la escuela primaria que ya no forma lectores, la impunidad de la piratería, el engorroso trámite para abrir una librería, la ausencia de una política de Estado de difusión y promoción de la lectura, la falta de estímulos fiscales para el editor y el librero, y el dramático 94% de mexicanos que se calcula que no leen, cuando 80% tiene a la televisión como si fuera Dios mismo el que hablara.

(Javier Corral Jurado, *El Universal*, México, D.F., 13 de mayo de 2008).

▼ Poética

Es cuando la intención es dar una *impresión de creatividad, sensibilidad* y *cultura*. Esta función se encuentra primordialmente en los escritos literarios como la novela, el cuento y la poesía; pueden ser escritos en prosa o en verso.

Esta función no sólo se da en la literatura, sino también en la expresión coloquial y popular.

Ejemplo

El tiempo es oro.
Genio y figura hasta la sepultura.
Son uña y carne.

Ejemplo

Podrá nublarse el Sol eternamente;
podrá secarse en un instante el mar;
podrá romperse el eje de la Tierra
como un débil cristal.

¡Todo sucederá! Podrá la muerte
cubrirme con su fúnebre crespón;
pero jamás en mí podrá apagarse
la llama de tu amor.

Gustavo Adolfo Bécquer

▼ Emotiva o sintomática

Se identifica porque es el reflejo de la expresión personal del hablante.

Ejemplo

¡A callar! ¡De amor, nadie se muere! Así que los lloriqueos déjalos para después.

Observa que la función de la lengua emotiva se presenta en las expresiones *¡A callar!* y *déjalos para después*. En ellas, el autor expresa su sentir.

▼ Fática

Tiene por objeto establecer, prolongar o interrumpir comunicación, y se encuentra en las conversaciones triviales.

Ejemplo

En un edificio del gobierno, unas personas hacen fila para sacar fotocopias. Están todos callados hasta que una señora le dice al joven que está junto a ella:

—Yo no sé por qué no nos dicen bien cuántas copias quieren que traigamos.
—Debe de ser un truco para que las saquemos aquí…

La situación anterior ejemplifica la presencia de la función fática en el momento en que uno de los personajes rompe el silencio y dice: *Yo no sé por qué no nos dicen bien cuántas copias quieren que traigamos.* No se le ocurre decir otra cosa para terminar con el silencio incómodo entre un grupo de extraños; lo único que le viene a la mente es quejarse de la mala organización de la oficina.

▼ Metalingüística

Esta función está presente cuando se utiliza la lengua para hacer un estudio sobre una particularidad de la misma.

Ejemplo

Geografía es una palabra conformada por dos vocablos griegos *geo*, que significa "tierra" y *graphos*, "descripción".

En el ejemplo anterior, se explica el significado del concepto *Geografía* con base en su etimología.

Ejemplo de reactivo

Identifica la función de la lengua que predomina en el siguiente párrafo.

Es una calle larga y silenciosa. Ando en tinieblas y tropiezo y caigo y me levanto y piso con pies ciegos las piedras mudas y las hojas secas.

a) Referencial   b) Apelativa   c) Metalingüística   d) Poética

Como puedes ver, en el fragmento anterior se pueden identificar *pies ciegos* y *piedras mudas* como metáforas de una poesía de Octavio Paz. Por tanto, la respuesta correcta es, el inciso d, "poética".

Ejercicios

1 Resuelve las siguientes preguntas:

1. Selecciona la opción que presenta un enunciado con predominio de la función *apelativa* de la lengua.
   a) No hay ni puede hallarse asomo de renovación ideológica, al cinismo lo reemplaza la bravata.
   b) Los hechos tuvieron lugar la tarde de este sábado en el interior del cementerio.
   c) Por los datos aportados por testigos presenciales, la víctima conducía una camioneta Chevrolet.
   d) Según su expediente, el occiso presentó seis impactos de bala en la cabeza y tórax.
2. Selecciona la opción que presenta un enunciado con predominio de la función *poética* de la lengua.
   a) Con ese verso se ve su inspiración de poeta.
   b) Te dejo sin mis dudas pobres y malheridas.
   c) La poesía conmueve al emotivo.
   d) ¡Escríbele un poema!

3. Selecciona la opción que presenta un enunciado con predominio de la función *poética* de la lengua.
   a) El cuarto estaba muy oscuro.
   b) Cuando era niño deseaba un piano.
   c) Errante la sombra te busca y te nombra.
   d) Estuvo esperando hasta las seis.

4. Selecciona la opción que presenta un enunciado con predominio de la función *poética* de la lengua.
   a) De pronto, la mujer se quedó pálida.
   b) Pálida está mi frente, de dolores.
   c) El anciano sufría mucho por los dolores.
   d) Finalmente, quedó con la frente en alto.

5. Selecciona la opción que presenta un enunciado con predominio de la función *apelativa* de la lengua.
   a) Ella caminaba cual barca perdida.
   b) Finalmente, se dio cuenta de que estaba perdido.
   c) Si piensas que estás perdido, lo estás.
   d) Encontró el reloj que estaba perdido.

6. Selecciona la opción que presenta un enunciado con predominio de la función *apelativa* de la lengua.
   a) Él estudia el nivel superior.
   b) Si piensas que eres superior, lo eres.
   c) Se sentía superior a cualquiera.
   d) Sí, estaba en el piso superior.

7. ¿En cuál de los siguientes enunciados predomina la función referencial?
   a) ¡Qué payaso tan gracioso!
   b) El arte del *clown* existe desde hace miles de años.
   c) Payaso, que maquillas tu rostro y tu corazón para esconder tus heridas.
   d) El trabajo del *clown* tradicional es más bello que el del payaso de fiestas.

8. Elige la función de la lengua que predomina en el siguiente párrafo:

   Una pantalla *touch* es aquella que mediante un toque directo del usuario permite la interacción. Su tecnología consiste en un cristal transparente con una lámina; gracias a la cual, el usuario puede ingresar datos y extraer resultados directamente sobre su superficie.

   a) Emotiva
   b) Referencial
   c) Apelativa
   d) Metalingüística

Unidad 1 Lengua y comunicación

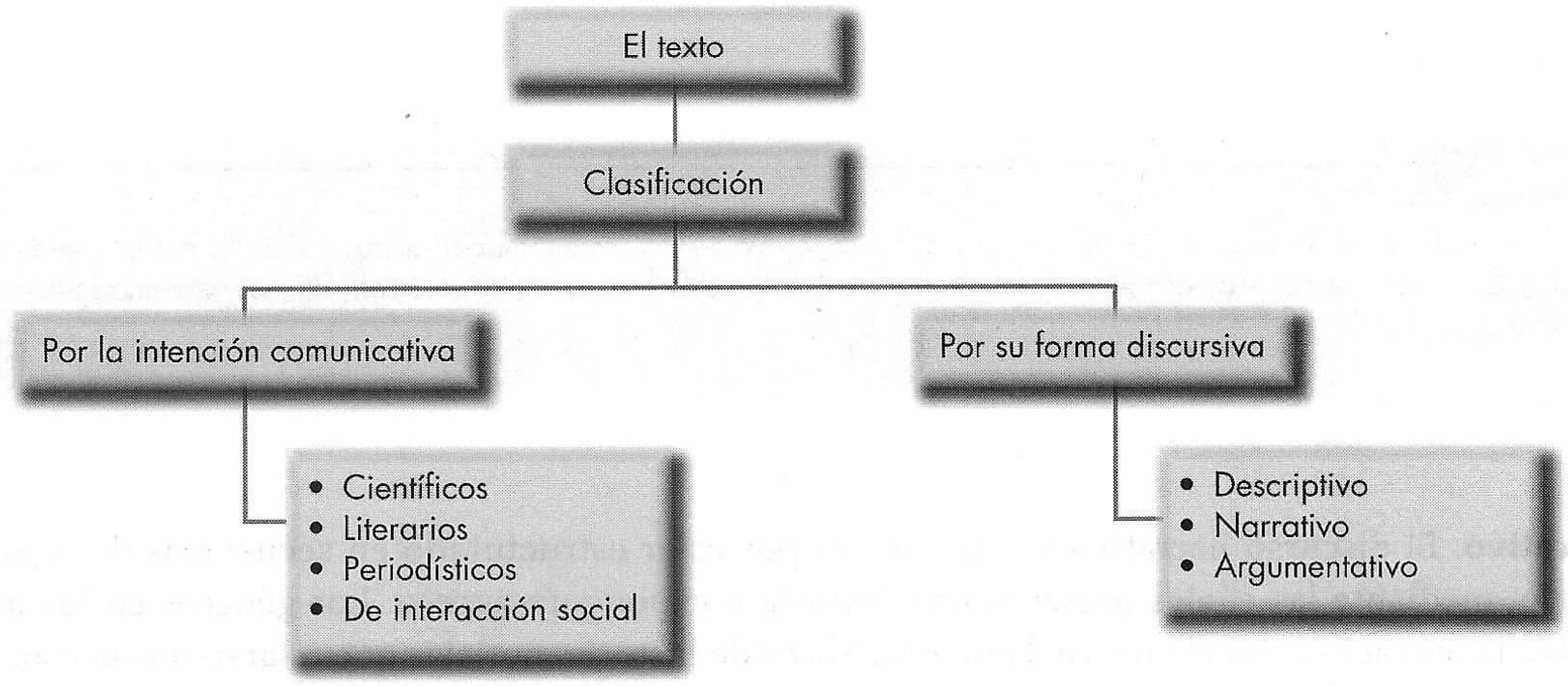
Unidad 2 Formas discursivas del texto

Unidad 3 Comprensión de lectura

Unidad 4 Gramática

Unidad 5 Redacción

Objetivo: el estudiante distinguirá las formas discursivas de un texto a partir de un ejemplo propuesto.



El texto

Cualquier mensaje, ya sea visual o auditivo, que contenga una situación e intención comunicativa es un texto, siempre y cuando posea sentido, coherencia, adecuación e integridad. Un texto puede ser un escrito, una pintura, una pieza musical, una carta, etcétera. Para que el texto sea comprendido por un receptor, debe contener la información necesaria y la presentación adecuada.

Clasificación de los textos

Un texto se clasifica de acuerdo con su intención comunicativa o por su forma discursiva.

▼ Por la intención comunicativa

Por su intención comunicativa, los textos se dividen en: científicos, literarios, periodísticos y de interacción social.

- **Textos científicos.** El propósito de los textos científicos es comunicar el conocimiento; éste es el caso de los diccionarios, las enciclopedias, los libros de texto, las monografías, etcétera. Así como los artículos de investigación y de divulgación científica.
- **Textos literarios.** Son el resultado de la tarea artística escrita. Mediante los textos literarios el hombre vierte sus conocimientos, sentimientos y apreciaciones de la realidad con la intención de recrearla y enriquecer la lengua. La función poética se manifiesta en los textos literarios.

- **Textos periodísticos**. Tienen el propósito de informar, anunciar, opinar; ejemplos de estos son la nota informativa, noticias, entrevistas, artículos, crónica, etcétera.
- **Textos de interacción social**. En este tipo de texto, predomina la función apelativa de la lengua; su intención es comunicarse con el receptor, con la finalidad de invitarlo a realizar una serie de actos sociales, como la carta, la invitación, el memorándum, etcétera.

▼ Por su forma discursiva

Por su forma discursiva, el texto puede ser descriptivo, narrativo o argumentativo.

- **Descriptivo**. El discurso descriptivo se da en cualquier tipo de texto. En el caso de un personaje pueden ser características físicas o psicológicas. Presenta personas, objetos, lugares; principalmente, sus cualidades y acciones con la finalidad de que sean imaginados mediante los sentidos (vista, olfato, tacto, oído y gusto). Puede describir un objeto determinado: su naturaleza, sus propiedades esenciales, origen, etcétera.

Ejemplo

Doña Pascuala no era ni fea ni bonita. Morena, de ojos y pelo negro, pies y manos chicas, como la mayor parte de los criollos. Era, pues, una criolla con cierta educación que le había dado el cura, y por carácter, satírica y extremadamente mal pensada.

Manuel Payno

- **Narrativo**. El discurso narrativo se caracteriza por estar estructurado en secuencias de espacio y tiempo, mediante las cuales presenta una historia o expone un suceso. Los géneros en los que se emplea la narración son el cuento, la novela, libros de historia, noticias que relatan un suceso, etcétera. En la narración el momento de acción se desarrolla en inicio, clímax y desenlace.

Ejemplo

El sometimiento de los aztecas a la Corona española se había consumado: Cortés era ya dueño del tesoro de Moctezuma, y sin embargo, no podía darse por satisfecho ni considerar terminada su misión hasta en tanto sus partidarios no consiguieran que Carlos I revocara en su favor la concesión dada supuestamente a Diego Velásquez para conquistar México. En espera de resoluciones, prolongaba su estancia en Tenochtitlán.

(Ayala, Armando, *Historia esencial de México*, tomo I, México, Contenido, 2003, cap. 8, p. 281).

- **Argumentativo**. El discurso argumentativo se distingue por la opinión presentada por el autor, mediante comentarios, problemas y razonamientos. El discurso argumentativo puede contener la apología de un punto de vista, respaldado con argumentos fundamentados para convencer al receptor y una demostración con datos objetivos y verificables para sostener la hipótesis o tesis postulada. Una tesis es una aseveración, la cual existe cuando se toma una postura ante un problema.

Los argumentos que lo caracterizan son:

- Planteamiento de un problema.
- Tesis que se sostiene.
- Argumentos que sustenten el problema planteado.
- Conclusión.

Ejemplo

Cuando el presidente Vicente Fox ha hablado de convertir a la economía de México en una economía de propietarios, se ha referido a la creación de pequeñas empresas por grandes sectores de población; *pero la condición de propietarios se puede lograr también al abrir a grandes sectores de la población la venta de acciones o fondos de inversión en portafolios de las mismas, en lugar de estimular ahorro improductivo en instituciones crediticias subsidiadas por el propio gobierno.*

Tesis

(*El Universal*)

Ejemplo de reactivo

Identifica la forma discursiva que predomina en el siguiente fragmento.

A los nueve meses parió su mujer dos niños; su yegua, dos potros; su perra, dos cachorros, y en el jardín nacieron dos lanzas, que por flor llevaban dos escudos, en los que se veía un pez de plata en campo azul.

Fernán Caballero

a) Descriptiva b) Expositiva c) Narrativa d) Argumentativa

De acuerdo con lo que hemos revisado en esta unidad, podemos concluir que en el texto anterior no se trata de un texto expositivo ni argumentativo. Y la forma discursiva que predomina en el texto anterior es narrativa, pues la narración consiste en secuencias de hechos que van encadenadas entre sí, y lo podemos ver en los siguientes hechos: *parió su mujer dos niños; su yegua, dos potros; su perra, dos cachorros...*

Por tanto, la respuesta correcta es, el inciso c, "narrativa".

➤ Los nexos: mecanismos de coherencia

Los nexos nos ayudan a dotar los textos de coherencia, ya que permiten enlazar enunciados. Gracias a ellos, se establecen relaciones de consecuencia, ejemplificación, comparación y contraste, oposición, unión. El siguiente cuadro contiene los nexos, sus categorías y un ejemplo.

Categoría	Nexos	Ejemplos
Unión	y, e, ni, que	**Ni** te diré la verdad **ni** te devolveré tu dinero.
Causa	porque, puesto que, en razón de, ya que, dado que	Vendimos la vaca, **porque** ya no teníamos nada más de valor.
Consecuencia	así, de este modo, luego, y, por lo tanto	Vendimos la vaca; **por lo tanto**, desde hoy no tendremos leche.
Concesión	aun, aunque, a pesar de	**A pesar de** lo injusto que has sido, no me gustaría que la vida te cobrara tus maldades.
Oposición	contra, pero, no obstante, sin embargo, más bien	Quisiera contarte la verdad **pero** no tengo permiso de hacerlo.
Comparación y contraste	como, tal como, así como, contra	Desarrolló su ensayo, **tal como** yo lo hice el año pasado.
Consecución	tanto que, tan que, de modo que	Acomodó la mercancía **de modo que** cupiera toda en una sola caja.

Categoría	Nexos	Ejemplos
Continuación o amplificación	y, también, además, de igual manera, de nuevo, por otra parte, incluso, aún	Me amenazó en repetidas ocasiones. **Además**, me dejó de hablar.
Ejemplificación	por ejemplo, *verbi gratia* (v.gr.), si, cuando	Hay personajes de teatro que requieren un perfil de actor muy especial; **por ejemplo**: el Roberto Zucco de Bernard-Marie Koltès.
Conclusión	según esto, así pues, por ende, por tanto, en suma, en resumen	Las medidas para combatir el *bullyng* serán más estrictas a partir de hoy; **por ende**, cualquier brote de hostilidad o violencia será severamente castigado.
Condición	si, siempre que, con tal que	**Si** no me acompañas a la fiesta, no te presento a Raquel.
Finalidad	para, a fin de que, a que	**A fin de que** todos aprendan bien la lección, les daremos otra clase.
Relación	el cual, que, quien	Chela, **quien** siempre fue buena para Matemáticas, me ayudó a estudiar para mi examen.

➤ Las preposiciones

Las preposiciones son palabras invariables que sirven para relacionar vocablos; se pueden distinguir dos tipos: las preposiciones simples y las frases prepositivas, y cada una de ellas tiene usos específicos. Observa el siguiente cuadro.

Preposiciones	Ejemplos
a	Le regalé mi perro **a** Raúl.
ante	Presentaremos la evidencia **ante** la señorita detective.
bajo	Regresó al puerto **bajo** juramento de volver a pescar en aguas mexicanas.
con	Empecé mi curso **con** mucho entusiasmo.
contra	El huevo que aventaste se estrelló **contra** la pared.
de	Le organizamos a Karen una fiesta **de** despedida.
desde	**Desde** hace 20 años, se cerró la puerta de esa casa maldita.
en	**En** diciembre, daremos aviso de nuestras nuevas ofertas.
entre	Hubo muchas conversaciones **entre** el notario y usted.
hacia	El secreto es caminar siempre **hacia** el sur.
hasta	Comimos **hasta** que estuvieron listos los hongos.
mediante	Gané el concurso **mediante** un pequeño arreglo con los organizadores.
por	Lo haremos todo **por** cuenta propia.
para	Reunió mucho dinero **para** nuestra fundación.
según	**Según** usted, nadie fue enterado de la lectura del testamento.
sin	Firmó la carta poder **sin** poner objeciones.
so	Ahora se encuentra **so** pena de muerte.
sobre	La última vez que vi el dinero, estaba **sobre** la mesa.
tras	Sin importarle nada, corrió **tras** ella.
versus	Se anunció el partido de ajedrez: Daniel ***versus*** Octavio.
vía	Me envió su currículo y fotografías **vía** internet.

El siguiente cuadro presenta especificaciones y ejemplos de los diferentes usos de las preposiciones.

Preposiciones	Ejemplos
a Expresa la idea de movimiento material o figurado.	Vamos **a** servir la comida. Mañana, iremos **a** Oaxaca.
de Se emplea para indicar: • Posesión y pertenencia • Materia, asunto o contenido • Origen o procedencia • Modo • Tiempo	Me prestó los apuntes **de** Claudia La muñeca es **de** porcelana. Hablaremos **de** las nuevas reformas. Regálame un vaso **de** agua. Vengo **de** tierras lejanas. Para curarlo de susto, colocaron al niño **de** espaldas. Dicen que la Llorona se aparece **de** noche.
en Se utiliza para indicar: • Quietud, reposo o espacio • Tiempo • El modo en frases adverbiales • Instrumento o precio	Le prescribieron quedarse **en** reposo. Por fin, el mar quedó **en** calma. Maira prefirió quedarse **en** casa. Nos vemos **en** la escuela. Regresamos **en** diciembre. **En** fin, acuéstate y descansa. El vestido salió **en** 800 pesos.
para Se emplea para indicar: • Movimiento, dirección, sentido • Tiempo • Complemento indirecto • Finalidad	Mañana salimos **para** Michoacán. Hicimos planes **para** vernos el viernes. Traje un pastel **para** el maestro de Historia. Fui al tianguis **para** comprar pescado.
por Se usa para indicar: • Tiempo y lugar • Complemento agente en la voz pasiva • Indica medio • Complemento circunstancial de modo, causa	En la tarde, te llamo **por** teléfono. Nos vemos **por** las orillas del parque. La tarea fue revisada **por** el profesor. Lo supe **por** un telegrama. Estaba contento **por** el premio que recibió.

➤ Frases prepositivas

Sirven para precisar lo que se enuncia. Pueden estar formadas por un adverbio y una preposición. Observa el siguiente cuadro:

alrededor de	cerca de	después de
antes de	debajo de	encima de
detrás de	dentro de	junto a

Ejemplos

El león se paseó **alrededor de** nuestra tienda de campaña.

Debemos emprender el vuelo **antes de** que amanezca.

Coloqué la escoba **detrás de** la puerta.

El negocio se encuentra **cerca de** la casa de Alicia.

El gato durmió **debajo de** la escalera.

El cachorro estaba **dentro de** la canasta.

Ricardo regresó **después de** la presentación del niño.

Depositó el dinero **encima de** la mesita de noche.

La sombra apareció **junto a** ustedes.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. ¿En cuál de las siguientes opciones predomina el discurso *descriptivo*?
   a) Don Pedro Martín hizo un gesto e interrumpió al Marqués.
   b) Imponente y magnífico era el salón de la Alta Corte de Justicia.
   c) Juan se marchó a la cocina a contar a Casilda lo ocurrido.
   d) ¿Qué piensa usted hacer?
2. ¿En cuál de las siguientes opciones predomina el discurso *narrativo*?
   a) Don Pedro Martín sacó del sobre la carta y leyó.
   b) A todo esto, ¿quién es la novia?
   c) Casilda está ya salvada.
   d) En cuanto a Juan, es muy sencillo.
3. ¿En cuál de las siguientes opciones predomina el discurso *narrativo*?
   a) Convenido, estaré listo.
   b) En esta ocasión, al principio no hizo caso.
   c) Todo lo he oído, muchacha.
   d) Su biblioteca era quizá de las más notables de la capital.
4. ¿En cuál de las siguientes opciones predomina el discurso *narrativo*?
   a) Juan obedeció y enseguida se presentó Casilda, más muerta que viva.
   b) ¿Qué hacemos, Casilda?
   c) Huir Juan, huir de aquí, si no, estamos perdidos.
   d) Don Espiridión, gordo, de estatura mediana, de pelo negro, grueso y lacio.
5. ¿En cuál de las siguientes opciones existe una *argumentación*?
   a) El pleno de la Cámara de Diputados aprobó por unanimidad el dictamen de Ley de Ingresos de la Federación 2005 con un precio de barril de petróleo en 23 dólares, establecido por el Senado de la República.
   b) No hay memoria de que en materia petrolera hayamos caído tan bajo.

c) En la tribuna camaral, PRD y PT afirmaron que los duendes aparecieron en el Senado para hacer la modificación a lo enviado originalmente por los diputados.
d) El viernes, los diputados alertaron del presunto error cometido por los senadores en la redacción de la minuta de la Ley de Ingresos.

6. ¿En cuál de las siguientes opciones existe una *argumentación*?

a) Para colmo, en medio del caos surgen propuestas locuaces sobre política energética y pronto llegan a los medios sin que Pemex ni el gobierno respondan a ellas o las aclaren.
b) Emilio Chuayffet dijo que se consultó con los abogados la diferencia en el barril de petróleo.
c) Durante la sesión de ayer, los diputados aprobaron por unanimidad (432 votos) la Ley de Ingresos.
d) Agregó que no es casualidad ni error, y explicó que los diputados enviaron en la Ley de Ingresos un monto de un billón 73 mil 319 millones.

7. ¿En cuál de las siguientes opciones existe una *argumentación*?

a) La semana pasada una multitud revolucionaria de saqueadores destruyó su local.
b) Las tropas francesas destruyeron los aviones después de que nueve soldados franceses perdieran la vida en un bombardeo del Ejército de Costa de Marfil contra un bastión rebelde en el norte del país.
c) Pero si esto no fuera suficiente, un incremento a 7 millones de barriles diarios causaría un desplome de precios y consecuentemente de rendimiento de la inversión petrolera mundial.
d) El presidente de Costa de Marfil, Laurent Gbagbo, rechaza cualquier tipo de responsabilidad.

Unidad 1 Lengua y comunicación
Unidad 2 Formas discursivas del texto
Unidad 3 Comprensión de lectura
Unidad 4 Gramática
Unidad 5 Redacción

Objetivo: el estudiante identificará las ideas principales y secundarias en un texto.

En un texto se pueden distinguir diferentes tipos de ideas: una general, unas principales, otras secundarias y complementarias.

- La *idea general* es el núcleo del texto puesto que en ella gira todo el texto y se derivan las demás.
- Las *ideas principales* coordinan la estructura del texto y también constituyen la base del escrito.
- Las *ideas secundarias* siguen a partir de la idea principal, cuya función primordial es ampliar o precisar la información del escrito.
- Las *ideas complementarias* adicionan una información más de las ideas secundarias.

Para una buena comprensión de un texto se sugieren las siguientes actividades:

1. Leer el texto completo.
2. Subrayar las palabras cuyo significado desconozca y buscarlas en el diccionario.
3. Dividir el texto en párrafos pequeños.
4. Buscar las ideas centrales en cada párrafo.
5. Reunir las ideas para tener una concepción general del escrito.
6. Localizar datos, acontecimientos, personajes, conclusiones y título (en textos literarios).

Existen diversos métodos para distinguir las ideas principales de las secundarias en un texto. Uno de ellos puede ser el *cuadro de resumen*.

Ejemplo

El agua ha recibido más atención científica que ninguna otra sustancia. Es la molécula más común en la superficie de la Tierra; cubre aproximadamente tres cuartas partes de su superficie; su vapor impregna toda la atmósfera; es un "disolvente casi universal", y contemplamos esto a tal extremo que tenemos la tendencia a considerar los disolventes no acuosos como "poco usuales". El agua constituye 70 por ciento del cuerpo humano y de la comida que consume. En general, la vida cimentada en el átomo de carbón, como nosotros la conocemos, se basa y consiste mayoritariamente en agua. El agua es un ejemplo estimulante y paradójico de complejidad y simplicidad en la naturaleza.

(Luis Emilio Rendón Díaz Mirón y María Eugenia Lara Magaña, julio-septiembre de 2003).

Idea general: el agua

Cuadro de resumen

Ideas principales	Ideas secundarias	Ideas complementarias
• El agua ha recibido atención científica • Es la molécula más común en la superficie de la Tierra • El agua constituye 70% del cuerpo humano • La vida cimentada en el átomo de carbón se basa y consiste mayoritariamente en agua • El agua es un ejemplo estimulante	• más que ninguna otra sustancia • cubre aproximadamente tres cuartas partes de su superficie • su vapor impregna toda la atmósfera • es un "disolvente casi universal" • y de la comida que consume • y paradójico de complejidad y simplicidad en la naturaleza	• contemplamos esto a tal extremo que tenemos la tendencia a considerar los disolventes no acuosos como "poco usuales" • como nosotros la conocemos

Ejemplo de reactivo

Lee el siguiente fragmento y con base en él responde la pregunta.

Conozco a una muchacha generosa y valiente, siempre resuelta a sacrificarse, a perderlo todo, aun la vida, y luego a recapacitar, a recuperar parte de lo que dio con amplitud, a exaltar su ejemplo, a reprochar la **flaqueza** del prójimo, a cobrar hasta el último centavo.

Adolfo Bioy Casares

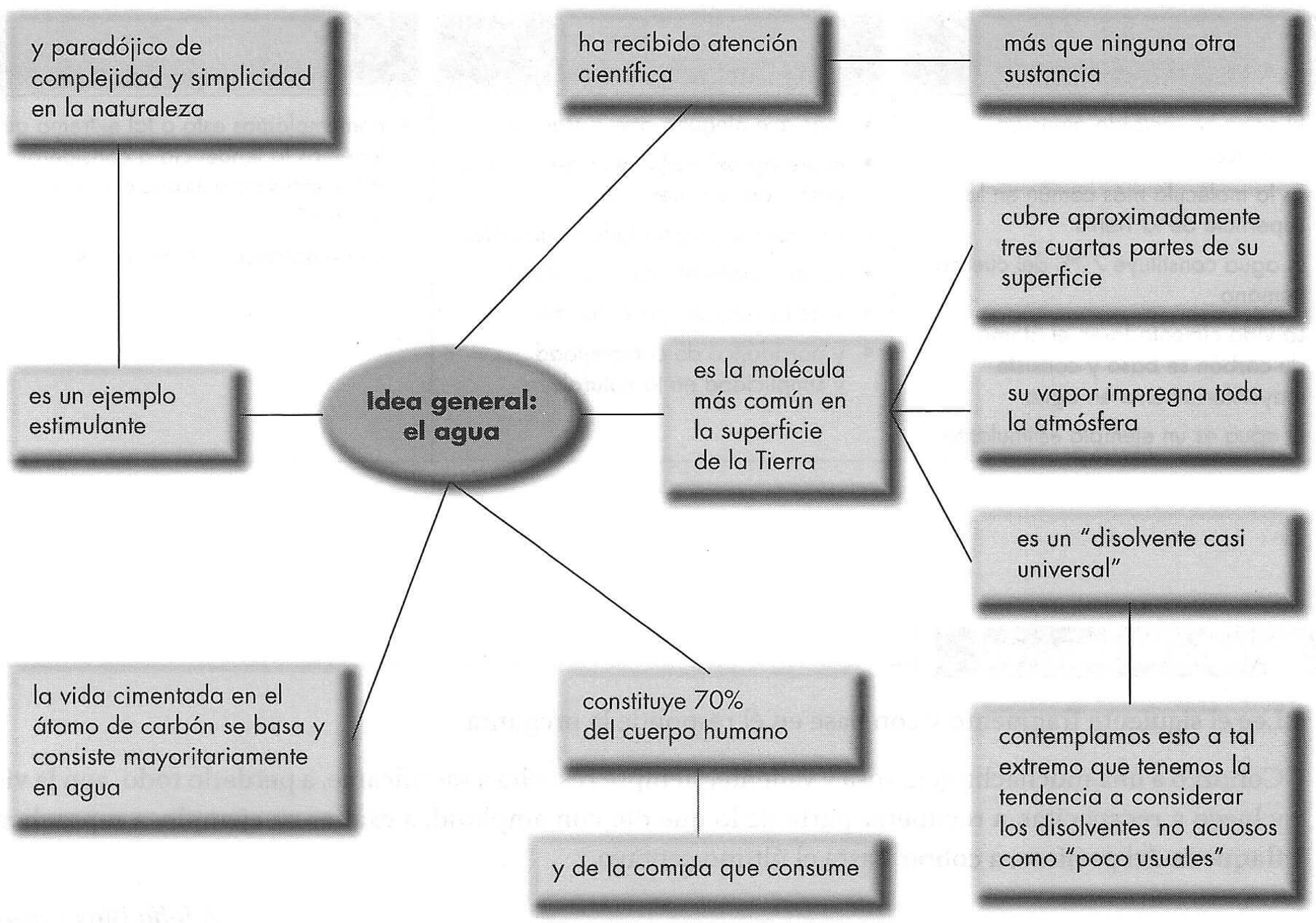
La palabra *flaqueza* marcada en negritas significa:

a) Delgadez
b) Angosto
c) Debilidad
d) Sermón

Como puedes ver en el fragmento anterior, debemos considerar el contexto para responder la pregunta, ya que podría confundirse con *delgadez*; sin embargo, por el contexto se refiere a que reprocha la debilidad del prójimo. Por tanto, la respuesta correcta es la c.

Observa que de las ideas principales se deriva la general.

Esquema de racimo asociativo de ideas



Ejercicios

1 Lee el siguiente texto de divulgación:

Así es el efecto Mpemba



Si tenemos dos hieleras, una con agua a 95°C y otra con agua a 50°C y las metemos en el congelador al mismo tiempo, ¿cuál de las dos se congelará antes? Si se guía por su sentido común, errará. Ni se congelarán a la vez ni lo hará primero la de 50°C. La primera en congelarse será la más caliente. Éste es el efecto Mpemba, bautizado así en honor al joven tanzano que lo descubrió mientras hacía helados en 1969.

Todo tiene que ver con el superenfriamiento: a veces el agua no solidifica a 0°C y se mantiene líquida incluso a −20°C. En estas condiciones, si comienza la congelación se produce a una velocidad mucho mayor que de forma normal. El agua caliente es más proclive a superenfriarse por un motivo: cuanto más caliente esté el agua, menos burbujas de gas contiene.

¿Pero qué tiene que ver esto con la congelación? La existencia de estas burbujas permite que el agua solidifique porque actúan como "agarraderas" para que las moléculas de agua empiecen a orientarse y formen la estructura cristalina del hielo. Cuanto menos "agarraderas" tenga el agua, más fácil es que se mantenga líquida por debajo del punto de congelación.

También hay que tener en cuenta que el hielo flota en el agua líquida: un lago congelado lo está en su parte superior, y la capa de hielo crece hacia abajo. Esta capa aísla el resto del agua del aire frío, lo que hace que se congele con más lentitud. Sin embargo, el agua superenfriada lo está completamente y cuando comienza la congelación se produce de golpe, con lo que le gana la partida a la masa de agua que lo hace normalmente.

(Revista *Muy interesante*)

1. El efecto Mpemba se refiere a:
   a) Que el agua entre menos caliente esté, más fácil es que se enfríe.
   b) Que todo líquido, mientras esté caliente se enfriará lentamente.
   c) Que un líquido a menor temperatura, es más probable que se enfríe más rápido.
   d) Que el agua a mayor temperatura, tardará menos en enfriarse.

2. El agua es más tendente a cuajarse cuando:
   a) Tiene muchas burbujas de gas.
   b) Contiene burbujas de gas.
   c) Disminuyen las burbujas de gas.
   d) Las burbujas de gas aumentan.

3. Las burbujas de gas son importantes en el proceso de congelación porque:
   a) Funcionan como moléculas para formar el hielo hacia arriba.
   b) Dirigen las moléculas de agua para que comience a cristalizarse.
   c) Constituyen la base para que el hielo se forme lentamente.
   d) Facilitan lentamente el punto de congelación hacia la superficie.

4. Al final del texto, se concluye que:
   a) El punto de congelación normal del agua se realiza más rápido a 0°C.
   b) El agua superenfriada le gana a congelarse al agua que tiene alta temperatura.
   c) El agua a 0°C es más rápida en congelarse que el agua superenfriada.
   d) El agua superenfriada se congela más rápido que el agua en su punto normal.

2 Lee el siguiente texto de divulgación:



¿Qué produce un terremoto?

Un terremoto es una vibración que viaja a través de la corteza terrestre. Técnicamente, las vibraciones que sentimos cuando pasa un camión pesado enfrente de nuestra casa, también son un terremoto, aunque al hablar de éstos nos solemos referir a eventos sísmicos de mucha mayor magnitud. Hay diferentes factores que causan los terremotos, como erupciones volcánicas, impactos de meteoritos y explosiones subterráneas. Sin embargo, la mayoría de los terremotos son el resultado del movimiento de las placas tectónicas que se mueven sobre la capa lubricante de la atenosfera. El promedio de terremotos anual es superior a los tres millones, de los cuales la gran mayoría son tan débiles que nunca llegamos a percibirlos. Pero grandes o pequeños, los terremotos que se deben al movimiento de la tierra se originan cuando dos placas colindan, se separan o rozan la una

con la otra. Al separarse dos placas, roca líquida o lava se escapa por el hueco y al enfriarse se solidifica. Cuando las placas chocan, por lo general una es forzada debajo de la otra y se derrite; cuando ambas placas son empujadas hacia arriba se forman cordilleras.

Al estar dos placas en movimiento y rozar la una con la otra se produce una gran cantidad de tensión en la falla y con frecuencia las placas acaban más juntas. Los terremotos casi siempre se originan en las fallas o juntas de la Tierra y cualquiera de los tipos de movimiento tiene como resultado energía que se emite en olas sísmicas, o terremotos, ya sea en la tierra o en los océanos.

(Revista *Muy interesante*)

5. La mayoría de los terremotos se producen debido a:

 a) Explosiones internas de la Tierra.
 b) Desplazamientos tectónicos.
 c) Movimientos bruscos de los camiones que transitan.
 d) La erupción de volcanes.

6. De acuerdo con el texto, el movimiento de la Tierra que provoca los terremotos sucede por:

 a) El choque de dos placas que colisionan contra otras placas más grandes.
 b) El roce de dos placas enormes con unas más pequeñas.
 c) La colisión de dos placas entre sí.
 d) El hundimiento de dos placas hasta quedar debajo de otras.

7. Los terremotos generalmente se originan en:

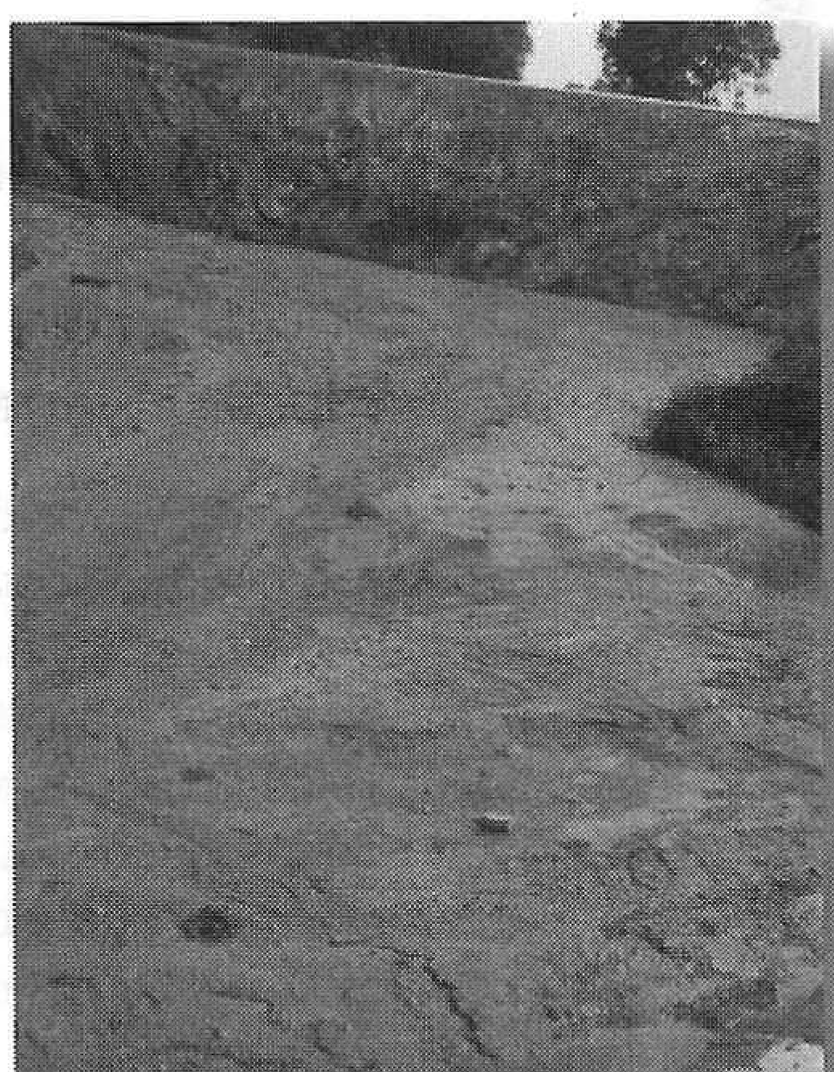
 a) Los océanos.
 b) Los volcanes.
 c) La superficie de la Tierra.
 d) Las juntas continentales.

8. El movimiento de la Tierra resulta de la energía emitida a través de:

 a) Fallas o juntas.
 b) Placas terrestres.
 c) Roca líquida.
 d) Olas sísmicas o terremotos.

3 Lee el siguiente texto de divulgación:

¿En realidad existen las arenas movedizas, y si es así, por qué se da este fenómeno?



Cuando pensamos en arenas movedizas, nos vienen a la mente escenas dramáticas de unas arenas que "chupan" a sus víctimas, devorándolas para siempre. La realidad es bastante diferente ya que, en efecto, existen, pero sus propiedades varían de las que hemos visto en las películas. La arena movediza rara vez cuenta con más de uno a dos metros de profundidad, y llega a existir en cualquier lugar si se dan las condiciones apropiadas. Básicamente se trata de arena común, sobresaturada de agua, cuyas partículas cuentan con poquísima fricción entre ellas. El agua, atrapada entre las moléculas de arena, se agita al no lograr drenar, y la arena bajo estas condiciones se vuelve semilíquida e incapaz de soportar peso.

Hay dos procesos que ocasionan este tipo de arenas. Cuando hay agua corriente bajo la superficie, la fuerza hacia arriba de esta agua contrarresta el efecto de gravedad, lo cual hace "flotar" a las partículas de arena. El otro proceso implica un terremoto que aumenta la presión de los depósitos de agua cerca de la superficie, esta agua satura los depósitos de arena que va encontrando a su paso y crea arenas movedizas.

Éstas no succionan a sus víctimas, pero el movimiento instintivo del cuerpo para librarse causa que se hunda cada vez más, pues a mayor vibración, más líquida se vuelve la textura de las arenas y éstas se comportan como un líquido viscoso en lugar de como una materia sólida. Basta pensar en la playa: la arena seca soporta bastante peso, pero cede para acomodarlo. La que está mojada, por el contrario, se siente firme y compacta bajo nuestros pies, pero si se moja demasiado, como cuando hacemos un hoyo que se va llenando de agua por abajo, las paredes se colapsan con facilidad y la arena saturada de agua "fluye" o escurre hacia abajo. Curiosamente, si alguna vez nos llegamos a encontrar presos en un charco de arenas movedizas hay que recordar que nuestro cuerpo es menos denso que las arenas. Por tanto, si nos relajamos y estiramos brazos y piernas, en teoría flotaremos sin mayor problema.

(Revista *Muy interesante*)

9. Una de las características de la arena movediza es que:

   a) Contiene agua que entra y sale.
   b) Contiene arena demasiado seca.
   c) El agua no puede filtrarse.
   d) Contiene arena que devora a sus víctimas.

10. La arena movediza se ocasiona cuando:

    a) El agua acumulada permite que aumente el efecto de gravedad.
    b) El agua bajo la superficie crea una fuerza opuesta al efecto de gravedad.
    c) El agua estancada se filtra hacia el interior de la tierra.
    d) El agua vacía los depósitos de arena y crea las arenas movedizas.

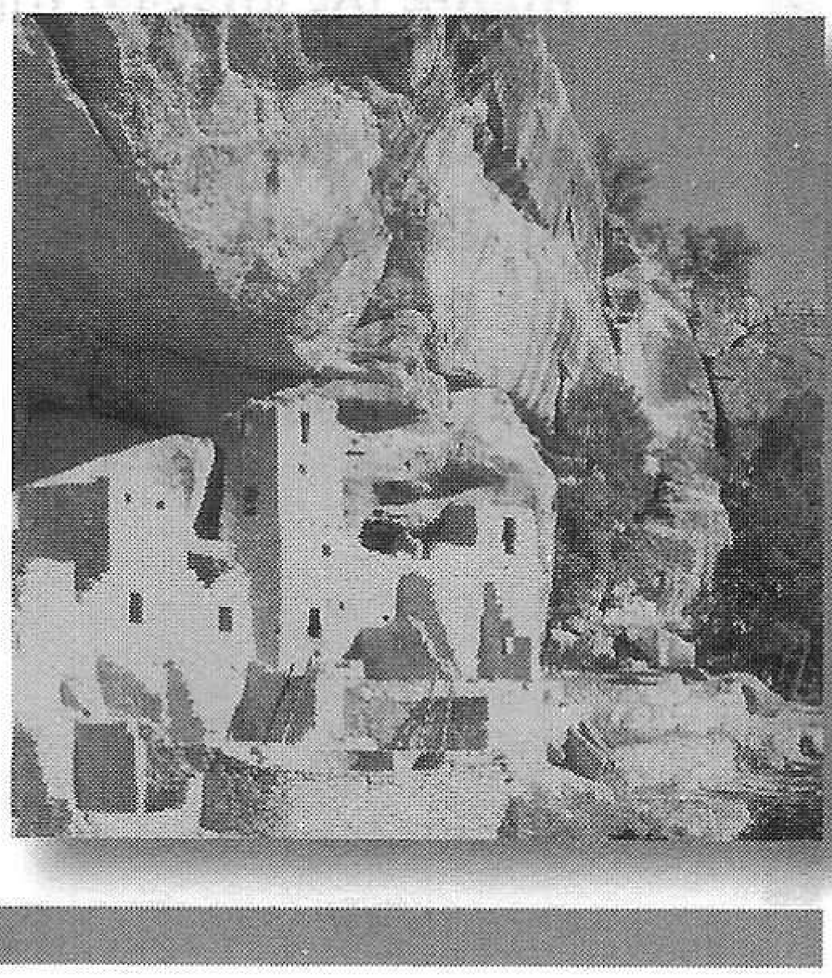
11. Cuando alguien cae en las arenas movedizas, se hunde cada vez más porque:

    a) Mientras más intente salir, más agua saldrá hacia la superficie.
    b) Entre más piense en salir, la arena se vuelve más líquida.
    c) Mientras más se mueva, la arena se convertirá en líquida.
    d) Entre más vibración haya en la arena, menos líquida se vuelve.

12. Uno de los errores que comete quien se ha caído en arena movediza es que:

    a) Al moverse, menos posibilidades tiene de flotar.
    b) Al moverse rápidamente, más fácil flotará.
    c) Al moverse instintivamente logrará relajar las piernas.
    d) Al moverse desesperadamente, menos posibilidades tendrá de hundirse.

4 Lee el siguiente texto de divulgación:



Anasazi

El pueblo anasazi se hizo fuerte en la región de Tour Corners, un agreste cruce de caminos donde hoy confluyen Arizona, Nuevo México, Colorado y Utha, durante 1 300 años.

Pero entre los siglos XII y XIII, en apenas unas generaciones, esta civilización, que vivía su momento de mayor esplendor, se esfumó. De ella sólo nos han llegado los restos de sus impresionantes edificios de piedra, la certeza de que sus pobladores fueron hábiles confeccionadores de canastos y luego esforzados agricultores; pero también numerosas

incógnitas. Y es que, a pesar de décadas de excavaciones, hay más sombras que luces alrededor de los anasazi. De hecho, desconocemos incluso cómo se llamaban a sí mismos. Porque *anasazi* es un nombre prestado; es el término con el que la tribu de los navajos los nombraban, una palabra que algunos traducen como "ancestros" y otros como "antiguos enemigos". Aunque los anasazi no dejaron documentos escritos, las ruinas de sus construcciones sugieren que supieron arreglárselas bastante bien en un territorio hostil, al menos hasta bien entrado el siglo XII. Los investigadores sospechan que un brusco cambio en las condiciones ambientales, seguido por fuertes sequías y heladas, acabó con los cultivos y llevó el hambre a la región. El caos social que siguió a esta situación debió ser terrible.

El doctor Brian R. Billman, de la Universidad de Carolina del Norte, ha identificado 18 episodios de canibalismo ocurridos entre 1150 y 1200. Aunque es dudoso que todo el pueblo anasazi se viera obligado a esta práctica, en un estudio publicado en *Nature*, Billman indica que el análisis de las heces halladas en el interior de algunas construcciones reveló la presencia de mioglobina, una proteína humana procedente de los músculos de las víctimas. El descubrimiento de unas marcas muy características en diversos huesos —incluidos cráneos— y de herramientas con restos de sangre humana parece confirmar esta suposición. Según Billman, al menos en un caso toda una comunidad debió extinguirse en un único episodio de violencia. Pero aunque la hipótesis del canibalismo aún es estudiada con cierta cautela, lo cierto es que tras aquel convulso periodo los recursos se agotaron por completo y los anasazi, o la sombra de ellos, abandonaron aquellas tierras.

(Revista *Muy interesante*)

13. Los anasazi fueron:

    a) Afanosos cultivadores.
    b) Manufactureros de instrumentos.
    c) Constructores de caminos.
    d) Confeccionadores de telas.

14. Uno de los testamentos acerca de la resolución del problema del territorio de los anasazi son:

    a) Los cráneos encontrados.
    b) Los documentos escritos que dejaron.
    c) Los códices encontrados.
    d) Sus vestigios.

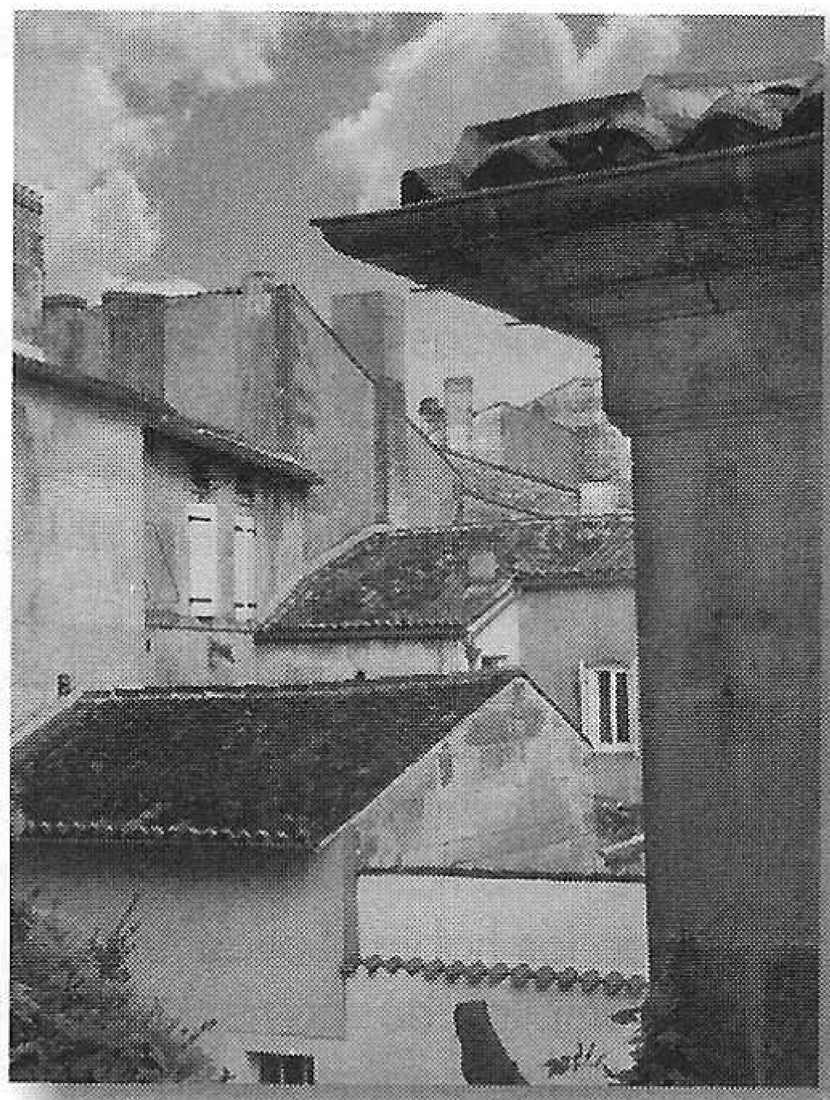
15. Una de las probabilidades por las que el pueblo anasazi desapareció se debe a:

    a) Invasiones bélicas.
    b) Creencias religiosas.
    c) Los inconvenientes del medio.
    d) Incremento de población.

16. Uno de los descubrimientos de unas marcas encontradas en diversos huesos, revelan que probablemente los anasazi fueron:

    a) Guerreros
    b) Pacíficos
    c) Religiosos
    d) Caníbales

5 Lee el siguiente texto de divulgación:



La vida, día a día

El mobiliario de las viviendas medievales era, por lo general, muy limitado. Eso explica que las casas de la Edad Media dieran una sensación de vacío. Apenas había otra cosa que los muebles imprescindibles para poder desarrollar las funciones vitales básicas, como comer y dormir. De hecho el mobiliario giraba en torno a cuatro elementos esenciales: la cama, la mesa, los bancos o asientos y las arcas.

La cama era el mueble por excelencia. De ahí que decir de alguien que no tiene más que la cama en donde se echa, expresión frecuente en los textos castellanos de fines de la Edad Media, equivale a considerarlo persona de extrema pobreza. La cama solía ser de gran tamaño debido a que en ella dormían, ordinariamente, varias personas, a veces hasta seis. Ahora bien, en ocasiones la cama era simplemente un mueble desmontable, una serie de bancos o tablas que, al colocar sobre ellos almadraques y colchas, se convertían por la noche en lecho, se adornaba con un dosel. Los colchones podían estar rellenos de paja, en las camas de las gentes más pobres, o de plumas, lo que constituía un síntoma de confort. También variaba la ropa de cama, desde la sarga en unos casos hasta el lino en otros.

Era igualmente de suma importancia en la vivienda de los europeos de la Edad Media la mesa: había, por supuesto, numerosas modalidades de mesa, desde la que descansaba sobre caballetes, que se desmontaba al terminar de comer (de donde viene la expresión quitar la mesa) hasta la adosada sobre la pared. La altura óptima de las mesas era de tres palmos, según la opinión expresada en el siglo XVI por Juan de Aviñón, médico afincado en Sevilla. Era frecuente, no obstante, que no se alcanzara dicha altura, lo que significaba incomodidad evidente para los que se sentaran en torno a ella.

Valedón Barque, Julio. *Vida cotidiana en la Edad Media: España,* Dastin Export, 2004, Col. Biblioteca básica de Historia.

17. ¿Cuáles eran los muebles indispensables en las casas de la Edad Media?

 a) Esteras, alfombras, arcas, camas.
 b) Arcas, camas, mesas, esteras.
 c) Arcas, camas, mesas, asientos.
 d) Arcas, camas, mesas, armarios.

18. En el texto se utiliza la palabra *almadraque,* ¿cuál es su significado?

 a) Un tipo de mesa.
 b) Estera o alfombra.
 c) Cojín, almohada o colchón.
 d) Armario para guardar utensilios.

19. La expresión *que no tiene más que la cama donde se echa,* ¿a qué se refiere?

 a) La situación de la persona es de buena solvencia económica.
 b) La situación de la persona es de nula solvencia económica.
 c) La situación de la persona es difícil precisarla.
 d) La situación de la persona es de gran alegría.

20. La expresión *quitar la mesa,* significa:

 a) Las mesas se desmontaban.
 b) Las mesas rara vez las utilizaban.
 c) Las mesas siempre estaban colocadas.
 d) Las mesas se cambiaban de posición dentro de las viviendas.

6 **Lee el siguiente texto de divulgación:**



Los bancos

Los bancos constituían el tercer elemento clave de la casa popular en el Medioevo. El citado Juan de Aviñón había indicado las dimensiones ideales de los bancos, dos palmos de anchura y uno y medio a dos de altura. Ni qué decir tiene que la tipología de este mueble era variadísima. Podía haber en las viviendas un asiento especial reservado para el padre de familia. En cualquier caso era frecuente la utilización de cojines, que servían para amortiguar la dureza de la madera, material empleado para la construcción de los bancos.

Las arcas, finalmente, servían para guardar los enseres de la vivienda. Desde los vestidos hasta los utensilios. Incluso los alimentos se guardaban en ellas, o los libros, cuando los había. Solían tener complicados herrajes. Por lo demás, las arcas que en realidad cumplían básicamente funciones propias de armarios, mueble poco habitual en la Edad Media, podían igualmente utilizarse como asientos. No obstante, los objetos de mayor valor se guardaban habitualmente en cofres de tamaño menor que las arcas, y por lo tanto más manejables.

El mobiliario de la casa medieval ciertamente no se agotaba con los elementos citados. ¿Cómo olvidar los braseros, los candiles, los candelabros o los espejos? ¿O las esteras, las alfombras o los paños colgados de las paredes? ¿O los utensilios propios de la cocina: caldera, ollas, trébedes, jarras, tinajas, escudillas, artesas, etcétera? ¿O la cuba para la colada y para los baños? Objetos variadísimos, como ruecas, jaulas, atriles, etcétera. Podrían aparecer asimismo en una vivienda de la Europa medieval. Pero no obsta para poner de manifiesto que las gentes de aquella época habitaban en unas casas escasamente amuebladas, por más que en el transcurso de la Edad Media se fuera incrementando el número de objetos utilizados en las viviendas particularmente en los núcleos urbanos.

Valedón Barque, Julio. *Vida cotidiana en la Edad Media: España*, Dastin Export, 2004, Col. Biblioteca básica de Historia, p. 80.

21. ¿Cuál era el uso más frecuente de las arcas?

    a) Se utilizaban para cocinar.
    b) Se usaban para transportar.
    c) Se empleaban para descansar.
    d) Se empleaban incluso para guardar objetos.

22. ¿Cuáles eran los utensilios más comunes que se usaban en las actividades domésticas?

    a) Ollas, atriles, biblias, armarios.
    b) Libros, arcas, espejos y sonajas.
    c) Jaulas, arcas, armarios y espejos.
    d) Braceros, candiles, jarras y escudillas.

23. En la casa, al sentarse a la mesa, ¿quién podía utilizar el asiento principal?

    a) Padre
    b) Madre
    c) La abuela
    d) Hijo mayor

24. En el texto, ¿cuáles son las tres ideas más importantes?

    a) Las clases sociales, los espejos y su utilidad y el estatus social.
    b) El uso de tinajas, los trébedes y la importancia de las almohadas.
    c) La importancia de las arcas, el uso de los bancos y el análisis del Medioevo.
    d) La utilidad de los bancos, el uso de las arcas y la importancia de los utensilios domésticos.

Objetivo: el estudiante identificará los elementos gramaticales de una oración bimembre a partir de un enunciado propuesto.

La oración

Se llama *oración* a la unidad mínima del lenguaje con sentido completo. Es decir, la oración es la palabra o conjunto de palabras con que se expresa una idea completa. Está constituida por un sujeto y un predicado.

▼ Enunciado unimembre

Una oración puede estar formada por una sola palabra, la cual se llama *unimembre*. Esta oración no puede ser dividida en sujeto y predicado.

Ejemplo

Amaneció

¡Adelante!

Este tipo de expresiones contienen una idea completa, aunque se forman por una sola palabra, pueden llevar otras que la acompañen y aún así seguirían siendo unimembres.

¡Llueve todo el día!

▼ Enunciado bimembre

Cuando el enunciado contiene sujeto y predicado, se llama *bimembre*.

Ejemplo

Don Pedro	es persona respetable.
S	P

La oración bimembre contiene por lo menos un verbo; dicho verbo debe estar conjugado en modo personal, es decir, para considerarlo como núcleo de la oración debe estar conjugado con cualquiera de las personas gramaticales (yo, tú, él, ella, nosotros, ustedes, ellos).

Ejemplo

Evaristo **compró** un torno.

En el ejemplo anterior, el verbo de la oración lo constituye "compró"; el sujeto "Evaristo", lo pudiéramos sustituir con el pronombre "él", es por eso que se dice que el verbo está conjugado en modo personal. Ahora observe:

Ejemplo

Evaristo **estaba** comprando un torno.

En este ejemplo el verbo es "estaba" y no, "comprando", porque el verbo conjugado en modo personal es "estaba", es decir, el ejemplo es equivalente a: *él estaba comprando un torno.*

En oraciones compuestas puede haber más de un verbo conjugado, pero se considera que por cada verbo conjugado hay una oración; es decir, si hay dos verbos conjugados, son dos oraciones; si hay tres verbos conjugados, son tres oraciones, y así sucesivamente.

Ejemplo

Mientras don Remigio y el Marqués **acababan** de calmar al Conde, Mariana, en cinco minutos, se **puso** el traje, **arregló** su peinado, se **prendió** las alhajas suyas y ni una sola de las que le **había** regalado el Marqués.

En el ejemplo anterior podemos observar que los verbos en "negritas" están conjugados, por tanto, hay cinco oraciones.

Don Remigio y el Marqués **acababan** de calmar al Conde.
Mariana, en cinco minutos, se **puso** el traje.
Arregló su peinado.
Se **prendió** las alhajas suyas.
Ni una sola de las que le **había** regalado el Marqués.

Existen otros tipos de expresiones que sólo son parte del predicado, las cuales también contienen sentido completo.

Ejemplo

¡Qué desorden!

Como se puede observar, no todas las oraciones deben estrictamente llevar sujeto para que expresen una idea completa. Si el ejemplo anterior llevara sujeto, se escribiría: *¡Esto es un desorden!*, aunque el planteamiento emotivo es diferente.

Es importante no confundir una oración con una frase, ya que toda oración es una frase, pero una frase no es una oración. Veamos la explicación de *frase.*

▼ La frase

Cuando una expresión constituye una unidad del lenguaje con sentido en sí mismo, es una frase; pueden ser frases hechas, locuciones con significado adverbial, verbal, prepositivo, etcétera.

Es importante recordar que una frase no tiene un verbo conjugado en modo personal.

Ejemplo

Aquella noche de luna llena.
Con mucho esfuerzo.

El sujeto

Existen diversas definiciones acerca del sujeto. Generalmente, se define al *sujeto* como "de quién o de qué se habla en la oración". Otra explicación es: "El sujeto es aquella palabra o grupo de palabras que realizan la acción del verbo". En resumen, el sujeto concuerda con el verbo porque determina su número y persona.

▼ El sujeto explícito o expreso

Se llama *sujeto explícito* al que está escrito en la oración. El sujeto puede ser una palabra como: Pedro, Martha, Juan, etcétera.

Ejemplo

Evaristo	estaba muy disgustado.
S	P

También el sujeto puede estar formado por varias palabras.

Ejemplo

Doña Pascuala	salió de su cocina.
S	P

El sujeto no necesariamente debe estar antes del predicado, en ocasiones puede estar después de éste.

Ejemplo

Platicaban largas horas	Lamparilla y Bedolla.
P	**S**

Como se puede observar en los ejemplos anteriores, el sujeto puede ocupar cualquier lugar en la oración; lo importante es localizarlo dentro de la misma; para ello, se pregunta *¿qué o quién hace la acción?*

En el ejemplo anterior, preguntamos: ¿quiénes platicaban largas horas? La respuesta lógicamente es: Lamparilla y Bedolla.

Se debe tener mucho cuidado con no confundir el sujeto en una oración. Una estrategia para localizarlo se analiza a continuación:

Ejemplo

Un sábado muy temprano, Cecilia metía una pesada llave en la cerradura.

Primero se debe buscar el verbo en la oración (metía), y después preguntar quién está realizando dicha acción: *¿Quién metía una pesada llave?* La respuesta es: **Cecilia.**

▼ El sujeto tácito o morfológico

En una oración puede suceder que el sujeto no esté escrito, pero la realidad es que está implícito en el verbo de la oración.

Ejemplo

Lo creo, señora condesa.
¡Estamos salvados!
¡Vuelve inmediatamente!

En el primer ejemplo podemos saber que el sujeto es "yo", porque el verbo está conjugado en primera persona del singular. En el segundo sabemos que el sujeto es "nosotros", porque está conjugado en la primera persona del plural. En el tercer ejemplo, deducimos que el sujeto es "tú", quien pertenece a la segunda persona. En estos casos no es necesario escribir el pronombre. Ahora observe el siguiente:

Ejemplo

Creyó ver a Juan.

En este caso el verbo está conjugado en tercera persona, pero no podemos saber quién es, porque podría ser él, ella o usted. Para evitar confusiones en estos casos, es importante que quien redacte la oración, primeramente especifique en el contexto quién es el sujeto.

➤ Núcleo del sujeto

Se llama *núcleo del sujeto* a la palabra que concuerda con el verbo de la oración, y puede ser un sustantivo, un pronombre personal, un adjetivo sustantivado, un infinitivo o un participio, entre otras palabras.

Un sustantivo

La luna es enorme.

Un pronombre personal

Él irá a la fiesta.

Un adjetivo sustantivado

Los traviesos reprobaron el examen.

Un infinitivo

Amar es saludable.

Un participio

Lo escrito en el destino no puede cambiarse.

Ejemplo de reactivo

Identifica el sujeto en el siguiente enunciado.

En el salón el maestro observaba atentamente a su alumno.

a) Salón b) Alumno c) Observaba d) Maestro

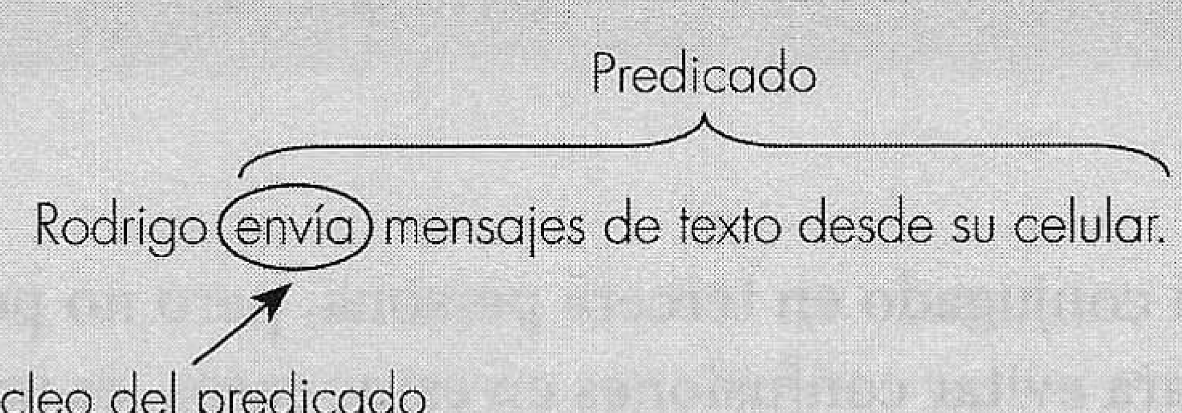
Como puedes observar, en el ejemplo anterior se presenta un enunciado en el cual hay que identificar de todas las palabras cuál es el sujeto. Un consejo para resolver este tipo de preguntas sería identificar primero el verbo de la oración. En este caso es "observaba". Una vez identificado, sabemos que la definición de sujeto es "aquel que concuerda con el verbo". Entonces, le preguntamos al verbo ¿quién observaba al alumno? La respuesta es "el maestro". Por tanto, la respuesta es el inciso d.

El predicado

Como ya se mencionó con anterioridad, en la oración bimembre (sujeto y predicado) el verbo debe estar siempre conjugado; dicho verbo concuerda con el sujeto en número y persona. El verbo siempre está en el predicado y, además, constituye su núcleo.

El *predicado* es lo que se dice del sujeto. Es aquello que se afirma o se niega de éste.

Ejemplo



El núcleo del predicado siempre debe ser un verbo conjugado. Nunca podrá serlo una de las formas impersonales del verbo. Observa el siguiente cuadro:

Formas impersonales del verbo	Terminaciones	Ejemplos
Infinitivo	ar, er, ir	cantar, correr, intervenir
Participio	ado, ido, to, so, cho	terminado, redimido, escrito, impreso, hecho
Gerundio	ando, iendo	bailando, teniendo

El verbo como núcleo del predicado puede estar acompañado por otras palabras, las cuales se llaman *complementos*. Hay diferentes clases de complementos del predicado, los cuales son:

▼ Complemento directo (objeto directo)

Quien realiza la acción del verbo es el sujeto, pero a veces la acción se transfiere a un objeto, en esos casos se le llama *complemento directo* o *complemento del objeto directo*.

Ejemplo

Patricia abrió **la puerta**.

En el ejemplo anterior, el complemento directo es "la puerta". Para localizar el complemento directo, preguntamos *¿qué?*, al verbo. *¿Qué abrió Patricia?* La respuesta es **la puerta**.

▼ Complemento indirecto (objeto indirecto)

El *complemento indirecto* es cuando el sujeto que realiza la acción del verbo transfiere dicha acción a otro sujeto. Para encontrarlo le preguntamos: ¿A quién? y ¿A qué?

Ejemplo

Mariana escribió un poema a la maestra de Biología.

Para saber cuál es el complemento indirecto en la oración anterior, preguntamos: *¿a quién escribió un poema Mariana?* La respuesta es: **a la maestra de Biología**, por tanto, *la maestra de Biología* es el complemento indirecto.

▼ Complemento circunstancial

El *complemento circunstancial* es cuando el verbo está acompañado por palabras que se refieren a: tiempo, modo, lugar, finalidad, etc. Cada tipo de complemento circunstancial responde a su correspondiente pregunta, por ejemplo: *¿dónde?* de lugar; *¿cuándo?* de tiempo; *¿cómo?* de modo; *¿para qué?* de finalidad.

Observe la siguiente tabla:

Complemento	Ejemplo	Pregunta	Respuesta
De modo	Mariana cayó **de rodillas**.	¿Cómo cayó Mariana?	De rodillas.
De lugar	Cecilia fue **al mercado**.	¿A dónde fue Cecilia?	Al mercado.
De finalidad	Cecilia fue a **dirigir su puesto**.	¿A qué fue Cecilia?	A dirigir su puesto.
De tiempo	Cecilia fue a dirigir su puesto **al día siguiente**.	¿Cuándo fue Cecilia?	Al día siguiente.

Ejercicios

1 **Elige cuál opción contiene una *oración bimembre*.**

1. ( )
   a) Vestir una cotona de cuero amarillo oscuro.
   b) Al más diestro entre todos los excelentes cocheros.
   c) Evaristo contestó a la señal convenida.
   d) Con la pistola en mano a esperar el coche.

2. ( )
   a) El gobierno pondría tal número de fuerzas para custodiar el camino.
   b) Los ruidos estridentes de las ruedas de la diligencia.
   c) Los relojes de plata de poco valor.
   d) Por el costado izquierdo de la calzada.

3. ( )
   a) Sin necesidad de palabras duras, ni de maltrato.
   b) Las ancianas y sus criadas, unos relicarios de oro con imágenes.
   c) Con el garrote levantado y con orden de romperles la cabeza.
   d) Cerca de la una de la tarde Evaristo escuchó los chasquidos del látigo del cochero.

4. ( )
   a) En caso de ser asaltados por los ladrones.
   b) Las dos ancianas fueron sacando, como por fuerza, medio a medio real.
   c) Dar voces para pedir socorro.
   d) Resuelto ya Evaristo a adoptar un género extraño de vida.

5. ( )
   a) Una recua de mulas cargadas con azúcar.
   b) Dos escaleras de ocho peldaños, de piedras, también aztecas con relieves extraños.
   c) Las entradas a las habitaciones con toscas puertas de cedro.
   d) Los demás pasajeros y una de las ancianas entregaron todo.

6. ( )
   a) No ha salido mal el negocio.
   b) ¡Ahora los relojes!
   c) Un viejo reloj de plata.
   d) Con una voz muy suave y persuasiva.

7. ( )
   a) Desgraciadamente, y con la premura del viaje.
   b) Con sus grandes cadenas finas.
   c) No tenía ya necesidad en aquel momento.
   d) Con cuidado de no levantar la cabeza.

8. ( )
   a) Con los garrotes enarbolados.
   b) Con las riendas en la mano.
   c) Apuntando a todas direcciones.
   d) Rodearon el carruaje.

9. ( )
   a) Los pasajeros tendidos e inmóviles.
   b) En la hierba eriza y húmeda.
   c) Parecían ya cadáveres.
   d) De una contextura delicada y nerviosa.

10. ( )
   a) De carácter tímido y aprensivo.
   b) No dejaba de pensar.
   c) El pescante de los bultos y baúles.
   d) Los desgraciados, tendidos.

2 **Subraya la opción que contiene al *sujeto* de cada oración propuesta.**

11. "Fueron repetidos los ensayos en las siguientes horas".
    a) En las siguientes.
    b) Siguientes horas.
    c) Fueron repetidos.
    d) Los ensayos.

12. "Habían aprendido bien su papel los de la cuadrilla".
    a) Habían aprendido.
    b) Bien su papel.
    c) Los de la cuadrilla.
    d) Su papel.

13. "El licor le dio ánimo para sobreponerse y hacer frente a todo lo que pudiera ocurrir".
    a) Ánimo para sobreponerse.
    b) Hacer frente.
    c) El licor.
    d) Pudiera ocurrir.

14. "Hizo algunos regalos a Evaristo, don Rafael".
    a) Don Rafael.
    b) Algunos regalos.
    c) A Evaristo.
    d) Hizo algunos regalos.

15. Los blancos y afilados dientes del puma se asomaron majestuosamente.
    a) Se asomaron majestuosamente.
    b) Los blancos y afilados dientes del puma.
    c) Los blancos y afilados dientes.
    d) Los blancos dientes del puma.

16. "Después de algunos minutos, Escandón tomó la palabra".
    a) Después
    b) Algunos minutos
    c) Escandón
    d) La palabra

17. "Con terror, los pasajeros veían pasar como fantasmas fugitivos los árboles del bosque".
    a) Los pasajeros.
    b) Fantasmas fugitivos.
    c) Árboles del bosque.
    d) Con terror.

18. "Un nuevo salto golpeaba sus cabezas, contra el techo".
    a) Un nuevo salto.
    b) Sus cabezas.
    c) Contra el techo.
    d) Golpeaba.

19. "Se encomendaban a todos los santos las señoras principales de Puebla".
    a) A todos los santos.
    b) Puebla.
    c) Las señoras principales de Puebla.
    d) Los santos.

20. "En un momento de tranquilidad relativa, don Bernardo dijo con voz agradable y lógica".
    a) En un momento.
    b) Don Bernardo.
    c) Agradable y lógica.
    d) Tranquilidad relativa.

3 Elige cuál opción contiene un enunciado con *sujeto tácito o implícito.*

21. ( )
    a) Estaba habituado a las aventuras y peripecias del camino.
    b) No era Mateo de esos cocheros a quienes podía asustar Evaristo.
    c) Buscó la petaca Evaristo.
    d) Respondió la anciana.

22. ( )
    a) Observó a Evaristo en el centro de la calzada.
    b) Bedolla sacaba partido de la más insignificante circunstancia.
    c) Cinco minutos después, el ayudante salió.
    d) Se equivoca usted.

23. ( )
    a) Salió Lamparilla.
    b) Doña Pascuala registraba y hundía el brazo.
    c) Al decir esto volteó al revés la bolsa de su chaleco.
    d) Ni diez minutos dilató doña Pascuala.

24. ( )
    a) Volvieron a la sala Lamparilla y doña Pascuala.
    b) Aunque habían hecho varios viajes entre México y Puebla.
    c) La explicación es muy sencilla.
    d) ¿Será posible que me quede yo sin el rancho?

25. ( )
    a) Y, con el resto, Moctezuma III emprendió la construcción.
    b) Se lo iba yo a decir a usted.
    c) Ya hemos dado los relojes, algunos de oro.
    d) Va usted a quedarse sin ella.

26. ( )
    a) Sin resistencia entregaron sus relojes de oro.
    b) Contestó doña Pascuala.

c) ¿Nada tiene usted guardado en la caja de madera?
d) Imagínese usted lo que hablarán esos tinterillos.

27. ( )

a) ¿Qué haré yo con Espiridión?
b) Entra Jipila, entra.
c) Su merced sí se ha olvidado de mí.
d) Así que acabó de llenar sus bolsas con los despojos.

28. ( )

a) Dijo simplemente Jipila.
b) ¿Ya volvió Cecilia a su puesto?
c) A pocos minutos fue seguida por unos indios de las cercanías.
d) Su merced hará lo que guste.

29. ( )

a) Respondió Jipila cargando su huacal.
b) Necesitaba yo aclarar una duda.
c) De entre las astillas fue sacando sus vestidos.
d) Dijo Lamparilla con muestras de impaciencia.

30. ( )

a) Ya tengo para un año.
b) Venga usted, compadre.
c) En esto volvió Moctezuma de su excursión al cerro.
d) Don Espiridión quiso detener a Lamparilla.

Unidad 5 Redacción

Objetivo: el estudiante identificará un enunciado mal redactado a partir de un ejemplo propuesto.

La concordancia

La *concordancia* es la relación interna que guardan entre sí las palabras en una oración. La concordancia se da en la igualdad de número y persona, entre verbo y sujeto.

A continuación se presentan las reglas generales de concordancia gramatical.

▼ 1a. regla general

Cuando un verbo se refiere a un sujeto, concuerda en persona y número.

Ejemplo

Si es *singular*:
La habitación **es** fresca.

Si es *plural*:
Las habitacione**s** **son** frescas.

Cuando un adjetivo se refiere a un solo sustantivo concuerda en persona y número.

Ejemplo

Si es *singular*:
La **habitación fresca** es la de enfrente.

Si es *plural*:
Las habitacione**s** fresca**s** son las de enfrente.

➤ Excepciones a la regla o casos especiales:

- Discrepancia entre sexo y género gramatical.

En títulos nobiliarios y tratamientos de dignidad:

Usted, **Excelencia**, **Alteza**, **Majestad**, etcétera.

El sexo determina la concordancia entre los elementos del sintagma nominal, dependiendo de la persona (hombre o mujer) a quien se dirige el hablante.

Hombre	Mujer
Usted es actor. Su **Excelencia** está preparado. Su **Alteza** es discreto.	**Usted** es actriz. Su **Excelencia** está preparada. Su **Alteza** es discreta.

• Concordancia de los colectivos

La concordancia entre colectivos depende de su determinación y su indeterminación.

- *Colectivos indeterminados* o *heterogéneos*. Los colectivos pueblo, vecindario, muchedumbre, gente, etc., son indeterminados debido a que los individuos que lo integran poseen diferencias entre sí.

La concordancia entre estos colectivos se da en diferentes casos.

Caso 1

Si el colectivo está cerca del verbo, concuerda en singular.

El **pueblo** se **lanzó** contra el político.

Caso 2

Si hay muchas palabras interpuestas entre el colectivo y el verbo, admite la pluralidad.

El **pueblo**, después de escuchar la enorme mentira, se **lanzaron** contra el político.

*En casos como éste, es preferible utilizar el verbo plural para evitar la confusión de la cercanía del sustantivo "mentira" con el verbo "lanzó", y no se vaya a pensar que "la mentira se lanzó contra el político".

Caso 3

Cuando el colectivo está modificado por la preposición **de**, el verbo admite la concordancia en singular o en plural.

Una **multitud** de trabajadores **protestó** en la plaza.

Una **multitud** de trabajadores **protestaron** en la plaza.

Caso 4

Cuando una oración lleva un atributo colectivo, el verbo admite la pluralidad.

Esta multitud parecen descontentos.

Caso 5

Cuando un pronombre neutro contiene significación colectiva admite la pluralidad.

Esto son calumnias.

Caso 6

Cuando va un sustantivo plural y uno en singular, concuerda con verbo en plural o singular.

Vacaciones y fin de semana **son** indispensables para el hombre.

Vacaciones y fin de semana **es** indispensable para el hombre.

- *Colectivos determinados* u *homogéneos.* Los colectivos como enjambre, rebaño, regimiento, etc., por poseer un carácter unitario concuerdan en singular.

Ejemplo

El **regimiento**, después de recorrer varias millas, se **alojó** en el pueblo más próximo.
El **enjambre** se **lanzó** contra el pobre hombre.

- *Discordancia deliberada.* En el habla cotidiana a menudo se utiliza un verbo en plural cuando se refiere a un sujeto en singular, con un fin estilístico. Por ejemplo, si se dirige a alguien para saber su estado de salud a menudo preguntamos:

¿Cómo estamos?

¿Cómo seguimos?

O en algunas ocasiones cuando se quiere disminuir la responsabilidad, se emplea la pluralidad.

Ya lo descompusimos todo.

▼ 2a. regla general

Si el verbo se refiere a varios sujetos, va en plural.

Jacobo, Luis y Pablo **terminarán** el trabajo.

Si el adjetivo se refiere a varios sustantivos, va en plural.

Luis y Pablo parecían **molestos.**

➤ Pluralidad gramatical y sentido unitario

Caso 1

Si varios sustantivos encierran un todo, el verbo va en singular.

La **entrada** y **salida** del personal **ha** sido vigilada estrictamente.

Pero si cada uno de los sustantivos tiene su propio artículo, el verbo va en plural.

La entrada y la salida del personal **han** sido vigiladas estrictamente.

Caso 2

Cuando los infinitivos van sin artículo, el verbo puede ir en plural o singular.

Correr y caminar **es** saludable.

Pero si los infinitivos llevan antepuesto el artículo, el verbo va en plural.

El correr y el caminar **son** saludables.

Caso 3

Cuando el verbo se refiere a dos o más demostrativos neutros, va en singular.

Esto y lo que te dije **es** secreto.

Caso 4

Si el verbo se refiere a un demostrativo neutro, pero con sustantivos masculino y femenino, puede ir en plural o en singular.

Lo serio del caso y **la** dificultad de su procedimiento **harán** (**hará**) que se prolongue.

➤ Posición del verbo respecto a los sujetos

Caso 1

Cuando el verbo va después de los sujetos, el verbo va en plural.

El padre y el hijo **observaban** atentamente el juego.

Caso 2

Si el verbo va antes de los sujetos, puede ir en singular o plural.

Observaban atentamente el juego el *padre* y el *hijo*.

Observaba atentamente el juego el *padre* y el *hijo*.

Caso 3

Cuando el verbo se refiere a dos o más demostrativos neutros, va en singular.

Esto y aquello que te dije **es** secreto.

Caso 4

Si el verbo se refiere a un demostrativo neutro, pero con sustantivos masculino y femenino, puede ir en plural o en singular.

Esto es un serio caso y la dificultad de su procedimiento **harán** (**hará**) que se prolongue.

Caso 5

Varios sujetos unidos con la disyunción **o**, pueden ir en singular o en plural.

Le **convenció** su puntualidad o disposición.

Le **convencieron** su puntualidad o disposición.

➤ Posición del adjetivo respecto a los sustantivos
Si el adjetivo va después de dos o más sustantivos concuerdan en plural.

Jefe y secretaria, **responsables**.

Si el adjetivo está antes de los sustantivos, concuerda con el más próximo.

Responsables las secretarias y el jefe.
Responsable el jefe y las secretarias.

Errores gramaticales

A menudo se cometen errores gramaticales al hablar o al escribir.
A continuación se presentan los errores más comunes y su corrección.

▼ Errores gramaticales de verbos

Error:

Vénganse n a la casa.

Se debe decir:

Vengan a la casa.

▼ Errores gramaticales de tiempo y modo

Error:

Quizá **vamos** a la playa.

Se debe decir:

Quizá **vayamos** a la playa.

▼ Errores gramaticales de preposiciones

Error:

Contestamos los ejercicios de acuerdo **al** libro.

Se debe decir:

Contestamos los ejercicios de acuerdo **con el** libro.

▼ Errores gramaticales de artículos

Error:

La Guzmán fue a Acapulco.

Se debe decir:

Guzmán fue a Acapulco.

▼ Errores gramaticales de pronombres

Error:

Sígue**me** cantando "Amor Eterno".

Se debe decir:

Sigue cantándo**me** "Amor Eterno".

▼ Errores gramaticales de conjunciones

Error:

Los jugadores no buscan el empate **si no** el triunfo.

Se debe decir:

Los jugadores no buscan el empate **sino** el triunfo.

Ahora observe esto:

Error:

Los jugadores quieren al menos empatar **sino** logran el triunfo.

Se debe decir:

Los jugadores quieren al menos empatar **si no** logran el triunfo.

▼ Construcciones sintácticas erróneas

Error:

¿Te **recuerdas** de nuestra primera cita?

Se debe decir:

¿Te **acuerdas** de nuestra primera cita?

▼ Desorden sintáctico

El desorden de las palabras, en un enunciado, puede provocar varias interpretaciones.

Error:

Rebeca reclamó una infidelidad **a su esposo** que nunca existió.

Se debe decir:

Rebeca reclamó **a su esposo** una infidelidad que nunca existió.

▼ Incorrecciones del verbo "haber"

El verbo *haber* es unipersonal, por tanto, se utiliza "hay" o "hubo".

Error:

Hubieron muchos casos sin resolverse.

Se debe decir:

Hubo muchos casos sin resolverse.

▼ Falta de concordancia entre género y número

Error:

Jazmín, Dulce, **Rubén**, Tania y Karina están **molestas** con su maestra de inglés.

Se debe decir:

Jazmín, Dulce, Tania, Karina y **Rubén** están **molestos** con su maestra de inglés.

▼ El mal uso del gerundio

El *gerundio* es una de las formas impersonales del verbo y sus terminaciones son -ando, -iendo; por tanto, un verbo en gerundio no está conjugado; no puede ser el núcleo del predicado de ninguna oración. Por ejemplo, no podemos decir *Yo corriendo todas las mañanas en el parque de Chapultepec.* Lo correcto es colocar un verbo conjugado para que lo anterior sea una oración: *Yo corro todas las mañanas en el parque de Chapultepec.*

El gerundio puede utilizarse si se hace correctamente. A continuación, veamos sus usos incorrectos en el siguiente cuadro:

Usos incorrectos del gerundio

Explicación	Ejemplo	Corrección
El gerundio nunca debe utilizarse como consecuencia del verbo principal de una oración.	La niña estudió mucho, pasando el examen con 10 cerrado.	La niña estudió mucho y pasó su examen con 10 cerrado.
Un gerundio no puede ser utilizado como adjetivo del sujeto.	El niño obteniendo mayor número de respuestas correctas se hará acreedor a un premio especial.	El niño que obtenga mayor número de respuestas correctas se hará acreedor a un premio especial.
Un gerundio no puede ser utilizado en lugar de un verbo conjugado (puesto que no lo es) en la segunda oración de dos oraciones coordinadas. Tampoco puede ser el verbo principal de una oración subordinada.	Realizaron un buen trabajo en clase, logrando así el reconocimiento del director.	Realizaron un buen trabajo en clase y, así, lograron el reconocimiento del director.

*Los únicos dos gerundios que pueden utilizarse como adjetivos son *ardiendo* e *hirviendo*.

Ejemplos

Quemó al niño porque tiró el agua **hirviendo**.

Entregó al pobre animal **ardiendo** en fiebre.

Ejemplo de reactivo

Elige el párrafo con mejor redacción.

a) El equipo de futbol mostraron una desventaja en la primera mitad del partido, pero mejoró notablemente en el segundo tiempo.

b) El equipo de futbol mostró una desventaja en la primera mitad del partido, pero mejoró notablemente en el segundo tiempo.

c) El equipo de futbol mostró una desventaja en la primera mitad del partido, porque mejoró notablemente en el segundo tiempo.

d) El equipo de futbol mostró una desventaja en la primera mitad del partido, pero mejoraron notablemente en el segundo tiempo.

En este tipo de preguntas es importante observar que todas las opciones de respuesta son muy parecidas aunque con algunas diferencias. Primero partimos de que se trata de un sujeto colectivo y de acuerdo con lo que se vio en la unidad, un sustantivo colectivo concuerda en singular con el verbo. Por esta razón, eliminaremos como respuesta correcta los incisos a y d, pues tienen "mostraron" y "mejoraron". El inciso c lo eliminaremos, pues contiene el nexo "porque" de causa y en la oración se trata de una idea que se opone a la otra: "mostró una desventaja" pero "mejoró en el segundo tiempo". Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Ejercicios

1 **Completa los siguientes enunciados con los vocablos de las opciones, de manera que resulte adecuada en un escrito o en el habla formal.**

1. ____________ que me llevarías al cine.

   a) Creístes
   b) Afirmastes
   c) Dijiste
   d) Dijistes

2. ____________ a la sala.

   a) Pásensen
   b) Pasen
   c) Entrensen
   d) Caminansen

3. ¿Ya le ____________ a tu suegra?

   a) llamastes
   b) telefoneastes
   c) hablastes
   d) llamaste

4. ¿ ____________ a la escuela?

   a) Vististes
   b) Viniste
   c) Venistes
   d) Veniste

5. ____________ haber lastimado a tu hermano.
   a) Podiste
   b) Pudistes
   c) Quisistes
   d) Pudiste

6. Regresaremos cuando ____________ terminado el trabajo.
   a) haigamos
   b) hayamos
   c) háyamos
   d) háigamos

7. Lorena me ha ____________ toda la mañana.
   a) contradecido
   b) contra decido
   c) contra dicho
   d) contradicho

8. ¿A qué hora ____________ ayer?
   a) veniste
   b) vinistes
   c) venistes
   d) viniste

9. Jazmín lo ____________ y lo ____________, le dijo cuánto lo amaba y aceptó la propuesta de matrimonio que le hizo Rubén.
   a) golpeó... arrastró
   b) abrazó... besó
   c) insultó... abofeteó
   d) rechazó... abandonó

10. El padre la ____________ y la ____________; le explicó las consecuencias que tendría si se iba de su casa.
    a) regañó... aprobó
    b) consintió... desaprobó
    c) rechazó... toleró
    d) comprendió... aconsejó

11. Jimena lo ____________ y lo ____________; le pidió que se fuera de su casa.
    a) abrazó... rechazó
    b) invitó... abandonó
    c) rechazó... abofeteó
    d) aceptó... desaprobó

2 **Escoge la opción que presenta un enunciado correctamente redactado.**

12. ( )

a) Sígueme contando lo que pasó.
b) Sigue contándome lo que pasó.
c) Sígueme diciendo lo que pasó.
d) Sígueme hablando lo que te pasó.

13. ( )

a) Habemos muchos alumnos en el salón.
b) Habíamos muchos alumnos en el salón.
c) Hay muchos alumnos en el salón.
d) Habían muchos alumnos en el salón.

14. ( )

a) En la fiesta hubieron toda clase de sorpresas.
b) En la fiesta habían toda clase de sorpresas.
c) En la fiesta habemos toda clase de sorpresas.
d) En la fiesta hubo toda clase de sorpresas.

15. ( )

a) En el examen hubieron todo tipo de preguntas.
b) En el examen hubo todo tipo de preguntas.
c) En el examen habían todo tipo de preguntas.
d) En el examen habemos todo tipo de preguntas.

16. ( )

a) En la junta hubo todo tipo de comentarios.
b) En la junta hubieron todo tipo de comentarios.
c) En la junta habían todo tipo de comentarios.
d) En la junta habemos todo tipo de comentarios.

17. ( )

a) No comentes nada, porque hay personas que no lo entenderían.
b) No comentes nada, porque habemos personas que no lo entenderían.
c) No comentes nada, porque hubimos personas que no lo entenderían.
d) No comentes nada, porque hubieron personas que no lo entenderían.

3 Elige la opción que presenta un enunciado con error de concordancia.

18. ( )
    a) La planeación de muchos eventos no se tenían contempladas.
    b) El discurso del líder sindical fue muy aplaudido.
    c) La organización de diversos eventos no estaba prevista.
    d) Los jugadores del equipo campeón fueron bien recibidos.

19. ( )
    a) La presentación de muchos artistas no se habían planeado.
    b) Los juegos de invierno no comenzaron a tiempo.
    c) La compra de diversos artículos no se realizó.
    d) La iniciación de varios cursos no se había anunciado.

20. ( )
    a) Todo el regimiento se presentó ante el capitán.
    b) Todo el regimiento se presentaron ante el capitán.
    c) Todo el regimiento acudió ante el capitán.
    d) Todo el regimiento llegó ante el capitán.

21. ( )
    a) Todo el enjambre se dispersó por el lugar.
    b) Todo el enjambre se lanzó contra mí.
    c) Todo el enjambre se dispersaron por el lugar.
    d) Todo el enjambre se abalanzó contra mí.

22. ( )
    a) Lucy, Ana y Olga llegarán en la tarde.
    b) Mis tíos y sus hijos vendrán el fin de semana.
    c) El director, el maestro y la secretaria estará presente.
    d) Juan, Alicia y Rubén comerán juntos.

4 Identifica el enunciado en el cual existe un *error sintáctico* que provoca distintas interpretaciones.

23. ( )
    a) El alumno reclamó un error al maestro que nunca existió.
    b) El alumno solicitó al maestro su calificación.
    c) El alumno pidió una oportunidad al maestro.
    d) El alumno pidió permiso para salir unos minutos.

24. ( )
    a) El director de la escuela solicitó la relación de alumnos que han faltado.
    b) El director de la escuela llamó a los alumnos que llegan tarde.
    c) El director de la escuela convocó a los maestros impuntuales.
    d) El director de la escuela solicitó la carta a la secretaria que nunca llegó.

25. ( )
    a) Por favor, ¿podría mostrarme esa blusa azul?
    b) Por favor, muéstreme la blusa para dama estampada.
    c) Pruébate esta blusa estampada.
    d) Cómprate esta blusa estampada.

26. Identifica el enunciado que presenta un gerundio mal utilizado.
    a) Cobrando lo que me deben te pago.
    b) Realizó el concierto mostrando su gran habilidad.
    c) Vendió los zapatos ofreciendo descuentos.
    d) Llamando a los deudores comenzó a cobrarles.

27. Identifica el enunciado que presenta un gerundio mal utilizado.
    a) Manejando su auto llegó hasta la avenida principal.
    b) Acabando el juego te llamo por teléfono.
    c) Comenzó la investigación reportando a las autoridades.
    d) Ganó la carrera empleando su gran habilidad.

28. Identifica el enunciado que presenta un gerundio mal utilizado.
    a) Inició el curso de Matemáticas terminando el de Historia.
    b) Aplaudiendo fuertemente recibieron al cantante.
    c) Apartando la ropa sucia la metió en las canastas.
    d) Vendió el auto aplicando su vasta experiencia.

Unidad 6 Vocabulario

Unidad 7 Ortografía

Objetivo: el estudiante identificará los conceptos análogos; así como las palabras sinónimas y antónimas a partir de un ejemplo propuesto.

Analogía

Una *analogía* es una relación o correspondencia entre un par de conceptos o términos distintos con otro. Generalmente, van unidos por el nexo *como*. Observa el ejemplo:

Ejemplo

Par 1		Par 2
BIEN es a VALOR	como	PEREZA es a PECADO

Para contestar este tipo de preguntas seguimos la lógica de que el bien es un valor, y la pereza, es uno de los pecados capitales.

Ejemplo de reactivo

Elija la opción que contiene una relación semejante a la propuesta en mayúsculas.

MÚSICO – INSTRUMENTO

a) Pintor – pintura
b) Escultor – cincel
c) Violinista – orquesta
d) Bailarín – escenario

Como puedes observar en esta pregunta partimos de que el instrumento es el objeto primordial de la función de un músico, de la misma manera que el cincel es el objeto con el que talla su obra un escultor. Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Sinónimos

La *Real Academia Española de la Lengua* define a la *semántica* como la rama de los estudios lingüísticos que se ocupa de los problemas que el lenguaje plantea como medio de relación social, especialmente de los que se refieren a la enseñanza de idiomas. En su vasto campo de estudio se encuentran los sinónimos, los antónimos y los homófonos.

Los *sinónimos* son las palabras que tienen *significados similares* o afines, pero se escriben y pronuncian distinto. *Su significado no es igual*, en un sentido estricto, así que la aplicación de un sinónimo depende del contexto en que habrá de ubicarse.

Ejemplos de palabras sinónimas.

Palabras	Sinónimos
Feliz	Dichoso, contento, alegre, ufano
Triste	Desgraciado, infeliz
Necesario	Imprescindible, indispensable, imperioso

Si aplicamos la palabra *feliz* en una oración y luego la sustituimos por alguno de sus sinónimos, no se alteraría para nada el contenido de dicha oración.

Ejemplo

Amo la vida porque soy muy **feliz** a tu lado.

Ahora sustituimos con un sinónimo.

Amo la vida porque soy muy **dichoso** a tu lado.

Ejemplo de reactivo

Selecciona la opción que contenga el sinónimo de la palabra en mayúsculas.

PEQUEÑO

a) tierno b) ligero c) grande d) reducido

La respuesta correcta al reactivo anterior es el inciso d, debido a que *reducido* es sinónimo de *pequeño*. Veamos ambas palabras aplicadas en el mismo ejemplo de oración:

Es imposible que mi escritorio quepa en este espacio tan **pequeño**.

La idea no cambia si usamos su sinónimo:

Es imposible que mi escritorio quepa en este espacio tan **reducido**.

Antónimos

Un *antónimo* es una palabra que tiene *significado opuesto* respecto de otra palabra.

Ejemplos de palabras antónimas.

Palabras	Antónimos
Mentiroso	Veraz, sincero
Falso	Auténtico, real
Brillante	Opaco, mate

Si aplicamos la palabra *mentiroso* en una proposición y luego la sustituimos por alguno de sus antónimos, se perdería por completo el sentido de dicha proposición, debido a que tienen significados opuestos.

Ejemplo

Me contó lo sucedido, pero no le creí nada.
Es imposible confiar en una persona tan **mentirosa**.

Ahora sustituimos la palabra con un antónimo:

Me contó lo sucedido, pero no le creí nada.
Es imposible confiar en una persona tan **veraz**.

Una persona veraz es aquella que dice siempre la verdad; por lo tanto, no habría por qué no confiar en su testimonio.

Ejemplo de reactivo

Selecciona la opción que contenga el antónimo de la palabra en mayúsculas.

TACAÑO

a) avaro b) ladrón c) agarrado d) generoso

La respuesta correcta es el inciso d, ya que una persona tacaña es aquella que escatima excesivamente en el gasto, mientras que una generosa es dadivosa.

Veamos ambas palabras aplicadas en la misma oración:

El licenciado nos subió el sueldo; es una persona muy **generosa**.

La idea cambia por completo si usamos su antónimo. La oración pierde el sentido:

El licenciado nos subió el sueldo; es una persona muy **tacaña**.

Homófonos

Son palabras que se *pronuncian igual*, pero que tienen ligeras *variaciones en su escritura*, lo que hace que su significado sea distinto.

Ejemplos de palabras homófonas.

Tubo – tuvo	**Tubo:** pieza hueca, de forma por lo común cilíndrica y generalmente abierta por ambos extremos. **Tuvo:** tiempo pretérito del verbo tener.
Abrasar – abrazar	**Abrasar:** reducir a brasa, quemar. **Abrazar:** ceñir con los brazos.
Abollar – aboyar	**Abollar:** producir una depresión en una superficie con un golpe o apretándola. **Aboyar:** colocar boyas.

Si aplicamos la palabra *abrazar* en una oración y luego la sustituimos por su homófono, cambiaría por completo el sentido de dicha oración, debido a que tienen significados distintos.

Ejemplo

Los amantes fundieron sus almas en un cálido beso y murieron
abrazados entre la oscuridad de la noche.

Ahora sustituimos la palabra con su homófono:

Los amantes fundieron sus almas en un cálido beso y murieron
abrasados entre la oscuridad de la noche.

El primer ejemplo nos pinta un escenario completamente enternecedor: una pareja de amantes que mueren ceñidos uno al otro. En cambio, el segundo nos muestra una visión de pesadilla en que dos seres que se aman mueren calcinados.

Ejemplo de reactivo

Selecciona la opción que contenga palabras homófonas.

a) Insecto – incesto, vela – bala
b) Arrollo – arroyo, bello – vello
c) Claudia – Claudio, bota – bata
d) Caballo – caballero, rata – rato

La respuesta correcta del reactivo anterior es el inciso b. Un arroyo es un caudal de agua corto; *arrollo* es el presente del verbo *arrollar*, que significa *atropellar*. Suenan igual, pero se escriben de forma diferente y, además, tienen distinto significado. Lo mismo ocurre con *bello* y *vello*. *Bello* es un adjetivo que califica al sustantivo como agradable a la vista, al oído o al espíritu. Algo bello es algo bonito.

Nota: para una mejor comprensión de este tema, se recomienda consultar constantemente un diccionario.

Ejercicios

1 Señala la opción que contiene una *relación semejante* a la propuesta en letras mayúsculas.

1. CAMIÓN – TRANSPORTE
   a) Tren – vía
   b) Desarmador – tornillo
   c) Taladro – herramienta
   d) Autobús – carretera

2. REGIMIENTO – SOLDADOS
   a) Hombre – campesinos
   b) Albañiles – obreros
   c) Trabajadores – artesanos
   d) Enjambre – abejas

3. HONESTIDAD – VALOR
   a) Responsabilidad – irresponsabilidad
   b) Deshonestidad – honestidad
   c) Lujuria – pecado
   d) Riqueza – poder

4. RESPONSABILIDAD – VALOR
   a) Avaricia – pecado
   b) Valentía – cobardía
   c) Avaricia – dádiva
   d) Defecto – valor

5. FILOSOFÍA – CIENCIA
   a) Metafísica – espíritu
   b) Ética – valor
   c) Lógica – rama
   d) Hermenéutica – interpretación

6. REBAÑO – OVEJAS
   a) Gatos – mininos.
   b) León – felino.
   c) Jauría – perros.
   d) Ave – águila.

2 Señala la opción que presenta un *sinónimo* de la palabra en letras mayúsculas.

7. En su rostro reflejaba el PROFUNDO dolor que sentía por la muerte de su abuela.
   a) Tenue
   b) Intenso
   c) Implacable
   d) Inminente

8. La indiferencia ante el problema PROVOCÓ una rebelión en su contra.
   a) Contuvo
   b) Cohibió
   c) Incitó
   d) Impidió

9. El mal tiempo POSTERGÓ la fiesta de aniversario.
   a) Aplazó
   b) Antepuso
   c) Adelantó
   d) Aceleró

10. QUEMAR
    a) Inflamar
    b) Abrasar
    c) Apaciguar
    d) Guardar

11. PASMAR
    a) Serenar
    b) Tranquilizar
    c) Despreciar
    d) Admirar

12. SANDEZ
    a) Discernimiento
    b) Lucidez
    c) Necedad
    d) Asiento

13. DESATINADA
    a) Apaciguada
    b) Sosegada
    c) Contenida
    d) Errada

14. CONCISO
    a) Sucinto
    b) Amplio
    c) Vasto
    d) Desarrollado

15. PROFANO
    a) Terreno
    b) Moderado
    c) Decoroso
    d) Recatado

16. LLANO
    a) Sencillo
    b) Abrupto
    c) Rugoso
    d) Infranqueable

3 **Señala la opción que sea *antónimo* de la palabra que aparece en mayúsculas.**

17. CONCESIÓN
    a) Licencia
    b) Denegación
    c) Permiso
    d) Beneplácito

18. HOSTIL
    a) Discrepante
    b) Desigual
    c) Opuesto
    d) Afín

19. CLARO
    a) Transparente
    b) Denso
    c) Traslúcido
    d) Luminoso

20. IDEALIZAR
    a) Desfavorecer
    b) Sublimar
    c) Realzar
    d) Ensalzar

21. EXACERBAR
    a) Agravar
    b) Encolerizar
    c) Apaciguar
    d) Exasperar

22. UBÉRRIMO
    a) Fecundo
    b) Prolífico
    c) Inagotable
    d) Estéril

23. DESORBITADO
    a) Irrisorio
    b) Ingente
    c) Descomunal
    d) Fenomenal

24. ECLOSIÓN
    a) Cicatrización
    b) Síntoma
    c) Aparición
    d) Revelación

25. RECAUDACIÓN
    a) Percibo
    b) Exacción
    c) Abono
    d) Reembolso

26. YERMO
    a) Árido
    b) Infructuoso
    c) Cultivado
    d) Inculto

4 **Elige la opción cuyo *homófono* esté utilizado en forma incorrecta.**

27. ( )
    a) El ganadero condujo el hatajo de borregos.
    b) Caminamos por un atajo.
    c) No vayas a deshojar el libro.
    d) De tanto ver la tele, te vas a deshojar.

28. ( )
    a) La gente ya no quiere votar en las próximas elecciones.
    b) Ve a botar esa pelota a otro lado.
    c) Mariana compró ropa en aquel bazar.
    d) El proyecto se va a bazar en lo acordado.

29. ( )
   a) Alberto es exageradamente aficionado a los juegos de azar.
   b) Prende el fuego para asar la carne.
   c) Roberto se compró una parrilla para azar.
   d) Sírveme un té de azahar.

30. ( )
   a) Allá vive Manuel.
   b) Ojalá no se halla perdido.
   c) Ojalá que te vaya bonito.
   d) No vayas a llegar tarde.

31. ( )
   a) El niño estaba siendo cuidado por su aya.
   b) Ojalá que le haya pagado.
   c) Quizá para diciembre ya halla terminado el trabajo.
   d) El restaurante no se halla en el mapa.

32. ( )
   a) Alejandro preparó una clase muy vasta.
   b) Para que contestes los ejercicios basta con que leas el libro.
   c) El curso se vasó en temas de superación.
   d) Pásame un vaso, por favor.

33. ( )
   a) Primero debes dejar que el caldo hierva a fuego lento.
   b) Los novios estaban acostados sobre la hierba.
   c) Luis gravó un corazón sobre la corteza del árbol.
   d) Dame el casete que grabó Anselmo.

34. ( )
   a) Este depilador es muy bueno contra el vello.
   b) Mientras la sirvienta lavaba los platos, rompió una vasija de losa.
   c) Éste es un día muy bello.
   d) La losa era muy pesada.

35. ( )
   a) Hasta las doce del día, comenzará la sesión sobre la planificación familiar.
   b) El paciente presentaba un fuerte dolor en la sien.
   c) El campesino comenzó a segar el trigo.
   d) En este documento se especifica la sesión de derechos.

36. ( )
   a) La tienda de autoservicio grava un millón de dólares al año.
   b) Los estudiantes deberán mostrar su acerbo cultural en la elaboración del comentario.
   c) El carácter de su suegra es muy acerbo.
   d) El escultor graba hábilmente la figura sobre la piedra.

Unidad 6 Vocabulario

Unidad 7 Ortografía

Objetivo: el estudiante identificará un enunciado con ortografía correcta a partir de un ejemplo dado.

Uso de s, c, z

Se escribe con s

Los adjetivos terminados en **-oso**, **-osa**, procedentes de sustantivos.

Ejemplo

Sustantivo	Adjetivo
Envidia Religión	Envidi**oso** / envidi**osa** Religi**oso** / religi**osa**

Sustantivos que acaban en **-sión**, procedentes de adjetivos terminados en **-so**, **-sor**, **-sible** o **-sivo**.

Ejemplo

Adjetivo	Sustantivo
Perver**so** Compul**sivo** Agre**sor** Admi**sible**	Perver**sión** Compul**sión** Agre**sión** Admi**sión**

Palabras terminadas en **-ismo**, **-ista**.

Ejemplo

cristian**ismo**
pian**ista**

Con las terminaciones **-ísimo, -ísima**.

Ejemplo

buen**ísimo** / buen**ísima**

En gentilicios que terminan en **-ense**.

Ejemplo

guerrer**ense**

Con las terminaciones **-enso, -ensa**.

Ejemplo

desc**enso**
of**ensa**

Con la terminación **-sis**.

Ejemplo

géne**sis**

Con las terminaciones de adjetivos ordinales.

Ejemplo

vig**ésima**
quincuag**ésima**

▼ Se escribe con c

Las palabras que terminan en **-ancia, -ancio, -encia, -uncia, -uncio**. Excepto Hortensia.

Ejemplo

abund**ancia**
cans**ancio**
paci**encia**
ren**uncia**
ren**uncio**

Las palabras que terminan en **-cito, -ecito, -cillo, -ecillo**. Excepto las que se deriven de palabras con **s** en la última sílaba (bolsa-bolsillo).

Ejemplo

pastor → pastor**cito**
grande → grand**ecito**
pastor → pastor**cillo**
grande → grand**ecillo**

Los sustantivos que terminan en **-ción** que proceden de palabras acabadas en **-to** y **-do**.

Ejemplo

discreto → discre**ción**
ocupado → ocupa**ción**

▼ Se escribe con z

Los adjetivos que terminan en **-az** y **-oz** procedentes de sustantivos.

Ejemplo

Sustantivo	Adjetivo
Audacia	Aud**az**
Velocidad	Vel**oz**

Las palabras terminadas en **-anza**. Excepto gansa y cansa.

Ejemplo

d**anza**
sembl**anza**

Las palabras que terminan en **-azgo**. Excepto algunas palabras como rasgo, pelasgo o trasgo.

Ejemplo

novi**azgo**
hall**azgo**

Las palabras terminadas en **-azo**, **-aza**.

Ejemplo

port**azo**
amen**aza**

Los sustantivos terminados en **-ez**, **-eza**.

Ejemplo

vej**ez**
per**eza**

Las palabras terminadas en **-zuelo**, **-zuela**. Excepto mocosuelo.

Ejemplo

ladron**zuelo**
mujer**zuela**

Las palabras terminadas en **-uzo**, **-uza** y **-ezno**.

Ejemplo

lech**uzo**
lech**uza**
lob**ezno**

Las terminaciones verbales en **-azco**, **-azca**, **-ezco**, **-ozco**, **-ozca**, **-uzco** y **-uzca**.

Ejemplo

Verbo	Conjugación
Complacer	Compl**azco** / compl**azca**
Crecer	Cr**ezco** / cr**ezca**
Reconocer	Recon**ozco** / recon**ozca**
Lucir	**Luzco** / **luzca**

Uso de b, v

▼ Se escribe con b

Antes de las consonantes **l** o **r**.

Ejemplo

blanco
bronco

Las partículas **bi-**, **bis-**, **biz-** que significan dos veces.

Ejemplo

bimestre
bisabuelo
bizco

Palabras que comienzan con **bu-**, **bur-**, y **bus-**.

Ejemplo

buzo
burla
busca

Después de **cu-**, **ha-**, **he-**, **hi-**, **ho-**, **hu-**.

Ejemplo

cubeta
haba
hebilla
hibernación
hobachón
hubo

Las terminaciones en **-ble** y **-bilidad**. Excepto movilidad y civilidad.

Ejemplo

conta**ble**
conta**bilidad**

Las terminaciones en **-bundo, -bunda**.

Ejemplo

mori**bundo**
furi**bunda**

Verbos terminados en **-aba**, **-abas**, **-ábamos**, **-abais**, **-aban**.

Ejemplo

camin**aba**
camin**abas**
camin**ábamos**
camin**abais**
camin**aban**

Las partículas **ab-**, **abs-**, **ob-**, **obs-** y **sub-**.

Ejemplo

abdomen
abstemio
obsceno
subterráneo

Las partículas **bene-** y **bien-** que significan bondad.

Ejemplo

benefactor
bienvenido

▼ Se escribe con v

Después de las consonantes **b**, **d**, **n**.

Ejemplo

su**bv**ersivo
a**dv**iento
i**nv**ariable

Después de **ol-**.

Ejemplo

o**lv**ido
p**olv**o

Las palabras que comienzan con **eva-**, **eve-**, **evi-**, **evo-**. Excepto: algunas palabras como ébano, ebanista.

Ejemplo

evacuación
eventual
evitar
evocación

Después de las sílabas **pra-**, **pre-**, **pri-**, **pro-**. Excepto: probar, probable, prebenda.

Ejemplo

pravedad
prevenir
privar
proverbio

Las palabras que comienzan con **vice-** y **villa-**. Excepto: billar, bíceps, bicéfalo.

Ejemplo

vicepresidente
Villahermosa

Las terminaciones **-viro**, **-vira**, **-voro** y **-vora**. Excepto: víbora.

Ejemplo

triun**viro**
El**vira**
herbí**voro**
carní**vora**

Las terminaciones de los adjetivos **-ave**, **-avo**, **-eva**, **-evo**, **-iva**, **-ivo**. Excepto: árabe.

Ejemplo

su**ave**
br**avo**
nu**evo**
nu**eva**
v**ivo**
v**iva**

Uso de g, j

Se escribe con g

Las palabras que comienzan o terminan con **-geo-** que significa Tierra.

Ejemplo

Geología
apo**geo**

Las palabras que comienzan con **gen-**.

Ejemplo

generoso

Las palabras que comienzan con **gest-**.

Ejemplo

gestoría

Las palabras que terminan en **-gerar**, **-ger** y **-gir**. Excepto: tejer, crujir, brujir.

Ejemplo

ali**gerar**
prote**ger**
ur**gir**

Verbos terminados en **-giar**.

Ejemplo

conta**giar**

Las palabras que comienzan con **legi-**, **legis-**.

Ejemplo

legítimo
legislar

▼ Se escribe con j

Los verbos terminados en **-jear** y **-jar**.

Ejemplo

ho**jear**
reba**jar**

Las palabras terminadas en **-jero**, **-jera**, **-jería**. Excepto: ligero.

Ejemplo

relo**jero**
conse**jera**
relo**jería**

Las palabras terminadas en **-aje**.

Ejemplo

aprendiz**aje**

Las palabras que comienzan con **eje-**. Excepto: egeo y egeria.

Ejemplo

ejército

Uso de ll, y

Se escribe con ll

Los verbos que terminan en **-llir** y las palabras que se relacionan con ellos.

Ejemplo

zambu**llir**
bu**lla**
bu**lli**cio

Palabras terminadas en **-illo, -illa**.

Ejemplo

cuch**illo**
ladr**illo**
ard**illa**

Se escribe con y

Cuando la palabra termina en diptongo.

Ejemplo

h**oy**
Paragu**ay**

Las formas verbales conjugadas de infinitivos terminados en **-uir**.

Ejemplo

Verbo	Conjugación
constr**uir** dismin**uir** h**uir**	constru**y**o disminu**y**o hu**y**o

Uso de la h

Se escribe con h

Las palabras que comienzan con **hidr-** o **hidro-**.

Ejemplo

hidratar
hidrógeno

Las palabras que comienzan con **hip-**. Excepto: ipo (veneno), ipomeico (ácido), ipecacuana (planta medicinal).

Ejemplo

hipérbaton
hipócrita

Las palabras que comienzan con **homo-**, **hetero-**, **hexa-**, **hepta-**, **hect-**, **hecto-**, **hem-**, e **higr-**. Excepto: omoplato.

Ejemplo

homófono
heterosexual
hexaedro
heptasílabo
hectárea
hectolitro
hemofilia
higrométrico

Las palabras que comienzan con **hum-**. Excepto: umbral, umbría, umbilical, umbela.

Ejemplo

humano

Las palabras que comienzan con **hosp-**, **herb-**, **hist-**, **host-**, **horr-** y **holg-**. Excepto: istmo, ostra y Olga.

Ejemplo

hospital
herbolaria
historia
hostería
horror
holgazán

Las palabras que comienzan con **herm-**, o **hern-**. Excepto: Ernesto, Ernestina, ermitaño, ermita.

Ejemplo

hermano
hernia

Las palabras que comienzan con **hia-**, **hie-**, **hua-**, **hui-**.

Ejemplo

hiato
hierro
huasteco
huir

Las terminaciones **-huelo, -huela**.

Ejemplo

mati**huelo**
vi**huela**

Uso de r, rr

Se escribe con rr

Cuando va en medio de vocales y el sonido es fuerte.

Ejemplo

f**orra**je
b**orra**r

Cuando se forman palabras compuestas y la segunda comienza con **r**.

Ejemplo

auto retrato → auto**rr**etrato
banca rota → banca**rr**ota

Se escribe con r

En las palabras en que la **r** suena suave, se escribe sólo con una. La **r** suena fuerte después de **n, l, s** y **b**, pero no se duplica.

Ejemplo

Suave	Fuerte
Mo**r**al	So**nr**isa
Pe**r**a	A**lr**ededor
Pe**r**o	I**sr**ael
Mi**r**a	Su**br**ayar

Ejemplo de reactivo

Identifica la opción que tiene las palabras con la ortografía correcta.

a) enrramado, irracional, enrrojecer
b) corresponder, hazmerreir, irregular
c) rregular, pizarón, cólera
d) borón, amarillo, ceradura

Para responder este tipo de preguntas, primero es importante identificar sobre el uso de qué grafía te están preguntando. En este caso, se trata del uso de la **r** y la doble **rr**. De acuerdo con lo que se vio en la unidad, recordemos que se escribe con **rr** cuando va entre dos vocales y su sonido es fuerte. La única opción que cumple con este uso es el inciso b.

Acentuación

Acento ortográfico y acento prosódico

El *acento* es el sonido fuerte de determinada sílaba en una palabra. En las palabras hay una sílaba en la que se recarga la pronunciación, la cual se llama *sílaba tónica*; las sílabas restantes de la palabra se llaman *átonas*, es decir, sin tono.

Ejemplo

ár – bol

sílaba tónica (ár) — sílaba átona (bol)

Cuando la sílaba tónica lleva una tilde sobre una vocal, se llama *acento ortográfico*; cuando sólo se pronuncia se denomina *acento prosódico*.

Ejemplo

Acento prosódico

es – pa – **ñol**

sílaba tónica

Acento ortográfico

e – **xá** – me – nes

sílaba tónica

Clasificación de las palabras

Las palabras se clasifican en agudas, graves, esdrújulas y sobreesdrújulas.

➤ Palabras agudas

Son las palabras que llevan la mayor fuerza de voz en la *última* sílaba; llevan tilde las terminadas en **n**, **s** o **vocal**.

Ejemplo

quiz**á**
tap**ón**
comp**ás**

➤ Palabras graves

Son las palabras que llevan la mayor fuerza de voz en la *penúltima* sílaba; llevan tilde las terminadas en **consonante excepto n** o **s** y **vocales**.

Ejemplo

lápiz
cóndor

➤ Palabras esdrújulas

Estas palabras llevan la mayor fuerza de voz en la *antepenúltima* sílaba y **todas llevan tilde**.

Ejemplo

música
química

➤ Palabras sobreesdrújulas

Son las palabras que llevan la mayor fuerza de voz antes de la *antepenúltim*a sílaba y **todas llevan tilde**.

Ejemplo

comu**ní**camelo
fácilmente

Los adverbios que terminan en la palabra "mente" conservan el acento del adjetivo de donde se han formado.

Ejemplo

Adjetivo	Adverbio
Fácil Hábil	Fácil**mente** Hábil**mente**

Los monosílabos no se acentúan, incluso los verbales.

Ejemplo

fue, dio, vio, fe, fui...

Recuerda que la conjunción **o** no se acentúa. Su función es enlazar palabras u oraciones para expresar posibilidades, alternativas distintas o contradictorias.

Ejemplo

Tú o él harán el trabajo.
Uno u otro deberán pagar.
No sé si domaba caballos o amaestraba perros.

▼ Acento diacrítico

Se coloca en algunas palabras para distinguir el significado y la función de otras palabras de igual escritura, pero de distinto significado.

Ejemplo

No me gustó **el** concierto.

Me lo platicó **él**.

En el ejemplo anterior hay dos oraciones con dos palabras iguales **(el)**, pero con diferente función gramatical. En la primera oración, **el** es un artículo y no se acentúa; en cambio en la segunda, **él** hace la función de un pronombre personal y, por tanto, es necesario colocar la tilde para establecer la diferencia.

Ejemplo

¿**Dónde** estabas?

El libro está **donde** lo dejaste.

En estos ejemplos, la palabra "**donde**" realiza dos funciones diferentes; en la primera oración es un adverbio interrogativo (lleva tilde) y en la segunda es un adverbio interrogativo (sin tilde).

La siguiente lista presenta las palabras que deben llevar acento diacrítico o no.

Se acentúan	No se acentúan	Función gramatical
Aquél		Adjetivo pronominal
Aquélla		Adjetivo pronominal
	Aquel	Adjetivo demostrativo
	Aquella	Adjetivo demostrativo
Aún		Adjetivo cuando equivale a "todavía"
	Aun	Adverbio cuando equivale a "incluso"
Cuándo		Adverbio interrogativo
	Cuando	Adverbio relativo
Cuánto		Adverbio de cantidad
Cuánto		Pronombre interrogativo
Cuánto		Adjetivo y adverbio interrogativo
	Cuanto	Pronombre relativo
Cómo		Adverbio interrogativo
	Como	Adverbio relativo
Cuál		Pronombre interrogativo
Cuál		Adjetivo interrogativo
	Cual	Pronombre relativo
	Cual	Adverbio de comparación
Dé		Inflexión del verbo "dar"
	De	Preposición
Dónde		Adverbio interrogativo
	Donde	Adverbio relativo
Él		Pronombre personal
	El	Artículo
Ésta		Pronombre demostrativo
Éste		Pronombre demostrativo
Éstas		Pronombre demostrativo
Éstos		Pronombre demostrativo
	Esta	Adjetivo demostrativo
	Este	Adjetivo demostrativo
	Estas	Adjetivo demostrativo
	Estos	Adjetivo demostrativo
Ésa		Pronombre demostrativo
Ése		Pronombre demostrativo
Ésas		Pronombre demostrativo
Ésos		Pronombre demostrativo
	Esa	Adjetivo demostrativo
	Ese	Adjetivo demostrativo
	Esas	Adjetivo demostrativo
	Esos	Adjetivo demostrativo
Más		Adverbio de cantidad
	Mas	Conjunción adversativa. Equivale a "pero"
Mí		Pronombre personal
	Mi	Adjetivo posesivo

Se acentúan	No se acentúan	Función gramatical
Qué		Pronombre interrogativo
Qué		Adjetivo, adverbio exclamativo e interjección
	Que	Pronombre relativo
	Que	Conjunción
Quién		Pronombre interrogativo
Quién		Pronombre exclamativo
	Quien	Pronombre relativo
Sé		Inflexión del verbo "ser"
Sé		Inflexión del verbo "saber"
	Se	Pronombre personal
Sí		Pronombre personal
Sí		Adverbio de afirmación
	Si	Conjunción condicional
Sólo		Adverbio. Equivale a "solamente"
	Solo	Adjetivo
Tú		Pronombre personal
	Tu	Adjetivo posesivo
Té		Sustantivo de infusión
	Te	Pronombre

Puntuación

El punto

El *punto* indica una cierta pausa en un escrito, el cual se usa al final de una cláusula o de un periodo.

- *El punto y seguido.* Se utiliza cuando el siguiente periodo va a continuación.
- *El punto y aparte.* Se utiliza cuando comienza en el renglón siguiente. El uso del punto y aparte depende de la mayor o menor relación que tenga un periodo con otro.
- *El punto final.* Se utiliza al final de cada escrito.

Ejemplo

Cláusula

El rancho nada tenía que llamase la atención. Los ranchos y los indios todos se parecen. Una vereda angosta e intransitable, en tiempo de lluvias conducía a una casa de adobe, mal pintada de cal, compuesta de una sala, comedor, dos recámaras y un cuarto de rayo.

Manuel Payno

El punto se utiliza después de una abreviatura; después del punto se continúa con mayúscula si es nombre propio y con minúscula si se trata de sustantivo común.

Ejemplo

Ud. (usted)
Dr. (doctor)
Cía. (compañía)

▼ La coma

La *coma* indica una pausa menor que el punto en un escrito.

Se coloca una coma:

En una serie de nombres, de adjetivos y de verbos.

Ejemplo

Mariana compró manzanas, plátanos, peras y melones.

Para separar oraciones breves que van seguidas.

Ejemplo

La nueva secretaria es muy eficiente, escribe rápido, tiene facilidad de palabra y llega temprano.

Después del vocativo siempre y cuando vaya al principio; si el vocativo va al final, la coma va antes del vocativo; si el vocativo va intercalado entre palabras, se coloca coma antes y después.

Ejemplo

Pedro, ven para acá.
No vayas a tardar, Mirella.
Bien, Karla, tendrás que llegar temprano.

En oraciones explicativas.

Ejemplo

Madona, la reina del pop, viajará a Europa.

En intercalaciones en donde se menciona el autor de una obra o del pensamiento que se cita.

Ejemplo

El respeto, decía Benito Juárez, al derecho ajeno, es la paz.

Cuando se omite un verbo.

Ejemplo

Carlos es alto; Miguel, de estatura regular; Gabriela, muy pequeña.

Antes de las conjunciones adversativas *pero, aunque, sino,* a *pesar de.*

Ejemplo

Esperé a Rocío, *pero* nunca llegó.

En las expresiones: *o sea, no obstante, es decir, en efecto, esto es* (entre comas).

Ejemplo

Alberto, Julio y Óscar**,** *o sea***,** tus primos, vendrán a la fiesta.

Al final de oraciones formadas por un participio o un gerundio.

Ejemplo

Llegando a la oficina**,** revisaremos los expedientes.
Terminado el trabajo**,** fuimos a cenar.

Entre el lugar y la fecha, cuando se hace una carta.

Ejemplo

Morelos**,** 27 de noviembre de 2004.

▼ El punto y coma

Indica una pausa menor que el punto, pero mayor que la coma.

➤ Se coloca punto y coma:

Para separar oraciones consecutivas que se refieren al mismo asunto.

Ejemplo

El piso está limpio**;** la ropa está tendida**;** la mesa ya está puesta.

Para separar oraciones consecutivas que pertenecen a una misma cláusula y contienen palabras separadas por comas.

Ejemplo

En las escuelas, sin importar que sean particulares o de gobierno, siempre hay problemas; los más comunes, pero muy importantes, tienen que ver con el aprovechamiento académico de cada alumno; los más graves, generalmente ignorados por la comunidad escolar, están relacionados con la violencia.

Antes de las conjunciones adversativas (*pero, mas, aunque*) que hay en una cláusula larga.

Ejemplo

El libro que me regalaste es muy interesante**;** aunque no he terminado de leerlo aún.

▼ Los dos puntos

Indican una pausa larga a la que le sigue una aclaración.

Los dos puntos sirven para hacer resaltar lo que les sigue a continuación. Se usan en los siguientes casos:

En el encabezado de las cartas.

Ejemplo

Querido amigo**:**
Estimado compañero**:**

En el saludo al comienzo de un discurso.

Ejemplo

Señoras y señores**:**
Distinguido público**:**

Después de las palabras: *a saber, por ejemplo, los siguientes, como sigue.*

En los documentos públicos después de expresiones como *hago saber, declaro, certifico, ordeno y mando, fallo.*

Para reproducir palabras propias o ajenas.

Ejemplo

Julio César dijo**:** Llegué, vi, vencí.

Recuerda que después de los dos puntos se utilizan minúsculas como en los dos ejemplos anteriores.

▼ Los puntos suspensivos

Se utilizan cuando se deja incompleta una oración o en suspenso.

Ejemplo

Estoy tan molesto que**...**

Cuando se quiere expresar duda, incertidumbre o temor.

Ejemplo

Lo que sucede es que sí te quiero, pero**...**

Cuando se quiere expresar una frase inesperada.

Ejemplo

Fuimos al cine, luego a cenar, y más tarde**...** no hubo nada.

Para interrumpir una oración por considerarla no necesaria.

Ejemplo

Dice el refrán: "El que madruga**...**".

El paréntesis

Se usa para encerrar frases relacionadas con lo que se habla, con un fin explicativo.

Ejemplo

Los programas televisivos (hoy en día) contienen mensajes muy agresivos.

Las comillas

Se utilizan para indicar que una palabra es impropia o vulgar.

Ejemplo

Dijo que tendría que "checar" el documento.

En títulos, apodos, citas textuales o frases célebres.

Ejemplo

Una de las obras más destacadas de Isabel Allende es "La Casa de los Espíritus".
A José José le dicen: "El Príncipe de la Canción".
Carlos Marx decía: "La religión es el opio de las naciones".

Los signos de interrogación y admiración

Signos de interrogación

Se colocan al principio y al final de las palabras de carácter interrogativo.

Ejemplo

¿Dónde estás?

Los signos de admiración

Se colocan al principio y al final de las palabras de carácter exclamativo.

Ejemplo

¡Qué bonito día!

Se emplean en las interjecciones.

Ejemplo

¡Ay!
¡Hola!

Nota: después de los signos de admiración e interrogación **nunca** va el punto.

Mayúsculas

Se usa mayúscula:

Al principio de un escrito, y después de un punto.

Ejemplo

El rancho nada tenía que llamase la atención. **L**os ranchos y los indios todos se parecen.

Los nombres propios de personas, de animales y los de lugares.

Ejemplo

Francisco
Rocky
México

En los sobrenombres o apodos con que se conoce a ciertas personas.

Ejemplo

Ernesto Guevara, el **C**he

Los nombres de instituciones, organismos, partidos políticos o entidades.

Ejemplo

Palacio de **B**ellas **A**rtes
Universidad **A**utónoma de **M**éxico
Partido **A**cción **N**acional
Fundación **V**amos **M**éxico

Los atributos divinos.

Ejemplo

Dios
Yavhé
El **E**spíritu **S**anto

Títulos de obras. La primera palabra del título de cualquier obra de creación (libros, películas, cuadros, esculturas, piezas musicales, programas de radio o televisión, etcétera); el resto de las palabras que lo componen, salvo que se trate de nombres propios deben escribirse con minúscula.

Ejemplo

***Ú**ltimas tardes con **T**eresa*
***L**a vida es sueño*
***L**as cuatro estaciones*
***I**nforme semanal*

En el caso de los títulos abreviados con el que se conocen determinados textos literarios, el artículo que los acompaña debe escribirse con minúscula.

Ejemplo

el Quijote
el Lazarillo
la Celestina

Los números romanos.

Ejemplo

Juan Pablo **II**

Nombres de festividades.

Ejemplo

Día de la **I**ndependencia

Los nombres de las ciencias.

Ejemplo

Física
Matemáiicas
Filosofía

Después de dos puntos, en cartas, documentos y citas textuales.

Ejemplo

Estimados padres de familia: **N**os complace invitarlos...
Dice el refrán: "**C**ada oveja, con su pareja".

Ejercicios

1 **Elige la opción que contiene un enunciado con ortografía correcta.**

1. ( )

a) Los alumnos marchan sin cesar y algunos comienzan a resagarse.
b) Los alumnos marchan sin cesar y algunos comienzan a rezagarse.
c) Los alumnos marchan sin cesar y algunos comienzan a rezagarce.
d) Los alumnos marchan sin cesar y algunos comienzan a resagarze.

2. ( )
   a) Los autos se detenian antes de llegar al tope.
   b) Se percató de que aquel callejón era peligroso.
   c) Quisiera traer mas ropa para regalarla.
   d) El hombre comía cómo desesperado.

3. ( )
   a) "Juan, señora condesa, Juan. ¿Quién pudiera ser?" M. Payno.
   b) "Juan, señora condesa, Juan. ¿Quién pudiera ser?" (M. Payno).
   c) "Juan, señora condesa, Juan. ¿Quién pudiera ser? (M. Payno).
   d) "Juan, señora condesa, Juan. ¡Quien pudiera ser!" (M. Payno).

4. ( )
   a) Averigüó que había transigido ambigüamente por vergüenza.
   b) Averiguó que había transijido ambiguamente por verguenza.
   c) Averiguó que había transigido ambiguamente por vergüenza.
   d) Averigüó que había transiguido ambigüamente por vergüenza.

5. ( )
   a) Además de hermosa, actuaba con onradez.
   b) Además de ermosa, actuaba con honradez.
   c) Además de hermoza, actuaba con honradez.
   d) Además de hermosa, actuaba con honradez.

6. ( )
   a) Jimena felicitó a su hija porque ganó el certamen de poesía.
   b) Jimena felicitó a su hija porque gano el certamen de poesia.
   c) Jimena felicitó a su hija porque gano el certámen de poesía.
   d) Jimena felicitó a su hija porque ganó el certámen de poesia.

7. ( )
   a) Soledad fué a visitar a su tía.
   b) Soledad fue a visitar a su tía.
   c) Soledad fué a visitar a su tia.
   d) Soledad fue a visitar a su tia.

8. ( )
   a) Contemplaba las lucecitas a través del cristal.
   b) Contemplaba las lucecitas através del cristal.
   c) Contemplaba las lucesitas a través del cristal.
   d) Contemplaba las lucecitas a traves del cristal.

9. ( )
   a) Cuando vio su regalo, se llenó de gozo su rostro.
   b) Cuando vió su regalo, se llenó de goso su rostro.
   c) Cuando vio su regaló, se llenó de goso su rostro.
   d) Cuando vió su regalo, se llenó de gozo su rostro.

10. ( )
   a) Sócrates dijo: "Yo solo sé que no sé nada".
   b) Sócrates dijo: "yo sólo se que no se nada."
   c) Sócrates dijo: "Yo sólo sé que no sé nada".
   d) Sócrates dijo: Yo sólo sé que no sé nada.

11. ( )
   a) La abeja ubérrima posaba en la flor.
   b) La abeja úberrima posaba en la flor.
   c) La abeja uberrima posaba en la flor.
   d) La abeja uberríma posaba en la flor.

12. ( )
   a) Ójala que té vaya bonito.
   b) Ojalá que te valla bonito.
   c) Ojala que te valla bonito.
   d) Ojalá que te vaya bonito.

13. ( )
   a) Bueno, ¿que pasó con don Mónico?" (M. Azuela).
   b) "Bueno, ¿qué pasó con don Mónico? [M. Azuela].
   c) "Bueno, ¿qué pasó con don Mónico?" (M. Azuela).
   d) "Bueno, ¿qué pasó con don Mónico?" [M. Azuela].

14. ( )
   a) Luis construlló una casa cerca de la playa.
   b) Luis construyó una casa cerca de la playa.
   c) Luis construyó una casa cerca de la plalla.
   d) Luis construlló una casa cerca de la plalla.

15. ( )
   a) Marcela trajó un regalo para ti.
   b) Marcela trajo un regalo para ti.
   c) Marcela trájo un regalo para tí.
   d) Marcela trajó un regalo para tí.

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4		Unidad 5		Unidad 6		Unidad 7
1. a	1. b	1. d	1. c	25. c	1. c	25. b	1. c	25. c	1. b
2. b	2. a	2. c	2. a	26. a	2. b	26. c	2. d	26. c	2. b
3. c	3. b	3. b	3. d	27. d	3. d	27. c	3. c	27. d	3. b
4. b	4. a	4. d	4. b	28. c	4. b	28. a	4. a	28. d	4. c
5. c	5. b	5. b	5. d	29. c	5. d		5. c	29. c	5. d
6. b	6. a	6. c	6. a	30. a	6. b		6. c	30. b	6. a
7. b	7. c	7. d	7. c		7. d		7. b	31. c	7. b
8. b		8. d	8. d		8. d		8. c	32. c	8. a
		9. c	9. c		9. b		9. a	33. c	9. a
		10. b	10. b		10. d		10. b	34. b	10. c
		11. c	11. d		11. c		11. d	35. d	11. a
		12. a	12. c		12. b		12. c	36. b	12. d
		13. a	13. c		13. c		13. d		13. c
		14. d	14. a		14. d		14. a		14. b
		15. c	15. b		15. b		15. a		15. b
		16. d	16. c		16. a		16. a		
		17. c	17. a		17. a		17. b		
		18. c	18. a		18. a		18. d		
		19. b	19. c		19. a		19. b		
		20. d	20. b		20. b		20. a		
		21. d	21. a		21. c		21. c		
		22. d	22. a		22. c		22. d		
		23. a	23. c		23. a		23. a		
		24. c	24. b		24. d		24. a		

Bibliografía

BAENA, G. (1991). *Redacción práctica.* México: Edimex.

COHEN, S. (2004). *Redacción sin dolor.* México: Planeta.

ESCALANTE, B. (2003). *Curso de redacción para escritores y periodistas.* México: Porrúa.

La Revista (2004). México (semana del 12 al 18 de abril).

MATEOS, A. (2004). *Ejercicios ortográficos* (54a. ed.). México: Esfinge.

Muy interesante (2004). (XXI) (5).

PAYNO M. (2003). *Los bandidos del Río Frío.* México: Editores Mexicanos Unidos.

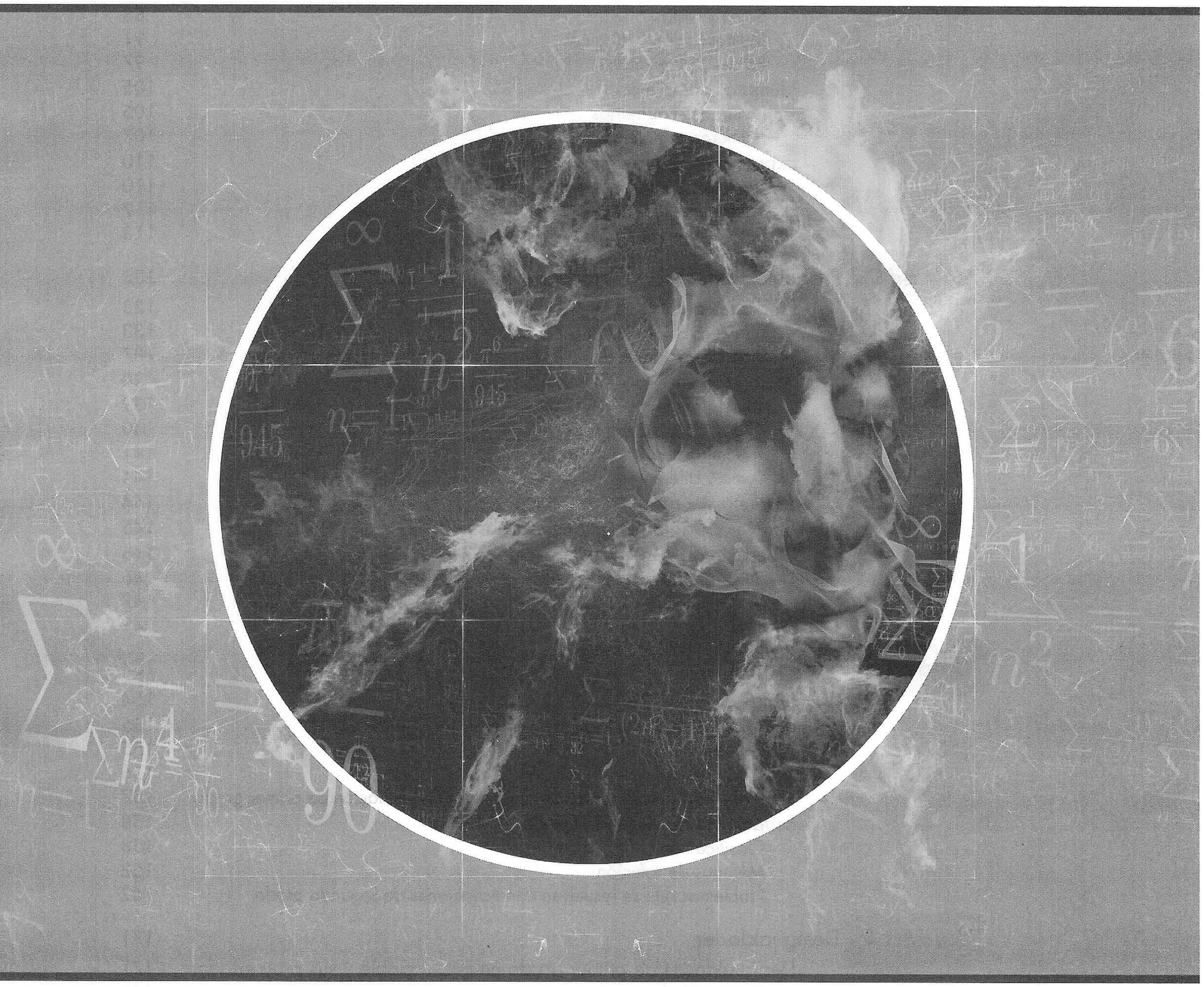
PILI, G. S. (1983). *Curso superior de sintaxis española.* Barcelona: Vox.

RUFINELLI, J. (2001). *Comprensión de la lectura.* México: Trillas.

Universidad Nacional Autónoma de México (2018). *Guía para preparar el examen de selección para ingresar a la licenciatura.* México: UNAM.

ZACUALA, F. *et al.* (1998). *Lectura y redacción de textos.* Bachillerato. México: Santillana.

MATEMÁTICAS



La matemática es la ciencia del orden y la medida,
de bellas cadenas de razonamiento, todos sencillos y fáciles.

René Descartes

Contenido

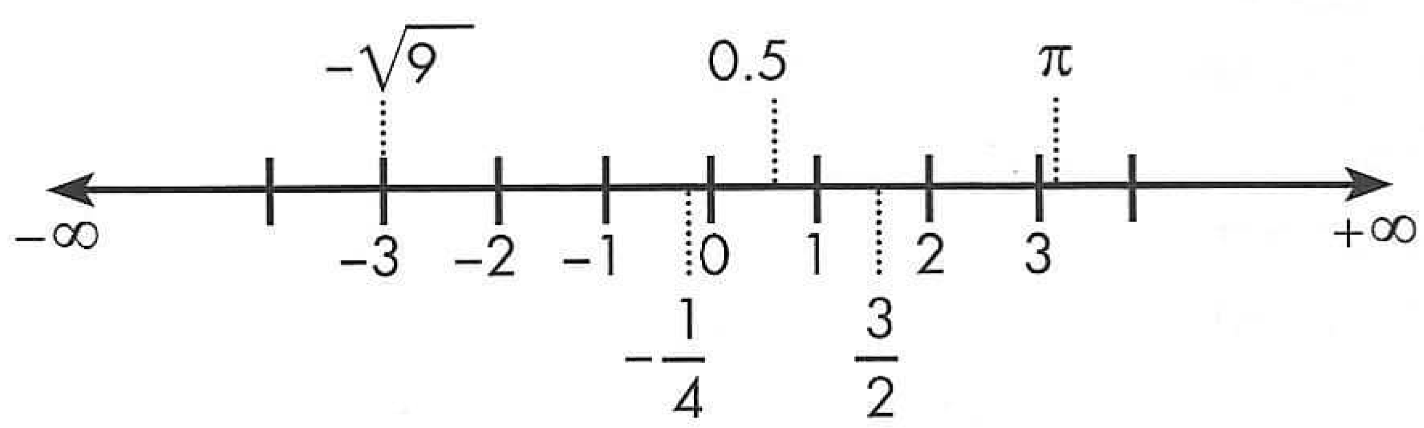
MATEMÁTICAS

Objetivo: el estudiante resolverá operaciones aritméticas y algebraicas, y las aplicará en problemas diversos.

Números reales (R)

Son todos aquellos que se representan en la recta numérica.

Ejemplos



Clasificación de los números reales

- Complejos
  - Reales
    - Racionales
      - Enteros
        - Naturales
          - Primos
          - Compuestos
        - Cero
        - Negativos
    - Irracionales
  - Imaginarios

Naturales (N)

Son aquellos números que se utilizan para contar y el conjunto es:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Números primos

Son números que tienen únicamente dos divisores, la unidad y el propio número:

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \ldots\}$$

Números compuestos

Son números que tienen más de dos divisores:

$$\{4, 6, 8, 9, 10, 12, \ldots\}$$

➤ Enteros (Z)

El conjunto se conforma de números positivos, negativos y el cero:

$$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$$

➤ Racionales (Q)

Son de la forma $\frac{p}{q}$ con $p, q \in Z$ y $q \neq 0$ y se les conoce como fracciones comunes.

Ejemplos

$$\frac{4}{5}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, -2, 3, 1.\bar{3}, \sqrt{4}, \sqrt[3]{8}$$

Las fracciones comunes se clasifican en fracción propia y fracción impropia.

- **Fracción propia.** Su valor es menor que la unidad:

$$\frac{2}{5}, \frac{12}{17}, \frac{4}{7}, \frac{1}{3}$$

- **Fracción impropia.** Su valor es mayor o igual a la unidad:

$$\frac{8}{3}, \frac{12}{7}, \frac{6}{5}, \frac{4}{4}$$

➤ Irracionales (Q')

Son todos aquellos números en los que su parte decimal se conforma de una serie infinita de dígitos, pero no existe periodo.

Ejemplos

$$\pi, \sqrt{2}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

➤ Números reales

Los postulados de orden para los números reales son:

Tricotomía

Si $a, b \in R$, entonces al comparar estos números, sólo puede ocurrir uno de los tres casos siguientes:

$$a > b, \quad a < b \quad \text{o} \quad a = b$$

Transitivo

Establece la comparación entre tres números de la siguiente manera:

$$\text{Sean } a, b \text{ y } c \in R, \text{ si } a > b \text{ y } b > c \text{ entonces } a > c$$

Aditivo

Dados dos números reales que cumplen con la propiedad de tricotomía, si se suma otro número real a los dos primeros se conserva la propiedad:

$$\text{Sean } a, b \text{ y } c \in R, \text{ si } a > b \text{ entonces } a + c > b + c$$

Multiplicativo

Dados dos números reales que cumplen con la propiedad de tricotomía, si se multiplica por otro número positivo a los dos primeros se conserva la propiedad:

Sean a, b y $c \in R$, si $a > b$ entonces $ac > bc$ (con $c > 0$) y $ac < bc$ (con $c < 0$)

➤ Propiedades de los números reales

Sean a, b y $c \in R$, entonces se verifican las siguientes propiedades.

Propiedad	Adición	Multiplicación
Cerradura	$a + b \in R$	$a \cdot b \in R$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Distributiva	$a(b + c) = ab + ac$	
Neutro	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Inverso	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = 1$

▼ Suma y resta

➤ Con números enteros

Los números enteros con signos iguales se suman y se coloca el signo de los sumandos.

Ejemplos

1) $-3 - 4 = -7$ 2) $4 + 3 + 9 = 16$ 3) $-5 - 2 - 11 = -18$

Los números con signos diferentes se restan y se escribe el resultado con el signo del número mayor en valor absoluto.

Ejemplos

1) $-10 + 7 = -3$ 2) $-9 + 15 = 6$ 3) $-4 + 12 - 9 = -13 + 12 = -1$

4) $13 + 15 - 21 + 7 - 32 = 35 - 53 = -18$

Signos de agrupación

Son los que agrupan o delimitan operaciones entre números y son representados por los siguientes símbolos:

Paréntesis ( ) Llaves { }

Corchetes [ ] Vínculo $\overline{\quad}$

Operaciones con signos de agrupación

Para la eliminación de un signo de agrupación se multiplica por el número o signo que le antecede, en caso de que existan varios signos de agrupación se procede a eliminar de adentro hacia afuera.

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar la expresión $-(-2+5)$ se obtiene:

a) -3 b) 3 c) 7 d) -7

Solución:
Se multiplican los elementos dentro del paréntesis por el signo que le antecede:

$$-(-2+5) = 2-5 = -3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de simplificar $-3+\left[4-\overline{5-3}\right]$ es:

a) 1 b) 5 c) -5 d) -1

Solución:

$$-3+\left[4-\overline{5-3}\right] = -3+\left[4-(5-3)\right] = -3+\left[4-5+3\right] = -3+4-5+3 = -8+7 = -1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La simplificación de $-3+\{4-2\,[6-3+4(5-7)]+3\}$ es:

a) -18 b) 14 c) -14 d) 18

Solución:

$$\begin{aligned}-3+\{4-2\,[6-3+4(5-7)]+3\} &= -3+\{4-2\,[6-3+20-28]+3\} =\\ &= -3+\{4-12+6-40+56+3\}\\ &= -3+4-12+6-40+56+3\\ &= 69-55 = 14\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

4. Al simplificar la expresión $2-\{-3+5-[\,4-6+(3-8)-(2-4)]-2\}$, se obtiene:

a) 1 b) -1 c) -3 d) 3

Solución:

$$\begin{aligned}2-\{-3+5-[4-6+(3-8)-(2-4)]-2\} &= 2-\{-3+5-[\,4-6+3-8-2+4]-2\}\\ &= 2-\{-3+5-4+6-3+8+2-4-2\}\\ &= 2+3-5+4-6+3-8-2+4+2\\ &= 18-21 = -3\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 5 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

➤ Con números racionales

Máximo común divisor (MCD)

Es el mayor de los divisores que es común a dos o más números.

Ejemplo

Obtener el MCD de 36, 30 y 18.

Solución:
Los números se descomponen en factores primos hasta que no tengan un divisor primo en común:

36	30	18	2
18	15	9	3
6	5	3	

El máximo común divisor se obtiene al multiplicar los números primos de la derecha:

$$\text{MCD}(36, 30, 18) = 2 \times 3 = 6$$

Mínimo común múltiplo (mcm)
Es el menor de los múltiplos que es común a dos o más números.

Ejemplo

Obtener el mcm de 36, 12 y 15.

Solución:
Los números se descomponen simultáneamente en sus factores primos hasta que el cociente de cada uno de ellos sea la unidad:

36	12	15	2
18	6	15	2
9	3	15	3
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	

El mínimo común múltiplo se obtiene al multiplicar los números primos de la derecha:

$$\text{mcm}(36, 12, 15) = 180$$

Fracciones comunes con denominadores iguales
Los numeradores se suman o se restan y se escribe el denominador en común.

Ejemplos

1) $\frac{2}{7}+\frac{8}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+8+3}{7}=\frac{13}{7}=1\frac{6}{7}$ 2) $\frac{5}{3}+\frac{7}{3}-\frac{10}{3}=\frac{5+7-10}{3}=\frac{2}{3}$ 3) $\frac{11}{4}-\frac{7}{4}=\frac{11-7}{4}=\frac{4}{4}=1$

Fracciones comunes con denominadores diferentes
El común denominador o mínimo común múltiplo se obtiene de los denominadores, se divide por cada uno de los denominadores y el resultado se multiplica por su respectivo numerador, los números que se obtienen se suman o se restan, según sea el caso.

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\frac{3}{4}+\frac{5}{2}-\frac{7}{8}$ es:

a) $\frac{15}{14}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{19}{8}$

Solución:
Se obtiene el mínimo común múltiplo (común denominador) de entre los denominadores:

4	2	8	2
2	1	4	2
1	1	2	2
1	1	1	

mcm = 2 × 2 × 2 = 8

Por tanto, $\frac{3}{4}+\frac{5}{2}-\frac{7}{8}=\frac{3(2)+5(4)-7(1)}{8}=\frac{6+20-7}{8}=\frac{19}{8}$ y la opción correcta es el inciso d.

2. El resultado de $2-\frac{5}{6}-\frac{2}{5}$ es:

a) $\frac{23}{30}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{15}{11}$ d) -1

Solución:
Se realiza la operación:

$$2-\frac{5}{6}-\frac{2}{5}=\frac{2}{1}-\frac{5}{6}-\frac{2}{5}=\frac{2(30)-5(5)-2(6)}{30}=\frac{60-25-12}{30}=\frac{60-37}{30}=\frac{23}{30}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Multiplicación y división

Con números enteros

Leyes de los signos

Multiplicación

$(+)(+) = +$ $(-)(-) = +$ $(+)(-) = -$ $(-)(+) = -$

División

$\frac{+}{+} = +$ $\frac{-}{-} = +$ $\frac{+}{-} = -$ $\frac{-}{+} = -$

Ejemplos

1) $(-3)(4) = -12$

2) $(-5)(-7) = 35$

3) $(-2)(-6)(-7) = -84$

4) $\frac{-76}{19} = -4$

5) $\frac{(-3)(12)}{-4} = \frac{-36}{-4} = 9$

6) $\frac{(-7)(6)(-15)}{(14)(-9)} = \frac{630}{-126} = -5$

Con números racionales

Multiplicación

En la multiplicación de fracciones comunes se realiza el producto de numerador por numerador y denominador por denominador y se aplican leyes de los signos de la misma forma.

Ejemplos

1) $\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{2}{15}\right)=\frac{(5)(2)}{(6)(15)}=\frac{10}{90}=\frac{1}{9}$

2) $(-3)\left(\frac{7}{12}\right)=\left(-\frac{3}{1}\right)\left(\frac{7}{12}\right)=-\frac{21}{12}=-\frac{7}{4}$

3) $\left(2\frac{1}{4}\right)\left(\frac{10}{21}\right)=\left(\frac{9}{4}\right)\left(\frac{10}{21}\right)=\frac{(9)(10)}{(4)(21)}=\frac{90}{84}=\frac{15}{14}$

División

En la división de fracciones comunes se realiza un producto cruzado.

Ejemplos

1) $\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=\frac{(2)(5)}{(3)(4)}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

2) $3\div\frac{9}{7}=\frac{3}{1}\div\frac{9}{7}=\frac{(3)(7)}{(1)(9)}=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$

3) $2\frac{3}{5}\div1\frac{1}{2}=\frac{13}{5}\div\frac{3}{2}=\frac{(13)(2)}{(5)(3)}=\frac{26}{15}$

División vertical

En caso de ser una división vertical de fracciones se realiza el producto de los medios y el resultado será el denominador de la fracción resultante, se multiplican los extremos y el resultado será el numerador de la fracción resultante.

Ejemplos

1) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{9}}=\frac{(2)(9)}{(3)(5)}=\frac{18}{15}=\frac{6}{5}$

2) $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{7}{2}}=\frac{\frac{3}{1}}{\frac{7}{2}}=\frac{6}{7}$

3) $\frac{\frac{4}{15}}{8}=\frac{\frac{4}{15}}{\frac{8}{1}}=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$

Fracciones complejas

Se llama *fracción compleja* aquella que está formada por operaciones subsecuentes entre fracciones.

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar la siguiente expresión $\frac{2+\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{3}}$, se obtiene:

a) 1 b) $\frac{7}{5}$ c) 3 d) $\frac{5}{7}$

Solución:

Se identifican las operaciones secundarias, las cuales serán las primeras en ser resueltas:

$$\frac{2+\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{2}{1}+\frac{1}{3}}{\frac{2}{1}-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{6+1}{3}}{\frac{6-1}{3}}=\frac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{(3)(7)}{(3)(5)}=\frac{7}{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La simplificación de $\left(1+\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}\right)\left(1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}\right)$ es:

a) –1 b) 2 c) –2 d) 1

Solución:

$$\left(1+\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\right)\left(1-\frac{1}{1+\frac{1}{2}}\right)=\left(1+\frac{1}{\frac{2-1}{2}}\right)\left(1-\frac{1}{\frac{2+1}{2}}\right)=\left(1+\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)\left(1-\frac{1}{\frac{3}{2}}\right)=(1+2)\left(1-\frac{2}{3}\right)=(3)\left(\frac{1}{3}\right)=1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Al simplificar la expresión $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$, se obtiene:

a) 5 b) $\frac{1}{5}$ c) $-\frac{1}{5}$ d) –5

Solución:

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{3+2}{6}}{\frac{3-2}{6}}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}}=\frac{(6)(5)}{(6)(1)}=\frac{30}{6}=5$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Problemas de aplicación

1. Para construir una barda se necesitan 300 ladrillos. Si cada hora se colocó $\frac{1}{15}$ del total de ladrillos. ¿En cuántas horas se colocaron 225 ladrillos?

a) $10\frac{3}{4}$ h b) $11\frac{3}{4}$ h c) $11\frac{1}{4}$ h d) $10\frac{1}{4}$ h

Solución:

Se determina el número de ladrillos colocados cada hora:

$$\frac{1}{15}(300)=20 \text{ ladrillos}$$

Para determinar el número de horas para colocar 225 ladrillos esta cantidad se divide por los 20 ladrillos, entonces:

$$\frac{225}{20}=\frac{45}{4}=11\frac{1}{4}\text{ h}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Las dimensiones de un rectángulo son 12 × 20 cm, si el ancho se aumenta en su tercera parte y el largo en su cuarta parte. ¿Qué fracción representa el área inicial del área resultante?

a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{3}$ d) $\frac{3}{5}$

Solución:
Se determinan las dimensiones del nuevo rectángulo:

El ancho se aumenta en su tercera parte: $12+\frac{1}{3}(12)=12+4=16$ cm

El largo se aumenta en su cuarta parte: $20+\frac{1}{4}(20)=20+5=25$ cm

Las dimensiones del nuevo rectángulo son: 16×25 cm y su área es de 400 cm^2
El área del rectángulo con dimensiones 12×20 cm es de 240 cm^2

La fracción que representa el área inicial del área resultante es: $\frac{240}{400}=\frac{24}{40}=\frac{3}{5}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Un contenedor de agua de 500 litros está lleno hasta un cuarto de su capacidad total. Si se agregan al contenedor 300 litros. ¿Qué parte del total de agua del contenedor se debe agregar para llenarlo?

a) $\frac{3}{20}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{4}$

Solución:
Se determinan los litros que tiene el contenedor, si está lleno hasta un cuarto de su capacidad total, entonces:

$$\frac{1}{4}(500)=125\text{ L}$$

Luego, se agregan 300 L, por tanto, tendrá 425 L
Para que el contenedor se llene le faltan 75 L, y esta cantidad en fracción representa:

$$\frac{75}{500}=\frac{15}{100}=\frac{3}{20}\text{ del total}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✎ Resuelve los reactivos 6 a 18 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

➤ Razones y proporciones

Razón

Es el cociente de dos cantidades, al numerador se le llama *antecedente* y al denominador *consecuente.*

Ejemplo

En la razón $\frac{2}{3}$ o 2 : 3, el número 2 se llama *antecedente* y el número 3 *consecuente.*

Proporción

Se le denomina *proporción* a la igualdad de dos razones:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \qquad \text{o} \qquad a:b::c:d$$

Se lee: *a* es a *b*, como *c* es a *d*.

Términos de una proporción

En la proporción $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, *a* y *d* reciben el nombre de *extremos, b* y *c medios.*

Ejemplos de reactivos

1. El valor de x en la proporción $\frac{x}{3}=\frac{12}{4}$ es:

a) 9 b) 8 c) 11 d) 12

Solución:
En toda proporción el valor de un extremo equivale al producto de los medios dividido por el extremo restante.

$$\frac{x}{3}=\frac{12}{4} \quad \rightarrow \quad x=\frac{(3)(12)}{4}=\frac{36}{4}=9$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El valor de y en la proporción $\frac{7}{y}=\frac{10}{2}$ es:

a) 35 b) $\frac{7}{5}$ c) $\frac{5}{7}$ d) $\frac{1}{35}$

Solución:
En toda proporción el valor de un medio equivale al producto de los extremos dividido por el medio restante.

$$\frac{7}{y}=\frac{10}{2} \quad \rightarrow \quad y=\frac{(7)(2)}{10}=\frac{14}{10}=\frac{7}{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. El valor de m en la proporción $\frac{14}{4}=\frac{21}{m}$ es:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

Solución:

$$\frac{14}{4}=\frac{21}{m} \quad \rightarrow \quad m=\frac{4(21)}{(14)}=\frac{84}{14}=\frac{42}{7}=6$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Proporción directa o regla de tres directa
Una proporción es directa si al aumentar o disminuir una de las cantidades, la otra también aumenta o disminuye en la misma proporción:

Definición
Si m es a n como c es a d, entonces $\frac{m}{n}=\frac{c}{d}$

Ejemplos de reactivos

1. Se compran 25 dulces con $12.00. ¿Cuántos dulces se pueden comprar con $36.00?

a) 12.5 b) 50 c) 75 d) 100

Solución:
La proporción es directa, ya que con más dinero se compra un mayor número de dulces.
Se establece la proporción: 25 dulces es a \$12.00 como x es a \$36.00, entonces,

$$\frac{25}{12}=\frac{x}{36} \quad \rightarrow \quad x=\frac{(25)(36)}{12}=\frac{900}{12}=75$$

Por tanto, se pueden comprar 75 dulces y la opción correcta es el inciso c.

2. Un comerciante vende un artículo en \$112 y gana 40% sobre el costo del artículo. ¿Cuál es el costo de dicho artículo?

a) \$80.00 b) \$78.40 c) \$70.00 d) \$33.60

Solución:
Sea x el costo del artículo que representa el 100% y \$112.00 el 140%, entonces:

$$\frac{x}{100}=\frac{112}{140} \quad \rightarrow \quad x=\frac{(112)(100)}{140}=\frac{11\,200}{140}=\$80.00$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Proporción inversa o regla de tres inversa
Una proporción es inversa si al aumentar una de las cantidades, la otra disminuye en la misma proporción y viceversa:

Definición
Si m es a n, como c es a d, entonces $m \cdot n = c \cdot d$.

Ejemplo de reactivo

Un automóvil viaja a razón de $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ y tarda 3 horas en ir de una ciudad a otra. ¿A qué velocidad debe regresar para cubrir dicha distancia en 2 h?

a) $30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ b) $45\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ c) $120\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ d) $90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Solución:
La proporción es inversa, ya que a mayor velocidad menos tiempo tardará en recorrer cierta distancia.
Se establece la proporción: $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ es a 3 horas como x es a 2 h, entonces:

$$(60)(3)=2x \quad \rightarrow \quad x=\frac{(60)(3)}{2}=\frac{180}{2}=90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 19 a 26 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Raíces y potencias

Potencia

Es la representación del producto de una base por sí misma, cierto número de veces.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \quad \rightarrow \quad n \text{ veces}$$

Donde, a = base y n = exponente.

Ejemplos

1) $(3)^4 = (3)(3)(3)(3) = 81$

2) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{8}{343}$

3) $(-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = -125$

4) $-2^5 = -(2)(2)(2)(2)(2) = -32$

Leyes de los exponentes

1) $a^0 = 1$ con $a \neq 0$

2) $a^1 = a$

3) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

5) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

6) $(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$

7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

8) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

9) $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

10) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

11) $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

Ejemplos

1. El resultado de $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^2}$ es:

a) 2^4 b) 2^5 c) 2^3 d) 2^6

Solución:

$$\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^2} = \frac{2^{3+5}}{2^2} = \frac{2^8}{2^2} = 2^{8-2} = 2^6$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Al simplificar la expresión $\left(\frac{3^4}{3^7}\right)^{\frac{1}{3}}$ se obtiene:

a) -3 b) $\frac{1}{3}$ c) 3 d) $-\frac{1}{3}$

Solución:

$$\left(\frac{3^4}{3^7}\right)^{\frac{1}{3}} = (3^{4-7})^{\frac{1}{3}} = (3^{-3})^{\frac{1}{3}} = 3^{(-3)\left(\frac{1}{3}\right)} = 3^{\frac{-3}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Al simplificar la expresión $\sqrt[3]{5^{-12}}$ se obtiene:

a) 5^4 b) $\frac{1}{5^3}$ c) $\frac{1}{5^4}$ d) 5^{-3}

Solución:

$$\sqrt[3]{5^{-12}} = 5^{\frac{-12}{3}} = 5^{-4} = \frac{1}{5^4}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

4. La expresión $\left(\frac{2^m}{2^{-3}}\right)^2$ es equivalente a:

a) 2^{2m+6} b) 2^{2m-6} c) 2^{m^2-9} d) 2^{m+5}

Solución:

$$\left(\frac{2^m}{2^{-3}}\right)^2 = (2^{m-(-3)})^2 = (2^{m+3})^2 = 2^{(m+3)(2)} = 2^{2m+6}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

5. Una expresión equivalente a $\sqrt[3]{4^{-2}\cdot 4^7}$ es:

a) $4^{\frac{3}{5}}$ b) $4^{\frac{10}{6}}$ c) $4^{-\frac{5}{3}}$ d) $4^{-\frac{3}{5}}$

Solución:

$$\sqrt[3]{4^{-2}\cdot 4^7} = \sqrt[3]{4^{-2+7}} = \sqrt[3]{4^5} = 4^{\frac{5}{3}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b: $4^{\frac{10}{6}}$, que al simplificar el exponente se obtiene $4^{\frac{5}{3}}$.

Resuelve los reactivos 27 a 32 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Radicación

Operación que permite encontrar un número que, multiplicado por sí mismo, tantas veces como lo indica el índice, da como resultado el radicando.

$$\text{Radical: } \sqrt[n]{a} = b \text{ si y sólo si } a = b^n$$

Donde a: radicando n: índice

Ejemplos

1) $\sqrt{81} = \pm 9$ 2) $\sqrt[3]{27} = 3$ 3) $\sqrt[4]{625} = \pm 5$ 4) $\sqrt[5]{-32} = -2$

Simplificación de radicales

Dado un radical de la forma $\sqrt[n]{a}$ expresarlo en su forma más sencilla.

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar $\sqrt{8}$ se obtiene:

a) $2\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{2}$

Solución:
Se descompone el radicando 8 en sus factores primos:

8	2
4	2
2	2
1	

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

Por tanto, $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, la opción correcta es el inciso a.

2. Una expresión equivalente a $\sqrt[3]{54}$ es:

a) $2\sqrt[3]{3}$ b) $3\sqrt[3]{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{2}$

Solución:
Se descompone 54 en sus factores primos:

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$$

Por consiguiente, $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 3\sqrt[3]{2}$ y la opción correcta es el inciso b.

3. Al simplificar $\sqrt[3]{128}$ se obtiene:

a) $4\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{4}$ c) $4\sqrt[3]{2}$ d) $2\sqrt[3]{4}$

Solución:
Se descompone el radicando en sus factores primos:

$$128 = 2^7$$

Luego

$$\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{2^7} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[3]{2} = 2^2 \cdot \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

4. Una expresión equivalente a $\frac{1}{3}\sqrt{18}$ es:

a) $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ b) $\sqrt{6}$ c) 3 d) $\sqrt{2}$

Solución:

$$\frac{1}{3}\sqrt{18} = \frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 2} = \frac{1}{3}\sqrt{3^2}\sqrt{2} = \frac{1}{3}(3)\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 33 a 36 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Suma y resta de radicales

Para sumar o restar radicales deben tener el mismo índice y el mismo radicando:

$$a\sqrt[n]{d} + b\sqrt[n]{d} - c\sqrt[n]{d} = (a + b - c)\sqrt[n]{d}$$

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ es:

a) $\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{3}$

Solución:
En la operación el índice y el radicando coinciden, entonces:

$$2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=(2+5-3)\sqrt{3}=4\sqrt{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. El resultado de $\sqrt{18}-\sqrt{50}+\sqrt{98}$ es:

a) $\sqrt{66}$ b) $15\sqrt{2}$ c) $9\sqrt{2}$ d) $5\sqrt{2}$

Solución:
Para resolver la operación se realiza una simplificación de radicales, porque los radicandos no son los mismos, entonces:

$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\cdot 2}=\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ $\sqrt{50}=\sqrt{5^2\cdot 2}=\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ $\sqrt{98}=\sqrt{7^2\cdot 2}=\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

Entonces

$$\sqrt{18}-\sqrt{50}+\sqrt{98}=3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+7\sqrt{2}=(3-5+7)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 37 a 40 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Propiedades de los radicales

1) $\sqrt[n]{a^n}=a$
3) $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$
5) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[nm]{a}$
7) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}}=\sqrt[nm]{\dfrac{a^m}{b^n}}$
2) $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$
4) $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[nm]{a^m\cdot b^n}$
6) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar la expresión $\sqrt[3]{5^6}$ se obtiene:

a) 5^2 b) 5^{-2} c) 5^3 d) 5^{-3}

Solución:

Al aplicar $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$ se obtiene $\sqrt[3]{5^6}=5^{\frac{6}{3}}=5^2$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Al simplificar $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$ se obtiene:

a) $\sqrt[6]{2}$ b) $\sqrt[3]{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) 2

Solución:

Al aplicar $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

$$\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[(2)(3)]{64} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Una expresión equivalente a $\sqrt[6]{5^3}$ es:

a) $\sqrt{5}$ b) 5^2 c) $\sqrt[3]{5}$ d) 5^3

Solución:

Al aplicar $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$, se obtiene:

$$\sqrt[6]{5^3} = 5^{\frac{3}{6}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Multiplicación de radicales

Con índices iguales

Se aplica la siguiente propiedad:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

Ejemplos de reactivos

1. Al realizar la multiplicación $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$ se obtiene:

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[4]{5}$ c) $\sqrt{6}$ d) $\sqrt[4]{6}$

Solución:

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{(3)(2)} = \sqrt{6}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Al realizar la multiplicación $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$ se obtiene:

a) 2 b) $\sqrt[9]{8}$ c) $\sqrt{8}$ d) 4

Solución:

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{(4)(2)} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Con índices diferentes

Se aplica la siguiente propiedad:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m \cdot b^n}$$

Ejemplos de reactivos

1. La simplificación de la multiplicación $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{5}$ es:

a) $\sqrt[6]{20}$ b) $\sqrt[3]{20}$ c) $\sqrt[5]{20}$ d) $\sqrt[6]{2000}$

Solución:

Los índices de las raíces son diferentes, por consiguiente, se aplica $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m \cdot b^n}$, entonces:

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{5} = \sqrt[(3)(2)]{4^2 \cdot 5^3} = \sqrt[6]{16 \cdot 125} = \sqrt[6]{2000}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Una expresión equivalente a $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2}$ es:

a) $4^{\frac{1}{8}}$ b) $4^{\frac{1}{4}}$ c) $2^{\frac{3}{4}}$ d) $2^{\frac{1}{8}}$

Solución:

Se convierten los radicales a un índice común y se multiplican los radicandos:

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[4]{2 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^3} = 2^{\frac{3}{4}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 41 a 44 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

División de radicales

Con índices iguales

Se aplica la siguiente propiedad: $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ es:

a) $\sqrt{3}$ b) 5 c) 3 d) $\sqrt{5}$

Solución:

$$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{15}{3}} = \sqrt{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El resultado de la división $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{2}}$ es:

a) $2\sqrt[3]{3}$ b) $3\sqrt[3]{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{2}$

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{48}{2}} = \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Con índices diferentes

Se aplica la siguiente propiedad: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[nm]{\frac{a^m}{b^n}}$

Ejemplos de reactivos

1. Una expresión equivalente a $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$ es:

a) $\sqrt[6]{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[3]{2}$ d) 1

Solución:

Los índices de las raíces son diferentes, por tanto, se aplica $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[nm]{\frac{a^m}{b^n}}$, entonces

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{\frac{2^3}{2^2}} = \sqrt[6]{\frac{8}{4}} = \sqrt[6]{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{3}}$ es:

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[4]{3}$ c) $\sqrt[8]{3}$ d) $\sqrt[3]{3}$

Solución:

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[8]{\frac{3^4}{3^2}} = \sqrt[8]{3^{4-2}} = \sqrt[8]{3^2} = 3^{\frac{2}{8}} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 45 a 47 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Racionalización

Racionalizar es representar una fracción que contenga una raíz en el denominador, en otra fracción equivalente, cuyo denominador sea un número racional.

Racionalización de un denominador monomio

Dada una fracción de la forma $\frac{c}{\sqrt[n]{a^m}}$ su racionalización se efectúa al multiplicar por el término $\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}$

Ejemplos de reactivos

1. Al racionalizar la expresión $\frac{1}{\sqrt{2}}$ se obtiene:

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

Solución:

Para racionalizar la fracción $\frac{1}{\sqrt{2}}$ se multiplica por $\sqrt{2}$ tanto numerador como denominador.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Al racionalizar la expresión $\frac{6}{\sqrt{3}}$, se obtiene:

a) $\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{3}$

Solución:

La fracción se multiplica por $\sqrt{3}$ tanto numerador como denominador.

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Al racionalizar la expresión $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$, se obtiene:

a) $2\sqrt[3]{4}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt[3]{2}$

Solución:

La fracción se multiplica por $\sqrt[3]{2^2}$ tanto numerador como denominador.

$$\frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{4\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{4\sqrt[3]{4}}{2} = 2\sqrt[3]{4}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Racionalización de un denominador binomio

Para racionalizar una fracción con denominador binomio se multiplica y divide por su conjugado.

Conjugado de un binomio

Dado el binomio $(a + b)$ su conjugado es el binomio $(a - b)$ y viceversa, el producto de dos binomios conjugados da como resultado una diferencia de cuadrados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplos

1. Al racionalizar la expresión $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$, se obtiene:

a) $3-\sqrt{2}$ b) $\frac{3-\sqrt{2}}{7}$ c) $\frac{3-\sqrt{2}}{4}$ d) $\frac{3-\sqrt{2}}{5}$

Solución:
Se multiplica tanto denominador como numerador por $3-\sqrt{2}$, entonces:

$$\frac{1}{3+\sqrt{2}}=\frac{1}{3+\sqrt{2}}\cdot\frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=\frac{3-\sqrt{2}}{(3)^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{3-\sqrt{2}}{9-2}=\frac{3-\sqrt{2}}{7}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Al racionalizar la expresión $\frac{2}{4-\sqrt{5}}$, se obtiene:

a) $\frac{8+\sqrt{10}}{11}$ b) $\frac{10\sqrt{5}}{11}$ c) $\frac{8+2\sqrt{5}}{11}$ d) $\frac{8+\sqrt{5}}{11}$

Solución:
Se multiplica tanto numerador como denominador por $4+\sqrt{5}$, entonces,

$$\frac{2}{4-\sqrt{5}}=\frac{2}{4-\sqrt{5}}\cdot\frac{4+\sqrt{5}}{4+\sqrt{5}}=\frac{2(4+\sqrt{5})}{(4)^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{2(4+\sqrt{5})}{16-5}=\frac{2(4+\sqrt{5})}{11}=\frac{8+2\sqrt{5}}{11}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Una expresión equivalente a $\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}$ es:

a) $\sqrt{8}-\sqrt{5}$ b) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ c) $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{3}$ d) $\frac{3}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}$

Solución:

$$\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}=\frac{3(\sqrt{8}-\sqrt{5})}{(\sqrt{8})^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{3(\sqrt{8}-\sqrt{5})}{8-5}=\frac{3(\sqrt{8}-\sqrt{5})}{3}=\sqrt{8}-\sqrt{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Números complejos

Números imaginarios

La unidad imaginaria se define como:

$$i=\sqrt{-1}$$

Ejemplos

1) $\sqrt{-81}=\sqrt{(81)(-1)}=\sqrt{81}\sqrt{-1}=9\sqrt{-1}=9i$

2) $\sqrt{-4}=\sqrt{(4)(-1)}=\sqrt{4}\sqrt{-1}=2i$

3) $\sqrt{-27}=\sqrt{(27)(-1)}=\sqrt{27}\sqrt{-1}=\sqrt{(9)(3)}\sqrt{-1}=3\sqrt{3}i$

4) $\sqrt{-\frac{64}{9}}=\sqrt{\left(\frac{64}{9}\right)(-1)}=\sqrt{\frac{64}{9}}\sqrt{-1}=\frac{8}{3}i$

➤ Suma y resta de números imaginarios

Se aplica la siguiente propiedad:

$$ai+bi-ci=(a+b-c)i$$

Ejemplos

1. El resultado de simplificar $4i-7i+6i$ es:

a) $9i$ b) $3i$ c) $-3i$ d) $-9i$

Solución:

$$4i-7i+6i=(4-7+6)i=3i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Al simplificar $5i+\frac{1}{2}i-i$, se obtiene:

a) $\frac{5}{2}i$ b) $\frac{8}{2}i$ c) $\frac{10}{2}i$ d) $\frac{9}{2}i$

Solución:

$$5i+\frac{1}{2}i-i=(5+\frac{1}{2}-1)i=\left(\frac{5}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{1}\right)i=\frac{10+1-2}{2}i=\frac{9}{2}i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La simplificación de la expresión $\sqrt{-20}-4\sqrt{5}i-\sqrt{-45}$ es:

a) $\sqrt{-60}$ b) $5\sqrt{5}i$ c) $-5\sqrt{5}i$ d) $\sqrt{5}i$

Solución:

$$\sqrt{-20}-4\sqrt{5}i-\sqrt{-45}=\sqrt{20}i-4\sqrt{5}i-\sqrt{45}i=\sqrt{4(5)}i-4\sqrt{5}i-\sqrt{9(5)}i=2\sqrt{5}i-4\sqrt{5}i-3\sqrt{5}i$$

$$=(2\sqrt{5}-4\sqrt{5}-3\sqrt{5})i$$

$$=-5\sqrt{5}i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Potencias de i

Son los resultados de elevar i a una potencia n.

$$i^1=i,\quad i^2=-1,\quad i^3=-i,\quad i^4=1,\ldots$$

A partir de i^5, los resultados anteriores se repiten en el mismo orden.

▼ Números complejos

Un número complejo es de la forma $a + bi$, con $a, b \in R$.

Donde:

a: parte real $\qquad$ b: parte imaginaria $\qquad$ $i = \sqrt{-1}$

Los números complejos se representan de dos formas:

1) $z = a + bi$ forma rectangular $\qquad$ 2) $z = (a, b)$ forma cartesiana

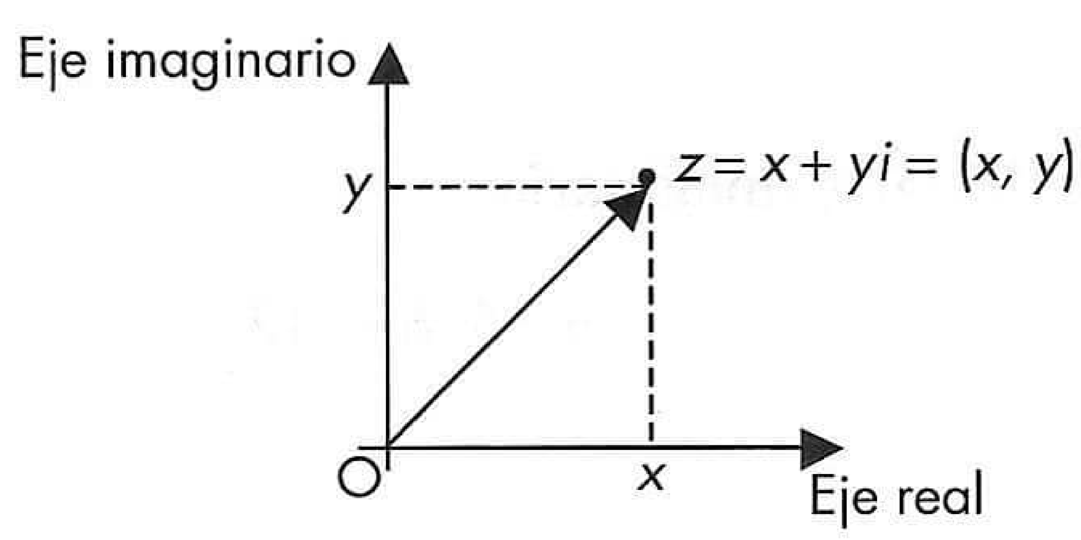
Ejemplos

Forma rectangular	Forma cartesiana
$z_1 = 6 - 8i$	$z_1 = (6, -8)$
$z_2 = 4 + 5i$	$z_2 = (4, 5)$
$z_3 = -3$	$z_3 = (-3, 0)$
$z_4 = 7i$	$z_4 = (0, 7)$
$z_5 = \frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$	$z_5 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}\right)$

➤ Gráfica de un número complejo

Un *número complejo* se grafica en un sistema de ejes coordenados, donde al eje horizontal se le denomina *eje real*, y al eje vertical, *eje imaginario*.

Sea el número complejo $z = x + yi$, la gráfica de éste se representa en la figura:

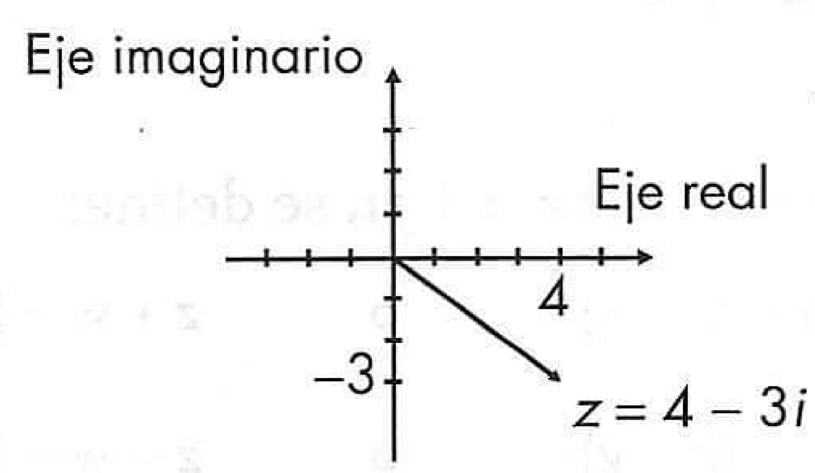


Ejemplos

1. Trazar la gráfica de $z = 4 - 3i$.

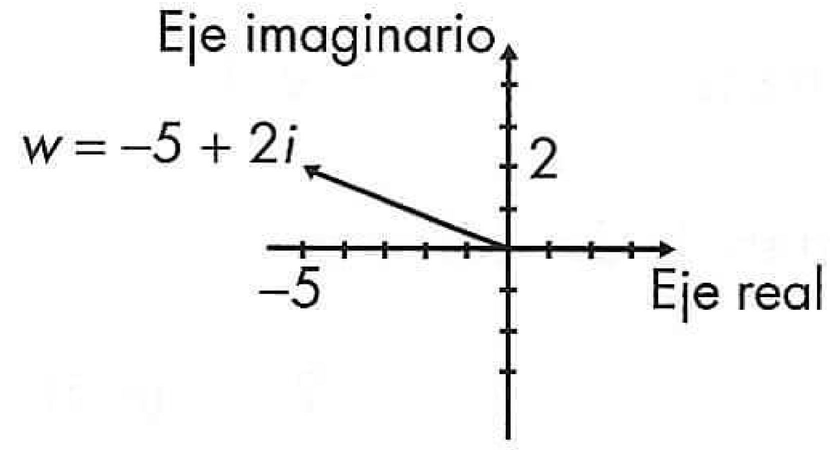
Solución:

Se transforma a su forma cartesiana $z = (4, -3)$, se grafica el punto en el sistema:



2. Trazar la gráfica de $w = -5 + 2i$.

Solución:
Se transforma a su forma cartesiana $w = (-5, 2)$, se grafica el punto en el sistema:



➤ Magnitud de un número complejo

Sea $z = a + bi$ un número complejo, la magnitud de un número complejo es la longitud del segmento de recta formado por el origen del sistema y el punto que resulta de transformar a forma cartesiana y se define por:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ con } a\text{: parte real, } b\text{: parte imaginaria}$$

A la magnitud de un número complejo también se le llama *módulo* o *valor absoluto.*

Ejemplo

La magnitud de $z = 5 - 12i$ es:

a) $\sqrt{13}$ b) 13 c) $\sqrt{119}$ d) $\sqrt{17}$

Solución:
Se determinan la parte real y la parte imaginaria:

$$a = 5, \; b = -12$$

Se obtiene la magnitud de z:

$$|z| = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Operaciones de números complejos

Suma y resta

Dados los números complejos $z = a + bi$ y $w = x + yi$, se define:

a) $z + w = (a + bi) + (x + yi) = (a + x) + (b + y)i$ o $z + w = (a + x, b + y)$

b) $z - w = (a + bi) - (x + yi) = (a - x) + (b - y)i$ o $z - w = (a - x, b - y)$

Ejemplos de reactivos

1. Si $z = 4 + 2i$ y $w = -5 + 3i$, el resultado de $(z + w)$ es:

a) $-1 + 5i$ b) $1 - 5i$ c) $-1 - 5i$ d) $1 + 5i$

Solución:

$$z + w = (4 + 2i) + (-5 + 3i) = (4 - 5) + (2 + 3)i = -1 + 5i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de $(2, 5) + (-4, -3)$ es:

a) $(-6, 2)$ b) $(-2, -2)$ c) $(6, -2)$ d) $(-2, 2)$

Solución:

$$(2, 5) + (-4, -3) = (2 - 4, 5 - 3) = (-2, 2)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Si $z = -1 + 4i$ y $w = 7 - 6i$, el resultado de $(z - w)$ es:

a) $8 + 10i$ b) $-8 + 10i$ c) $8 - 10i$ d) $-8 - 10i$

Solución:

$$z - w = (-1 + 4i) - (7 - 6i) = [-1 - 7] + [4 - (-6)]i = (-1 - 7) + (4 + 6)i = -8 + 10i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Conjugado de un número complejo

Dado el número complejo $z = a + bi$, el conjugado de z se denota por $\bar{z}$, con $\bar{z} = a - bi$.

Ejemplos

Número complejo	**Conjugado**
$z = 4 + 3i$	$\bar{z} = 4 - 3i$
$z_1 = -2 - 5i$	$\bar{z}_1 = -2 + 5i$
$z_2 = 6$	$\bar{z}_2 = 6$
$z_3 = 7i$	$\bar{z}_3 = -7i$

Multiplicación de números complejos

Dados los números complejos $z = a + bi$ y $w = x + yi$, se define:

$$z \cdot w = (a + bi)(x + yi) = (ax - by) + (ay + bx)i$$

Ejemplos de reactivos

1. El producto de $z = 2 + 3i$ con $w = -1 + 4i$ es:

a) $-14 + 5i$ b) $14 - 5i$ c) $14 + 5i$ d) $-14 - 5i$

Solución:
Se aplica la definición:

$$z \cdot w = (2 + 3i)(-1 + 4i) = [(2)(-1) - (3)(4)] + [(2)(4) + (3)(-1)]\, i = -14 + 5i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de $(5 - i)(4 + 2i)$ es:

a) $20 - 2i$ b) $-20 + 2i$ c) $22 + 6i$ d) $-22 + 6i$

Solución:
Se aplica la definición:

$$(5 - i)(4 + 2i) = [(5)(4) - (-1)(2)] + [(5)(2) + (-1)(4)]\, i = 22 + 6i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

División de números complejos
Dados los números complejos $z = a + bi$ y $w = x + yi$, se define:

$$\frac{z}{w} = \frac{a+bi}{x+yi} = \frac{a+bi}{x+yi} \cdot \frac{x-yi}{x-yi} = \frac{ax+by}{x^2+y^2} + \frac{bx-ay}{x^2+y^2}\, i$$

Ejemplo de reactivo

Si $z = 2 - 4i$ y $w = -4 + 3i$, el resultado de $\frac{z}{w}$ es:

a) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$ b) $-\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$ c) $-\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$ d) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$

Solución:
Al aplicar la definición:

$$\frac{z}{w} = \frac{2-4i}{-4+3i} = \frac{(2)(-4)+(-4)(3)}{(-4)^2+(3)^2} + \frac{(-4)(-4)-(2)(3)}{(-4)^2+(3)^2}\, i = \frac{-20}{25} + \frac{10}{25}i = -\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 48 a 58 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Expresiones algebraicas

▼ Término algebraico

Expresión utilizada para generalizar una cantidad, se le conoce como *monomio* y sus elementos son: coeficiente, base(s) y exponente(s).

Ejemplos

Término	Coeficiente	Base(s)	Exponente(s)
$-4x^2y^3$	-4	x, y	2, 3
mn	1	m, n	1, 1
$-\frac{2}{3}(x+y)^2$	$-\frac{2}{3}$	$(x+y)$	2

➤ Lenguaje algebraico

Expresa oraciones de lenguaje común en términos algebraicos.

Ejemplos

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El doble de un número cualquiera.	$2x$
La diferencia de dos números cualquiera.	$x-y$
El cubo de la suma de dos números cualquiera.	$(x+y)^3$
La suma de los cubos de dos números cualesquiera.	a^3+b^3
Cinco terceras partes de un número, aumentado en siete cuartos es igual a cinco.	$\frac{5}{3}x+\frac{7}{4}=5$
Carlos tiene *x* dinero, Valeria tiene la tercera parte de lo de Carlos, Mariana la cuarta parte del duplo de lo de Carlos, la suma de lo que tienen los 3 es igual a 90.	$x+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}(2x)=90$

✎ Resuelve los reactivos 59 a 64 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

➤ Términos semejantes

Son términos algebraicos que tienen las mismas bases afectadas por los mismos exponentes.

Ejemplos

Son términos semejantes

1) $3x^2$ con $-2x^2$ 2) $\frac{1}{2}x^3y$ con $5x^3y$ 3) $6(x+y)^2$ con $\frac{2}{3}(x+y)^2$ 4) $\frac{5x}{4y}$ con $\frac{2x}{y}$

No son términos semejantes

1) $3x^2y$ con $4xy^2$ 2) $4x^3$ con $5x$

Reducción de términos semejantes

Se suman o se restan los coeficientes de los términos semejantes y no se alteran los exponentes de las bases.

Ejemplos

1) $4x-9x=(4-9)\,x=-5x$

2) $-3mn+7mn-2mn=(-3+7-2)\,mn=2mn$

3) $\frac{1}{2}a^2b^3-\frac{2}{3}a^2b^3+\frac{5}{6}a^2b^3=\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)a^2b^3=\frac{3-4+5}{6}a^2b^3=\frac{4}{6}a^2b^3=\frac{2}{3}a^2b^3$

✎ Resuelve los reactivos 65 a 67 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

▼ Valor numérico

Dada una expresión algebraica su *valor numérico* es aquel que se obtiene al sustituir las literales o bases por un valor determinado y simplificar las operaciones indicadas.

Ejemplos de reactivos

1. Si $x = 2$, $y = -3$, el valor numérico de $3x^2y$ es:

a) 27 b) −36 c) 36 d) −27

Solución:
Se sustituyen los valores de las literales en la expresión algebraica:

$$3x^2y = 3(2)^2(-3) = 3(4)(-3) = -36$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. ¿Cuál es el valor de y con $x = 1$ si $y = 8x^4 + 5x$, al simplificar la expresión algebraica?

a) 8 b) 11 c) 13 d) 15

Solución:
Se sustituye el valor de x en la expresión algebraica.

$$y = 8x^4 + 5x = 8(1)^4 + 5(1) = 8(1) + 5(1) = 8 + 5 = 13$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. El valor numérico de $3a^2b - 2ab + 4ab^2$, si $a = -4$ y $b = -1$ es:

a) 72 b) 56 c) −72 d) −56

Solución:
Al sustituir los valores en la expresión:

$$\begin{aligned}3a^2b - 2ab + 4ab^2 &= 3(-4)^2(-1) - 2(-4)(-1) + 4(-4)(-1)^2\\ &= 3(16)(-1) - 2(-4)(-1) + 4(-4)(1)\\ &= -48 - 8 - 16\\ &= -72\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

4. Si $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{3}$, $z = 2$, el valor numérico de $\sqrt{\frac{x+y}{y+z}}$ es:

a) 2 b) 1 c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2}$

Solución:

$$\sqrt{\frac{x+y}{y+z}}=\sqrt{\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+2}}=\sqrt{\frac{\frac{3+4}{12}}{\frac{1+6}{3}}}=\sqrt{\frac{\frac{7}{12}}{\frac{7}{3}}}=\sqrt{\frac{(3)(7)}{(12)(7)}}=\sqrt{\frac{3}{12}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 68 a 70 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

▼ Operaciones con polinomios

Un *polinomio* es la suma o diferencia de varios monomios o términos algebraicos.

➤ Suma

Los términos semejantes entre los polinomios se reducen.

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de sumar $3x + 2y - 9$ con $-7x - 9y + 5$ es:

a) $-4x - 7y - 4$ b) $4x - 7y - 4$ c) $4x + 7y + 4$ d) $4x - 7y + 4$

Solución:

$$3x + 2y - 9 - 7x - 9y + 5 = 3x - 7x + 2y - 9y - 9 + 5 = -4x - 7y - 4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Al realizar la siguiente operación $(5x^2 - 4xy + 7y^2) + (-9x^2 - 6y^2 + 8xy)$, se obtiene:

a) $-4x^2 - 4xy + y^2$ b) $-4x^2 + 4xy - y^2$ c) $4x^2 - 4xy - y^2$ d) $-4x^2 + 4xy + y^2$

Solución:

$$(5x^2 - 4xy + 7y^2) + (-9x^2 - 6y^2 + 8xy) = 5x^2 - 4xy + 7y^2 - 9x^2 - 6y^2 + 8xy = -4x^2 + 4xy + y^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

➤ Resta

Se identifica el minuendo y el sustraendo para establecer la operación.

Minuendo – Sustraendo = Resta

Ejemplos de reactivos

1. Al restar $-2x - y + 5z$ de $5x + 6y - 7z$, se obtiene:

a) $-7x + 7y - 12z$ b) $7x + 7y - 12z$ c) $7x - 7y - 12z$ d) $7x + 7y + 12z$

Solución:

Se establece la operación:

$$(5x + 6y - 7z) - (-2x - y + 5z) = 5x + 6y - 7z + 2x + y - 5z = 7x + 7y - 12z$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. De $7x^2 + 3xy - 4y^2$ restar $-x^2 + 2xy$

a) $8x^2 - xy - 4y^2$ b) $-8x^2 + xy - 4y^2$ c) $8x^2 + xy - 4y^2$ d) $8x^2 - xy + 4y^2$

Solución:

Se realiza la operación:

$$(7x^2 + 3xy - 4y^2) - (-x^2 + 2xy) = 7x^2 + 3xy - 4y^2 + x^2 - 2xy = 8x^2 + xy - 4y^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Al realizar la operación $(m^2 + 7mn - 5n^2) - (-2m^2 + 5mn - 3n^2)$, se obtiene:

a) $3m^2 - 2mn - 2n^2$ b) $3m^2 + 2mn + 2n^2$ c) $-3m^2 + 2mn - 2n^2$ d) $3m^2 + 2mn - 2n^2$

Solución:

$$(m^2 + 7mn - 5n^2) - (-2m^2 + 5mn - 3n^2) = m^2 + 7mn - 5n^2 + 2m^2 - 5mn + 3n^2 = 3m^2 + 2mn - 2n^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 71 a 76 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

➤ Signos de agrupación

Los signos de agrupación son:

( ): paréntesis [ ]: corchetes { }: llaves —— : vínculo

Para suprimir un signo de agrupación se multiplica por el signo o número que le anteceda.

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar la expresión algebraica $-5x - [-4(6x - 5) - (11 - x)]$, se obtiene:

a) $-9x + 18$ b) $18x - 9$ c) $28x - 31$ d) $-9x - 35$

Solución:

$$\begin{aligned}-5x - [-4(6x - 5) - (11 - x)] &= -5x - [-24x + 20 - 11 + x]\\ &= -5x + 24x - 20 + 11 - x\\ &= -5x + 24x - x - 20 + 11\\ &= 18x - 9\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La simplificación de $3a + \{-a + 2b - 2[a - 3(b - a)] + 3b\}$ es:

a) $-6a + 11b$ b) $6a - 11b$ c) $5ab$ d) $-5ab$

Solución:

$$\begin{aligned} 3a + \{-a + 2b - 2[a - 3(b - a)] + 3b\} &= 3a + \{-a + 2b - 2[a - 3b + 3a] + 3b\} \\ &= 3a + \{-a + 2b - 2a + 6b - 6a + 3b\} \\ &= 3a - a + 2b - 2a + 6b - 6a + 3b \\ &= -6a + 11b \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. Al simplificar la expresión $-3(a - b) + 5b - \{2a + b + [a - 3b - (2b - a) + 5b] - a\}$, se obtiene:

a) $6a - 7b$ b) $-13ab$ c) $13ab$ d) $-6a + 7b$

Solución:

$$\begin{aligned} -3(a - b) + 5b - \{2a + b + [a - 3b - (2b - a) + 5b] - a\} &= \\ &= -3a + 3b + 5b - \{2a + b + [a - 3b - 2b + a + 5b] - a\} \\ &= -3a + 3b + 5b - \{2a + b + a - 3b - 2b + a + 5b - a\} \\ &= -3a + 3b + 5b - 2a - b - a + 3b + 2b - a - 5b + a \\ &= -6a + 7b \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 77 a 80 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Multiplicación

Regla de los signos

$(+)(+) = +$ $(-)(-) = +$ $(+)(-) = -$ $(-)(+) = -$

Ley de los exponentes

Cuando se multiplican bases iguales, la base permanece y los exponentes se suman.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Monomio por monomio

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $(-4x^2y^3)(-2x^4y^5)$ es:

a) $8x^6y^8$ b) $-8x^6y^8$ c) $6x^6y^8$ d) $-6x^6y^8$

Solución:

$$(-4x^2y^3)(-2x^4y^5) = 8x^{2+4}\, y^{3+5} = 8x^6y^8$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de $(3a^{-3}b^2)(-5a^2b)(a^5b^{-2}c)$

a) $-15a^4b$ b) $15a^4bc$ c) $15a^6b^2$ d) $-15a^4bc$

Solución:

$$(3a^{-3}b^2)(-5a^2b)(a^5b^{-2}c) = -15a^{-3+2+5}\,b^{2+1-2}\,c = -15a^4bc$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Monomio por polinomio

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $(2x^2 + 3x - 5)(3x^2)$ es:

a) $6x^4 + 9x^3 - 15x^2$ b) $6x^4 - 9x^3 - 15x^2$ c) $6x^4 + 9x^3 + 15x^2$ d) $-6x^4 + 9x^3 - 15x^2$

Solución:

$$(2x^2 + 3x - 5)(3x^2) = (2x^2)(3x^2) + (3x)(3x^2) - (5)(3x^2) = 6x^4 + 9x^3 - 15x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de $(3a^2b^3c + 7ab^2c^2 - 2a^4b^2)(-4a^3b^5c^2)$ es:

a) $12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$ b) $-12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$

c) $-12a^5b^8c^3 + 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$ d) $-12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 - 8a^7b^7c^2$

Solución:

$$(3a^2b^3c + 7ab^2c^2 - 2a^4b^2)(-4a^3b^5c^2) = -12a^{2+3}\,b^{3+5}\,c^{1+2} - 28a^{1+3}\,b^{2+5}\,c^{2+2} + 8a^{4+3}\,b^{2+5}\,c^2$$
$$= -12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Polinomio por polinomio

Se multiplica cada uno de los elementos del primer polinomio por cada uno de los elementos del segundo polinomio y los resultados se simplifican.

Ejemplos

1) $(3x^2 - 4x + 5)(3x - 7) = 3x^2(3x - 7) - 4x(3x - 7) + 5(3x - 7) = 9x^3 - 21x^2 - 12x^2 + 28x + 15x - 35$
$= 9x^3 - 33x^2 + 43x - 35$

2) $(m^2 - mn + n^2)(m + n) = m^2(m + n) - mn(m + n) + n^2(m + n) = m^3 + m^2n - m^2n - mn^2 + mn^2 + n^3$
$= m^3 + n^3$

Resuelve los reactivos 81 a 88 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

➤ División

Regla de los signos

$$\frac{+}{+} = + \qquad \frac{+}{-} = - \qquad \frac{-}{+} = - \qquad \frac{-}{-} = +$$

Ley de los exponentes

Si se dividen bases iguales, la base permanece y al exponente del numerador se le resta el exponente del denominador.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \quad a^0 = 1 \text{ para todo } a \neq 0$$

Monomio entre monomio

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\dfrac{-18x^3y^5z^2}{9x^2y^3z^2}$ es:

a) $2xy^2z$ b) $-2xy^2z$ c) $-2xy^2$ d) $-2x^2y$

Solución:

$$\frac{-18x^3y^5z^2}{9x^2y^3z^2} = -2x^{3-2}y^{5-3}z^{2-2} = -2xy^2z^0 = -2xy^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. El resultado de $\dfrac{-24a^6b^4}{-4a^3b^{-2}}$ es:

a) $8a^3b^6$ b) $6a^3b^2$ c) $6a^3b^6$ d) $8a^3b^2$

Solución:

$$\frac{-24a^6b^4}{-4a^3b^{-2}} = 6a^{6-3}b^{4-(-2)} = 6a^{6-3}b^{4+2} = 6a^3b^6$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Polinomio entre monomio

Cada uno de los elementos del polinomio se divide por el monomio.

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\dfrac{15x^4y^5 - 10x^3y^6}{-5x^2y^2}$ es:

a) $-3x^2y^3 + 2xy^4$ b) $3x^2y^3 + 2xy^4$ c) $-3x^2y^3 - 2xy^4$ d) $-3x^3y^2 + 2x^4y$

Solución:

$$\frac{15x^4y^5-10x^3y^6}{-5x^2y^2}=\frac{15x^4y^5}{-5x^2y^2}-\frac{10x^3y^6}{-5x^2y^2}=-3x^{4-2}y^{5-2}+2x^{3-2}y^{6-2}=-3x^2y^3+2xy^4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de $\dfrac{21a^5b^{-2}+14a^2b^3-7ab}{7ab}$ es:

Solución:

$$\frac{21a^5b^{-2}+14a^2b^3-7ab}{7ab}=\frac{21a^5b^{-2}}{7ab}+\frac{14a^2b^3}{7ab}-\frac{7ab}{7ab}=3a^4b^{-3}+2ab^2-1$$

Pasos para efectuar la división de polinomio entre polinomio

Paso I: Se ordena el divisor y dividendo en forma decreciente con respecto a una literal y si falta algún grado se deja el espacio.

Paso II: Se divide el término de mayor grado del dividendo entre el término de mayor grado del divisor (se dividen coeficientes y se restan exponentes).

Paso III: El monomio que resulta de la operación anterior forma parte del cociente, éste multiplica a cada uno de los términos del divisor y al resultado se le cambia de signo y se coloca debajo del dividendo en el lugar correcto, buscando su término semejante para después sumar. A este resultado se le conoce como Resto o Residuo.

Paso IV: Se continúa con los pasos anteriores hasta que el grado del resto o residuo sea menor que el grado del divisor.

$$\begin{array}{r|l} & \text{Cociente} \\ \hline \text{Divisor} & \text{Dividendo} \\ & \quad\text{Residuo} \end{array}$$

Ejemplos de reactivos

1. El cociente de $\dfrac{x^2+11x+28}{x+4}$ es:

a) $x-7$ b) $x+7$ c) $-x+7$ d) $-x-7$

Solución:
Se ordenan el dividendo y el divisor y se realiza la división:

$$\begin{array}{r|l} & x+7 \quad \longleftarrow \text{Cociente} \\ \hline x+4 & x^2+11x+28 \\ & \underline{-x^2-4x} \\ & \qquad 7x+28 \\ & \qquad \underline{-7x-28} \\ & \qquad\qquad 0 \end{array}$$

El cociente es $(x+7)$, por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El residuo que se obtiene al dividir $2a^3 + 3a^2 - 5a + 7$ por $a^2 - a + 1$ es:

a) $2a - 2$ b) $2a + 2$ c) $-2a + 2$ d) $-2a - 2$

Solución:
Se realiza la división mediante la caja divisora:

$$\begin{array}{r|l} & 2a+5 \\ \hline a^2-a+1 & 2a^3+3a^2-5a+7 \\ & \underline{-2a^3+2a^2-2a} \\ & \quad 5a^2-7a+7 \\ & \quad \underline{-5a^2+5a-5} \\ & \qquad -2a+2 \leftarrow \text{Residuo} \end{array}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 89 a 98 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Raíces y potencias

Potencias
La simplificación de estas operaciones se basa en las leyes de los exponentes.

Leyes de los exponentes

1) $a^0 = 1$ con $a \neq 0$

2) $a^1 = a$

3) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

5) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

6) $(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$

7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

8) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

9) $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

10) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

11) $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar la expresión $\frac{a^5 \cdot a^4}{a^7}$, se obtiene:

a) a^3 b) a^2 c) a^{-2} d) a^{-3}

Solución:

$$\frac{a^5 \cdot a^4}{a^7} = \frac{a^{5+4}}{a^7} = \frac{a^9}{a^7} = a^{9-7} = a^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La simplificación de $\left(\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}\right)^6$ es:

a) x b) x^6 c) x^5 d) x^3

Solución:
Se expresan las raíces como un exponente racional y se realizan las respectivas operaciones con los exponentes:

$$\left(\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}\right)^6=\left(x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}\right)^6=x^{\frac{6}{2}}\cdot x^{\frac{6}{3}}=x^3\cdot x^2=x^5$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Una expresión equivalente a $\left(\dfrac{x^m\cdot x^n}{x^{2n}}\right)^m$ es:

a) x^{2m-mn} b) x^{m-n} c) x^{m^2-n} d) x^{m^2-mn}

Solución:

$$\left(\frac{x^m\cdot x^n}{x^{2n}}\right)^m=\left(\frac{x^{m+n}}{x^{2n}}\right)^m=(x^{m+n-2n})^m=(x^{m-n})^m=x^{m(m-n)}=x^{m^2-mn}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. Al simplificar la expresión $\left(\dfrac{-27a^4b^5c^2}{9a^4b^3c}\right)^2$, se obtiene:

a) $9b^4c^2$ b) $-9b^4c^2$ c) $9b^2c^4$ d) $-9b^2c^4$

Solución:

$$\left(\frac{-27a^4b^5c^2}{9a^4b^3c}\right)^2=\left(-3b^2c\right)^2=9b^4c^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

5. Una expresión equivalente a $\dfrac{(2a+b)^5(2a+b)^{-1}}{(2a+b)^3}$

a) $(2a+b)^2$ b) $(2a+b)^3$ c) $(2a+b)^4$ d) $2a+b$

Solución:
La base es el binomio $(2a+b)$, entonces

$$\frac{(2a+b)^5(2a+b)^{-1}}{(2a+b)^3}=\frac{(2a+b)^{5-1}}{(2a+b)^3}=\frac{(2a+b)^4}{(2a+b)^3}=(2a+b)^{4-3}=(2a+b)^1=2a+b$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 99 a 105 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Simplificación de radicales

Dado un radical de la forma $\sqrt[n]{a}$ expresarlo en su forma más sencilla.

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar el radical $\sqrt{4x^2y^4}$, se obtiene:

a) $2x^2y$ b) $4xy^2$ c) $2xy^2$ d) $-4xy^2$

Solución:

El radicando 4 se representa como una potencia y se aplica la propiedad: $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

$$\sqrt{4x^2y^4} = \sqrt{2^2x^2y^4} = 2^{\frac{2}{2}}x^{\frac{2}{2}}y^{\frac{4}{2}} = 2xy^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Al simplificar el radical $\sqrt[3]{27a^6b^9}$, se obtiene:

a) $-3a^2b^3$ b) $3a^3b^2$ c) $-3a^3b^2$ d) $3a^2b^3$

Solución:

$$\sqrt[3]{27a^6b^9} = \sqrt[3]{3^3a^6b^9} = 3^{\frac{3}{3}}a^{\frac{6}{3}}b^{\frac{9}{3}} = 3^1a^2b^3 = 3a^2b^3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 106 a 113 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Operaciones con radicales

Suma y resta de radicales

$$a\sqrt[n]{d} + b\sqrt[n]{d} - c\sqrt[n]{d} = (a+b-c)\sqrt[n]{d}$$

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar la expresión $\sqrt{3x} + 4\sqrt{3x} - 3\sqrt{3x}$ se obtiene:

a) $4\sqrt{3x}$ b) $3\sqrt{3x}$ c) $2\sqrt{3x}$ d) $\sqrt{3x}$

Solución:

$$\sqrt{3x} + 4\sqrt{3x} - 3\sqrt{3x} = (1+4-3)\sqrt{3x} = 2\sqrt{3x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La simplificación de la expresión $\sqrt{8x^2}+\sqrt{18x^2}-\sqrt{98x^2}$ es:

a) $-2\sqrt{2}x$ b) $-\sqrt{2}x$ c) $2\sqrt{2}x$ d) $-2x$

Solución:
Se simplifica cada uno de los radicales de la expresión:

$$\sqrt{8x^2}=\sqrt{2^2\cdot 2\cdot x^2}=2\sqrt{2}x \quad ; \quad \sqrt{18x^2}=\sqrt{3^2\cdot 2\cdot x^2}=3\sqrt{2}x \quad ; \quad \sqrt{98x^2}=\sqrt{7^2\cdot 2\cdot x^2}=7\sqrt{2}x$$

Por consiguiente,

$$\sqrt{8x^2}+\sqrt{18x^2}-\sqrt{98x^2}=2\sqrt{2}x+3\sqrt{2}x-7\sqrt{2}x=(2+3-7)\sqrt{2}x=-2\sqrt{2}x$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Multiplicación
Para realizar el producto de radicales se utilizan las siguientes propiedades:

Con índices iguales	**Con índices diferentes**
$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$	$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[nm]{a^m\cdot b^n}$

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{x}$ es:

a) x b) x^3 c) x^4 d) x^2

Solución:
Los índices de los radicales son iguales, entonces,

$$\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{x}=\sqrt{x^3\cdot x}=\sqrt{x^4}=x^{\frac{4}{2}}=x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El producto de $\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{x^7}$ es:

a) x^2 b) x^3 c) x^4 d) x

Solución:

$$\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{x^7}=\sqrt[3]{x^2\cdot x^7}=\sqrt[3]{x^9}=x^{\frac{9}{3}}=x^3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Una expresión equivalente a $\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}$ es:

a) $x^{\frac{1}{6}}$ b) $x^{\frac{5}{6}}$ c) $x^{\frac{1}{2}}$ d) $x^{\frac{1}{3}}$

Solución:
Los índices de los radicales son diferentes, se aplica la propiedad: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[nm]{a^m\cdot b^n}$

$$\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}=\sqrt[(2)(3)]{x^3\cdot x^2}=\sqrt[6]{x^5}=x^{\frac{5}{6}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

4. El resultado de $\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}$ es:

a) $\sqrt[4]{x}$ b) $x\sqrt[4]{x^3}$ c) $x\sqrt[4]{x}$ d) $x\sqrt{x}$

Solución:

$$\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x} = \sqrt[4]{x^3 \cdot x^2} = \sqrt[4]{x^5} = \sqrt[4]{x^4 \cdot x} = x\sqrt[4]{x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

División

Para realizar la división de radicales se aplican las siguientes propiedades:

Con índice igual	**Con índice diferente**
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[nm]{\frac{a^m}{b^n}}$

Ejemplos de reactivos

1. Al realizar $\frac{\sqrt[3]{16x^7}}{\sqrt[3]{2x}}$, se obtiene:

a) x^2 b) $3x^2$ c) $4x^2$ d) $2x^2$

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{16x^7}}{\sqrt[3]{2x}} = \sqrt[3]{\frac{16x^7}{2x}} = \sqrt[3]{8x^6} = \sqrt[3]{2^3x^6} = 2^{\frac{3}{3}}x^{\frac{6}{3}} = 2x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El resultado de $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$ es:

a) $\sqrt[6]{x}$ b) $\sqrt{x}$ c) $\sqrt[6]{x^5}$ d) $\sqrt[3]{x^5}$

Solución:

Los índices de los radicales son diferentes, entonces,

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[6]{\frac{x^3}{x^2}} = \sqrt[6]{x^{3-2}} = \sqrt[6]{x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 114 a 117 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Cuál de las siguientes opciones es un número racional?

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{4}$ c) $\sqrt{5}$ d) π

2. ¿Cuál de los siguientes números es un número irracional?

a) $-\frac{3}{4}$ b) $0.\bar{3}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{9}$

3. Al simplificar la expresión $-3+\{4-[5-2]+1\}$, se obtiene:

a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

4. El resultado de simplificar $5-[3-\overline{8-7+1}+(4-3)]$ es:

a) -3 b) -2 c) 2 d) 3

5. El resultado de simplificar $10+\{6-(9-10)+5\}$ es:

a) 22 b) 0 c) 12 d) 14

6. El máximo común divisor (MCD) de 45 y 60 es:

a) 2700 b) 120 c) 60 d) 15

7. El mínimo común múltiplo (mcm) de 60 y 120 es:

a) 60 b) 120 c) 240 d) 7200

8. El mínimo común múltiplo (mcm) de 80 y 240 es:

a) 80 b) 160 c) 240 d) 3200

9. El máximo común divisor (MCD) de 100 y 140 es:

a) 20 b) 50 c) 70 d) 1400

10. El resultado de $3-\frac{2}{3}-\frac{7}{9}$ es:

a) $3\frac{1}{9}$ b) $2\frac{8}{9}$ c) $1\frac{5}{9}$ d) $1\frac{1}{3}$

11. La solución de $\frac{5}{6}-\frac{1}{2}+2-\frac{1}{3}$ es:

a) 3 b) 2 c) 1 d) $\frac{1}{3}$

12. El resultado de $\left(2\frac{1}{3}\right)\left(\frac{5}{7}\right)$ es:

a) $3\frac{4}{15}$ b) $2\frac{5}{21}$ c) $1\frac{2}{3}$ d) $1\frac{1}{5}$

13. El resultado de $\left(1\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{3}{4}\right)$ es:

a) 2 b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{9}{8}$ d) 1

14. Al simplificar la expresión $\left(\dfrac{3}{1-\dfrac{2}{5}}\right)\left(2-\dfrac{9}{5}\right)$, se obtiene:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 1 d) $\frac{5}{3}$

15. Al realizar $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{3}{10}\right)$, se obtiene:

a) $-\frac{1}{4}$ b) $-\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{5}$

16. Dos números están en razón $\frac{21}{25}$, si el menor de ellos es 126, determina el otro número.

a) 100 b) 115 c) 126 d) 150

17. Un estanque de 500 litros se encuentra a $\frac{3}{4}$ de su capacidad. Si se agregan 50 litros a dicho tanque, ¿a qué porcentaje de llenado se encuentra éste?

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{13}{20}$ d) $\frac{17}{20}$

18. Las dimensiones de un rectángulo son 15×20 cm. Si el ancho se aumenta en su quinta parte y el largo en su décima parte, ¿qué fracción representa el perímetro inicial del perímetro final?

a) $\frac{15}{16}$ b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

19. El valor de x en la proporción $\frac{x}{5}=\frac{21}{3}$ es:

a) 7 b) 15 c) 35 d) 105

20. El valor de m en la proporción $\frac{4}{m}=12$ es:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) 3 d) 48

21. El valor de w en la proporción $\frac{2}{w}=\frac{3}{8}$ es:

a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{16}{3}$ c) 24 d) 48

22. Elizabeth compró 6 metros de listón y pagó $42.00. ¿Cuánto pagará Elizabeth si desea comprar 11 metros?

a) $84.00 b) $77.00 c) $56.00 d) $49.00

23. Delia paga $1 680.00 por un televisor que se encuentra rebajado 20% sobre el costo marcado. ¿Cuál es el costo de dicho televisor?

a) $336.00 b) $1 344.00 c) $1 980.00 d) $2 100.00

24. El contenido de una bolsa de 20 kg de detergente se vierte en bolsas de 1 kg. ¿Cuántas bolsas de 250 g se podrán llenar con la misma cantidad de detergente?

a) 500 bolsas b) 125 bolsas c) 80 bolsas d) 50 bolsas

25. Un ciclista que viaja a una velocidad de 12 $\frac{km}{h}$ recorre una distancia en 40 minutos. ¿Qué distancia recorrerá en el mismo tiempo el ciclista, si su velocidad es de 18 $\frac{km}{h}$?

a) 8 km b) 10 km c) 12 km d) 16 km

26. Un trabajo de carpintería lo realizan 12 personas en 3 días. Si en la misma tarea trabajan 9 personas. ¿Cuántos días tardarán en realizarlo?

a) 2.25 días b) 4 días c) 16 días d) 36 días

27. El resultado de $\frac{5^{-2}\cdot 5^{4}}{5^{2}}$ es:

a) 5^{-6} b) 5^{-4} c) 1 d) 5^{2}

28. Al simplificar $\left(\frac{4^{-2}}{4^{-7}}\right)^{-\frac{1}{5}}$, se obtiene:

a) 4^{-10} b) $\frac{1}{4}$ c) -4 d) $\frac{1}{4^{-10}}$

29. Una expresión equivalente de $\sqrt[3]{3^{-2}3^{11}}$ es:

a) 27 b) 3^{2} c) 3^{-3} d) $3^{-\frac{13}{3}}$

30. El resultado de $\frac{3^{-2}\cdot 2^{4}}{3^{-3}\cdot 2^{3}}$ es:

a) 6^{2} b) 6 c) 216 d) 6^{3}

31. Al simplificar $2^{0}+\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^{2}-\frac{1}{8}\right\}+2$ se obtiene:

a) $\frac{55}{16}$ b) $\frac{55}{8}$ c) $\frac{7}{8}$ d) $\frac{13}{8}$

32. Al resolver $\frac{1}{3}-10\left\{3^{0}-\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right\}+\frac{3}{2}$ se obtiene:

a) $\frac{7}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{5}{3}$

33. Una expresión equivalente de $\sqrt[4]{48}$ es:

a) $16\sqrt[4]{3}$ b) $4\sqrt[4]{6}$ c) $3\sqrt[4]{2}$ d) $2\sqrt[4]{3}$

34. Al simplificar $2\sqrt[3]{54}$ se obtiene:

a) $\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $6\sqrt[3]{2}$ d) $6\sqrt{2}$

35. Una expresión equivalente a $\frac{1}{5}\sqrt{50}$ es:

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{10}$ d) $\sqrt{25}$

36. Una expresión equivalente a $\sqrt[3]{216}$ es:

a) $\sqrt{108}$ b) 6 c) $\sqrt{6}$ d) 108

37. El resultado de $2\sqrt{2}-\sqrt{27}+\sqrt{8}+3\sqrt{3}$ es:

a) $6\sqrt{2}-\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{2}$ c) $4\sqrt{2}+\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{2}+6\sqrt{3}$

38. Si se simplifica $\sqrt{75}+2\sqrt{12}-\sqrt{108}$, se obtiene:

a) $11\sqrt{3}$ b) $9\sqrt{3}$ c) $6\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{3}$

39. La simplificación de $2\sqrt{450}-3\sqrt{48}+2\sqrt{12}+\sqrt{50}$ es:

a) $4\sqrt{2}+12\sqrt{3}$ b) $35\sqrt{2}-8\sqrt{3}$ c) $35\sqrt{2}+8\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{2}-12\sqrt{3}$

40. El resultado de $\sqrt{20}-2\sqrt{12}+\sqrt{45}$ es:

a) $11\sqrt{5}-4\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{5}-4\sqrt{3}$ c) $11\sqrt{5}+4\sqrt{3}$ d) $5\sqrt{5}-\sqrt{3}$

41. Al efectuar $\left(\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{15}\right)$, se obtiene:

a) $\sqrt[4]{90}$ b) $\sqrt{21}$ c) $3\sqrt{10}$ d) $9\sqrt{10}$

42. La simplificación de $\left(\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}\right)$ es:

a) 25 b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{10}$ d) 5

43. Al resolver $\left(\sqrt[3]{9}\right)\left(\sqrt[3]{3}\right)$ se obtiene:

a) 27 b) 3 c) $\sqrt[3]{9}$ d) $\sqrt[3]{3}$

44. El resultado de $\left(2\sqrt{6}\right)\left(3\sqrt{2}\right)$ es:

a) $12\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{12}$ d) $3\sqrt{12}$

45. Al realizar $\dfrac{4\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{16}}$, se obtiene:

a) $6\sqrt[3]{2}$ b) 6 c) $\sqrt[3]{18}$ d) $\sqrt[3]{6}$

46. Una expresión equivalente de $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ es:

a) $\sqrt[4]{4}$ b) $\sqrt{2}$ c) 4 d) 2

47. Al simplificar $\dfrac{\sqrt[3]{162}}{\sqrt[3]{2}}$, se obtiene:

a) $2\sqrt{3}$ b) $3\sqrt[3]{3}$ c) $\sqrt[3]{3}$ d) $3\sqrt{2}$

2 Resuelve los siguientes reactivos:

48. Una expresión equivalente de $\sqrt{-16}$ es:

a) $2i$ b) $4i$ c) -4 d) -8

49. Al simplificar $\sqrt{-49}$, se obtiene :

a) 7 b) -7 c) $7i$ d) $7-i$

50. Si $z = 6 + 3i$ y $w = -3 - 7i$, al realizar $(z + w)$ se obtiene:

a) $3 - 4i$ b) $9 + 10i$ c) $18 - 21i$ d) $-3 + 4i$

51. Si $z = -1 - 2i$ y $w = 8 - i$, al realizar $(z + w)$ se obtiene:

a) $7 - 3i$ b) $7 - i$ c) $9 - 3i$ d) $-8 + i$

52. Dados los números $z = 11 + 2i$ y $w = 3 - 2i$, la operación $(z - w)$ es equivalente a:

a) $14 - i$ b) $8 + 4i$ c) $8 - 4i$ d) 14

53. El producto de $z = 5 - 2i$ y $w = 2 + i$ es:

a) $8 - i$ b) $10 - 2i$ c) $10 - i$ d) $12 + i$

54. Si $z = 6 - i$ y $w = 2 - i$, el resultado de $\frac{z}{w}$ es:

a) $\frac{11-4i}{5}$ b) $\frac{13+4i}{5}$ c) $\frac{12-8i}{3}$ d) $\frac{11+4i}{3}$

55. Al simplificar la expresión $(-6 + i) + (i^2 - 2i)$, se obtiene:

a) $-7 - i$ b) $7 + i$ c) $7 - i$ d) $-7 + i$

56. Al simplificar la expresión $(5 + 3i) + (i^4 - i^3)$, se obtiene:

a) $6 - 2i$ b) $6 + 2i$ c) $6 + 4i$ d) $6 - 4i$

57. El resultado de $i \cdot \frac{1-3i}{1+i}$ es:

a) $2 + i$ b) $2 - i$ c) $1 + 2i$ d) $1 - 2i$

58. El resultado de $\frac{1-i}{1+i} \cdot i$ es:

a) i b) $-i$ c) 1 d) -1

3 Resuelve los siguientes reactivos:

59. La expresión algebraica del enunciado "el doble de un número aumentado en 3 unidades" es:

a) $x^2 - 3$ b) $2x - 3$ c) $2x + 3$ d) $x^2 + 3$

60. Una forma de representar el enunciado "la semidiferencia de dos números cualesquiera" es:

a) $\frac{2}{x-y}$ b) $2(x - y)$ c) $\frac{x-y}{2}$ d) $(x - y)^2$

61. La expresión algebraica de "el cuadrado de la suma de dos números aumentado en 4 unidades" es:

a) $x^2 + y^2 + 4$ b) $(x + y)^2 + 4$ c) $(x + y + 4)^2$ d) $4(x + y)^2$

62. "El cuadrado de un número más la quinta parte de otro número". La expresión algebraica que representa el enunciado anterior es:

a) $2x + \frac{1}{5}y$ b) $4x + \frac{1}{5}y$ c) $x^2 + 5y$ d) $x^2 + \frac{1}{5}y$

63. "El cuadrado de la suma de dos números es igual al triple de uno de los números menos la quinta parte del otro". La expresión que representa dicho enunciado es:

a) $(a+b)^2 = 3a - 5b$ b) $(a+b)^2 = 3a - \frac{1}{5}b$ c) $a^2 + b^2 = 3a - \frac{1}{5}b$ d) $a + b = 3a - \frac{1}{5}b$

64. "La suma de los cuadrados de dos números multiplicada por su diferencia". La expresión matemática que representa el enunciado anterior es:

a) $(x + y)^2 (x - y)$ b) $(x^2 + y^2) (x + y)$ c) $(x^2 + y^2) (x - y)$ d) $(x^2 - y^2) (x + y)$

65. Al simplificar $10x - 8y - 12x + 3y - x + y$, se obtiene:

a) $3x - 4y$ b) $-3x - 4y$ c) $3x + 4y$ d) $-3x + 4y$

66. La simplificación de $12a - 8b - 20a - 3b - 2a - 5b$ es:

a) $10a - 8b$ b) $-10a + 16b$ c) $-10a - 16b$ d) $10a + 17b$

67. Al simplificar $\frac{1}{2}a^3b^2 - 2a^2b^3 - a^3b^2 - \frac{2}{3}a^2b^3$ se obtiene:

a) $-\frac{1}{2}a^3b^2 - \frac{8}{3}a^2b^3$ b) $-\frac{1}{2}a^6b^4 - \frac{8}{3}a^4b^6$ c) $-\frac{1}{2}a^3b^2 + \frac{8}{3}a^2b^3$ d) $-\frac{1}{2}a^6b^4 + \frac{8}{3}a^4b^6$

68. Si $x = -2$, $y = 3$, el valor numérico de $-7x^2y$, es:

a) 84 b) -84 c) -126 d) 126

69. Al evaluar $m = -2$, $n = -1$, en la expresión $2m^2 + 5mn + n^2$, se obtiene:

a) 19 b) 13 c) 7 d) -1

70. Utiliza la siguiente regla de correspondencia $y = 2x^2 - 5x - 7$ y completa la siguiente tabla.

x	−1	0	1
y	0		

a) $-10, 4$ b) $5, -7$ c) $-7, -10$ d) $10, -5$

71. El resultado de sumar $(2x^2 - 3x + 11)$ con $(-x^2 - 4x - 1)$ es:

a) $x^2 - 7x + 10$ b) $-x^2 - 7x + 10$ c) $-x^2 - x - 10$ d) $3x^2 + x + 12$

72. Al sumar $6a^4 - 10a^3 - 12a^2 - 6a + 3$ con $3a^4 - 2a^3 - 6a^2 + 6a - 7$ se obtiene:

a) $9a^4 - 12a^3 + 18a^2 + 4$ b) $9a^4 - 12a^3 - 18a^2 - 4$
c) $6a^4 - 12a^3 - 18a^2 - 4$ d) $6a^4 + 12a^3 + 18a^2 + 4$

73. Al restar $2x^3 - 7x^2 + 2x - 10$ de $9x^3 - 6x^2 - 2x - 6$ se obtiene:

a) $11x^3 - 13x^2 - 16$ b) $7x^3 + x^2 - 4x + 4$ c) $-7x^3 - x^2 + 4x - 4$ d) $11x^3 + 13x^2 - 16$

74. Al restar $(-w^2 - w + 14)$ de $(5w^2 + w - 11)$, se obtiene:

a) $4w^2 - 3$ b) $-4w^2 + 3$ c) $-6w^2 - 2w + 25$ d) $6w^2 + 2w - 25$

75. Al realizar $(8m^2 - mn + n^2) - (m^2 - 3mn + n^2)$, se obtiene:

a) $7m^2 - 4mn + 2n^2$ b) $7m^2 + 2mn$ c) $7m^2 - 4mn$ d) $9m^2 + 2mn - 2n^2$

76. De $2m^2 - 3m - 10$ restar $4m^2 + 10m - 4$

a) $-2m^2 - 13m - 6$ b) $2m^2 + 13m - 6$ c) $2m^2 - 13m + 6$ d) $-2m^2 - 13m$

77. La simplificación de $\left\{5x - (4x - 1) - \overline{2 - x} + 5 + 3x\right\}$ es:

a) $2x - 6$ b) $3x + 6$ c) $4x + 5$ d) $5x + 4$

78. Si se simplifica la expresión $4 - \left[5p - 7 - (8 - 2p)\right] + 11p - 5$, se obtiene:

a) $4p + 14$ b) $-4p + 1$ c) $8p + 14$ d) $18p - 16$

79. La simplificación de $4a - \left\{3b - (a - b) - (3a - b) - 2b + 3a\right\}$ es:

a) $-5a + 3b$ b) $5a + 3b$ c) $-5a - 3b$ d) $5a - 3b$

80. Si se simplifica la expresión $6p - [4 - 8p + (5p - 2) - 3]$, se obtiene:

a) $9p + 1$ b) $-9p + 1$ c) $8p + 1$ d) $8p - 1$

81. Al realizar el producto de $(-3x^2)$ por $(-2x^3)$, se obtiene:

a) $-6x^6$ b) $-5x^5$ c) $6x^5$ d) $5x^6$

82. Al resolver $\left(\frac{2}{3}x^2y\right)\left(-\frac{1}{4}xy\right)$ se obtiene:

a) $-\frac{1}{6}x^2y$ b) $\frac{1}{6}x^2y$ c) $-\frac{1}{6}x^3y^2$ d) $\frac{1}{6}x^3y^2$

83. El resultado de $(5a^3b)(3a^2b^5 - 6ab^4)$ es:

a) $15a^6b^5 - 30a^3b^4$ b) $15a^5b^6 - 30a^4b^5$ c) $8a^5b^6 - a^4b^5$ d) $8a^6b^5 - a^4b^5$

84. El resultado de $(-3mn)(m^2 - 2mn + 3n^2)$ es:

a) $-3m^3n + 6m^2n^2 - 9mn^3$ b) $-3m^2n + 6mn - 9mn^2$
c) $-3m^3n - 6m^2n^2 - 9mn^3$ d) $3m^3n - 6m^2n^2 + 9mn^3$

85. El producto de $(3x - 2)(2x - 3)$ es:

a) $6x^2 - 13x + 6$ b) $6x^2 + 13x + 6$ c) $6x^2 - 13x - 6$ d) $6x^2 + 5x + 6$

86. El resultado de $(3x^2 - 5x - 2)(2x - 5)$ es:

a) $6x^3 - 25x^2 + 21x + 10$ b) $6x^3 + 25x^2 - 21x - 10$
c) $6x^3 + 25x^2 + 21x - 10$ d) $6x^3 - 25x^2 - 21x - 10$

87. Al resolver $(3m^2 - 5m - 6)(2m^2 + 8m - 7)$ se obtiene:

a) $6m^4 + 14m^3 - 73m^2 - 13m + 42$ b) $6m^4 + 14m^3 + 73m^2 + 13m - 42$
c) $-6m^4 + 14m^3 - 73m^2 - 13m + 42$ d) $6m^4 - 14m^3 - 73m^2 + 13m + 42$

88. Al multiplicar $(4a^2 - 5ab - 7b^2)(4a - 6b)$ se obtiene:

a) $16a^3 + 44a^2b - 2ab^2 - 42b^3$ b) $16a^3 - 44a^2b - 2ab^2 + 42b^3$
c) $16a^3 - 44a^2b + 2ab^2 + 42b^3$ d) $16a^3 + 44a^2b + 2ab^2 + 42b^3$

89. El resultado del cociente $\frac{-30x^3y^3}{5xy^2}$ es:

a) $-6xy^2$ b) $-5x$ c) $-6x^2y$ d) $6x^4y^5$

90. Al simplificar $\frac{18x^5y^8z^4}{-9x^3y^5z^2}$ se obtiene:

a) $-9x^2y^3z^2$ b) $-2\,x^2y^3z^2$ c) $2x^2y^3z^2$ d) $9x^2y^3z^2$

91. Al simplificar $\frac{6a^4b^5c^2}{4a^3b^3c^2}$ se obtiene:

a) $-\frac{3}{2}a^7b^8$ b) $\frac{3}{2}a^7b^8$ c) $-\frac{3}{2}ab^2$ d) $\frac{3}{2}ab^2$

92. Al simplificar $\frac{20x^6y^5 - 12x^5y^4 - 8x^3y^3}{-2x^2y^3}$ se obtiene:

a) $10x^4y^2 + 6x^3y + 4x$ b) $10x^4y^2 - 6x^3y - 4x$ c) $10x^4y^2 - 6x^3y + 4x$ d) $-10x^4y^2 + 6x^3y + 4x$

93. Al dividir $12x^5y^4 - 18x^4y^6$ entre $-6x^2y^3$ se obtiene:

a) $-2x^3y + 3x^2y^3$ b) $2x^2 - 3x^2y^3$ c) $6x^2 - 12\,x^2y^3$ d) $-6x^2 - 12\,x^2y^3$

94. El resultado de $\frac{4x^3-16x^2+3x+18}{2x-3}$ es:

a) $-2x^2+5x+6$ b) $-2x^2-5x-6$ c) $2x^2-5x-6$ d) $2x^2+5x+6$

95. Al dividir $2a^4-a^3-21a^2+7a+4$ entre $2a^2+5a-4$ se obtiene:

a) $-a^2-3a-1$ b) a^2-3a+1 c) a^2+3a+1 d) a^2-3a-1

96. El resultado de $\frac{8x^2+22x-21}{2x+7}$ es:

a) $4x+3$ b) $4x-3$ c) $3x-4$ d) $3x+4$

97. Al dividir $10a^3-31a^2b+ab^2+35b^3$ entre $2a-5b$ se obtiene:

a) $-5a^2-3ab-7b^2$ b) $a^2-3ab+7b^2$ c) $5a^2-3ab-7b^2$ d) $5a^2+3ab+7b^2$

98. Al simplificar $\frac{12m^2-16mn+5n^2}{6m-5n}$ se obtiene:

a) $2m-n$ b) $2m+n$ c) $2n-m$ d) $2n+m$

99. Al simplificar la fracción $\frac{(m^3+n)^{\frac{5}{3}}}{(m^3+n)}$ se obtiene:

a) $(m^3+n)^2$ b) $\sqrt[6]{(m^3+n)^5}$ c) $(m^3+n)^{\frac{1}{3}}$ d) $\sqrt[3]{(m^3+n)^2}$

100. La simplificación de $\frac{3a^{-5}b^2c^{-2}}{a^{-1}b^{-4}c}$ es:

a) $\frac{3b^6}{ac^3}$ b) $\frac{3b^6}{ac}$ c) $\frac{3b^6}{a^4c^3}$ d) $\frac{3b}{a^4c^3}$

101. Al simplificar $\left(\frac{x^3y^{-4}}{x^2y^{-3}}\right)^{-2}$ se obtiene:

a) $\frac{y}{x}$ b) $\frac{x^2}{y^2}$ c) $\frac{y}{x}$ d) $\frac{y^2}{x^2}$

102. Al simplificar $\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^m$ se obtiene:

a) a^{m-n} b) a^{m^2+mn} c) a^{m^2-mn} d) a^{m-mn}

103. Al simplificar $(a^m \cdot a^n)^m$ se obtiene:

a) a^{m^2-mn} b) a^{m+mn} c) a^{m-mn} d) a^{m^2+mn}

104. Una expresión equivalente de $\left(\sqrt{x}\cdot\sqrt[4]{x}\right)^4$ es:

a) $\sqrt[6]{x}$ b) x^3 c) x^6 d) $\sqrt[4]{x}$

105. Al simplificar $\left(-\frac{x^2y^4}{3x^3y}\right)^2$ se obtiene:

a) $\frac{y^5}{6x^2}$ b) $\frac{y^6}{9x^2}$ c) $-\frac{y^7}{3x}$ d) $-\frac{x}{9y^2}$

106. La simplificación de $\sqrt[3]{16x^4}$ es:

a) $4x\sqrt[3]{2x}$ b) $2x^2\sqrt[3]{x}$ c) $2x\sqrt[3]{2x}$ d) $x^2\sqrt[3]{x}$

107. Al simplificar $\sqrt{36x^{10}y^4z^6}$ se obtiene:

a) $18x^5y^2z^3$ b) $9x^2y^5z^2$ c) $6x^2y^2z^3$ d) $6x^5y^2z^3$

108. La simplificación de $\sqrt[3]{216x^6y^3z^{12}}$ es:

a) $36x^4y^2z^8$ b) $72x^2yz^4$ c) $6x^2yz^4$ d) $18x^3y^2z^4$

109. Al simplificar $\sqrt[6]{64a^{12}b^{18}}$ se obtiene:

a) $4a^2b^3$ b) a^2b^3 c) $2a^2b^3$ d) $8a^2b^3$

110. La simplificación de $\sqrt[5]{243x^{10}y^5}$ es:

a) $3x^2y$ b) x^2y c) $3xy$ d) x^2y

111. Al simplificar $\sqrt{50x^4y^5}$ se obtiene:

a) $xy\sqrt{2y}$ b) $x^2y^2\sqrt{2y}$ c) $5xy\sqrt{2y}$ d) $5x^2y^2\sqrt{2y}$

112. La simplificación de $\sqrt[3]{128x^6y^8z^3}$ es:

a) $4x^2y^2z\sqrt[3]{2y^2}$ b) $x^2y^2z\sqrt[3]{2y^2z}$ c) $4xyz\sqrt[3]{2y^2z}$ d) $xyz\sqrt[3]{2y^2z}$

113. Al simplificar $\sqrt{81x^{2n}y^{4m}}$ se obtiene:

a) $27x^ny^{2m}$ b) $3x^ny^{2m}$ c) $9x^ny^{2m}$ d) x^ny^{2m}

114. La simplificación de $\left(\sqrt{6xy}\right)\left(\sqrt{4xy^3}\right)$ es:

a) $4xy\sqrt{6}$ b) $4xy^2\sqrt{6}$ c) $2xy^2\sqrt{6}$ d) $xy^2\sqrt{6}$

115. Al simplificar $\left(\sqrt[3]{4a^2b^5}\right)\left(\sqrt[3]{6ab}\right)$ se obtiene:

a) $2ab^2\sqrt[3]{3}$ b) $ab^2\sqrt[3]{3}$ c) $2ab\sqrt[3]{3}$ d) $2a\sqrt[3]{3}$

116. Al simplificar $\sqrt{\dfrac{72x^5y^8}{2xy^4}}$ se obtiene:

a) $3xy$ b) $6xy$ c) $3x^2y^2$ d) $6x^2y^2$

117. La simplificación de $\sqrt[3]{\dfrac{162x^6y^4z^2}{2xyz^2}}$ es:

a) $xy\sqrt[3]{3x^2}$ b) $9xy\sqrt[3]{3x^2}$ c) $3xy\sqrt[3]{3x^2}$ d) $9y\sqrt[3]{3x^2}$

Objetivo: el estudiante aplicará las reglas para desarrollar un producto notable, factorizar una expresión algebraica y aplicar el binomio de Newton.

Productos notables

Los productos que se resuelven con la ayuda de reglas y que evitan efectuar todo el producto se conocen como *productos notables.*

Binomios al cuadrado

Al elevar un binomio al cuadrado se obtiene un trinomio cuadrado perfecto.

Regla:

- Se eleva al cuadrado el primer término del binomio.
- Se suma o resta el doble producto del primer término por el segundo.
- Se suma el cuadrado del segundo término del binomio.

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \qquad (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Ejemplos de reactivos

1. El desarrollo de $(m+5)^2$ es:

a) m^2+5 b) m^2+25 c) $m^2+2m+10$ d) $m^2+10m+25$

Solución:
El cuadrado del primer término: $(m)^2 = m^2$
El doble producto del primer término por el segundo: $2(m)(5) = 10m$
El cuadrado del segundo término: $(5)^2$

Se realiza la suma de los términos, entonces:

$$(m+5)^2 = m^2 + 10m + 25$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El resultado del desarrollo de $(7 - x)^2$ es:

a) $49 - x^2$ b) $49 + x^2$ c) $x^2 - 14x + 49$ d) $49 + 14x + x^2$

Solución:
Se desarrolla el binomio al cuadrado

$$(7 - x)^2 = (7)^2 - 2(7)(x) + (x)^2 = 49 - 14x + x^2$$

Se ordena el trinomio y la opción correcta es el inciso c.

3. El resultado de desarrollar $(n^2 - 10)^2$ es:

a) $n^4 - 20n^2 + 100$ b) $n^2 - 20n + 100$ c) $n^2 - 100$ d) $n^2 + 20$

Solución:

$$(n^2 - 10)^2 = (n^2)^2 - 2(n^2)(10) + (10)^2 = n^4 - 20n^2 + 100$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

➤ Binomios conjugados

Son los que tienen los mismos elementos, pero uno de ellos de signo contrario y su resultado es una diferencia de cuadrados.

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Regla:

- Se eleva al cuadrado el término que no cambia de signo.
- Se resta el cuadrado del término que cambia de signo.

Ejemplos de reactivos

1. El desarrollo de $(b + 8)(b - 8)$ es:

a) $b^2 - 16b + 64$ b) $b^2 - 64$ c) $b^2 + 8b + 64$ d) $b^2 + 64$

Solución:
Se eleva al cuadrado el primer término: $(b)^2 = b^2$
Se eleva al cuadrado el término que cambia de signo: $(8)^2 = 64$
Se realiza la diferencia de ambos términos: $b^2 - 64$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Al desarrollar $(2a - 1)(1 + 2a)$, se obtiene:

a) $4a^2 - 1$ b) $4a^2 + 2$ c) $1 - 4a + 4a^2$ d) $1 - 4a^2$

Solución:
Se ordenan los términos de los binomios:

$$(2a - 1)(2a + 1) = (2a)^2 - (1)^2 = 4a^2 - 1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. El resultado de $\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)$ es:

a) $4x^2+\frac{1}{4}$ b) $4x^2-\frac{1}{4}$ c) $4x^2+2x+\frac{1}{4}$ d) $x^2-x+\frac{1}{4}$

Solución:
Al aplicar la regla de la diferencia de cuadrados:

$$\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)=(2x)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=4x^2-\frac{1}{4}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

4. El desarrollo de $(-3x-2)(3x-2)$ es:

a) $4-12x+9x^2$ b) $4-9x^2$ c) $9x^2-4$ d) $4+12x+9x^2$

Solución:
Se acomodan los elementos de los binomios y se aplica la regla de la diferencia de cuadrados:

$$(-2-3x)(-2+3x)=(-2)^2-(3x)^2=4-9x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Binomios con término común

Son aquellos que se encuentran en un producto y ambos tienen un término que se repite.

Regla:

- Se eleva al cuadrado el término común.
- Se suman algebraicamente los términos no comunes y se multiplican por el término en común.
- Se suma el producto algebraico de los dos términos no comunes.

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

Ejemplos de reactivos

1. El desarrollo de $(x+8)(x+5)$ es:

a) $x^2+40x+13$ b) $x^2+13x+40$ c) x^2+40 d) x^2+13

Solución:

$$(x+8)(x+5)=(x)^2+(8+5)x+(8)(5)=x^2+13x+40$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Al desarrollar $(x+9)(x-10)$, se obtiene:

a) x^2+x-90 b) x^2-90 c) x^2-1 d) x^2-x-90

Solución:

$$(x+9)(x-10)=(x)^2+(9-10)x+(9)(-10)=x^2+(-1)x-90=x^2-x-90$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Al desarrollar $\left(3x-\frac{1}{2}\right)(2+3x)$ se obtiene:

a) $9x^2-1$ b) $3x^2+\frac{9}{2}x-1$ c) $9x^2+\frac{9}{2}x-1$ d) $9x^2+1$

Solución:
Se ordenan los binomios, pero se da prioridad a los términos que tienen en común:

$$\left(3x-\frac{1}{2}\right)(3x+2)$$

Se realiza el producto con las reglas dadas:

$$\left(3x-\frac{1}{2}\right)(3x+2)=(3x)^2+\left(-\frac{1}{2}+2\right)(3x)+\left(-\frac{1}{2}\right)(2)=9x^2+\left(\frac{3}{2}\right)(3x)+\left(-\frac{2}{2}\right)$$

$$=9x^2+\frac{9}{2}x+(-1)$$

$$=9x^2+\frac{9}{2}x-1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Binomio al cubo

Este tipo de binomio es de la forma:

$$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$

Regla:

- El cubo del primer término.
- Más el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo.
- Más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo.
- Más el cubo del segundo término.

Ejemplos de reactivos

1. El desarrollo de $(a+2)^3$ es:

a) $a^3+6a^2+12a+8$ b) $a^3-9a^2+12a-8$ c) $a^3+9a^2+12a+8$ d) $a^3-6a^2+12a-8$

Solución:

$$(a+2)^3=(a)^3+3(a)^2(2)+3(a)(2)^2+(2)^3=a^3+3a^2(2)+3a(4)+(8)=a^3+6a^2+12a+8$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El desarrollo de $(x-3)^3$ es:

a) $x^3-6x^2+18x-27$ b) $x^3+9x^2+27x+27$ c) $x^3+6x^2+18x+27$ d) $x^3-9x^2+27x-27$

Solución:

$$(x-3)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(-3) + 3(x)(-3)^2 + (-3)^3 = x^3 + 3x^2(-3) + 3x(9) + (-27) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Binomio de Newton

Dado $(a+b)^n$ su desarrollo es:

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \ldots + \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}b^r + b^n$$

Donde

$$r! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (r-1)\cdot r \quad \rightarrow \quad \text{(número factorial)}$$

i-ésimo término

El *i*-ésimo término se define:

$$i\text{-ésimo} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-i+2)}{(i-1)!}a^{n-i+1}b^{i-1}$$

Ejemplos de reactivos

1. Al desarrollar $(a+1)^4$ se obtiene:

a) $a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1$

b) $a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1$

c) $a^4 + 1$

d) $a^4 - 1$

Solución:

$$(a+1)^4 = (a)^4 + 4(a)^{4-1}(1) + \frac{4(4-1)}{2!}(a)^{4-2}(1)^2 + \frac{4(4-1)(4-2)}{3!}(a)^{4-3}(1)^3 + \frac{4(4-1)(4-2)(4-3)}{4!}(a)^{4-4}(1)^4$$

$$= a^4 + 4a^3 + \frac{4(3)}{2}a^2 + \frac{4(3)(2)}{3\cdot 2\cdot 1}a + \frac{4(3)(2)(1)}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}a^0$$

$$= a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Al desarrollar $(2x+y)^5$ se obtiene:

a) $32x^5 + y^5$

b) $32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + 10xy^4 - y^5$

c) $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$

d) $32x^5 - y^5$

Solución:

$$(2x+y)^5 = (2x)^5 + 5(2x)^{5-1}(y) + \frac{5(5-1)}{2!}(2x)^{5-2}(y)^2 + \frac{5(5-1)(5-2)}{3!}(2x)^{5-3}(y)^3 +$$

$$\frac{5(5-1)(5-2)(5-3)}{4!}(2x)^{5-4}(y)^4 + \frac{5(5-1)(5-2)(5-3)(5-4)}{5!}(2x)^{5-5}(y)^5$$

$$= (2x)^5 + 5(2x)^4(y) + \frac{5(4)}{2\cdot 1}(2x)^3(y)^2 + \frac{5(4)(3)}{3\cdot 2\cdot 1}(2x)^2(y)^3 + \frac{5(4)(3)(2)}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}(2x)^1(y)^4 + \frac{5(4)(3)(2)(1)}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}(2x)^0(y)^5$$

$$= 32x^5 + 5(16x^4)y + 10(8x^3)y^2 + 10(4x^2)y^3 + 5(2x)y^4 + (1)(1)y^5$$

$$= 32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. El 4o. término de $(3x^2 - y)^4$ es:

a) $-12x^3y^2$ b) $54x^4y^2$ c) y^4 d) $-12x^2y^3$

Solución:

$$i\text{-ésimo} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-i+2)}{(i-1)!}a^{n-i+1}b^{i-1}$$

$$i\text{-ésimo} = \frac{4(4-1)(4-2)}{(4-1)!}(3x^2)^{4-4+1}(-y)^{4-1} = \frac{4(3)(2)}{3!}(3x^2)^1(-y)^3 = \frac{4(3)(2)}{3\cdot 2\cdot 1}(3x^2)(-y^3)$$

$$= 4(3x^2)(-y^3)$$

$$= -12x^2y^3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. Completa el siguiente binomio de Newton.

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + ______ + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

a) $5a^4b^2$ b) $-25a^3b^4$ c) $20a^4b^2$ d) $15a^4b^2$

Solución:

Se determina el 3er término del desarrollo con $n = 6$, $i = 3$

$$i\text{-ésimo} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-i+2)}{(i-1)!}a^{n-i+1}b^{i-1}$$

$$i\text{-ésimo} = \frac{6(6-1)}{(3-1)!}a^{6-3+1}b^{3-1} = \frac{6(5)}{2!}a^4b^2 = \frac{30}{2\cdot 1}a^4b^2 = 15a^4b^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✐ Resuelve los reactivos 1 a 14 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Factorización

Es el proceso algebraico por medio del cual se transforma una suma o diferencia de términos algebraicos en un producto.

▼ Factor común

Para obtener el *factor común* de un polinomio, se obtiene el máximo común divisor de los coeficientes y la literal o literales con menor exponente que se repitan en cada uno de los términos algebraicos del polinomio a factorizar.

Ejemplos de reactivos

1. Una expresión equivalente a $3x^2 + 6x$ es:

a) $3(x^2 + 6x)$ b) $3x(x + 2)$ c) $x(3x^2 + 6)$ d) $3x^2(1 + 2x)$

Solución:

Se obtiene el MCD de los coeficientes 3 y 6, el cual es 3.
La literal que se repite en los términos del polinomio de menor exponente es x.
El factor común es $3x$.
Se divide cada uno de los elementos del polinomio por el factor común: $\frac{3x^2}{3x} = x;\ \frac{6x}{3x} = 2$
La factorización es:

$$3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una expresión equivalente a $2x + 4$ es:

a) $2(x + 4)$ b) $4(x + 1)$ c) $2(x + 2)$ d) $x\,(2 + 4x)$

Solución:

Se comprueban las multiplicaciones de cada inciso:

a) $2(x + 4) = 2x + 8$ b) $4(x + 1) = 4x + 4$ c) $2(x + 2) = 2x + 4$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Al factorizar $24m^3 + 16m^2 - 4m$ se obtiene:

a) $4m(6m^2 + 4m)$ b) $4m(6m^2 + 4m - 1)$ c) $4m(8m^2 + 8m - 4)$ d) $4m(6m^3 + 4m^2 - 1)$

Solución:

Se obtiene el MCD de los coeficientes 24, 16 y 4, que es 4.
La literal que se repite en cada uno de los términos del polinomio con menor exponente es m.
El factor común es $4m$.
La factorización es:

$$24m^3 + 16m^2 - 4m = 4m(6m^2 + 4m - 1)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Factor común por agrupación

Los términos del polinomio a factorizar se agrupan conforme aquellos que tengan un factor en común, de modo que la nueva expresión se pueda factorizar.

Ejemplos de reactivos

1. Una expresión equivalente a $m^2 + mp + mx + px$ es:

a) $m(m + p) + x(m + p)$ b) $m(m + x) + x(m + x)$

c) $m(m + p) + p(m + p)$ d) $p(m + p) + x(m + x)$

Solución:
Los términos del polinomio se agrupan:

$$m^2 + mp + mx + px = (m^2 + mp) + (mx + px)$$

Cada una de las nuevas expresiones se factorizan por factor común:

$$m(m + p) + x(m + p)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Una expresión equivalente a $7x - 1 - 7xy + y$ es:

a) $(7x - 1)(1 + y)$ b) $(7x - 1)(1 - y)$ c) $(7x + 1)(1 + y)$ d) $(7x + y)(1 - y)$

Solución:
La expresión equivalente es: $(7x - 7xy) + (-1 + y) = 7x(1 - y) - 1(1 - y) = (7x - 1)(1 - y)$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

▼ Diferencia de cuadrados

Una *diferencia de cuadrados* tiene la forma $x^2 - y^2$ y su factorización es el producto de binomios conjugados:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Ejemplos de reactivos

1. La factorización de $4x^2 - 9$ es:

a) $(2x + 3)(2x + 3)$ b) $(2x - 3)(2x - 3)$ c) $(2x - 3)(2x + 3)$ d) $(3 - 2x)(2x + 3)$

Solución:
Se obtiene la raíz de cada uno de los elementos del binomio:

$$\sqrt{4x^2} = 2x \qquad \sqrt{9} = 3$$

Se agrupan en forma de binomios conjugados:

$$(2x + 3)(2x - 3)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Una expresión equivalente a, $m^2 - \frac{n^2}{4}$ es:

a) $\left(m + \frac{n}{2}\right)\left(m + \frac{n}{2}\right)$ b) $\left(m - \frac{n}{2}\right)\left(m - \frac{n}{2}\right)$ c) $\left(m + \frac{n}{2}\right)\left(\frac{n}{2} - m\right)$ d) $\left(m + \frac{n}{2}\right)\left(m - \frac{n}{2}\right)$

Solución:

$$m^2 - \frac{n^2}{4} = \left(m + \frac{n}{2}\right)\left(m - \frac{n}{2}\right)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ Trinomio cuadrado perfecto

Un *trinomio cuadrado perfecto* es el resultado del desarrollo de un binomio al cuadrado.

$$x^2 \pm 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$$

Ejemplos de reactivos

1. Al factorizar $m^2 + 12m + 36$, se obtiene:

a) $(m + 18)^2$ b) $(m + 9)^2$ c) $(m + 6)^2$ d) $(m + 3)^2$

Solución:
Se ordenan los términos del trinomio en forma descendente respecto a una de las literales, de manera que en los extremos se encuentren expresiones con raíz cuadrada exacta:

$$m^2 + 12m + 36$$

Se obtiene la raíz del 1er. y 3er. términos:

$$\sqrt{m^2} = m \quad y \quad \sqrt{36} = 6$$

Se realiza el doble producto de las raíces obtenidas:

$$2(m)(6) = 12m$$

Si el resultado coincide con el término central del trinomio, entonces es un trinomio cuadrado perfecto. Por último se agrupan las raíces en un binomio al cuadrado y se coloca el signo del término central (+):

$$(m + 6)^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. El valor de n, para que la expresión $x^2 + nx + 25$ sea trinomio cuadrado perfecto, es:

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20

Solución:
Se obtienen las raíces de los extremos:

$$\sqrt{x^2} = x \quad y \quad \sqrt{25} = 5$$

Para que sea trinomio cuadrado perfecto el término central es el doble producto de las raíces x y 5:

$$2(x)(5) = 10x$$

Por tanto, $n = 10$ y la opción correcta es el inciso b.

3. Una expresión equivalente a $m^2 + 81n^2 - 18mn$ es:

a) $(m + 9n)^2$ b) $(m - 9n)^2$ c) $(m - 6n)^2$ d) $(m + 3n)^2$

Solución:
Se ordena el trinomio $m^2 - 18mn + 81n^2$
Se obtienen las raíces de los extremos y se multiplican por 2: $2(m)(9n) = 18mn$
La factorización de $m^2 - 18mn + 81n^2$ es $(m - 9n)^2$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

El *trinomio de la forma* $x^2 + bx + c$ se obtiene al desarrollar el producto de dos binomios con término común.

Ejemplos de reactivos

1. Una expresión equivalente a $x^2 + 7x + 12$ es:

a) $(x - 4)(x - 3)$ b) $(x + 6)(x + 2)$ c) $(x + 12)(x + 1)$ d) $(x + 4)(x + 3)$

Solución:
Se ordenan los términos que forman el trinomio en forma descendente respecto a los exponentes de una de las literales, de manera que el primer término tenga raíz cuadrada exacta:

$$x^2 + 7x + 12$$

Se obtiene la raíz cuadrada del término cuadrático, la cual se coloca en dos binomios:

$$x^2 + 7x + 12 = (x \quad)(x \quad)$$

El primer binomio lleva el signo del segundo término del trinomio (+) y el segundo binomio lleva el producto de los signos del segundo y el tercer términos del trinomio (+)(+) = +

$$x^2 + 7x + 12 = (x + \quad)(x + \quad)$$

Se buscan dos números cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio (12) y su suma aritmética sea el coeficiente del segundo término (7): $(4)(3) = 12$ y $4 + 3 = 7$, los números son 4 y 3.

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$$

Nota: de los números encontrados se coloca el mayor en el primer binomio y el menor en el segundo binomio.

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Una expresión equivalente a $m^2 + 24 - 10m$ es:

a) $(m - 6)(m - 4)$ b) $(m + 6)(m - 4)$ c) $(m - 6)(m + 4)$ d) $(m + 6)(m + 4)$

Solución:
Se ordena el trinomio a factorizar: $m^2 - 10m + 24$
Se determinan los signos de los binomios: $(m - \quad)(m - \quad)$
Se obtienen los números que multiplicados den 24 y sumados 10: $(m - 6)(m - 4)$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. Al factorizar el trinomio $n^2 - n - 56$ se obtiene:

a) $(n - 8)(n - 7)$ b) $(n + 14)(n - 4)$ c) $(n + 28)(n - 2)$ d) $(n - 8)(n + 7)$

Solución:

$$n^2 - n - 56 = (n - \quad)(n + \quad) = (n - 8)(n + 7)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

➤ Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Ejemplos de reactivos

1. Una expresión equivalente a $2x^2 + 3x + 1$ es:

a) $(2x + 1)(x + 2)$ b) $(x + 1)(2x + 1)$ c) $(2x - 1)(x - 1)$ d) $(2x + 1)(x - 1)$

Solución:
Se multiplica y se divide la expresión por el coeficiente del término cuadrático:

$$2x^2 + 3x + 1 = \frac{2(2x^2 + 3x + 1)}{2}$$

Se multiplican sólo el 1er. y 3er. términos de la expresión:

$$\frac{4x^2 + 3(2x) + 2}{2}$$

Se realizan los pasos para factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$:

$$\frac{(2x + \quad)(2x + \quad)}{2} = \frac{(2x + 2)(2x + 1)}{2} = (x + 1)(2x + 1)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una expresión equivalente a $6x^2 - 11x - 35$ es:

a) $(3x + 5)(2x - 7)$ b) $(3x - 5)(2x + 7)$ c) $(6x + 7)(x - 5)$ d) $(6x + 5)(x - 7)$

Solución:

$$6x^2 - 11x - 35 = \frac{6(6x^2 - 11x - 35)}{6} = \frac{36x^2 - 11(6x) - 210}{6} = \frac{(6x - 21)(6x + 10)}{6} = \frac{(6x - 21)(6x + 10)}{3 \cdot 2}$$
$$= (3x + 5)(2x - 7)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Suma y diferencia de cubos

Son de la forma:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) \quad ; \quad x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Ejemplo de reactivo

Una expresión equivalente a $(a^3 + 8)$ es:

a) $(a + 2)(a^2 + 2a + 4)$ b) $(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$ c) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$ d) $(a + 2)^3$

Solución:
Se obtienen las raíces cúbicas de cada uno de los términos:

$$\sqrt[3]{a^3} = a \quad ; \quad \sqrt[3]{8} = 2$$

Por consiguiente,

$$a^3 + 8 = (a + 2)(a^2 - 2a + 2^2) = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 15 a 28 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Teorema del residuo y del factor

Sea el polinomio $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_0$ y el binomio $bx + c$, entonces:

a) $bx + c$ es factor de $f(x)$ si $f\left(-\frac{c}{b}\right) = 0$

b) $bx + c$ no es factor de $f(x)$ si $f\left(-\frac{c}{b}\right) = k$, con $k \neq 0$, donde k es el residuo del cociente de $f(x)$ con $bx + c$, asimismo, $-\frac{c}{b}$ resulta de resolver la ecuación $bx + c = 0$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál de los siguientes binomios es factor del polinomio $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$?

a) $x + 2$ b) $x - 1$ c) $x + 1$ d) $x - 2$

Solución:
Se aplica el teorema del residuo:

Para $x + 2$, $f(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 3(-2) + 1 = -8 + 12 - 6 + 1 = -14 + 13 = -1$, no es factor.

Para $x - 1$, $f(1) = (1)^3 + 3(1)^2 + 3(1) + 1 = 1 + 3 + 3 + 1 = 8$, no es factor.

Para $x + 1$, $f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + 1 = -1 + 3 - 3 + 1 = -4 + 4 = 0$, sí es factor.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. ¿Cuál de los siguientes binomios es factor de $f(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$?

a) $3x + 2$ b) $2x - 1$ c) $2x + 1$ d) $3x - 2$

Solución:
Se evalúa el polinomio para cada uno de los binomios:

$$\text{Para } 3x+2,\ f\left(-\frac{2}{3}\right) = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 5\left(-\frac{2}{3}\right) + 2 = 2\left(-\frac{8}{27}\right) + \left(\frac{4}{9}\right) + \frac{10}{3} + 2 = -\frac{16}{27} + \frac{4}{9} + \frac{10}{3} + 2$$

$$= \frac{-16+12+90+54}{27} = \frac{140}{27}$$

$3x + 2$, no es factor del polinomio.

$$\text{Para } 2x-1,\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 2\left(\frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) - \frac{5}{2} + 2 = \frac{2}{8} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2 = \frac{2+2-20+16}{8}$$

$$= \frac{20-20}{8} = 0$$

$2x - 1$, es factor del polinomio, la opción correcta es el inciso b.

3. El residuo que se obtiene de dividir el polinomio $x^4 + 3x^2 + 5x - 2$ por $x + 1$ es:

a) 3 b) 2 c) -2 d) -3

Solución:
Se evalúa el polinomio $x^4 + 3x^2 + 5x - 2$ en $x = -1$

$$(-1)^4 + 3(-1)^2 + 5(-1) - 2 = (1) + 3(1) - 5 - 2 = 1 + 3 - 5 - 2 = 4 - 7 = -3$$

El residuo es -3, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 29 a 34 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Simplificación de fracciones algebraicas

Dada una fracción algebraica expresarla en su forma más simple.

Ejemplos de reactivos

1. Al simplificar la expresión $\frac{3x^4y^3}{6x^2y}$ se obtiene:

a) $2x^2y^2$ b) $\frac{1}{2}x^2y^2$ c) $2x^2y^3$ d) $\frac{y^2}{2x^2}$

Solución:
Por tratarse de monomios se simplifican los coeficientes y las bases iguales, y se aplica la ley de los exponentes para la división:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \qquad \frac{x^4}{x^2} = x^2 \qquad \frac{y^3}{y} = y^2$$

Los resultados parciales se multiplican.

$$\frac{1}{2}(x^2)(y^2)=\frac{1}{2}x^2y^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La simplificación de $\frac{12m^5n^6p}{4m^5n^8}$ es:

a) $\frac{3p}{n^2}$ b) $3n^2p$ c) $\frac{3n^2}{p}$ d) $3np^2$

Solución:
Se realizan las divisiones entre los coeficientes y las literales iguales:

$$\frac{12}{4}=3 \qquad \frac{m^5}{m^5}=1 \qquad \frac{n^6}{n^8}=\frac{1}{n^2}$$

Aquella literal que no se simplifique permanece en su lugar, por tanto:

$$3(1)\left(\frac{1}{n^2}\right)(p)=\frac{3p}{n^2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. Al simplificar $\frac{x^2-9}{x^2+8x+15}$, se obtiene:

a) $\frac{x+3}{x+5}$ b) $\frac{x-3}{x-5}$ c) $\frac{x+3}{x-5}$ d) $\frac{x-3}{x+5}$

Solución:
La fracción se conforma de dos polinomios, que se factorizan de acuerdo con sus características para realizar la simplificación:

$$x^2-9=(x+3)(x-3) \qquad x^2+8x+15=(x+5)(x+3)$$

Por consiguiente:

$$\frac{x^2-9}{x^2+8x+15}=\frac{(x+3)(x-3)}{(x+5)(x+3)}=\frac{x-3}{x+5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 35 a 37 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Operaciones con fracciones algebraicas

▼ Suma y resta

Se aplica la siguiente propiedad: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ o $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$ es:

a) $\frac{3}{ab}$ b) $\frac{3}{a+b}$ c) $\frac{2b+a}{ab}$ d) $\frac{2ab}{ab}$

Solución:
Para obtener el común denominador se multiplican los denominadores y se procede a realizar la suma de fracciones:

$$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2(b)+1(a)}{ab}=\frac{2b+a}{ab}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. El resultado de $\frac{1}{x^2}+\frac{2x}{3x^3}-\frac{3}{2x^2}$ es:

a) $\frac{x}{6x^2}$ b) $\frac{1}{6x^2}$ c) $\frac{1}{6x}$ d) $6x^2$

Solución:
Se obtiene el mínimo común múltiplo de los coeficientes de los denominadores y se toman las literales que se repiten de mayor exponente, así como las que no se repiten.
El común denominador de x^2, $3x^3$ y $2x^2$ es: $6x^3$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{2x}{3x^3}-\frac{3}{2x^2}=\frac{(6x)(1)+2(2x)-(3x)(3)}{6x^3}=\frac{6x+4x-9x}{6x^3}=\frac{x}{6x^3}=\frac{1}{6x^2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. El resultado de $\frac{x+1}{x-2}-\frac{x+5}{x+3}$ es:

a) $\frac{x+13}{(x+2)(x+3)}$ b) $\frac{-4}{(x-2)(x+3)}$ c) $\frac{x+13}{(x-2)(x+3)}$ d) $\frac{-7}{(x-2)(x+3)}$

Solución:
Para obtener el común denominador se multiplican los denominadores y se procede a realizar la suma de fracciones:

$$\frac{x+1}{x-2}-\frac{x+5}{x+3}=\frac{(x+3)(x+1)-(x-2)(x+5)}{(x-2)(x+3)}=\frac{x^2+x+3x+3-(x^2+5x-2x-10)}{(x-2)(x+3)}$$

$$=\frac{x^2+x+3x+3-x^2-5x+2x+10}{(x-2)(x+3)}$$

$$=\frac{x+13}{(x-2)(x+3)}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Multiplicación

Se aplica la siguiente propiedad: $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ac}{bd}$, el resultado se simplifica si es posible.

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\left(\dfrac{3x^2y^3}{4x^4y^2}\right)\left(\dfrac{8x}{y^2}\right)$ es:

a) $6xy$ b) $\dfrac{6y}{x}$ c) $\dfrac{6x}{y}$ d) $\dfrac{6}{xy}$

Solución:
Se realiza la multiplicación de numeradores y denominadores:

$$\left(\frac{3x^2y^3}{4x^4y^2}\right)\left(\frac{8x}{y^2}\right)=\frac{(3x^2y^3)(8x)}{(4x^4y^2)(y^2)}=\frac{24x^3y^3}{4x^4y^4}$$

La fracción resultante se simplifica a su forma más simple:

$$\frac{24x^3y^3}{4x^4y^4}=\frac{6}{xy}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El resultado de $\left(\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}\right)\left(\dfrac{x^2-1}{x^2-4x+3}\right)$ es:

a) $\dfrac{x+1}{x+2}$ b) $\dfrac{x+2}{x+1}$ c) $\dfrac{x-1}{x-3}$ d) $\dfrac{x-3}{x+3}$

Solución:
Las fracciones se conforman de polinomios, los que se factorizan para poder simplificar la operación:

$x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$ $x^2-1=(x+1)(x-1)$

$x^2+3x+2=(x+2)(x+1)$ $x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$

Por consiguiente:

$$\left(\frac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}\right)\left(\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}\right)=\frac{(x-3)(x+1)}{(x+2)(x+1)}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{(x-3)(x-1)}=\frac{(x-3)(x+1)(x+1)(x-1)}{(x+2)(x+1)(x-3)(x-1)}=\frac{x+1}{x+2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. El resultado de $\left(a-\dfrac{b^2}{a}\right)\left(1-\dfrac{b}{a+b}\right)$ es:

a) $a+b$ b) $\dfrac{1}{a+b}$ c) $a-b$ d) $\dfrac{1}{a-b}$

Solución:
Se resuelve cada paréntesis:

$$a-\frac{b^2}{a}=\frac{a(a)-b^2}{a}=\frac{a^2-b^2}{a} \quad ; \quad 1-\frac{b}{a+b}=\frac{1(a+b)-b}{a+b}=\frac{a+b-b}{a+b}=\frac{a}{a+b}$$

Por consiguiente:

$$\left(a-\frac{b^2}{a}\right)\left(1-\frac{b}{a+b}\right)=\left(\frac{a^2-b^2}{a}\right)\left(\frac{a}{a+b}\right)=\frac{(a+b)(a-b)}{a}\cdot\frac{a}{a+b}=\frac{a(a+b)(a-b)}{a(a+b)}=a-b$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ División

Se aplica la siguiente propiedad: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$, la fracción resultante se simplifica de ser posible.

Ejemplos de reactivos

1. El resultado de $\frac{6a^4b^3}{a^2} \div \frac{12ab^5}{b}$ es:

a) $\frac{b}{2a}$ b) $\frac{a}{2b}$ c) $\frac{2a}{b}$ d) $\frac{2b}{a}$

Solución:

$$\frac{6a^4b^3}{a^2} \div \frac{12ab^5}{b} = \frac{(6a^4b^3)(b)}{(a^2)(12ab^5)} = \frac{6a^4b^4}{12a^3b^5} = \frac{a}{2b}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El resultado de la división $\left(\frac{x-2}{x^2-4}\right) \div \left(\frac{x+1}{x^2-2x-3}\right)$ es:

a) $\frac{x-3}{x+2}$ b) $\frac{x-3}{x-2}$ c) $\frac{x+2}{x+3}$ d) $\frac{x-2}{x-3}$

Solución:
Las fracciones se componen de polinomios, los que se factorizan para simplificar la expresión:

$$x^2 - 4 = (x+2)(x-2) \qquad x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$$

Por consiguiente:

$$\left(\frac{x-2}{x^2-4}\right) \div \left(\frac{x+1}{x^2-2x-3}\right) = \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} \div \frac{x+1}{(x-3)(x+1)} = \frac{(x-2)(x-3)(x+1)}{(x+2)(x-2)(x+1)} = \frac{x-3}{x+2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. El resultado de la división $\left(x - \frac{9}{x}\right) \div \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}\right)$ es:

a) $x(x-3)$ b) $x+3$ c) $x-3$ d) $x(x+3)$

Solución:
Se resuelven cada uno de los paréntesis:

$$x - \frac{9}{x} = \frac{x(x)-9}{x} = \frac{x^2-9}{x} \qquad \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} = \frac{x-3}{x^2}$$

Por consiguiente:

$$\left(x - \frac{9}{x}\right) \div \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}\right) = \frac{x^2-9}{x} \div \frac{x-3}{x^2} = \frac{(x+3)(x-3)}{x} \div \frac{x-3}{x^2} = \frac{x^2(x+3)(x-3)}{x(x-3)} = x(x+3)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos del 38 al 42 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. El desarrollo de $(x-5)^2$, es:

a) $x^2 - 25$ b) $x^2 - 10x + 25$
c) $x^2 + 25$ d) $x^2 - 2x + 25$

2. El resultado de desarrollar $(3-2m)^2$ es:

a) $9 - 4m^2$ b) $9 + 4m^2$
c) $9 - 6m + 2m^2$ d) $9 - 12m + 4m^2$

3. El desarrollo de $(5-m)(m+5)$ es:

a) $m^2 - 10m + 25$ b) $m^2 - 25$
c) $25 - m^2$ d) $m^2 + 10m$

4. Al desarrollar $\left(3n-\frac{1}{2}\right)^2$, se obtiene como resultado:

a) $9n^2 - \frac{1}{4}$ b) $6n^2 + \frac{1}{4}$
c) $9n^2 - 3n + \frac{1}{4}$ d) $9n^2 - 6n + \frac{1}{2}$

5. El resultado de $(3x^5y^2 - z)(3x^5y^2 + z)$ es:

a) $9x^{10}y^4 - z^2$ b) $9x^{10}y^4 + z^2$
c) $9x^{25}y^8 - z^2$ d) $9x^{25}y^8 + z^2$

6. Al desarrollar $(y^2 - 7)^2$, se obtiene:

a) $y^4 - 49$ b) $y^2 - 14y + 49$
c) $y^4 + 49$ d) $y^4 - 14y^2 + 49$

7. Una expresión equivalente de $\left(\frac{5m}{4}+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5m}{4}-\frac{2}{3}\right)$, es:

a) $\frac{25m^2}{16} - \frac{4}{9}$ b) $\frac{25m^2}{16} + \frac{4}{9}$
c) $\frac{10m^2}{8} - \frac{4}{6}$ d) $\frac{10m^2}{8} + \frac{4}{6}$

8. Al desarrollar $(3x^3y - 5xz)^2$ se obtiene:

a) $9x^6y^2 - 25x^2z^2$ b) $9x^6y^2 - 30x^4yz + 25x^2z^2$
c) $9x^6y^2 + 30x^4yz + 25x^2z^2$ d) $9x^6y^2 + 25x^2z^2$

9. El resultado de $(3m^3 + 2n^2)(3m^3 - 2n^2)$ es:

a) $9m^6 + 4n^4$ b) $9m^6 - 12m^3n^2 + 4n^4$
c) $9m^6 - 4n^4$ d) $9m^6 + 12m^3n^2 + 4n^4$

10. Al desarrollar $(x - 11)(x - 3)$, se obtiene:

a) $x^2 + 33$ b) $x^2 - 14x + 33$
c) $x^2 - 33$ d) $x^2 + 14x - 33$

11. Una expresión equivalente de $\left(\frac{5}{4}a - \frac{2}{3}b\right)^2$ es:

a) $\frac{25}{16}a^2 + \frac{4}{9}b^2$ b) $\frac{25}{16}a^2 - \frac{4}{9}b^2$

c) $\frac{25}{16}a^2 - \frac{5}{3}ab + \frac{4}{9}b^2$ d) $\frac{25}{16}a^2 + \frac{5}{3}ab + \frac{4}{9}b^2$

12. El desarrollo de $(2n - 1)^3$, es:

a) $8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$ b) $8n^3 - 1$
c) $6n^3 - 1$ d) $8n^3 + 4n^2 + 2n + 1$

13. El 4o. término de $(m^2 - 5)^4$, es:

a) $-500m^2$ b) $150m^4$
c) $500m^4$ d) $-125m^3$

14. Al desarrollar $(2 - x^2)^3$, se obtiene:

a) $8 - x^6$ b) $8 - 12x^2 + 6x^4 - x^6$
c) $8 - 4x^2 - 2x^4 - x^6$ d) $6 - x^5$

2 Resuelve los siguientes reactivos:

15. Al factorizar $30x^3 - 45x^2$, se obtiene:

a) $15x^2(2x - 3)$ b) $3x(10x^2 - 15)$
c) $5x^3(6x - 9)$ d) $15x(2x - 3)$

16. Al factorizar $w^2 + 64 - 16w$, se obtiene:

a) $(w - 4)^2$ b) $(w - 8)^2$
c) $(w + 4)(w - 4)$ d) $(w - 8)(w + 8)$

17. Una expresión equivalente a $6m - n - 3mn + 2$, es:

a) $(n - 2)(3m + 1)$ b) $(n - 2)(3m - 1)$
c) $(2 - m)(3n + 1)$ d) $(3m + 1)(2 - n)$

18. ¿Cuál debe ser el valor de a, para que la expresión $36m^2 - am + 9$, sea un trinomio cuadrado perfecto?

a) -6 b) 9
c) 18 d) 36

19. Al factorizar la expresión $m^2 - 16m + 63$, se obtiene:

a) $(m - 9)(m + 7)$ b) $(m + 9)(m - 7)$
c) $(m - 9)(m - 7)$ d) $(m + 9)(m + 7)$

20. Una expresión equivalente de $4m^2 - \frac{1}{4}$, es:

a) $\frac{1}{4}(16m - 1)$ b) $\left(2m - \frac{1}{2}\right)\left(2m + \frac{1}{2}\right)$

c) $\left(2m + \frac{1}{2}\right)\left(2m + \frac{1}{2}\right)$ d) $\left(2m - \frac{1}{2}\right)\left(2m - \frac{1}{2}\right)$

21. Al factorizar $n^2 - 13n + 36$, se obtiene:

a) $(n - 6)^2$ b) $(n - 9)(n - 4)$
c) $(n - 9)(n + 4)$ d) $(n + 6)^2$

22. Una expresión equivalente de $p^2 + 24p + 144$ es:

a) $(p + 72)(p + 2)$ b) $(p + 36)(p + 4)$
c) $(p + 12)^2$ d) $(p + 18)(p + 8)$

23. Si se factoriza la expresión $12x^3 + 20x - 16x^2$, se obtiene:

a) $4x(3x^2 - 4x + 5)$ b) $2x(6x^2 + 10x - 8)$
c) $x(12x^2 - 20 + 16x)$ d) $2x(6x^2 + 8x - 10)$

24. Si se factoriza la expresión $4x^2 + 11x - 3$, se obtiene:

a) $(2x - 3)(2x + 1)$ b) $(4x - 1)(x + 3)$
c) $(2x + 3)(2x - 1)$ d) $(4x + 1)(x - 3)$

25. Una expresión equivalente de $m^6 - 27$, es:

a) $(m^2 - 3)(m^4 + 3m^2 + 9)$ b) $(m^3 - 9)(m^3 + 3)$
c) $(m^3 - 9)(m^3 - 3)$ d) $(m^2 + 3)(m^4 - 3m^2 + 9)$

26. Al factorizar la expresión $w^2 + xy - wy - xw$, se obtiene:

a) $(w + y)(w - x)$ b) $(w - x)(w - y)$
c) $(w + y)(w + x)$ d) $(w - y)(w + x)$

27. Si se factoriza el polinomio $12n^2 + 31n + 20$, se obtiene:

a) $(4n + 5)(3n + 4)$ b) $(3n + 2)(4n + 10)$
c) $(6n + 1)(2n + 20)$ d) $(3n + 5)(4n + 4)$

28. Si se factoriza $m^3 + 64$, se obtiene:

a) $(m^2 - 8)(m - 8)$ b) $(m + 4)(m^2 - 4m + 16)$
c) $(m + 4)^3$ d) $(m - 4)(m^2 + 4m + 16)$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

29. ¿Cuál de los siguientes binomios es factor del polinomio $f(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$?

a) $x + 3$ b) $x - 2$ c) $x - 3$ d) $x + 4$

30. El residuo que se obtiene de dividir el polinomio $x^3 - 7x + 9$ por $x + 3$ es:

a) -3 b) 3 c) 2 d) 1

31. Dado el polinomio $f(x) = 2y^3 + y^2 - 7y - 6$. ¿Cuál de los siguientes binomios es su factor?

a) $2y + 1$ b) $y + 2$ c) $2y + 3$ d) $y - 1$

32. El residuo de dividir $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 6$ por $x - 3$ es:

a) $f(3)$ b) $f(-3)$ c) $2\,f(3)$ d) $f\left(\frac{1}{3}\right)$

33. El residuo de dividir $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 5$ por $2x + 1$ es:

a) $g(-1)$ b) $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ c) $g(2)$ d) $g\left(\frac{1}{2}\right)$

34. El residuo que se obtiene de dividir el polinomio $x^3 - 2x^2 - 33x + 88$ por $x - 5$ es:

a) -2 b) 2 c) 5 d) -6

4 Resuelve los siguientes reactivos:

35. Si se simplifica la fracción $\frac{x^2+2x-48}{x^2-36}$, se obtiene la expresión:

a) $\frac{x-6}{x+6}$ b) $\frac{x+8}{x+6}$ c) $\frac{x+6}{x-6}$ d) $\frac{x-8}{x-6}$

36. Una expresión equivalente a $\frac{x^2+4x-5}{2xy+10y}$ es:

a) $2xy(x-1)$ b) $\frac{x-1}{2y}$ c) $\frac{x+2}{x+4}$ d) $\frac{2x^2y}{x+5}$

37. Si se simplifica la fracción $\frac{2x^2-7x-4}{2x^2-11x+12}$, se obtiene:

a) $\frac{2x-1}{2x+3}$ b) $\frac{x-4}{2x-3}$ c) $\frac{2x+1}{x-4}$ d) $\frac{2x+1}{2x-3}$

38. El resultado de $\left(\frac{x^2-4}{x^2+7x+12}\right)\left(\frac{x^2-9}{x^2-5x+6}\right)$ es:

a) $\frac{x-2}{x+4}$ b) $\frac{x+3}{x-2}$ c) $\frac{x+2}{x+4}$ d) $\frac{x-3}{x-4}$

39. Al realizar $\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(\frac{x}{x+1}\right)$, se obtiene:

a) $\frac{x}{x-1}$ b) $x-1$ c) $\frac{x+1}{x}$ d) $\frac{1}{x-1}$

40. El resultado de $\frac{x+6}{x-1}+\frac{1-x}{x+3}$ es:

a) $\frac{2x^2+7x+19}{(x-1)(x+3)}$ b) $\frac{11x+17}{(x+3)(x-1)}$ c) $\frac{2x^2-5x-17}{(x-3)(x+1)}$ d) $\frac{17-11x}{(x-3)(x+1)}$

41. Al realizar $\frac{2x}{x^2-9}-\frac{1}{x-3}$, se obtiene:

a) $\frac{1}{x+3}$ b) $\frac{2x+3}{x-3}$ c) $\frac{x}{x-3}$ d) $-\frac{1}{x+3}$

42. El resultado de $\left(\frac{x}{x^2+5x+6}\right)\div\left(\frac{x^2-3x}{x+2}\right)$ es:

a) x^2-9 b) $\frac{1}{x^2-9}$ c) $\frac{x+2}{x-3}$ d) $\frac{x+2}{x+3}$

Objetivo: el estudiante despejará una variable, resolverá ecuaciones de primer y segundo grados, y resolverá problemas cuya solución se obtiene a partir de ese tipo de ecuaciones.

Despejes

Dada una fórmula o expresión algebraica despejar una incógnita es representarla en términos de los demás elementos mediante operaciones inversas.

Ejemplos de reactivos

1. Al despejar h de la fórmula $V=\frac{\pi r^2 h}{3}$ se obtiene:

a) $\frac{3\pi V}{r^2}$ b) $\frac{3V}{\pi r^2}$ c) $\frac{\pi r^2}{3V}$ d) $\frac{\pi V}{3r^2}$

Solución:
En el segundo miembro el término $\frac{\pi r^2}{3}$ se encuentra multiplicando a h, por tanto, en el primer miembro efectuará una división, entonces:

$$V=\frac{\pi r^2 h}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{V}{\frac{\pi r^2}{3}}=h \quad \rightarrow \quad h=\frac{3V}{\pi r^2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Al despejar a de la fórmula $V_f^2=V_o^2+2ad$, se obtiene:

a) $\frac{V_o^2-V_f^2}{2d}$ b) $\frac{-V_f^2-V_o^2}{2d}$ c) $\frac{V_f^2-V_o^2}{2d}$ d) $\frac{V_f^2+V_o^2}{2d}$

Solución:
Los elementos que no contengan a se transponen al primer miembro con signo contrario:

$$V_f^2=V_o^2+2ad$$
$$V_f^2-V_o^2=2ad$$

Por último, aquellos que la multiplican efectuarán una división en el primer miembro.

$$\frac{V_f^2 - V_o^2}{2d} = a$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Dada la fórmula $A = \pi r^2$, el despeje de r es:

a) $\sqrt{\frac{A}{\pi}}$ b) $\sqrt{\frac{\pi}{A}}$ c) $\sqrt{\pi A}$ d) $\frac{A}{\pi}$

Solución:

$$A = \pi r^2 \quad \rightarrow \quad r^2 = \frac{A}{\pi} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✐ Resuelve los reactivos 1 a 4 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Una *ecuación de primer grado* es una igualdad entre dos expresiones que involucran constantes y una incógnita, cuyo grado es 1 y está formada por dos miembros:

1er. miembro = 2do. miembro

Al resolver una ecuación de primer grado con una incógnita se obtiene el valor de la incógnita que cumple con la igualdad dada.

▼ Enteras

Ejemplos de reactivos

1. El valor de x que cumple con la igualdad $6x - 7 = 3x + 2$ es:

a) $x = 1$ b) $x = -3$ c) $x = 3$ d) $x = -1$

Solución:
Se agrupan los términos que contienen a la incógnita en alguno de los miembros y los términos independientes en el otro miembro:

$$6x - 7 = 3x + 2 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 6x - 3x &= 2 + 7 \\ 3x &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Al resolver la ecuación $7 - 4x + 2x = 9 + 3x + 8$, el valor de x es:

a) $x = -1$ b) $x = -2$ c) $x = 2$ d) $x = 1$

Solución:

$$7 - 4x + 2x = 9 + 3x + 8 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} -4x + 2x - 3x &= 9 + 8 - 7 \\ -5x &= 10 \\ x &= \frac{10}{-5} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. La solución de $4x - (3 + 5x) = 2(x - 1) + 1$ es:

a) $\frac{2}{3}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $-\frac{2}{3}$

Solución:
Se eliminan los signos de agrupación y se despeja la incógnita:

$$4x - (3 + 5x) = 2(x - 1) + 1 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 4x - 3 - 5x &= 2x - 2 + 1 \\ 4x - 5x - 2x &= -2 + 1 + 3 \\ -3x &= 2 \\ x &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ Fraccionarias

Ejemplos de reactivos

1. El valor de x en $\frac{x}{4} + \frac{2}{3} = x - \frac{1}{6}$ es:

a) $-\frac{10}{9}$ b) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{10}{9}$ d) $-\frac{9}{10}$

Solución:
Cada miembro de la igualdad se multiplica por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\text{mcm}(4, 3, 6) = 12$$

$$\frac{x}{4} + \frac{2}{3} = x - \frac{1}{6} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} (12)\left(\frac{x}{4} + \frac{2}{3}\right) &= (12)\left(x - \frac{1}{6}\right) \\ \frac{12x}{4} + \frac{24}{3} &= 12x - \frac{12}{6} \end{aligned}$$

Se convierte en una ecuación de primer grado entera:

$$\begin{aligned} 3x + 8 &= 12x - 2 \\ 3x - 12x &= -2 - 8 \\ -9x &= -10 \\ x &= \frac{-10}{-9} = \frac{10}{9} \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. El valor de x que cumple con la ecuación $\frac{5}{2x}+3=\frac{6}{x}-2$ es:

a) $x=-\frac{7}{10}$ b) $x=\frac{10}{7}$ c) $x=-\frac{10}{7}$ d) $x=\frac{7}{10}$

Solución:
Se multiplica la ecuación por el mínimo común múltiplo:

$$\frac{5}{2x}+3=\frac{6}{x}-2 \quad \rightarrow \quad (2x)\left(\frac{5}{2x}+3\right)=(2x)\left(\frac{6}{x}-2\right)$$

$$\frac{10x}{2x}+6x=\frac{12x}{x}-4x$$

$$5+6x=12-4x$$

$$6x+4x=12-5$$

$$10x=7$$

$$x=\frac{7}{10}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 5 a 25 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Problemas que se resuelven al plantear una ecuación de primer grado

Para resolver este tipo de problemas se replantea el enunciado en lenguaje algebraico y así se obtiene una ecuación con una incógnita.

Ejemplos de reactivos

1. El modelo matemático que resuelve el problema: "la suma de dos números es 47, el mayor excede al menor en 7" es:

a) $x+(x-7)=47$ b) $x+(7-x)=47$ c) $x+(47+x)=7$ d) $x+(47-x)=7$

Solución:
Se establecen los números con una sola incógnita:

número mayor: x número menor: $x-7$

Se plantea la ecuación que resuelva el problema:

número mayor + número menor = 47

$$x+(x-7)=47$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Si tres números consecutivos suman 78, entonces el mayor de ellos es:

a) 28 b) 25 c) 26 d) 27

Solución:
Se establecen los números con una sola incógnita:

número mayor: x número intermedio: $x-1$ número menor: $x-2$

Se plantea la ecuación que resuelve el problema:

$$\begin{aligned} \text{mayor} + \text{intermedio} + \text{menor} &= 78 \\ x + (x-1) + (x-2) &= 78 \\ 3x - 3 &= 78 \\ 3x &= 81 \\ x &= 27 \end{aligned}$$

El número mayor es $x = 27$, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Tábata tiene 13 años y Tania 36. ¿Dentro de cuántos años Tania tendrá el doble de años que Tábata? Un posible planteamiento que resuelva el problema es:

a) $36 + x = 2(13 + x)$ b) $2(36 + x) = 13 + x$ c) $36 - x = 13 - 2x$ d) $36 - 2x = 13 + x$

Solución:

	Edad actual	Dentro de x años
Tábata	13	$13 + x$
Tania	36	$36 + x$

Se establece la ecuación que resuelve el problema:

$$\begin{gathered} \text{Edad de Tania} = 2(\text{edad de Tábata}) \\ 36 + x = 2(13 + x) \end{gathered}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 26 a 32 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Ecuaciones de segundo grado

Una *ecuación de segundo grado* tiene la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con $a, b, c \in R$ y $a \neq 0$.

Clasificación

$$(\text{Ecuación de 2o. grado})\begin{cases} \text{Completa} \quad ax^2 + bx + c = 0 \\ \text{Incompleta}\begin{cases} \text{Mixta: } ax^2 + bx = 0, \; c = 0 \\ \text{Pura: } ax^2 + c = 0, \; b = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Métodos de solución

- Fórmula general: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Factorización.
- Completando el trinomio cuadrado perfecto.

- **Propiedades del discriminante de la fórmula general**
  - Si $b^2 - 4ac = 0$, la ecuación tiene una solución.
  - Si $b^2 - 4ac < 0$, las raíces son complejas.
  - Si $b^2 - 4ac > 0$, las raíces son reales.

- **Fórmula general**

Ejemplos de reactivos

1. Una solución de la ecuación $6x^2 + 11x - 10 = 0$ es:

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $-\frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{3}$

Solución:
Se identifican los valores de *a*, *b* y *c* en la ecuación y se sustituyen en la fórmula general:

$$a = 6,\ b = 11 \ \text{ y } \ c = -10$$

Entonces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-11 \pm \sqrt{(11)^2 - 4(6)(-10)}}{2(6)} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 240}}{12} = \frac{-11 \pm \sqrt{361}}{12} = \frac{-11 \pm 19}{12}$$

Las raíces de la ecuación están dadas por:

$$x_1 = \frac{-11+19}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \qquad x_2 = \frac{-11-19}{12} = \frac{-30}{12} = -\frac{5}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Una solución de $3x^2 - 9x = 0$ es:

a) 3 b) -3 c) 6 d) -6

Solución:
Se determinan los valores de *a*, *b* y *c*:

$$a = 3,\ b = -9 \ \text{ y } \ c = 0$$

Se sustituyen en la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(3)(0)}}{2(3)} = \frac{9 \pm \sqrt{81}}{6} = \frac{9 \pm 9}{6}$$

Las raíces o soluciones están dadas por:

$$x_1 = \frac{9+9}{6} = \frac{18}{6} = 3 \qquad x_2 = \frac{9-9}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Factorización y despeje

Ejemplos de reactivos

1. Las raíces de la ecuación $x^2 - 9x + 20 = 0$ son:

a) $-5, 4$ b) $4, 5$ c) $-5, -4$ d) $-4, 5$

Solución:
Se factoriza el trinomio:

$$x^2 - 9x + 20 = 0 \quad \rightarrow \quad (x-5)(x-4) = 0$$
$$x - 5 = 0, \quad x - 4 = 0$$
$$x = 5, \quad x = 4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una solución de la ecuación $3x^2 - 4x = 0$ es:

a) $-\frac{4}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $-\frac{2}{3}$

Solución:
Se factoriza la expresión:

$$3x^2 - 4x = 0 \quad \rightarrow \quad x(3x-4) = 0$$
$$x = 0, \quad 3x - 4 = 0$$
$$x = 0, \quad x = \frac{4}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. La solución de la ecuación $4x^2 - 9 = 0$ es:

a) $\pm\frac{2}{3}$ b) $\pm\frac{3}{2}$ c) $\pm\frac{9}{4}$ d) $\pm\frac{5}{2}$

Solución:
La ecuación a resolver es cuadrática pura, por tanto, se despeja x:

$$4x^2 - 9 = 0 \quad \rightarrow \quad 4x^2 = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{9}{4}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}$$
$$x = \pm\frac{3}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Completando el trinomio cuadrado perfecto

Ejemplos de reactivos

1. Una de las soluciones de la ecuación $m^2 - 8m - 20 = 0$ es:

a) -10 b) 6 c) -2 d) 4

Solución:
Se completa el trinomio cuadrado perfecto:

$$m^2 - 8m - 20 = 0 \quad \rightarrow \quad m^2 - 8m = 20 \quad \rightarrow \quad m^2 - 8m + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 20 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$m^2 - 8m + 16 = 20 + 16$$
$$(m-4)^2 = 36$$
$$m - 4 = \pm\sqrt{36}$$
$$m - 4 = \pm 6$$

De esta expresión se obtienen las soluciones de la ecuación:

$$m - 4 = 6 \qquad m - 4 = -6$$
$$m = 6 + 4 \qquad m = -6 + 4$$
$$m = 10 \qquad m = -2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Al completar el trinomio cuadrado perfecto en $x^2 + 6x + 5 = 0$, se obtiene:

a) $(x-3)^2 = 4$ b) $(x+6)^2 = 31$ c) $(x-6)^2 = 31$ d) $(x+3)^2 = 4$

Solución:

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + 6x = -5 \quad \rightarrow \quad x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = -5 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

$$x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$$
$$(x+3)^2 = -5 + 9$$
$$(x+3)^2 = 4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Una expresión que permite encontrar las raíces de $x^2 + 3x - 10 = 0$ es:

a) $(x-5)(x+2) = 0$ b) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$ c) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$ d) $(x+10)(x-1) = 0$

Solución:
Se completa el trinomio cuadrado perfecto.

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + 3x = 10 \quad \rightarrow \quad x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 10 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 10 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Dadas las raíces, hallar la ecuación

Si las raíces o soluciones de una ecuación de segundo grado son:

$$x_1 = a \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

La ecuación es:

$$(x-a)(x-b) = 0 \quad \text{o} \quad x^2 - (a+b)x + ab = 0$$

Ejemplos de reactivos

1. La ecuación cuyas raíces son: $x_1 = 2$ y $x_2 = 5$ es:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ b) $x^2 + 7x + 10 = 0$ c) $x^2 - 7x - 10 = 0$ d) $x^2 + 7x - 10 = 0$

Solución:

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - (2 + 5)x + (2)(5) = 0$$
$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. La ecuación cuyas raíces son $x_1 = 3$ y $x_2 = -7$ es:

a) $(x + 3)(x - 7) = 0$ b) $(x + 3)(x + 7) = 0$ c) $(x - 3)(x - 7) = 0$ d) $(x - 3)(x + 7) = 0$

Solución:

$$(x - a)(x - b) = 0 \quad \rightarrow \quad (x - (3))(x - (-7)) = 0$$
$$(x - 3)(x + 7) = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La ecuación cuyas raíces son $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{3}$ es:

a) $6x^2 - x - 1 = 0$ b) $6x^2 + x + 1 = 0$ c) $6x^2 - x + 1 = 0$ d) $6x^2 + x - 1 = 0$

Solución:
La ecuación resulta de:

$$\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$$
$$x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$$

Al multiplicar por el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$6\left(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}\right) = 6(0)$$
$$6x^2 + 3x - 2x - 1 = 0$$
$$6x^2 + x - 1 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 33 a 64 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

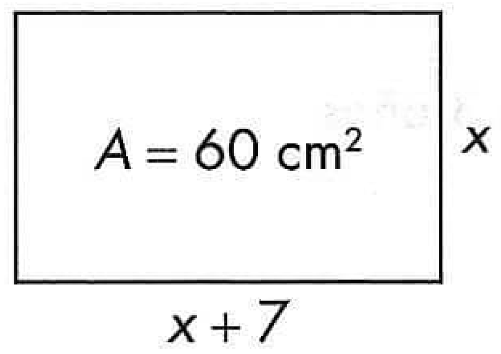
▼ Problemas que se resuelven con ecuaciones de segundo grado

Ejemplos de reactivos

1. Un rectángulo tiene un área de 60 cm^2. Si el largo excede en 7 cm a su ancho. ¿Cuál es la longitud del largo del rectángulo?

a) 5 cm b) 12 cm c) 10 cm d) 20 cm

Solución:



Planteamiento:

área = (ancho) (largo)

$60 = x(x + 7) \rightarrow 60 = x^2 + 7x$

$x^2 + 7x - 60 = 0$

$(x + 12)(x - 5) = 0$

$x = -12, \ x = 5$

Se toma la cantidad positiva, entonces:

largo: $x + 7 = 5 + 7 = 12$ cm ancho: $x = 5$ cm

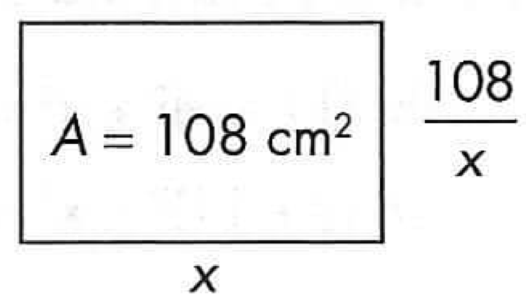
Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Un rectángulo tiene un área de 108 cm^2. Si el largo se disminuye en 6 cm, el ancho se aumenta en 9 cm y el área no cambia. ¿Cuáles son las dimensiones del nuevo rectángulo?

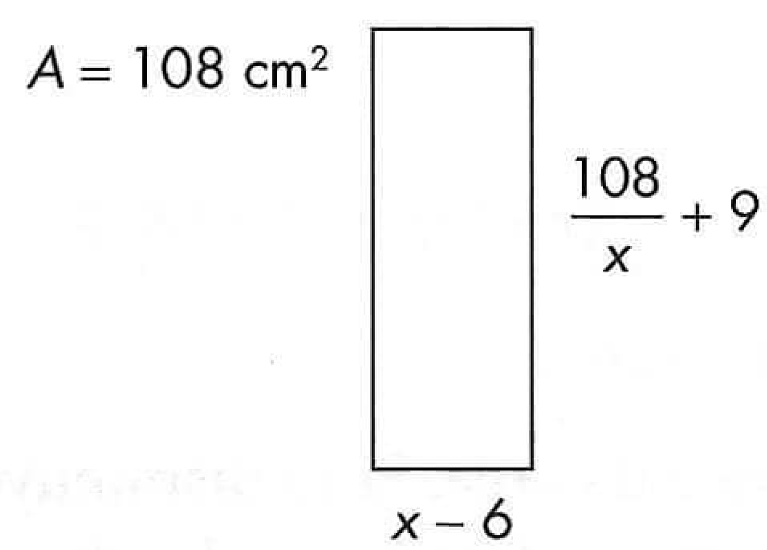
a) 2×54 cm b) 12×9 cm c) 6×18 cm d) 4×27 cm

Solución:

El rectángulo original es:



Si se disminuye el largo en 6 cm y se aumenta el ancho en 9 cm, el nuevo rectángulo tiene de área 108 cm^2:



Planteamiento:

Área = (largo)(ancho)

$$108 = (x - 6)\left(\frac{108}{x} + 9\right)$$

$$108 = 108 + 9x - \frac{648}{x} - 54$$ Al multiplicar por x,

$$108x = 108x + 9x^2 - 648 - 54x$$ la cual se reduce a la ecuación:

$$9x^2 - 54x - 648 = 0$$ dividiendo por 9.

$$x^2 - 6x - 72 = 0 \rightarrow (x - 12)(x + 6) = 0 \rightarrow x = 12, \ x = -6$$

Por consiguiente, las dimensiones del nuevo rectángulo son:

largo: $\frac{108}{x} + 9 = \frac{108}{12} + 9 = 9 + 9 = 18$ cm ancho: $x - 6 = 12 - 6 = 6$ cm

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Álvaro excede en 3 años a María Elena y la suma de los cuadrados de sus edades es 65. ¿Qué edad tiene Álvaro?

a) 7 años   b) 4 años   c) 6 años   d) 3 años

Solución:
Se establecen las edades con una sola variable:

edad de Álvaro $= x$ edad de María Elena $= x - 3$

Se plantea la ecuación que resuelva el problema:

$$x^2 + (x-3)^2 = 65 \quad \rightarrow \quad x^2 + x^2 - 6x + 9 = 65$$
$$2x^2 - 6x + 9 - 65 = 0$$
$$2x^2 - 6x - 56 = 0$$
$$\text{dividiendo por 2} \quad x^2 - 3x - 28 = 0$$
$$(x-7)(x+4) = 0$$
$$x = 7, \; x = -4$$

La edad de Álvaro es: $x = 7$, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. La edad de Herman excede en 11 años a la de Fernando, si la suma de los cuadrados de sus edades es 1 573, un posible planteamiento que resuelva el problema es:

a) $(x+11)^2 - x^2 = 1\,573$ b) $(11 - x)^2 + x^2 = 1\,573$
c) $(x-11)^2 - x^2 = 1\,573$ d) $(x+11)^2 + x^2 = 1\,573$

Solución:
Se establecen las edades con una sola incógnita:

edad de Herman $= x + 11$ edad de Fernando $= x$

Se plantea la ecuación:

$$(x+11)^2 + x^2 = 1\,573$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

5. Se tiene un cuadrado con 196 cm^2 de área. Si se disminuye en 7 cm uno de los lados, el otro se aumenta en 14 cm y el área no se altera. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo resultante?

a) 14×14 cm   b) 2×98 cm   c) 7×28 cm   d) 4×49 cm

Solución:
Sea x el lado del cuadrado, entonces, si uno de los lados se disminuye en 7 cm y el otro se aumenta en 14 cm, el área es de 196 cm^2.

$$(x-7)(x+14) = 196 \quad \rightarrow \quad x^2 + 7x - 98 = 196$$
$$x^2 + 7x - 98 - 196 = 0$$
$$x^2 + 7x - 294 = 0$$
$$(x+21)(x-14) = 0$$
$$x = -21, \; x = 14$$

Por consiguiente, las dimensiones del rectángulo resultante son:

largo: $x + 14 = 14 + 14 = 28$ cm   ancho: $x - 7 = 14 - 7 = 7$ cm

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 65 a 69 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Al despejar F de la expresión $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$, se obtiene:

a) $\dfrac{T \cdot d}{\cos\theta}$ b) $\dfrac{T}{d \cdot \cos\theta}$ c) $T \cdot d \cdot \cos\theta$ d) $\dfrac{T\cos\theta}{d}$

2. Se sabe que $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$. Al expresar la velocidad en términos de la energía cinética y la masa se obtiene:

a) $\sqrt{\dfrac{m}{2E_c}}$ b) $\dfrac{2\sqrt{E_c}}{m}$ c) $\sqrt{\dfrac{2E_c}{m}}$ d) $\dfrac{m}{\sqrt{2E_c}}$

3. La densidad de la materia (ρ) es directamente proporcional a su masa (m) e inversamente proporcional a su volumen (v). Al expresar la masa del cuerpo en términos de su densidad y su volumen se obtiene:

a) $m = \rho \cdot v$ b) $m = \dfrac{\rho}{v}$ c) $m = \dfrac{v}{\rho}$ d) $m = \dfrac{1}{\rho \cdot v}$

4. La ley de Ohm nos dice que la intensidad de corriente eléctrica (I) en un conductor, es directamente proporcional al voltaje aplicado (V) e inversamente proporcional a su resistencia (R). Al expresar la resistencia en términos del voltaje y la intensidad de corriente se obtiene:

a) $R = \dfrac{1}{I \cdot V}$ b) $R = I\,V$ c) $R = \dfrac{V}{I}$ d) $R = \dfrac{I}{V}$

2 Resuelve los siguientes reactivos:

5. El valor de x que cumple con la igualdad $10x - 5 = 8x + 7$ es:

a) 6 b) −6 c) 10 d) −10

6. Al resolver la ecuación $12 - 3x + 4x = 9 + 10x + 8$, el valor de x es:

a) $\dfrac{5}{9}$ b) $\dfrac{9}{5}$ c) $-\dfrac{9}{5}$ d) $-\dfrac{5}{9}$

7. La solución de $6x + (4 + 2x) = 2x - (7x - 4) + 5$ es:

a) $x = \dfrac{3}{5}$ b) $x = \dfrac{1}{2}$ c) $x = \dfrac{5}{13}$ d) $x = \dfrac{2}{3}$

8. El valor de x en $\dfrac{x}{4} + \dfrac{2}{5} = \dfrac{x}{2} - 1$

a) $\dfrac{5}{8}$ b) $\dfrac{28}{5}$ c) $\dfrac{6}{5}$ d) $\dfrac{7}{8}$

9. El valor de x que cumple con la ecuación $3 + \dfrac{2}{3x} = \dfrac{6}{x}$ es:

a) $\dfrac{9}{7}$ b) $\dfrac{2}{3}$ c) $\dfrac{16}{9}$ d) $\dfrac{5}{6}$

10. La solución de la ecuación $\frac{x}{2}-\frac{x-2}{3}=1$ es:

a) 7　b) 5　c) 4　d) 2

11. Al resolver la ecuación $\frac{x}{3}-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x=\frac{5}{3}-\frac{x}{2}$ se obtiene:

a) $x = 13$　b) $x = -13$　c) $x = 12$　d) $x = -12$

12. Al resolver la ecuación $\frac{1}{x}-\frac{5}{2}=\frac{4}{x}$ para $x \neq 0$ se obtiene:

a) $x=\frac{6}{5}$　b) $x=-\frac{6}{5}$　c) $x=-\frac{5}{6}$　d) $x=\frac{5}{6}$

13. La solución de la ecuación $2+\frac{x}{x-1}=1$ es:

a) $\frac{1}{2}$　b) $\frac{3}{2}$　c) $\frac{5}{3}$　d) $\frac{8}{3}$

14. El valor de "x" en la ecuación $\frac{x-2}{5}+\frac{x+2}{3}=\frac{8}{10}$ es:

a) -6　b) -4　c) 1　d) 3

15. La solución de $3(x-4)-2(3x-6)=2x-(7x-1)$ es:

a) $-\frac{1}{2}$　b) $\frac{1}{2}$　c) 2　d) -2

16. La solución de la ecuación $3x-5=\frac{2x-1}{3}$ es:

a) $-\frac{7}{2}$　b) -3　c) 2　d) 5

17. El valor de x que cumple con la ecuación $\frac{1}{3-x}=2-\frac{5}{3-x}$ es:

a) $\frac{3}{2}$　b) $-\frac{3}{2}$　c) 0　d) 3

18. Al resolver la siguiente ecuación $10x-8=4x+10$ se obtiene:

a) $x=\frac{1}{3}$　b) $x = 3$　c) $=-\frac{1}{3}$　d) $x=-3$

19. Al resolver la ecuación $2+\frac{3}{x+2}=\frac{2}{3}-\frac{4}{x+2}$, se obtiene:

a) $x=\frac{29}{4}$　b) $x=-\frac{29}{4}$　c) $x=\frac{4}{29}$　d) $x=-\frac{4}{29}$

20. Al resolver la ecuación $\frac{1}{3x}-\frac{5}{2}=\frac{7}{2x}-\frac{2}{3}$ para $x \neq 0$, se obtiene:

a) $x=\frac{19}{11}$　b) $x=-\frac{11}{19}$　c) $x=\frac{11}{9}$　d) $x=-\frac{19}{11}$

21. El valor de z en $\frac{4}{z+3}=4-\frac{1}{z+3}$ es:

a) $-\frac{4}{7}$　b) $\frac{4}{7}$　c) $-\frac{7}{4}$　d) $\frac{7}{4}$

22. El valor de x que cumple con la ecuación $\frac{3}{x+5}-10=\frac{2}{x+5}$ es:

a) $-\frac{49}{10}$　b) $\frac{9}{10}$　c) $\frac{1}{10}$　d) $\frac{3}{10}$

23. Al resolver la siguiente ecuación $4(x-2)=6(x-2)+10$, se obtiene:

a) 3 b) −3 c) 6 d) −6

24. Al resolver la ecuación $\frac{4}{x-1}+\frac{3}{2}=\frac{1}{x-1}-\frac{5}{3}$, se obtiene:

a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{2}{19}$ d) $\frac{1}{19}$

25. Al resolver la ecuación $\frac{3}{4x}-\frac{1}{20}-\frac{2}{5x}=\frac{3}{2}-\frac{1}{4x}$ para $x \neq 0$, se obtiene:

a) $x=\frac{31}{12}$ b) $x=-\frac{31}{12}$ c) $x=-\frac{12}{31}$ d) $x=\frac{12}{31}$

26. La suma de 3 números enteros consecutivos es igual a 66. ¿Cuál es el número mayor?

a) 23 b) 13 c) 43 d) 33

27. La suma de 2 números es 8. Si el mayor es el triple del número menor. ¿Cuál es el mayor?

a) 8 b) −6 c) 4 d) 6

28. Manuel tiene el doble de la edad de Fabián. Si dentro de 12 años Fabián tendrá 9 años menos que Manuel. ¿Qué edad tiene Manuel?

a) 9 b) 8 c) 16 d) 18

29. Cuatro veces un número menos 8 es siempre igual a seis veces el mismo número menos 2, determinar el número.

a) −5 b) −1 c) −3 d) 7

30. La suma de dos números es 14. Si el mayor equivale a los cuatro tercios del menor. ¿Cuál de los siguientes modelos matemáticos resuelve el problema si x es el número mayor?

a) $x=\frac{3}{4}(14-x)$ b) $x=\frac{4}{3}(14-x)$ c) $x=14-\frac{4}{3}x$ d) $x=\frac{4}{3}(x+14)$

31. El modelo matemático que resuelve el problema: "Tania tiene 26 años y Tábata 10. Dentro de cuántos años la edad de Tania será el doble de la edad de Tábata".

a) $26+x=2(10+x)$ b) $26-x=2(10-x)$ c) $26x=2(10x)$ d) $2(26+x)=10+x$

32. La edad de Ana excede en 4 años la de Berenice y dentro de 3 años será los 5 cuartos de la edad de Berenice. Si Ana tiene x años, encuentra el modelo matemático que determina su edad.

a) $x+3=\frac{4}{5}(x-1)$ b) $x-3=\frac{5}{4}(x+3)$ c) $x-1=\frac{5}{4}(x+3)$ d) $x+3=\frac{5}{4}(x-1)$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

33. Una solución de la ecuación $x^2-7x+10=0$ es:

a) −5 b) 5 c) −2 d) −4

34. Al completar el trinomio cuadrado perfecto en $x^2 - 5x + 6 = 0$, se obtiene:

a) $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ b) $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ c) $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{25}$ d) $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{25}$

35. Al resolver la ecuación $3x^2 - x = 2$, se obtiene:

a) $x = 3,\ x = -2$ b) $x = -1,\ x = \frac{2}{3}$ c) $x = -2,\ x = -3$ d) $x = 1,\ x = -\frac{2}{3}$

36. Las raíces de la ecuación $x^2 - 16 = 0$ son:

a) -16 y 16 b) -4 y 4 c) -8 y 8 d) $-4i$ y $4i$

37. ¿Cuáles son las raíces de la ecuación $y^3 + 5y^2 - 6y = 0$?

a) $0, 5, -6$ b) $0, -5, 6$ c) $0, 1, 6$ d) $0, 1, -6$

38. La ecuación cuyas raíces son: $x_1 = 4$ y $x_2 = 1$ es:

a) $x^2 + 5x - 4 = 0$ b) $x^2 - 5x - 4 = 0$ c) $x^2 - 5x + 4 = 0$ d) $x^2 + 5x + 4 = 0$

39. Los valores 0 y -3 son las raíces o soluciones de la ecuación:

a) $x(x - 3) = 0$ b) $(x + 3)(x - 3) = 0$ c) $x(x + 3) = 0$ d) $x^2 - 9 = 0$

40. Una solución de la ecuación $5x^2 + 21x + 4 = 0$ es:

a) 4 b) 5 c) $\frac{1}{5}$ d) $-\frac{1}{5}$

41. Al completar el trinomio cuadrado perfecto en $x^2 = -10x - 16$, se obtiene:

a) $(x + 5)^2 = 9$ b) $(x - 5)^2 = 9$ c) $(x - 13)^2 = 36$ d) $(x + 13)^2 = 36$

42. Al resolver la ecuación $6x^2 - 7x = 3$, se obtiene:

a) $x = \frac{3}{2}$ y $x = \frac{1}{3}$ b) $x = -\frac{3}{2}$ y $x = -\frac{1}{3}$ c) $x = -\frac{3}{2}$ y $x = \frac{1}{3}$ d) $x = \frac{3}{2}$ y $x = -\frac{1}{3}$

43. Las raíces de la ecuación $16x^2 - 25 = 0$ son:

a) -5 y 5 b) -4 y 4 c) $-\frac{5}{4}$ y $\frac{5}{4}$ d) $-\frac{4}{5}$ y $\frac{4}{5}$

44. ¿Cuáles son las raíces de la ecuación $x^3 + 9x^2 + 14x = 0$?

a) $x = 0,\ x = 7,\ x = 2$ b) $x = 0,\ x = -7,\ x = -2$ c) $x = 0,\ x = 7,\ x = -2$ d) $x = 0,\ x = 7,\ x = -2$

45. La ecuación cuyas raíces son: $x_1 = -4$ y $x_2 = -7$ es:

a) $x^2 - 11x - 28 = 0$ b) $x^2 + 11x + 28 = 0$ c) $x^2 - 11x + 28 = 0$ d) $x^2 + 11x - 28 = 0$

46. La ecuación cuyas raíces son $x_1 = \frac{4}{5}, x_2 = -\frac{1}{2}$ es:

a) $10x^2 - 3x - 4 = 0$ b) $10x^2 - 3x + 4 = 0$ c) $10x^2 + 3x + 4 = 0$ d) $10x^2 + 3x - 4 = 0$

47. Una solución de la ecuación $6x^2 + x - 2 = 0$ es:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{2}$

48. Al completar el trinomio cuadrado perfecto en $x^2 - x - 20 = 0$, se obtiene:

a) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$ b) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$

c) $(x-1)^2 = 20$ d) $(x+1)^2 = 20$

49. Al resolver la ecuación $8x^2 - 2x = 3$, se obtiene:

a) $x = \frac{3}{4}$ y $x = \frac{1}{2}$ b) $x = \frac{3}{4}$ y $x = -\frac{1}{2}$

c) $x = -\frac{3}{4}$ y $x = -\frac{1}{2}$ d) $x = -\frac{3}{4}$ y $x = \frac{1}{2}$

50. Las raíces de la ecuación $5x^2 - 10x = 0$ son:

a) 0, 2 b) 5, −10
c) 5, 10 d) 2, −2

51. ¿Cuáles son las raíces de la ecuación $y^3 - 11y^2 + 18y = 0$?

a) 0, −9, −2 b) 0, −9, 2
c) 0, 9, −2 d) 0, 9, 2

52. La ecuación cuyas raíces son: $x_1 = -4$ y $x_2 = 3$ es:

a) $(x-4)(x+3) = 0$ b) $(x+4)(x-3) = 0$
c) $(x+4)(x+3) = 0$ d) $(x-4)(x-3) = 0$

53. La ecuación cuyas raíces son $x_1 = -\frac{3}{4}$, $x_2 = 2$ es:

a) $4x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $4x^2 + 5x + 6 = 0$
c) $4x^2 - 5x - 6 = 0$ d) $4x^2 + 5x - 6 = 0$

54. Una solución de la ecuación $3x^2 + 10x - 8 = 0$ es:

a) $x = 4$ b) $x = 8$
c) $x = -4$ d) $x = -8$

55. Al completar el trinomio cuadrado perfecto en $x^2 + 4x - 12 = 0$, se obtiene:

a) $(x-12)^2 = 4$ b) $(x-4)^2 = 16$
c) $(x+12)^2 = 4$ d) $(x+2)^2 = 16$

56. Al resolver la ecuación $10x^2 - 23x = 5$, se obtiene:

a) $x = \frac{5}{2}, x = \frac{1}{5}$ b) $x = \frac{5}{2}, x = -\frac{1}{5}$

c) $x = -\frac{5}{2}, x = \frac{1}{5}$ d) $x = -\frac{5}{2}, x = -\frac{1}{5}$

57. Las raíces de la ecuación $4x^2 - 81 = 0$ son:

a) −9, 9 b) −4, 4

c) $-\frac{2}{9}, \frac{2}{9}$ d) $-\frac{9}{2}, \frac{9}{2}$

58. ¿Cuáles son las raíces de la ecuación $x^3 + 2x^2 - 24x = 0$?

a) $x = 0, x = 6, x = 4$ b) $x = 0, x = -6, x = -4$
c) $x = 0, x = -6, x = 4$ d) $x = 0, x = 6, x = -4$

59. La ecuación cuyas raíces son: $x_1 = -6$ y $x_2 = 8$ es:

a) $(x-6)(x+8)=0$ b) $(x-6)(x-8)=0$
c) $(x+6)(x-8)=0$ d) $(x+6)(x+8)=0$

60. La ecuación cuyas raíces son $x_1 = -\frac{4}{3}$, $x_2 = -\frac{1}{5}$ es:

a) $15x^2+23x-4=0$ b) $15x^2-23x+4=0$
c) $15x^2-23x+4=0$ d) $15x^2+23x+4=0$

61. Una solución de la ecuación $x^2+11x+10=0$ es:

a) -10 b) 10
c) 11 d) -11

62. Al completar el trinomio cuadrado perfecto en $x^2-4x-32=0$, se obtiene:

a) $(x-2)^2=36$ b) $(x+2)^2=36$
c) $(x-36)^2=4$ d) $(x+36)^2=4$

63. Al resolver la ecuación $x^2-x=0$, se obtiene:

a) $x=1$, $x=0$ b) $x=-1$, $x=0$
c) $x=2$, $x=0$ d) $x=-2$, $x=0$

64. Las raíces de la ecuación $3x^2-48=0$ son:

a) $x=-48$, $x=48$ b) $x=3$, $x=-3$
c) $x=16$, $x=-16$ d) $x=4$, $x=-4$

65. La suma de 2 números es 7 y la de sus cuadrados es 29. ¿Cuál es el número mayor?

a) 5 b) 7
c) 29 d) 25

66. El largo de un rectángulo mide el doble que su ancho. Si se aumentan 2 metros a cada lado el área aumenta en 34 m^2. ¿Cuánto mide el largo?

a) 7 b) 10
c) 12 d) 5

67. El ancho de un rectángulo mide diez unidades menos que su largo. Si su área es de 96 unidades cuadradas. ¿Cuánto mide el ancho?

a) 16 b) 10
c) 6 d) 8

68. ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado si su área es de 18 m^2?

a) 9 m b) 18 m
c) $\sqrt{2}$ m d) $3\sqrt{2}$ m

69. El perímetro de un rectángulo es de 24 dm y cuya área es de 33 dm^2, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

a) $\begin{cases} \text{largo: } (7+\sqrt{5})\text{dm} \\ \text{ancho: } (7-\sqrt{5})\text{dm} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \text{largo: } 6 \text{ dm} \\ \text{ancho: } 6 \text{ dm} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \text{largo: } (6+\sqrt{3})\text{dm} \\ \text{ancho: } (6-\sqrt{3})\text{dm} \end{cases}$ d) $\begin{cases} \text{largo: } 7 \text{ dm} \\ \text{ancho: } 5 \text{ dm} \end{cases}$

Objetivo: el estudiante determinará el conjunto solución de una desigualdad de primer y segundo grados con una incógnita, también lo expresará en diversas formas.

Desigualdades de primer grado en una variable y sus propiedades

▼ Desigualdad

Determina el orden de dos cantidades diferentes y los símbolos que utiliza son: $>$, $<$, $\geq$ y $\leq$.

Ejemplos

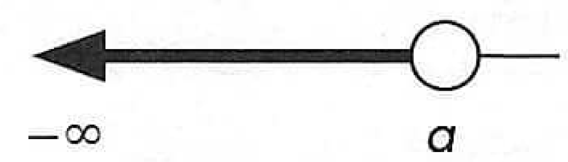
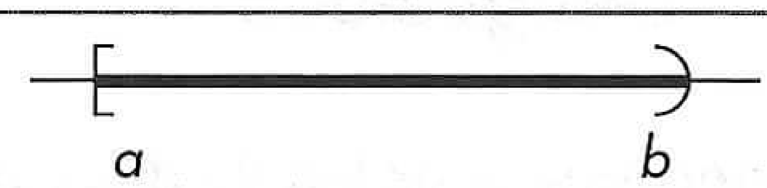
1) $4 < 6$, se lee "cuatro es menor que seis".
2) $-3 > -5$, se lee "menos tres es mayor que menos cinco".
3) $x \leq 2$, se lee "x es menor o igual a dos".
4) $-6 \leq x$, se lee "x es mayor o igual a menos 6".
5) $3 < x < 7$, se lee "x es mayor que tres y menor que 7".

▼ Propiedades de las desigualdades

Sean $a, b, c \in R$

1) Si $a > b$ y $b > c$, entonces $a > c$.
2) Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$ y $a - c > b - c$.
3) Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $ac > bc$ y $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.
4) Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$ y $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

▼ Tabla de desigualdades

Desigualdad	Intervalo	Gráfica 1	Gráfica 2
$x > a$	(a, ∞)		
$x < a$	$(-\infty, a)$		
$x \geq a$	$[a, \infty)$		
$x \leq a$	$(-\infty, a]$		
$a < x < b$	(a, b)		
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$		
$a < x \leq b$	$(a, b]$		
$a \leq x < b$	$[a, b)$		
$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$		

Nota: (a, b) es un intervalo abierto y $[a, b]$ un intervalo cerrado.

▼ Desigualdades de primer grado en una variable

El *conjunto solución* de una desigualdad son los valores para los cuales se cumple la desigualdad, y se representa como una desigualdad, un intervalo o una gráfica.

Ejemplos de reactivos

1. El conjunto solución de $3x - 4 \geq 8$ es:

Solución:
Se despeja la variable x.

$$3x - 4 \geq 8 \quad \rightarrow \quad 3x \geq 8 + 4 \quad \rightarrow \quad 3x \geq 12$$

$$x \geq \frac{12}{3}$$

$$x \geq 4$$

Por tanto, el conjunto solución queda representado de las siguientes maneras:

$x \geq 4$ $\qquad$ $x \in [4, \infty)$



2. El conjunto solución de $3x + 5 > 2x + 7$ es:

a) $x > 2$ $\qquad$ b) $x < 2$ $\qquad$ c) $x < -2$ $\qquad$ d) $x > -2$

Solución:
Se despeja la variable x tomando en cuenta las propiedades de las desigualdades:

$$3x+5>2x+7 \quad \rightarrow \quad 3x-2x>7-5$$
$$x>2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. El intervalo solución de $\frac{x-1}{2}<\frac{3x+4}{3}$ es:

a) $\left(-\frac{11}{3},\infty\right)$ b) $\left(\frac{11}{3},\infty\right)$ c) $\left(-\infty,-\frac{11}{3}\right)$ d) $\left[-\frac{11}{3},\infty\right)$

Solución:
Se multiplica por el mínimo común múltiplo para eliminar denominadores:

$$6\left(\frac{x-1}{2}\right)<6\left(\frac{3x+4}{3}\right) \quad \rightarrow \quad 3(x-1)<2(3x+4) \quad \rightarrow \quad 3x-3<6x+8$$
$$3x-6x<8+3$$
$$-3x<11$$

Si se multiplica o divide por un número negativo el sentido de la desigualdad cambia.

$$x>\frac{11}{-3}$$

Por tanto, el intervalo solución es: $\left(-\frac{11}{3},\infty\right)$, la opción correcta es el inciso a.

4. Un modelo matemático que satisface el siguiente enunciado: "A lo más tengo $300.00":

a) $x<300$ b) $x\leq 300$ c) $x\geq 300$ d) $x>300$

Solución:
"A lo más", representa que la máxima cantidad de dinero que se tiene es 300, pero se puede tener menos, entonces la expresión es $x\leq 300$, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 15 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Desigualdades de segundo grado en una variable

Sean x_1, x_2 las soluciones de $ax^2+bx+c=0$, con a positivo y $x_1<x_2$, entonces,

	Solución: Intervalo	Desigualdad
1) Si $ax^2+bx+c>0$	$(-\infty, x_1)\cup(x_2,\infty)$	$x<x_1$ o $x>x_2$
2) Si $ax^2+bx+c<0$	(x_1, x_2)	$x_1<x<x_2$
3) Si $ax^2+bx+c\geq 0$	$(-\infty, x_1]\cup[x_2,\infty)$	$x\leq x_1$ o $x\geq x_2$
4) Si $ax^2+bx+c\leq 0$	$[x_1, x_2]$	$x_1\leq x\leq x_2$

Ejemplos de reactivos

1. El conjunto solución de $x^2 - 4 > 0$ es:

a) $(-\infty, -2] \cup [2,\infty)$ b) $(-\infty, -2) \cup (2,\infty)$ c) $(-2, 2)$ d) $[-2, 2]$

Solución:
Se obtienen las raíces de $x^2 - 4 = 0$

$$x^2 - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 = 4 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

$$x_1 = -2, \; x_2 = 2$$

La desigualdad $x^2 - 4 > 0$ tiene la forma 1), por tanto, el conjunto solución es:

$$(-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty) \quad \rightarrow \quad (-\infty, -2) \cup (2,\infty)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El conjunto solución de $x^2 + 11x \leq 12$ es:

a) $(-\infty, -12] \cup [1, \infty)$ b) $(-12, 1)$ c) $(-\infty, -12) \cup (1, \infty)$ d) $[-12, 1]$

Solución:
La desigualdad es equivalente a $x^2 + 11x - 12 \leq 0$, se obtienen las raíces de $x^2 + 11x - 12 = 0$

$$x^2 + 11x - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad (x + 12)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = -12, \; x_2 = 1$$

La desigualdad $x^2 + 11x \leq 12$ tiene la forma 4), por consiguiente, el conjunto solución es:

$$[-12, 1]$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. El conjunto solución de $9 - x^2 \geq 0$ es:

a) $-3 \leq x$ b) $3 \leq x \leq -3$ c) $-3 \leq x \leq 3$ d) $x \leq 3$

Solución:
Se multiplica por (-1) la desigualdad para transformar el término cuadrático en positivo y aplicar las soluciones de una desigualdad cuadrática, entonces,

$$x^2 - 9 \leq 0$$

Se obtienen las soluciones de $x^2 - 9 = 0$, que son $x = -3$ y $x = 3$, por consiguiente el conjunto solución es:

$$-3 \leq x \leq 3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 16 a 23 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. El conjunto solución de $10x - 8 > 12x - 2$ es:

a) $x < -3$ b) $x > -3$ c) $x < 3$ d) $x > 3$

2. El intervalo solución de $8x - 3 + 4x < 6x + 21$ es:

a) $(-\infty, 4]$ b) $(-\infty, 4)$ c) $(4, \infty)$ d) $[4, \infty)$

3. El intervalo que satisface a $\frac{2x}{3} - \frac{5}{2} > \frac{3x}{2} - \frac{7}{3}$ es:

a) $\left(-\infty, -\frac{1}{5}\right]$ b) $\left[-\infty, -\frac{1}{5}\right)$ c) $\left(-\infty, -\frac{1}{5}\right)$ d) $\left[-\infty, -\frac{1}{5}\right]$

4. El conjunto solución de $3x - 10 + 6x \geq 12x + 8$ es:

a) $x \geq -6$ b) $x \leq -6$ c) $x \leq 6$ d) $x \geq 6$

5. El intervalo solución de $\frac{2x}{5} - \frac{7}{4} \leq \frac{x}{4} - \frac{3}{5}$ es:

a) $\left(-\infty, \frac{23}{3}\right]$ b) $\left[\frac{23}{3}, \infty\right)$ c) $\left[\frac{23}{3}, \infty\right]$ d) $\left(-\infty, \frac{23}{3}\right)$

6. El intervalo solución de $\frac{2x-4}{4} - \frac{1}{2} \leq \frac{3x-5}{2}$ es:

a) $(-\infty, 1]$ b) $[1, 1]$ c) $[1, \infty)$ d) $(1, \infty)$

7. El intervalo solución de $\frac{x}{12} - \frac{3}{4} + \frac{5x}{3} \geq \frac{x}{6} + \frac{7}{12}$ es:

a) $\left(-\frac{16}{19}, \infty\right)$ b) $\left(-\infty, -\frac{16}{19}\right)$ c) $\left[\frac{16}{19}, \infty\right)$ d) $\left(-\infty, -\frac{16}{19}\right]$

8. El intervalo que satisface $7x - 8 - 9x > 2x - 4 + x$ es:

a) $\left(\frac{4}{5}, \infty\right)$ b) $\left(-\frac{4}{5}, \infty\right)$ c) $\left(-\infty, \frac{4}{5}\right)$ d) $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right)$

9. El conjunto solución de $x - 7 + 2x \leq 10x - 8$ es:

a) $x \leq -\frac{1}{7}$ b) $x \leq \frac{1}{7}$ c) $x \geq -\frac{1}{7}$ d) $x \geq \frac{1}{7}$

10. El conjunto solución de $\frac{2x}{3}-\frac{7}{2}>\frac{x}{3}-\frac{3}{2}$ es:

a) $(-6, \infty)$ b) $[-6, \infty)$ c) $(6, \infty)$ d) $[-\infty, 6)$

11. La expresión matemática que representa la frase "A lo más tengo 100" es:

a) $x < 100$ b) $x \leq 100$ c) $x > 100$ d) $x \geq 100$

12. La expresión matemática que representa la frase "Al menos tengo 200" es:

a) $x > 200$ b) $x < 200$ c) $x \geq 200$ d) $x \leq 200$

13. La expresión matemática que representa la frase "A lo más tengo 18" es:

a) $x > 18$ b) $x \geq 18$ c) $x < 18$ d) $x \leq 18$

14. La expresión matemática que representa la frase "Cuando mucho tengo $600.00" es:

a) $x > 600$ b) $x < 600$ c) $x \leq 600$ d) $x \geq 600$

15. La expresión matemática que representa la frase "la temperatura está entre 20°C y 30°C" es:

a) $x > 30$ b) $x < 20$ c) $10 < x < 20$ d) $20 < x < 30$

2 Resuelve los siguientes reactivos:

16. El intervalo que satisface $x^2 - 5x - 6 > 0$ es:

a) $(-\infty, -1) \cup (6, \infty)$ b) $(-\infty, 6) \cup (1, \infty)$ c) $(-1, 6)$ d) $(6, -1)$

17. El intervalo solución de $3x^2 - x - 2 \leq 0$ es:

a) $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]\cup\left[1,\infty\right)$ b) $\left(-\infty,-1\right]\cup\left[\frac{2}{3},\infty\right)$ c) $\left(-\frac{2}{3},1\right)$ d) $\left[-\frac{2}{3},1\right]$

18. El intervalo que satisface a $x^2 - 36 \geq 0$ es:

a) $(-\infty, -6) \cup (6, \infty)$ b) $(-\infty, -6] \cup [6, \infty)$ c) $(-6, 6)$ d) $[-6, 6]$

19. El intervalo solución de $x^2 + 5x < 0$ es:

a) $(0, 5]$ b) $(5, 0]$ c) $[-5, 0]$ d) $(-5, 0)$

20. El intervalo solución de $x^2 + x - 12 \leq 0$ es:

a) $(-\infty,-4) \cup (3, \infty)$ b) $(-\infty, -4] \cup [3, \infty)$ c) $[-4, 3]$ d) $(-4, 3)$

21. El intervalo solución de $x^2 - 7x + 10 \leq 0$ es:

a) $(-\infty,2) \cup (5, \infty)$ b) $(-\infty, -2] \cup [5, \infty)$ c) $[2, 5]$ d) $(2, 5)$

22. El intervalo solución de $x^2 + 6x < 0$ es:

a) $(-\infty, 0)$ b) $(-6, 0)$ c) $(0, 6)$ d) $(6, \infty)$

23. El conjunto solución de $x^2 - 16 \geq 0$ es:

a) $x \leq -4$ o $x \geq 4$ b) $-4 \leq x \leq 4$ c) $-4 < x < 4$ d) $x > 4$ y $x < -4$

Unidad 5 Sistemas de ecuaciones

Objetivo: el estudiante resolverá un sistema de ecuaciones con una y dos incógnitas aplicando diversos métodos, y los aplicará a la solución de problemas.

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es de la forma:

$$\begin{cases} Ax + By = C \\ A'x + B'y = C' \end{cases}$$

La solución de este sistema es el punto $P(x, y)$ que satisface ambas ecuaciones.

Soluciones en un sistema de ecuaciones de 2 × 2

En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas se pueden obtener los siguientes resultados:

Una solución

El sistema representa gráficamente dos rectas oblicuas que se intersecan en un punto, se dice que el sistema es *compatible* y *determinado*; su solución es el punto de intersección de las rectas.

Ejemplo

La solución del sistema $\begin{cases} 2x+3y=23 \\ x+y=9 \end{cases}$ es el punto (4, 5), ya que al sustituirlo en ambas ecuaciones se cumplen las igualdades:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 23 \\ 2(4) + 3(5) &= 23 \\ 8 + 15 &= 23 \\ 23 &= 23 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + y &= 9 \\ 4 + 5 &= 9 \\ 9 &= 9 \end{aligned}$$

Soluciones infinitas

Se presentan cuando gráficamente las dos ecuaciones representan una misma recta en el sistema de ejes coordenados.

Ejemplo

En el sistema $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 4x+2y=6 \end{cases}$ las ecuaciones representan la misma recta, si al multiplicar o dividir una ecuación por un número k se obtiene la otra ecuación, esto se comprueba al dividir la segunda ecuación entre 2,

$$\frac{4x+2y}{2}=\frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad 2x+y=3$$

Por tanto, tiene soluciones infinitas.

➤ No hay solución

Si las rectas son paralelas, esto es, las rectas nunca se cortan y se dice que son incompatibles, si y sólo si:

$$\frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=k \quad \text{y} \quad \frac{C}{C'}\neq k$$

Ejemplo

El sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x+4y=7 \\ -6x-8y=4 \end{cases}$ se conforma de 2 rectas paralelas, porque los coeficientes tanto de x como de y son proporcionales, esto es:

$$\frac{3}{-6}=\frac{4}{-8}=-\frac{1}{2} \qquad \frac{7}{4}\neq -\frac{1}{2}$$

Se deduce entonces que no existe solución.

▼ Métodos de solución

➤ Regla de Cramer o determinantes

Un determinante de 2 × 2 se representa como un arreglo de la siguiente forma:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-cb$$

Dado un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} Ax+By=C \\ A'x+B'y=C' \end{cases}$$

Se resuelve por determinantes o regla de Cramer, donde los valores de las incógnitas están dados por:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} C & B \\ C' & B' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}}=\frac{CB'-C'B}{AB'-A'B} \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} A & C \\ A' & C' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}}=\frac{AC'-A'C}{AB'-A'B}$$

Donde $\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}$ representa el determinante del sistema.

Ejemplos de reactivos

1. La solución del sistema $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ 5x+y=3 \end{cases}$ está dado por:

a) $x=1,\ y=1$　　b) $x=1,\ y=-2$　　c) $x=-2,\ y=1$　　d) $x=2,\ y=-1$

Solución:

Se sustituyen en la regla los coeficientes de las variables y los términos independientes:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} C & B \\ C' & B' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} \quad\rightarrow\quad x=\frac{\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{(7)(1)-(3)(-2)}{(3)(1)-(5)(-2)}=\frac{7+6}{3+10}=\frac{13}{13}=1$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} A & C \\ A' & C' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} \quad\rightarrow\quad y=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{(3)(3)-(5)(7)}{(3)(1)-(5)(-2)}=\frac{9-35}{3+10}=\frac{-26}{13}=-2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El valor de y en el sistema $\begin{cases} 7x+2y=-9 \\ x-y=0 \end{cases}$

a) 2　　b) 1　　c) 0　　d) −1

Solución:

Se emplea la regla de Cramer para y,

$$y=\frac{\begin{vmatrix} A & C \\ A' & C' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} \quad\rightarrow\quad y=\frac{\begin{vmatrix} 7 & -9 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}}=\frac{(7)(0)-(1)(-9)}{(7)(-1)-(1)(2)}=\frac{0+9}{-7-2}=\frac{9}{-9}=-1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. ¿Cuál es el determinante del sistema $\begin{cases} 5x+3y=12 \\ x+2y=1 \end{cases}$ que permite determinar el valor de x?

a) $\dfrac{\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}$　　b) $\dfrac{\begin{vmatrix} 5 & 12 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}$　　c) $\dfrac{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}$　　d) $\dfrac{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 12 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$

Solución:

Se aplica la regla de Cramer para x:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} C & B \\ C' & B' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} \quad\rightarrow\quad x=\frac{\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

➤ Reducción (suma y resta)

Este método consiste en eliminar una de las incógnitas al sumar las dos ecuaciones y obtener una ecuación de primer grado.

Ejemplos de reactivos

1. La solución del sistema $\begin{cases} 3x-2y=-8 \\ x+y=-1 \end{cases}$ está dada por:

a) $x=2,\ y=-1$ b) $x=2,\ y=1$ c) $x=-2,\ y=1$ d) $x=-2,\ y=-1$

Solución:

Se elige la incógnita a eliminar, en este caso y, la primera ecuación se multiplica por 1 y la segunda ecuación se multiplica por 2:

$$1(3x-2y=-8) \qquad 2(x+y=-1)$$

$$\begin{array}{r} 3x-2y=-8 \\ 2x+2y=-2 \\ \hline 5x \quad =-10 \end{array}$$

$$x=\frac{-10}{5}$$

$$x=-2$$

El valor de $x=-2$ se evalúa en cualquiera de las ecuaciones y se despeja la otra incógnita:

$$x+y=-1 \quad \rightarrow \quad -2+y=-1 \quad \rightarrow \quad y=-1+2=1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. En el sistema $\begin{cases} 5x+2y=23 \\ 3x+4y=25 \end{cases}$ el valor de x es:

a) $x=3$ b) $x=2$ c) $x=4$ d) $x=5$

Solución:

Para determinar el valor de x se elimina la variable y, entonces:

$$-2(5x+2y=23) \qquad 1(3x+4y=25)$$

$$\begin{array}{r} -10x-4y=-46 \\ 3x+4y=\ \ 25 \\ \hline -7x \quad =-21 \end{array}$$

$$x=\frac{-21}{-7}$$

$$x=3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. El valor de y en el sistema $\begin{cases} y=5x+3 \\ y=x+7 \end{cases}$ es:

a) 1 b) −1 c) −8 d) 8

Solución:

Un sistema equivalente es $\begin{cases} -5x+y=3 \\ -x+y=7 \end{cases}$, para determinar el valor de y se elimina x:

$$1(-5x+y=3) \qquad\qquad \begin{array}{r} -5x+y=\ 3 \\ 5x-5y=-35 \\ \hline -4y=-32 \end{array}$$

$$-5(-x+y=7) \qquad\qquad y=\frac{-32}{-4}$$

$$y=8$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. Una característica del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+6y=5 \end{cases}$ es:

a) Se cortan en el punto (1, 1)
b) Son rectas coincidentes
c) Son rectas paralelas
d) Son rectas oblicuas

Solución:

Se comprueban los incisos para el sistema:

Inciso a: si se cortan en el punto (1, 1), éste satisface ambas ecuaciones:

$$\begin{array}{rcr} x+3y=4 & \qquad & 2x+6y=5 \\ 1+3(1)=4 & & 2(1)+6(1)=5 \\ 1+3=4 & & 2+6=5 \\ 4=4 & & 8\neq 5 \end{array}$$

No se cumple la condición.

Inciso b: 2 rectas son coincidentes si al multiplicar o dividir por un número una de las ecuaciones se obtiene la otra:

El sistema es $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+6y=5 \end{cases}$, se elige la ecuación $x+3y=4$, la cual se multiplica por 2:

$$2(x+3y=4) \qquad \rightarrow \qquad 2x+6y=8$$

Sólo coinciden los coeficientes en x y y, por tanto, no se cumple la condición.

Inciso c: 2 rectas son paralelas si al dividir los coeficientes de x y los coeficientes de y se obtiene el mismo número, si y sólo si es diferente de la división de los términos independientes:

El sistema es $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+6y=5 \end{cases}$ por consiguiente: $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ se cumple la condición y además es diferente de $\frac{4}{5}$.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Sustitución

En este método se elige una ecuación para despejar una de sus incógnitas; posteriormente, el resultado se sustituye en la ecuación que no fue elegida, así se obtiene una ecuación de primer grado y al resolver el valor de una de las incógnitas, este valor se sustituye en el despeje y se determina el valor de la incógnita restante.

Ejemplos de reactivos

1. La solución del sistema $\begin{cases} x+2y=4 \\ 5x-y=9 \end{cases}$ es:

a) $x = 2, y = 1$ b) $x = -2, y = -1$ c) $x = 1, y = 2$ d) $x = 2, y = -1$

Solución:

De la primera ecuación se despeja x:

$$x + 2y = 4$$
$$x = 4 - 2y$$

Se sustituye el resultado en la segunda ecuación y se resuelve la ecuación de primer grado que resulta:

$$5x - y = 9$$
$$5(4 - 2y) - y = 9$$
$$20 - 10y - y = 9$$
$$-11y = -11$$
$$y = 1$$

El valor de $y = 1$ se sustituye en el despeje y se obtiene el valor de la incógnita x:

$$x = 4 - 2y$$
$$x = 4 - 2(1)$$
$$x = 2$$

Finalmente, las soluciones del sistema son: $x = 2$, $y = 1$, cuya solución corresponde al inciso a.

2. Sea el sistema $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 5x+y=1 \end{cases}$, si de la segunda ecuación se despeja y y se sustituye en la primera ecuación, ¿qué expresión resulta?

a) $3x + 2(11 - 5x) = 4$ b) $3x - 2(11 - 5x) = 4$ c) $3x - 2(11 + 5x) = 4$ d) $2x - 3(11 - 5x) = 4$

Solución:

La segunda ecuación es $5x + y = 11$, su despeje es:

$$y = 11 - 5x$$

El despeje se sustituye en la ecuación $3x - 2y = 4$, obteniendo la expresión:

$$3x - 2y = 4$$
$$3x - 2(11 - 5x) = 4$$

Por consiguiente, la expresión que resulta es:

$$3x - 2(11 - 5x) = 4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 15 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Problemas de aplicación

1. Los números que cumplen con la oración: "la suma de 2 números es 55 y su diferencia es 15" son:

a) 30 y 25 b) 40 y 15 c) 35 y 20 d) 10 y 45

Solución:
Los números se representan por x y y, el planteamiento es:

$$\begin{aligned} x + y &= 55 \\ x - y &= 15 \end{aligned}$$

Se aplica cualquier método para la resolución, en este caso suma y resta:

$$\begin{aligned} x + y &= 55 \\ x - y &= 15 \\ \hline 2x \quad &= 70 \\ x &= \frac{70}{2} = 35 \end{aligned}$$

Se sustituye el valor de x para obtener y en cualquiera de las ecuaciones:

$$x + y = 55 \rightarrow 35 + y = 55 \rightarrow y = 20$$

Los números son: 35 y 20, la opción correcta es el inciso c.

2. "Se desea poner las llantas a 52 vehículos, entre autos y motocicletas; si se necesitan 176 llantas en total. ¿Cuántos autos y motocicletas hay?". Un planteamiento que resuelve el problema es:

a) $\begin{aligned} x + y &= 6 \\ 4x - 2y &= 176 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} x + y &= 52 \\ 4x + 2y &= 176 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} 4x + 2y &= 52 \\ x + y &= 176 \end{aligned}$ d) $\begin{aligned} x - y &= 52 \\ 4x + 2y &= 176 \end{aligned}$

Solución:
Sean

x = número de autos y = número de motocicletas

Planteamiento:
Se desean enllantar 52 vehículos $\rightarrow$ $x + y = 52$
Se necesitan 176 llantas, 4 para cada auto y 2 para cada motocicleta $\rightarrow$ $4x + 2y = 176$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Un libro de matemáticas y uno de física cuestan $400.00. Si el libro de matemáticas cuesta $40.00 pesos más que el de física. ¿Cuánto cuesta cada libro? Un planteamiento que resuelve el problema es:

a) $\begin{aligned} x + y &= 400 \\ x &= y + 40 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} x - y &= 40 \\ y &= x + 400 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} x + y &= 40 \\ x - y &= 400 \end{aligned}$ d) $\begin{aligned} x - y &= 400 \\ x &= 40 - y \end{aligned}$

Solución:
Sean

x = costo del libro de matemáticas y = costo del libro de física

Planteamiento:
Un libro de matemáticas y uno de física cuestan $400.00 $\rightarrow$ $x + y = 400$
El libro de matemáticas cuesta $40.00 más que el de física $\rightarrow$ $x = y + 40$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. En una tienda de abarrotes se compran 2 kg de queso y 1 kg de jamón y se pagan $140.00. Si se compran 3 kg de jamón y 1 kg de queso se pagan $270.00. ¿Cuánto cuesta un kilo de jamón?

a) $30.00 b) $40.00 c) $70.00 d) $80.00

Solución:

Sean

x = costo de un kg de jamón y = costo de un kg de queso

Planteamiento:

Se compran 2 kg de queso y 1 kg de jamón y se pagan $140.00 → $2y + x = 140$

Se compran 3 kg de jamón y 1 kg de queso y se pagan $270.00 → $3x + y = 270$

Se desea conocer el valor de x, se elimina y

$$-1(x + 2y = 140) \qquad -x - 2y = -140$$
$$2(3x + y = 270) \qquad 6x + 2y = 540$$
$$5x = 400$$
$$x = \frac{400}{5} = 80$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

5. En un parque de diversiones 6 entradas de adulto y 8 de niño cuestan $820.00 y 4 entradas de adulto y 5 de niño cuestan $530.00. ¿Cuál es el precio de la entrada de un adulto?

a) $80.00 b) $90.00 c) $70.00 d) $60.00

Solución:

Sean

x = precio de entrada de un niño y = precio de entrada de un adulto

Planteamiento:

6 entradas de adulto y 8 de niño cuestan $820.00 → $6y + 8x = 820$

4 entradas de adulto y 5 de niño cuestan $530.00 → $4y + 5x = 530$

Se desea conocer el valor de y, se aplica el método de reducción (suma y resta) para eliminar x:

$$5(6y + 8x = 820) \qquad 30y + 40x = 4100$$
$$-8(4y + 5x = 530) \qquad -32y - 40x = -4240$$
$$-2y = -140$$
$$y = \frac{-140}{-2} = 70$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

6. Un granjero posee cierta cantidad de animales entre pollos y borregos, de tal manera que al sumar el número de cabezas el resultado es 44, y la suma de las patas es 126. ¿Cuántos pollos y cuántos borregos tiene el granjero? Un planteamiento que resuelve el problema es:

a) $\begin{array}{c} x+y=44 \\ 2x+4y=126 \end{array}$ b) $\begin{array}{c} x-y=44 \\ 2x+4y=126 \end{array}$ c) $\begin{array}{c} x+y=126 \\ 2x+4y=44 \end{array}$ d) $\begin{array}{c} x+y=44 \\ 2x-4y=126 \end{array}$

Solución:

Sea x el número de pollos y y el número de borregos, entonces el sistema de ecuaciones es:

$$\begin{array}{c} x+y=44 \\ 2x+4y=126 \end{array}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✐ Resuelve los reactivos 16 a 19 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas

Un *sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas* tiene la forma:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$$

La solución de este sistema está dado por:

$$x=\frac{\Delta x}{\Delta} \qquad y=\frac{\Delta y}{\Delta} \qquad z=\frac{\Delta z}{\Delta}$$

Donde:

Δ: determinante del sistema Δx: determinante de x

Δy: determinante de y Δz: determinante de z

Los cuales se definen por:

$$\begin{array}{c} x \quad y \quad z \\ \Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{c} i \quad y \quad z \\ \Delta x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \\ d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{c} x \quad i \quad z \\ \Delta y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \\ a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \end{vmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{c} x \quad y \quad i \\ \Delta z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \\ a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \end{vmatrix} \end{array}$$

Ejemplos de reactivos

El valor de x en el sistema $\begin{cases} 2x+y-3z=3 \\ x-y+z=2 \\ 3x-2y-z=8 \end{cases}$ es:

a) 2 b) –2 c) –1 d) 1

Solución:

Se encuentra Δ y Δx

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (2)(-1)(-1) + (1)(-2)(-3) + (3)(1)(1) - (1)(1)(-1) - (2)(-2)(1) - (3)(-1)(-3) = 2+6+3+1+4-9 = 7$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 8 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (3)(-1)(-1) + (2)(-2)(-3) + (8)(1)(1) - (2)(1)(-1) - (3)(-2)(1) - (8)(-1)(-3) = 3+12+8+2+6-24 = 7$$

El valor de $x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{7}{7} = 1$, la opción correcta es el inciso d.

✐ Resuelve los reactivos 20 a 23 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Al resolver el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 5x-2y=-4 \\ 3x-y=-5 \end{cases}$ el valor que se obtiene para y es:

a) 2 b) −2 c) 1 d) −13

2. Al resolver el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+3y=-13 \\ 4x-5y=7 \end{cases}$ el valor que se obtiene para x es:

a) 5 b) 3 c) 2 d) −2

3. ¿Cuál es la solución del siguiente sistema de ecuaciones? $\begin{cases} x-6y=-16 \\ 3x+4y=-4 \end{cases}$

a) $x=4$, $y=2$ b) $x=4$, $y=-2$ c) $x=-4$, $y=2$ d) $x=-4$, $y=-2$

4. ¿Cuál es el sistema de determinantes para encontrar el valor de x? $\begin{cases} 2x-y=6 \\ x+y=-3 \end{cases}$

a) $\dfrac{\begin{vmatrix} -1 & 6 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$ b) $\dfrac{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$ c) $\dfrac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$ d) $\dfrac{\begin{vmatrix} 6 & -1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$

5. Al resolver el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 6x+y=-9 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$ el valor que se obtiene para y es:

a) −1 b) −3 c) 1 d) 3

6. Al resolver el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+5y=-29 \\ 3x-4y=14 \end{cases}$ el valor que se obtiene para x es:

a) 5 b) −5 c) 2 d) −2

7. ¿Cuál es la solución del siguiente sistema de ecuaciones? $\begin{cases} 3x-y=15 \\ x-2y=10 \end{cases}$

a) $x=4$, $y=-3$ b) $x=4$, $y=3$ c) $x=-3$, $y=4$ d) $x=3$, $y=-4$

8. ¿Cuál es el sistema de determinantes para encontrar el valor de y? $\begin{cases} 3x-4y=9 \\ x+y=-4 \end{cases}$

a) $\dfrac{\begin{vmatrix} -4 & 9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$ b) $\dfrac{\begin{vmatrix} -4 & -9 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$ c) $\dfrac{\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$ d) $\dfrac{\begin{vmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$

9. Al resolver el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 5x+2y=-7 \\ 3x-4y=-25 \end{cases}$ el valor que se obtiene para y es:

a) 3 b) –4 c) –3 d) 4

10. Al resolver el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} -2x+5y=-3 \\ 3x-y=11 \end{cases}$ el valor que se obtiene para x es:

a) –1 b) –4 c) 1 d) 4

11. ¿Cuál es la determinante principal del sistema de ecuaciones? $\begin{cases} 3x-4y=-5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

a) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} -4 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$

12. ¿Cuál es el determinante principal del sistema de ecuaciones? $\begin{cases} 5x-y=-1 \\ 3x+2y=11 \end{cases}$

a) $\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 11 & 3 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 11 \end{vmatrix}$

13. Sea el sistema $\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=3 \end{cases}$, si de la segunda ecuación se despeja y y se sustituye en la primera ecuación, ¿qué expresión resulta?

a) $x+(3-x)=4$ b) $x-(x-3)=4$ c) $x-3(1-x)=4$ d) $x-(3-x)=4$

14. Del siguiente sistema $\begin{cases} 4x-2y=6 \\ 9x+11y=-8 \end{cases}$, si de la primera ecuación se despeja y y se sustituye en la segunda ecuación, ¿qué expresión resulta?

a) $9x+(2x-3)=-8$ b) $9x+11(2x-3)=-8$ c) $9x-2(11x-3)=-8$ d) $9x+11(x-3)=-8$

15. De acuerdo al sistema $\begin{cases} 4x-y=13 \\ x+3y=0 \end{cases}$, si de la segunda ecuación se despeja x y se sustituye en la primera ecuación, ¿qué expresión resulta?

a) $4(-3y)-y=-13$ b) $-12y-y=-13$ c) $-12y-y=13$ d) $12y+y=0$

16. Un granjero tiene 22 animales, entre cerdos y gallinas. Si el número de patas es 64. ¿Cuántos cerdos tiene el granjero?

a) 24 b) 64 c) 22 d) 10

17. En una granja hay 50 cabezas y 140 patas entre patos y borregos. ¿Cuántos patos hay?

a) 50 b) 30 c) 70 d) 20

18. En una feria un grupo de 10 personas paga \$210.00 en total. Si el precio del boleto para los adultos es de \$30.00 y el de niños es de \$15.00. ¿Cuántos adultos son?

a) 6 b) 10 c) 4 d) 15

19. Patricia compró 3 blusas y 2 pantalones con \$1 250.00 mientras que Norma compró 2 blusas y 3 pantalones con \$1 500.00. ¿Cuál es el precio de cada pantalón?

a) \$500.00 b) \$400.00 c) \$350.00 d) \$300.00

2 Resuelve los siguientes reactivos:

20. La solución al sistema $\begin{cases} x+y-2z=-1 \\ 3x-y+4z=-1 \\ 2x-3y-z=-9 \end{cases}$ es:

a) $x=-1,\ y=2,\ z=1$ b) $x=-1,\ y=-2,\ z=1$ c) $x=-1,\ y=2,\ z=-1$ d) $x=1,\ y=2,\ z=1$

21. La solución al sistema $\begin{cases} 2x-4y+3z=3 \\ 4x+2y-z=5 \\ x-y-3z=-10 \end{cases}$ es:

a) $x=-1,\ y=-2,\ z=3$ b) $x=-1,\ y=-2,\ z=-3$ c) $x=1,\ y=-2,\ z=3$ d) $x=1,\ y=2,\ z=3$

22. La solución al sistema $\begin{cases} x-2z=-1 \\ 2x-3y=14 \\ 4y-2z=-18 \end{cases}$ es:

a) $x=-1,\ y=4,\ z=-1$ b) $x=1,\ y=-4,\ z=-1$ c) $x=1,\ y=-4,\ z=1$ d) $x=1,\ y=4,\ z=1$

23. La solución al sistema $\begin{cases} 3x-2y=-12 \\ 4x-3z=-5 \\ y+z=2 \end{cases}$ es:

a) $x=2,\ y=-3,\ z=1$ b) $x=-2,\ y=3,\ z=-1$ c) $x=2,\ y=-3,\ z=-1$ d) $x=2,\ y=3,\ z=-1$

Objetivo: el estudiante identificará una función, determinará su dominio y rango, además, resolverá operaciones con funciones.

Función, regla de correspondencia, valor, dominio, contradominio y rango

▼ Función

Es el conjunto de pares ordenados de números reales (x, y) en los que el primer elemento x (abscisa) es diferente de todas las abscisas de cada uno de los pares ordenados.

Ejemplos

1) $A = \{(2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$ representa una función, ya que el primer elemento de cada par ordenado es diferente a los otros.

2) $B = \{(1, 1), (1, -1), (4, 2), (4, -2)\}$ no representa una función, ya que se repite el primer elemento en ciertos pares ordenados.

▼ Regla de correspondencia

Es la expresión que relaciona la variable dependiente con la variable independiente y se denota por:

$$y = f(x), \text{ se lee } (y \text{ es igual a } f \text{ de } x)$$

Donde:

x: variable independiente.

y: variable dependiente.

$f(x)$: regla de correspondencia.

Ejemplos

1) $f(x) = 2x + 1$ 2) $f(x) = \frac{1}{x}$ 3) $y = 1 - x^2$ 4) $y = \sqrt{x+1}$

▼ Valor de una función

Se obtiene al sustituir un cierto valor de x en la función $f(x)$.

Ejemplos de reactivos

1. Si $f(x) = x^2 - 3$, el valor de $f(3)$ es igual a:

a) 3 b) 0 c) 9 d) 6

Solución:

$$f(3) = (3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Si $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, el valor de $f(-2)$ es:

a) -3 b) $\frac{1}{3}$ c) 3 d) $-\frac{1}{3}$

Solución:

$$f(-2) = \frac{-2+1}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

▼ Dominio de una función

Es el conjunto formado por las variables independientes o valores de x que pertenecen al conjunto de los números reales admisibles para una función.

▼ Contradominio

Es el conjunto formado por las variables dependientes o valores de y que pertenecen al conjunto de los números reales admisibles para una función.

▼ Rango o imagen

Es el conjunto de todos los valores resultantes de y al sustituir cada uno de los elementos del dominio en la función.

Ejemplo de reactivo

Si $f: D \rightarrow C$ con $D = \{1, 3\}$ y $C = \{2, 4, 6\}$. ¿Qué conjunto representa el rango de la función $f(x) = x + 1$?

a) $R = \{2, 4\}$ b) $R = \{2\}$ c) $R = \{2, 4, 6\}$ d) $R = \{4\}$

Solución:
El dominio de la función es el conjunto D y el contradominio es el conjunto C.
El rango se conforma de los elementos del contradominio, que se obtienen al sustituir los elementos del dominio en la función $f(x) = x + 1$

$$f(1) = 1 + 1 = 2 \qquad f(3) = 3 + 1 = 4$$

Por tanto, el rango es el conjunto $R = \{2, 4\}$, la opción correcta es el inciso a.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 6 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

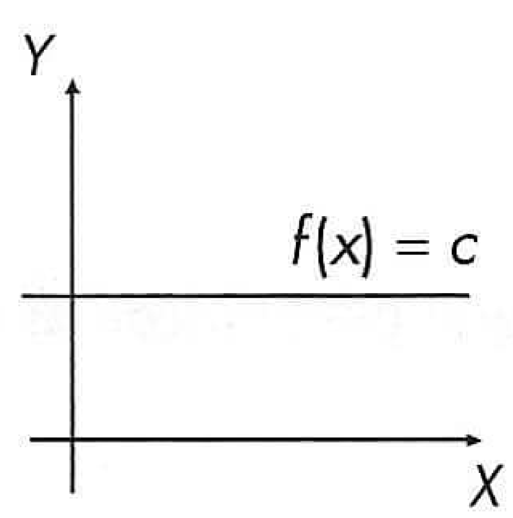
Función algebraica

Es aquella función formada por operaciones algebraicas sobre la variable x. Estas operaciones son adición, sustracción, producto, cociente, potenciación y radicación.

Clasificación de las funciones algebraicas

Función constante

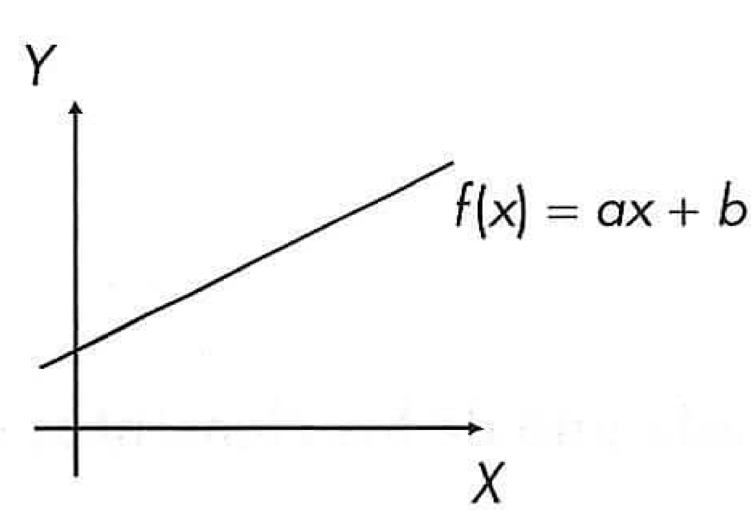
Es de la forma $f(x) = c$, y representa todos los puntos (x, c), su dominio son los reales y su rango es $\{c\}$.
Gráfica:



Dominio = $(-\infty, \infty)$
Rango = $\{c\}$

Función lineal

Es de la forma $f(x) = ax + b$, su gráfica es una línea recta inclinada, el exponente de x es la unidad.
Gráfica:



Dominio = $(-\infty, \infty)$
Rango = $\{-\infty, \infty\}$

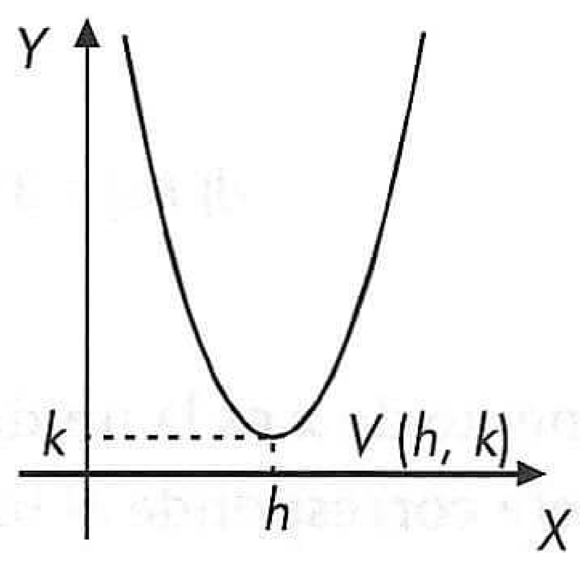
Función cuadrática

Es una función de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Y su gráfica representa parábolas verticales en el plano, el punto a partir del cual las parábolas abren se denomina *vértice* y sus coordenadas son $V(h, k)$.

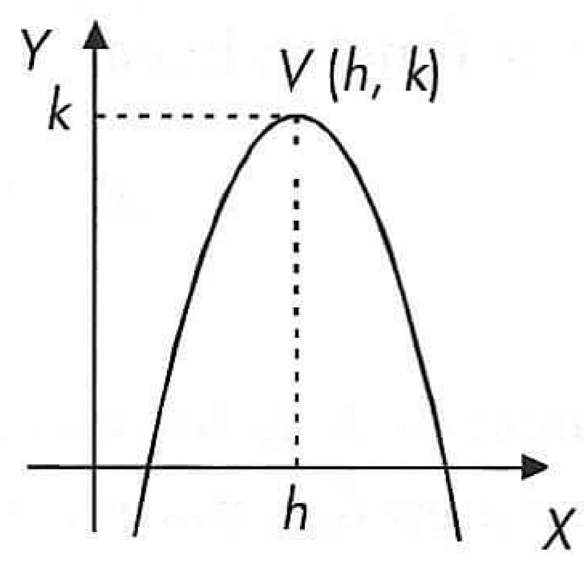
Si $a > 0$



Dominio = R

Rango = $[k, \infty)$

Si $a < 0$



Dominio = R

Rango = $(-\infty, k]$

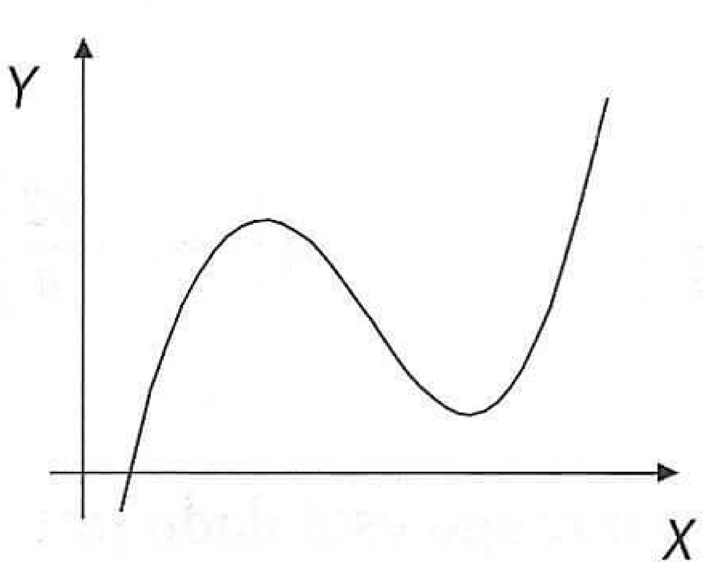
Para obtener los valores de (h, k) se aplican las siguientes fórmulas:

$$h = -\frac{b}{2a} \qquad k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

➤ Función cúbica

Es de la forma $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Gráfica:



Dominio = $(-\infty, \infty) = R$

Rango = $\{-\infty, \infty\} = R$

Ejemplos de reactivos

1. Los puntos que pertenecen a la función $f(x) = 3$ son:

a) $\{(3, 2), (3, 3), (3,4)\}$
b) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$
c) $\{(1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$
d) $\{(-3, 1), (-2, 3), (-1, 4)\}$

Solución:

Los puntos que pertenecen a la función $f(x) = 3$, son todos aquellos cuya ordenada es 3, significa que son de la forma $(x, 3)$ para cualquier valor de x, entonces el conjunto es:

$$\{(1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Representa una función constante:

a) $f(x) = \pi$
b) $f(x) = x + 2$
c) $f(x) = x^2$
d) $f(x) = \frac{1}{x}$

Solución:

Una función constante es aquella regla de correspondencia que a cualquier valor de x le asigna el mismo valor, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. Representa una función lineal.

a) $f(x) = x$ b) $f(x) = 4$ c) $f(x) = \frac{x+1}{x}$ d) $f(x) = 3^x$

Solución:
Una función lineal es de la forma $f(x) = ax + b$, donde el exponente de x es la unidad y sólo se encuentra como numerador, por consiguiente la respuesta correcta corresponde al inciso a.

4. El vértice de la parábola $f(x) = x^2 + 4x + 8$ es:

a) $V(2, -4)$ b) $V(-2, 4)$ c) $V(4, -2)$ d) $V(4, 2)$

Solución:

El vértice de una parábola se define $V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ y los valores son: $a = 1$, $b = 4$ y $c = 8$.

Por tanto:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = V\left(-\frac{4}{2(1)}, \frac{4(1)(8)-(4)^2}{4(1)}\right) = V\left(-\frac{4}{2}, \frac{32-16}{4}\right) = V(-2, 4)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

5. El rango de la función $f(x) = -x^2 + x - 6$ es:

a) $\left[-\frac{23}{4}, -\infty\right)$ b) $(-\infty, \infty)$ c) $\left(-\infty, -\frac{23}{4}\right)$ d) $\left(-\infty, -\frac{23}{4}\right]$

Solución:
El coeficiente de x^2 es negativo, la parábola abre hacia abajo y su rango está dado por:

$$(-\infty, k] \quad \text{con} \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Se obtiene el valor de k:

$$k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-1)(-6) - (1)^2}{4(-1)} = \frac{24 - 1}{-4} = \frac{23}{-4} = -\frac{23}{4}$$

Por consiguiente, el rango es el intervalo:

$$(-\infty, k] = \left(-\infty, -\frac{23}{4}\right]$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

➤ Función racional

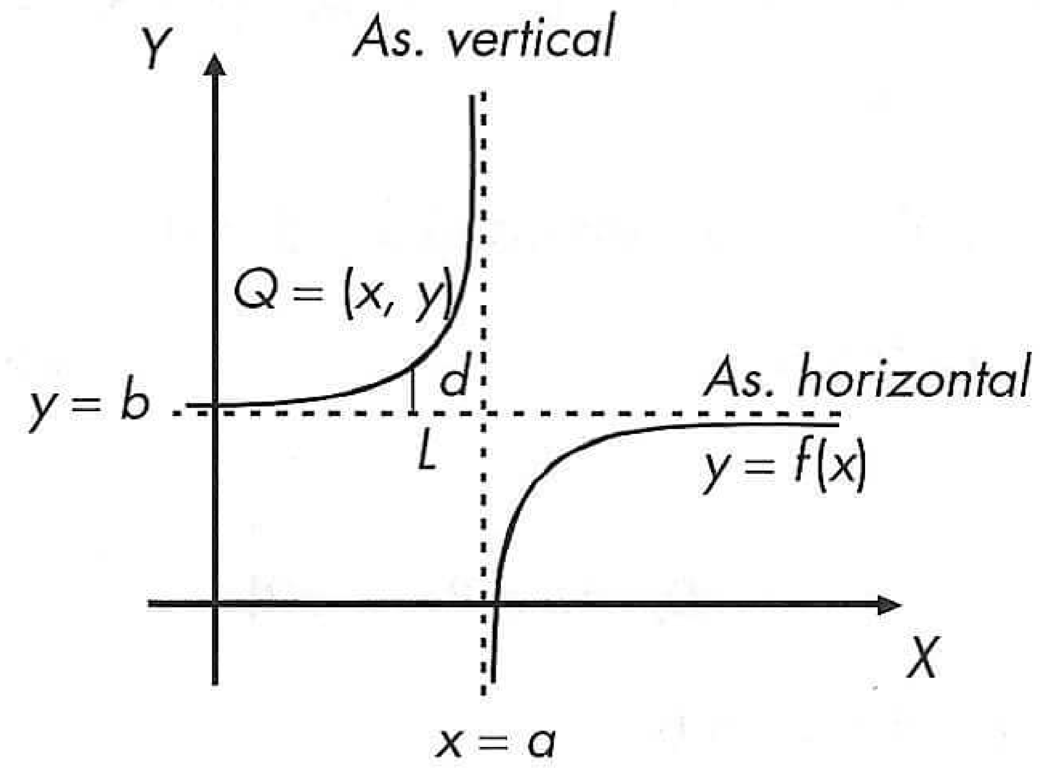
Es de la forma $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ con $g(x) \neq 0$, si $x_1, x_2, \ldots x_n$ son los valores para los cuales $g(x_1) = g(x_2) = \ldots$ $= g(x_n) = 0$, entonces el dominio de $f(x)$ se define como:

$$D_f = \{x \in R \,/\, x \neq x_1, x_2, \ldots, x_n\}$$

Donde $x = x_1, x_2, \ldots, x_n$, se les denomina asíntotas verticales.

Asíntota

Es una recta o curva cuya distancia a la función $y = f(x)$ se aproxima a cero, esto es, la función se acerca a la asíntota, pero nunca la toca.



Ejemplos de reactivos

1. La asíntota vertical de la función $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$ es:

a) $x = -2$ b) $x = 1$ c) $x = -1$ d) $x = 2$

Solución:

Se iguala el denominador con cero y se despeja a la variable x para obtener las ecuaciones de las asíntotas verticales.

$$x - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 1$$

La función sólo tiene una asíntota vertical en $x = 1$, la opción correcta es el inciso b.

2. El dominio de la función $f(x) = \dfrac{1}{x^2+5x+6}$ es:

a) $D_f = \{x \in R \ / \ x \neq -3, -2\}$

b) $D_f = \{x \in R \ / \ x \neq -6, -1\}$

c) $D_f = \{x \in R \ / \ x \neq -3, 2\}$

d) $D_f = \{x \in R \ / \ x \neq -1, 6\}$

Solución:

El dominio de la función se obtiene a partir de sus asíntotas verticales, entonces:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} (x+3)(x+2) &= 0 \\ x+3 = 0,\ x+2 &= 0 \\ x = -3,\quad x &= -2 \end{aligned}$$

Por consiguiente, el dominio es:

$$D_f = \{x \in R \ / \ x \neq -3, -2\}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

➤ Función raíz cuadrada

Es de la forma $f(x) = \sqrt{g(x)}$, y su dominio es $D_f = \{x \in R \ / \ g(x) \geq 0\}$.

Nota: la resolución de una desigualdad se desarrolla en la unidad 4.

Ejemplos de reactivos

1. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{x-2}$ es:

a) $D_f = \{x \in R \,/\, x < 2\}$ b) $D_f = \{x \in R \,/\, x \geq 2\}$ c) $D_f = \{x \in R \,/\, x > 2\}$ d) $D_f = \{x \in R \,/\, x \leq 2\}$

Solución:
Para obtener el dominio se resuelve la desigualdad $x - 2 \geq 0$

$$x - 2 \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \geq 2$$

Por consiguiente:

$$D_f = \{x \in R \,/\, x \geq 2\}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{x^2+3x-10}$ es:

a) $[-5, 2]$ b) $(-\infty, -2] \cup [5, \infty)$ c) $(-5, 2)$ d) $(-\infty, -5] \cup [2, \infty)$

Solución:
Se resuelve la desigualdad $x^2 + 3x - 10 \geq 0$, obteniendo las soluciones de la ecuación $x^2 + 3x - 10 = 0$:

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad \rightarrow \quad (x+5)(x-2) = 0 \quad \rightarrow \quad x = -5,\ x = 2$$

La solución es:

$$x \leq -5 \quad \text{o} \quad x \geq 2 \quad \text{es equivalente a} \quad (-\infty, -5] \cup [2, \infty)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{9-4x^2}$ es:

a) $D_f = \left\{x \in R \,/\, -\frac{3}{2} \geq x \ \text{ o } \ x \leq \frac{3}{2}\right\}$ c) $D_f = \left\{x \in R \,/\, x \leq \frac{3}{2}\right\}$

b) $D_f = \left\{x \in R \,/\, -\frac{3}{2} \leq x\right\}$ d) $D_f = \left\{x \in R \,/\, -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\right\}$

Solución:
Se resuelve la desigualdad $9 - 4x^2 \geq 0$, la cual se multiplica por (-1) para convertir en positivo el término cuadrático:

$$4x^2 - 9 \leq 0$$

Se obtienen las raíces de $4x^2 - 9 = 0$

$$4x^2 - 9 = 0 \quad \rightarrow \quad 4x^2 = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{9}{4} \quad \rightarrow \quad x = \pm\frac{3}{2}$$

Que son $x = \frac{3}{2}$ y $x = -\frac{3}{2}$, por consiguiente el dominio es:

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \quad \text{o} \quad \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

➤ Funciones implícitas y explícitas

- En una función explícita una variable se escribe en términos de la otra.

Ejemplos

1) $y = -3x + 5$ 2) $y = \frac{x+1}{x-1}$ 3) $x = y^2 + 3y$

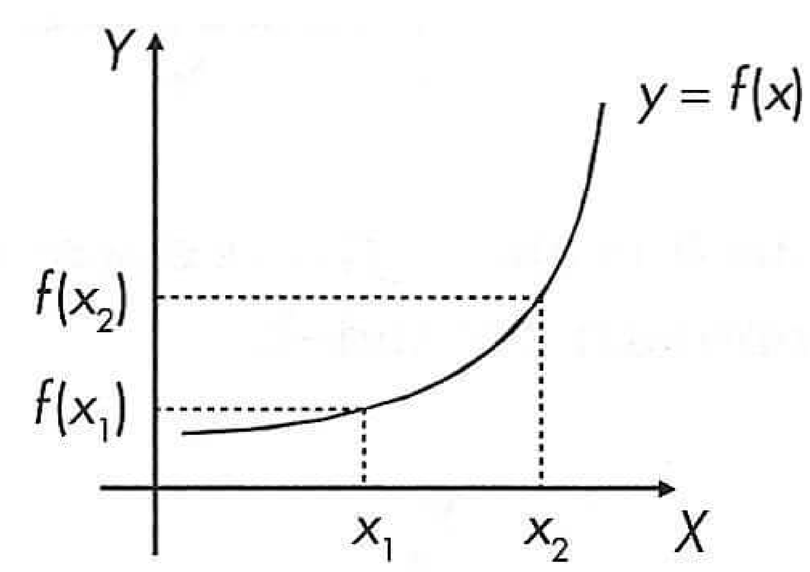
- En una función implícita la relación se expresa en términos de x y y.

Ejemplos

1) $x^2 + y^2 = 1$ 2) $xy = 4$ 3) $x^2 + xy - 2y^2 = 0$

➤ Función creciente

- Una función definida en un intervalo es creciente en ese intervalo, si y sólo si para todo $x_2 > x_1$ se cumple que $f(x_2) > f(x_1)$; esto es, una función es creciente si al aumentar x también $f(x)$ aumenta.



Ejemplos de reactivos

Determinar si la función $f(x) = 2x + 5$ es creciente.

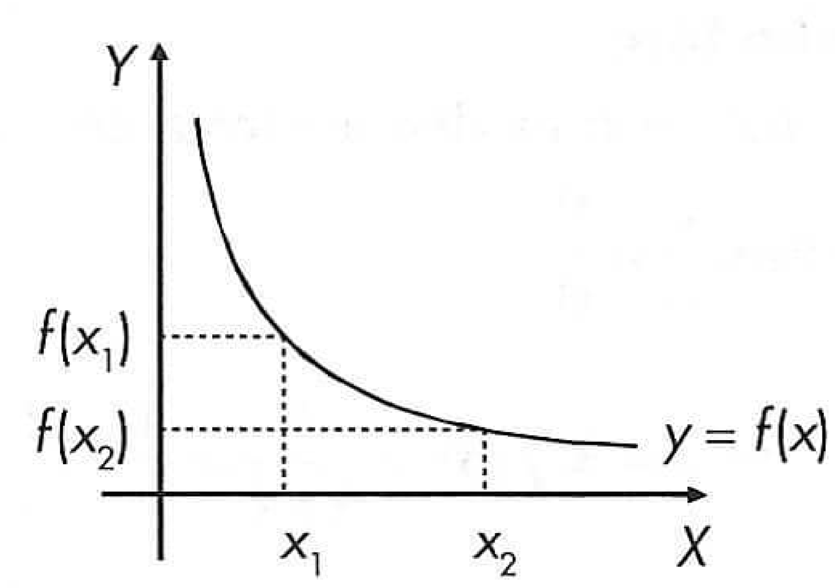
Solución:
Se eligen 2 valores para x, en este caso $x = 2$ y $x = 4$, entonces:

Si $x = 2, f(2) = 2(2) + 5 = 9$
Si $x = 4, f(4) = 2(4) + 5 = 13$

Se observa que al aumentar los valores de x también aumentan los valores de $f(x)$, por tanto la función $f(x) = 2x + 5$ es creciente.

➤ Función decreciente

- Una función definida en un intervalo es decreciente en ese intervalo, si y sólo si, para todo $x_1 < x_2$ se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$; esto es, una función es decreciente si al aumentar $x, f(x)$ disminuye.



Ejemplos de reactivos

Determinar si la función $f(x) = \frac{1}{x}$ es decreciente.

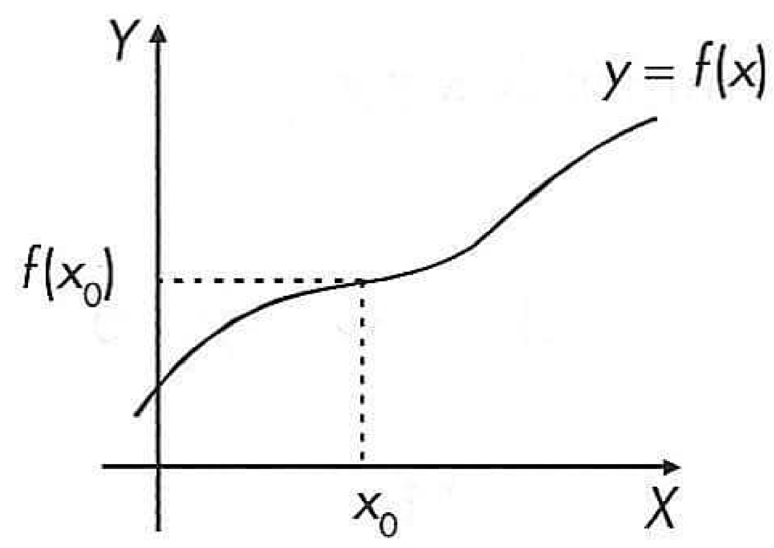
Solución:
Se eligen 2 valores para x, en este caso $x = 1$ y $x = 2$, entonces:

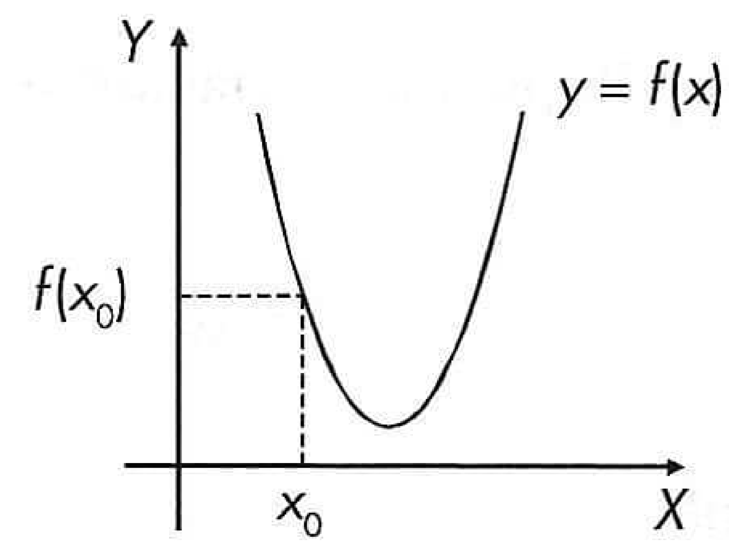
Si $x = 1, f(1) = \frac{1}{1} = 1$
Si $x = 2, f(2) = \frac{1}{2}$

Se observa que mientras los valores de x aumentan, los valores de $f(x)$ disminuyen; por consiguiente, la función es decreciente.

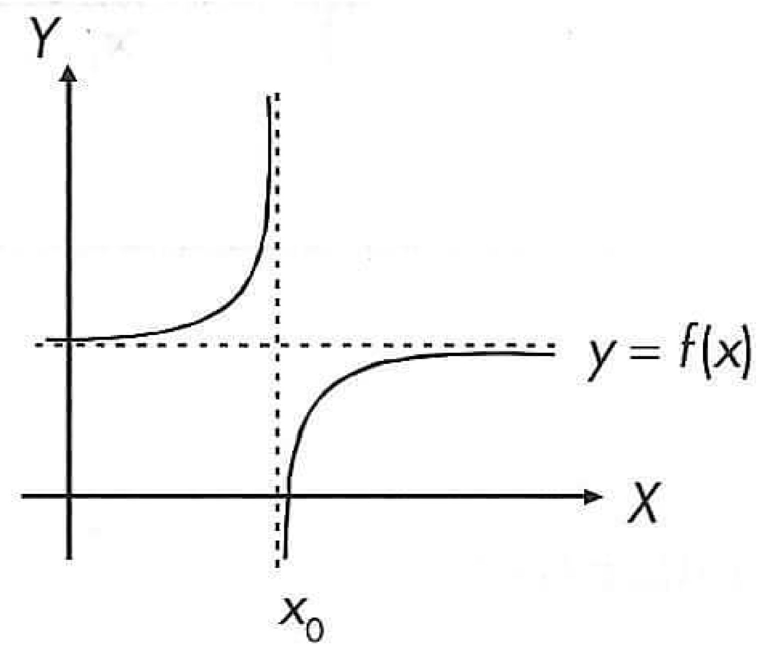
➤ Funciones continuas y discontinuas

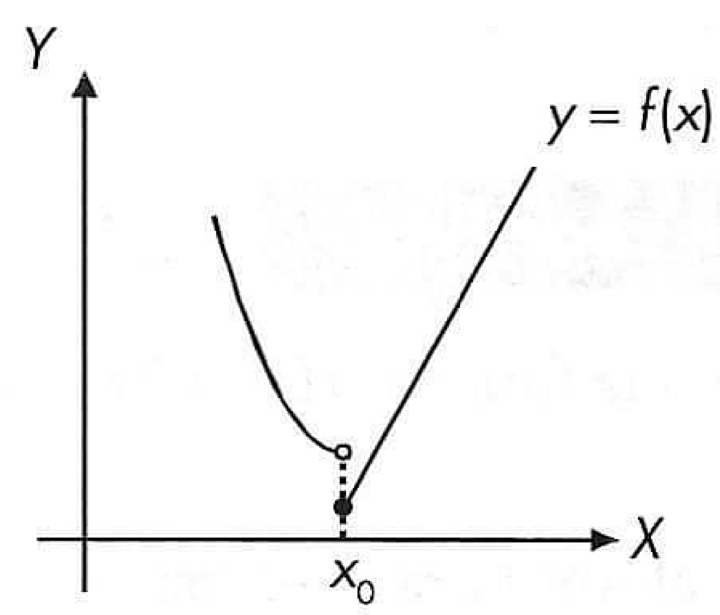
- Una función $y = f(x)$ es continua cuando se traza su gráfica sin despegar el lápiz de la hoja.





- Una función $y = f(x)$ es discontinua cuando se traza su gráfica y el lápiz se despega de la hoja para continuar trazándola.





Ejemplos de reactivos

1. ¿Para qué valor de x es discontinua la función $f(x) = \dfrac{4}{x+3}$?

a) $x = 3$ b) $x = -2$ c) $x = -3$ d) $x = 2$

Solución:

La función es discontinua en un valor de x si al sustituirlo en la función se obtienen expresiones como: $\dfrac{c}{0}$ o $\dfrac{0}{0}$.

Si $x = 3, f(3) = \dfrac{4}{3+3} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$, en este punto es continua $f(x)$.

Si $x = -2, f(-2) = \dfrac{4}{-2+3} = \dfrac{4}{1} = 4$, en este punto es continua $f(x)$.

Si $x = -3, f(-3) = \dfrac{4}{-3+3} = \dfrac{4}{0}$, en este punto es discontinua.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La función $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-4}$ es discontinua en:

a) $x = 4$ b) $x = 2$ c) $x = -1$ d) $x = 3$

Solución:

Si $x = 4, f(4) = \dfrac{4-2}{4^2-4} = \dfrac{2}{16-4} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$, en este punto es continua $f(x)$.

Si $x = 2, f(2) = \frac{2-2}{2^2-4} = \frac{2-2}{4-4} = \frac{0}{0}$, en este punto es discontinua $f(x)$.

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. ¿Cuál de las siguientes funciones es continua en $x = -1$?

a) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ b) $g(x) = \frac{1}{x^2+5x+4}$ c) $h(x) = \frac{x-1}{x+1}$ d) $w(x) = \frac{1}{x^2-4}$

Solución:
Se sustituye $x = -1$ en cada una de las funciones.

$$f(-1) = \frac{1}{(-1)^2-1} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0}, \text{ la función es discontinua en } x = -1$$
$$g(-1) = \frac{1}{(-1)^2+5(-1)+4} = \frac{1}{1-5+4} = \frac{1}{0}, \text{ la función es discontinua en } x = -1$$
$$h(-1) = \frac{-1-1}{-1+1} = \frac{-2}{0}, \text{ la función es discontinua en } x = -1$$
$$w(-1) = \frac{1}{(-1)^2-4} = \frac{1}{1-4} = \frac{1}{-3}, \text{ la función es continua en } x = -1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

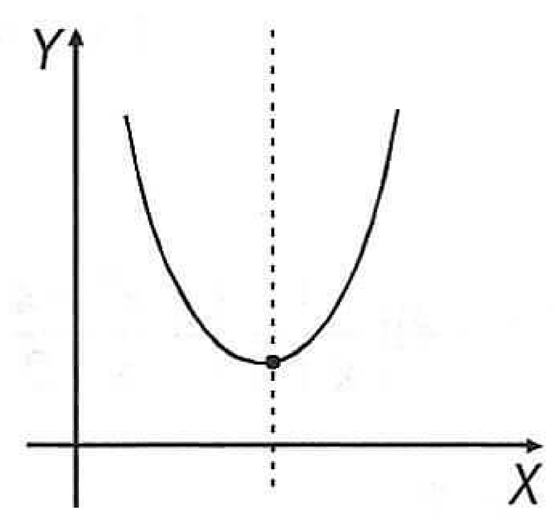
➤ Identificación de una función mediante su gráfica

Para identificar gráficamente a una función de una relación, se traza una recta vertical sobre la gráfica.

- Si interseca en un punto a la gráfica, entonces representa una función.

Ejemplo

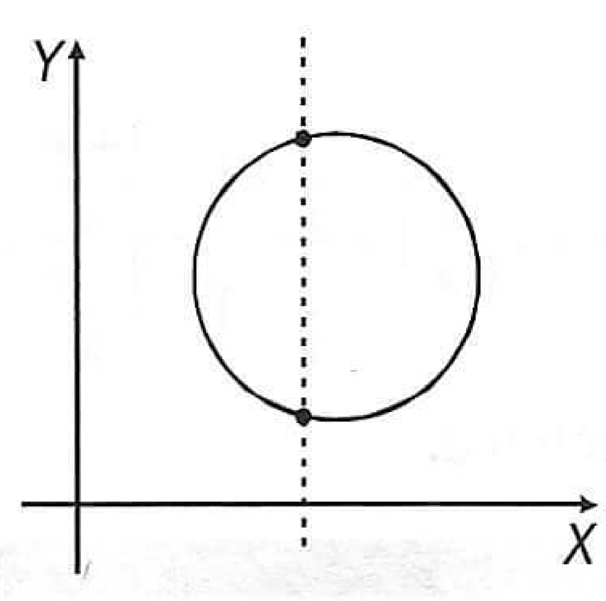
La siguiente gráfica representa una función, ya que al trazar una línea vertical sólo toca en un punto a la curva.



- Si interseca en más de un punto a la gráfica, entonces representa una relación.

Ejemplo

La siguiente gráfica no es una función, representa una relación, ya que la línea vertical toca en 2 puntos a la curva.



✎ Resuelve los reactivos 7 a 23 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Álgebra de funciones

Sean las funciones $f(x)$ y $g(x)$, entonces:

Suma de funciones

Se denota $f+g$ y se define por:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

Resta de funciones

Se denota $f-g$ y se define por:

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

Multiplicación de funciones

Se denota $f \cdot g$ y se define por:

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

División de funciones

Se denota $\frac{f}{g}$ y se define por:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Función composición

Se denota por $f \circ g$ y se define por:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Ejemplos de reactivos

1. Si $f(x) = x^2 + 3x$ y $g(x) = -5x + 7$, entonces $f+g$ es:

a) $x^2 - 7x + 7$ b) $x^2 - 2x + 7$ c) $x^2 + 8x + 7$ d) $x^2 - 8x + 7$

Solución:

$$f+g = f(x) + g(x) = x^2 + 3x + (-5x + 7) = x^2 + 3x - 5x + 7 = x^2 - 2x + 7$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Si $f(x) = x^2 - 4$ y $g(x) = \frac{1}{x+2}$, entonces $f \cdot g$ es:

a) $x - 2$ b) $x + 2$ c) $x + 4$ d) $x - 4$

Solución:

$$f \cdot g = f(x) \cdot g(x) = (x^2 - 4)\left(\frac{1}{x+2}\right) = \frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = x - 2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. Si $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ y $g(x) = \frac{1}{x}$, entonces la función composición $f \circ g$ es:

a) $\frac{x-1}{x+1}$ b) $\frac{x-1}{1-x}$ c) $\frac{1+x}{1-x}$ d) $\frac{1+x}{1+x}$

Solución:

$$f \circ g = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{\frac{1+x}{x}}{\frac{1-x}{x}} = \frac{x(1+x)}{x(1-x)} = \frac{1+x}{1-x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 24 a 28 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Cuál de los siguientes conjuntos representa una función?

a) {(–2, 3),(–1, 3),(–2, 5)} b) {(1, 3),(1, 4), (1, 5)} c) {(–2, 3),(–1, 3), (2, 5)} d) {(1, 7),(2, 8), (2, –9)}

2. De los siguientes conjuntos, ¿cuál no representa una función?

a) {(1, 2),(3, 4),(4, 5)} b) {(2, 3),(3, 4), (4, –2)} c) {(1, 2), (–1, 3),(3, –1)} d) {(–1, 3),(–1, 2),(2, –1)}

3. Si $f(x)=\dfrac{3x^2-1}{2x+1}$, ¿cuál es el resultado de $f(-2)$?

a) $-\frac{11}{3}$ b) $\frac{11}{3}$ c) $\frac{7}{3}$ d) $-\frac{7}{3}$

4. Si $f(x) = x^2 - 3x + 2$, el valor de $f(1)$ es:

a) 6 b) 0 c) 1 d) –1

5. Si el dominio de la función $f(x) = 3x - 2$ es el conjunto {1, 2, 3} y su contradominio es el conjunto {1, 4, 7, 10}. ¿Cuál es el rango de la función?

a) {4, 7, 10} b) {1, 4, 10) c) {1, 4, 7, 10} d) {1, 4, 7}

6. Si el dominio de la función $f(x)=\dfrac{1}{x-3}$ es {–2, –1, 0} y su contradominio $\left\{-\frac{1}{5},-\frac{1}{4},-\frac{1}{3},-\frac{1}{2},-1\right\}$, ¿cuál es el rango?

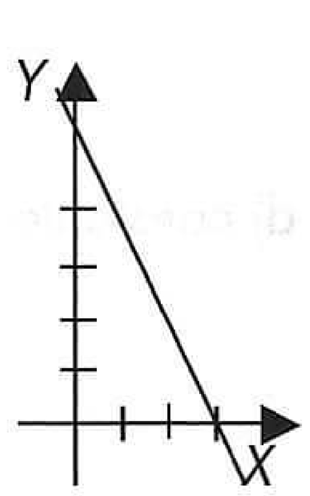
a) $\left\{-\frac{1}{5},-\frac{1}{4},-1\right\}$ b) $\left\{-\frac{1}{4},-\frac{1}{3},-1\right\}$ c) $\left\{-\frac{1}{5},-\frac{1}{4},-\frac{1}{3}\right\}$ d) $\left\{-\frac{1}{3},-\frac{1}{2},-1\right\}$

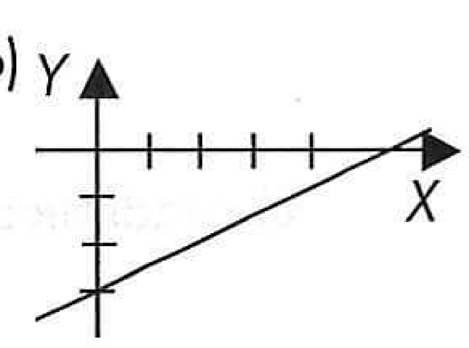
2 Resuelve los siguientes reactivos:

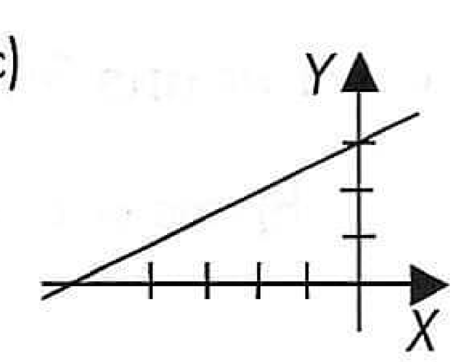
7. ¿Cuál de las siguientes funciones es lineal?

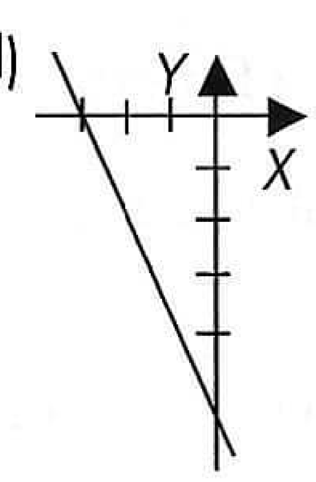
a) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ b) $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ c) $f(x) = 2x + 1$ d) $f(x) = (2x + 1)^2$

8. Es la gráfica de $f(x)=\frac{1}{2}x-3$

a)


b)


c)


d)


9. ¿Qué expresión representa una función cuadrática?

a) $f(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{x}$ b) $f(x) = x^3 + 2x - 1$ c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$ d) $f(x) = (x - 1)^2$

10. ¿Cuál es el rango de la función $y = x^2 - 2x - 8$?

a) $[-9, \infty)$ b) $(-9, \infty)$ c) $(-\infty, -9)$ d) $(-\infty, -9]$

11. El rango de la función $y = -x^2 + 6x - 11$ es:

a) $(-2, \infty)$ b) $[-2, \infty)$ c) $(-\infty, -2)$ d) $(-\infty, -2]$

12. El dominio de la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x - 6}$ es:

a) $D_f = \{x \in R/x \neq -1, 6\}$ b) $D_f = \{x \in R | x \neq 1, -6\}$ c) $D_f = \{x \in R/x \neq -3, 2\}$ d) $D_f = \{x \in R/x \neq -2, 3\}$

13. Determina el dominio de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$.

a) $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ b) $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$ c) $(-\infty, -3) \cup (-3, \infty)$ d) $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$

14. El valor de x para el cual la función $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$ es discontinua es:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

15. La función $f(x) = \frac{1}{x(x^2 - 9)}$ es continua en el punto:

a) $x = 0$ b) $x = 3$ c) $x = -3$ d) $x = 1$

16. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{x}$ es:

a) $(-\infty, 0)$ b) $(-\infty, 0]$ c) $(0, \infty)$ d) $[0, \infty)$

17. El rango de la función $f(x) = 3 \text{ sen } \frac{x}{2}$ es:

a) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$ b) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ c) $[-3, 3]$ d) $(-\infty, -3) \cup \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

18. ¿Qué expresión representa una función implícita?

a) $y = x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 + xy - y^2 = 0$ c) $x^2 - x^3 - x^4 = y$ d) $y = \frac{x - 1}{x^2 - x - 1}$

19. La función $f(x) = x^3 - 1$ es una función:

a) creciente b) decreciente c) cuadrática d) constante

20. $f(x) = 3\pi$ representa una función:

a) creciente b) constante c) cuadrática d) decreciente

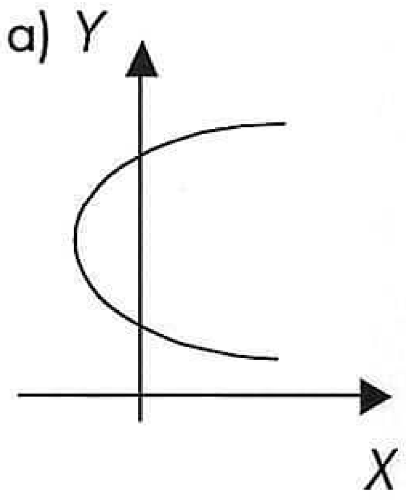
21. Es una función decreciente:

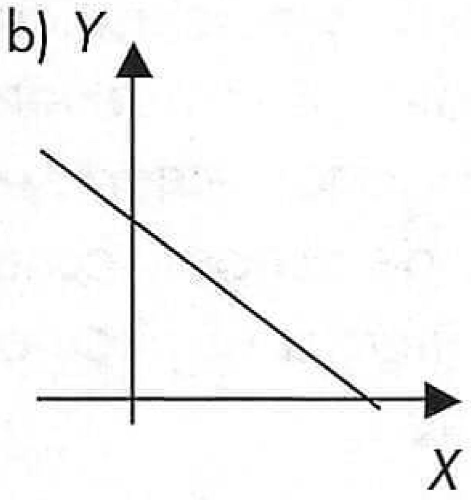
a) $f(x) = -x + 1$ b) $f(x) = 2x + 3$ c) $f(x) = x^3$ d) $f(x) = 2^x$

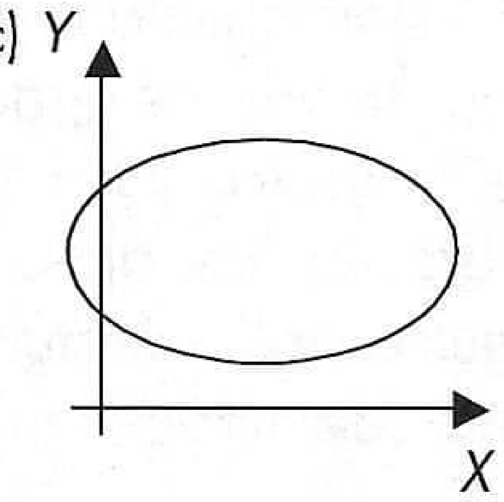
22. Selecciona la función que tiene un desplazamiento de fase de π unidades a la izquierda.

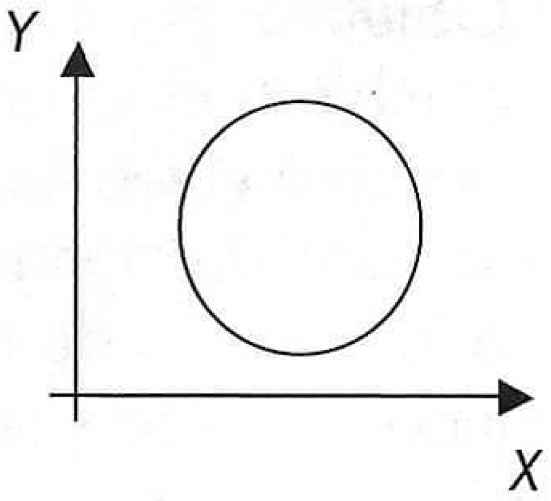
a) $f(x) = -\text{sen}(\pi x)$ b) $-\text{sen}(x)$ c) $\text{sen}(x + \pi)$ d) $\pi \text{ sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

23. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa una función?

a) 

b) 

c) 

d) 

3 Resuelve los siguientes reactivos:

24. Si $f(x) = 2x - 1$ y $g(x) = x^2 - 2x + 3$, el resultado de $f + g$ es:

a) $x^2 + 2$ b) $x^2 - 2$ c) $x^2 + 4x + 2$ d) $x^2 + 4x - 2$

25. Si $f(x) = \sqrt{1-x}$ y $g(x) = \sqrt{1+x}$, el resultado de $f \cdot g$ es:

a) $1 - x^2$ b) $\sqrt{1+x^2}$ c) $\sqrt{1-x^2}$ b) $1+x^2$

26. Si $f(2) = 8$ y $g(2) = 4$, el resultado de $2f(2) - 3g(2)$ es:

a) 0 b) 2 c) 4 d) 8

27. Si $f(x) = x - 1$ y $g(x) = x^2 + 1$, el resultado de $f \circ g$ es:

a) x^2 b) $x^2 - 1$ c) $x^2 + 1$ d) $x^2 - 2$

28. Si $f(x) = x$ y $g(x) = x^2 - 2x$, el resultado de $\frac{g}{f}$ es:

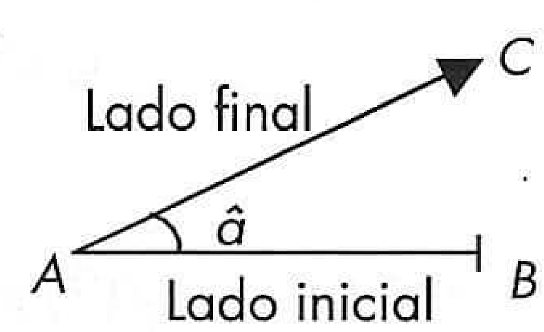
a) $x^3 - 2x^2$ b) $x - 2$ c) $x + 2$ d) $x^2 - 2x$

Objetivo: el estudiante identificará qué es un ángulo y su clasificación, cambiará el valor de un ángulo de grados a radianes y viceversa, aplicará el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas en la solución de triángulos rectángulos, aplicará la ley de senos y cosenos a la solución de triángulos oblicuángulos, identificará el círculo trigonométrico y resolverá identidades trigonométricas.

Medida de un ángulo

Ángulo

Es la abertura comprendida entre dos semirrectas que tienen un punto en común llamado *vértice.*



Los ángulos se representan por: $\angle A$, $\angle BAC$, $\hat{a}$ o con letras del alfabeto griego.

Sistemas de medición de ángulos

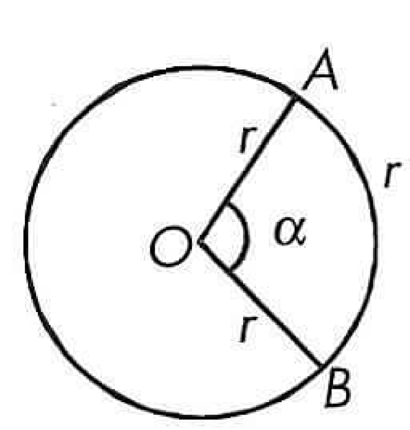
Sistema sexagesimal

En este sistema se divide a la circunferencia en 360 partes llamadas *grados,* el grado en 60 minutos y el minuto en 60 segundos.

$$1° = 60' \qquad\qquad 1' = 60''$$

Sistema cíclico o circular

Este sistema tiene como unidad fundamental el radián; el *radián* es el ángulo central subtendido por un arco, igual a la longitud del radio del círculo y se llama *valor natural* o *valor circular* de un ángulo.



▼ Conversión de grados a radianes y radianes a grados

- Para convertir grados en radianes se multiplica el número en grados por el factor $\frac{\pi}{180°}$, el resultado se simplifica, de ser posible.
- Para convertir radianes en grados se multiplica el número en radianes por el factor $\frac{180°}{\pi}$, el resultado se simplifica, de ser posible.

Ejemplos de reactivos

1. 60° en radianes se expresa como:

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{6}$ d) $\frac{\pi}{2}$

Solución:

Se multiplica 60° por el factor $\frac{\pi}{180°}$,

$$60°\left(\frac{\pi}{180°}\right)=\frac{60°\pi}{180°}=\frac{1\pi}{3}=\frac{\pi}{3}\text{ rad}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. $\frac{5\pi}{6}$ en grados, se expresa como:

a) 120° b) 60° c) 150° d) 225°

Solución:

Se multiplica $\frac{5\pi}{6}$ por el factor $\frac{180°}{\pi}$,

$$\left(\frac{5\pi}{6}\right)\left(\frac{180°}{\pi}\right)=\frac{900°\pi}{6\pi}=150°$$

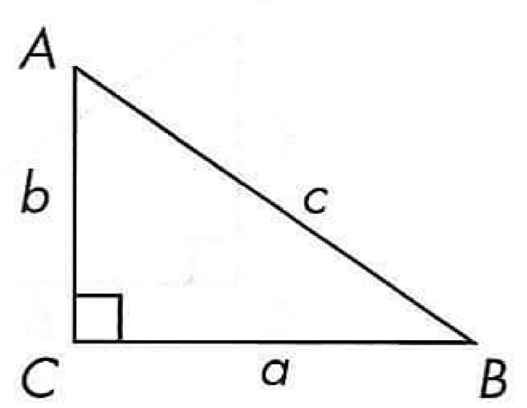
Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 11 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Razones trigonométricas

▼ Triángulo rectángulo

Es el triángulo que tiene un ángulo recto (90°); a los lados que forman el ángulo recto se les llama *catetos* y el lado que se opone a dicho ángulo se llama *hipotenusa.*



c: hipotenusa

a, b: catetos

$\angle A$, $\angle B$: ángulos agudos

$\angle A + \angle B = 90°$

$\angle C = 90°$

➤ Teorema de Pitágoras

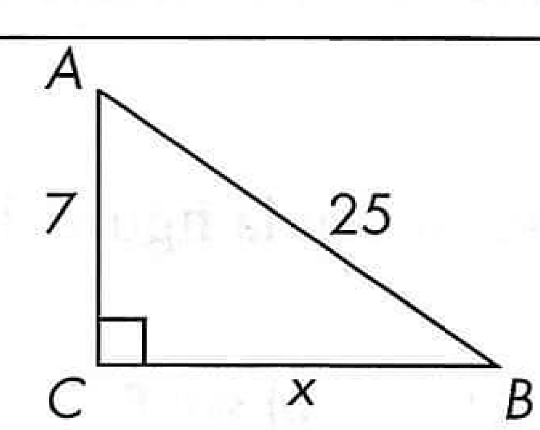
Establece la relación entre los lados de un triángulo rectángulo.

$$(\text{hipotenusa})^2 = (\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2$$

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es el valor de lado x en el siguiente triángulo?

a) 12 b) 17 c) 24 d) 28



Solución:
Al aplicar el teorema de Pitágoras se obtiene:

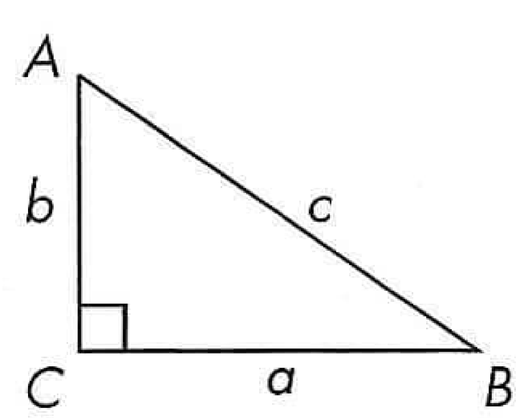
$$(\text{hip.})^2 = (\text{cat.})^2 + (\text{cat.})^2 \quad \rightarrow \quad (25)^2 = (7)^2 + x^2 \quad \rightarrow \quad 625 = 49 + x^2$$
$$625 - 49 = x^2$$
$$576 = x^2$$
$$x = \sqrt{576} = 24$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Razones trigonométricas
Son las relaciones por cociente entre los lados de un triángulo rectángulo.

	Abreviatura		**Abreviatura**
Seno $= \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$	**sen** θ	**Cotangente** $= \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$	**cot** $\theta =$ **ctg** θ
Coseno $= \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$	**cos** θ	**Secante** $= \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$	**sec** θ
Tangente $= \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$	**tan** $\theta =$ **tg** θ	**Cosecante** $= \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$	**csc** θ

En el triángulo ABC los catetos se designan de acuerdo al ángulo del que se desea obtener sus razones trigonométricas.

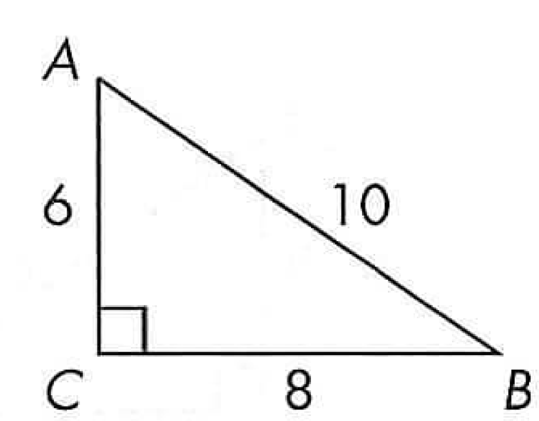


Para el ángulo A
c: hipotenusa
a: cateto opuesto
b: cateto adyacente

Para el ángulo B
c: hipotenusa
b: cateto opuesto
a: cateto adyacente

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es el coseno del ángulo B en el siguiente triángulo?



a) $\dfrac{6}{10}$ b) $\dfrac{8}{6}$ c) $\dfrac{10}{6}$ d) $\dfrac{8}{10}$

Solución:
Para el ángulo B

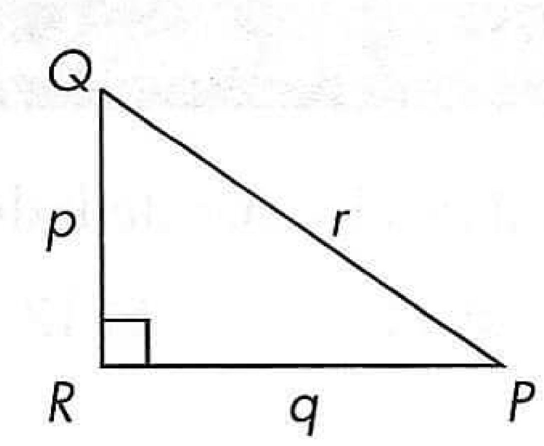
cateto opuesto = 6 cateto adyacente = 8 hipotenusa = 10

Luego

$$\cos B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{8}{10}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. De acuerdo con la figura, la razón $\dfrac{q}{p}$ corresponde a la función:



a) tan Q b) sen P c) cos Q d) sec P

Solución:

Para el ángulo Q

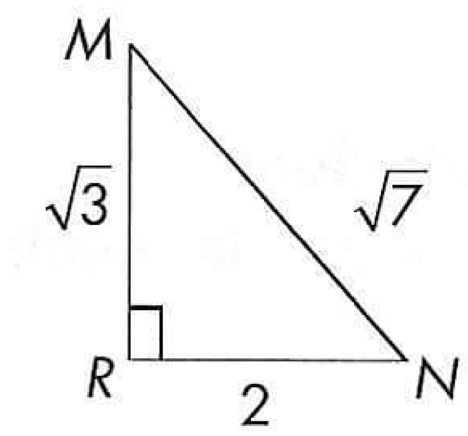
cateto opuesto = q cateto adyacente = p hipotenusa = r

La razón $\frac{q}{p}$ es:

$$\frac{q}{p} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \tan Q$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. En el siguiente triángulo el seno del ángulo M y la secante de N son:



a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{7}}{2}$ b) $\frac{2}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{7}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

Solución:

Para el ángulo M,

cateto opuesto = 2   cateto adyacente = $\sqrt{3}$ hipotenusa = $\sqrt{7}$

La razón trigonométrica seno se define por:

$$\text{sen } M = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

Para el ángulo N,

cateto opuesto = $\sqrt{3}$ cateto adyacente = 2   hipotenusa = $\sqrt{7}$

La razón trigonométrica secante se define por:

$$\sec N = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 12 a 23 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Solución de triángulos rectángulos

Resolver un triángulo rectángulo es hallar la medida de los ángulos y lados faltantes en función de los datos proporcionados.

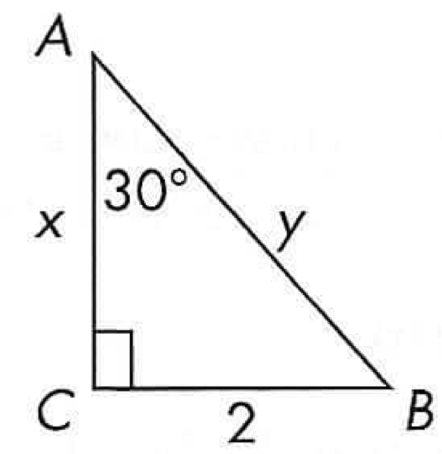
Para resolver un triángulo se utiliza tanto el teorema de Pitágoras como las funciones trigonométricas.

▼ Valores de funciones trigonométricas para ángulos notables 0°, 90°, 180°, 270° y 360°

Radianes	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Grados	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**180°**	**270°**	**360°**
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
Coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	$-\infty$	0

Ejemplos de reactivos

1. El valor de los lados x, y y el ángulo B es:



Solución:

La suma de ángulos agudos es 90°: $\angle A + \angle B = 90°$ → $30° + \angle B = 90°$

$$\angle B = 90° - 30°$$

$$\angle B = 60°$$

Para el ángulo $A = 30°$

cateto opuesto = 2 cateto adyacente = x hipotenusa = y

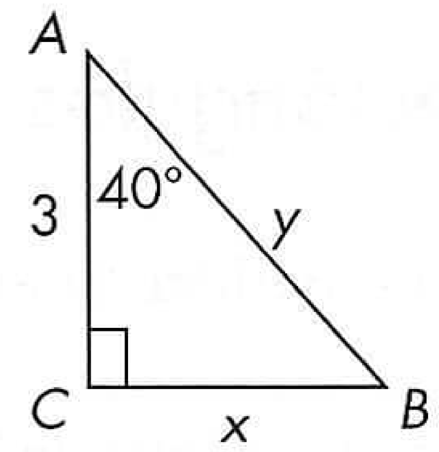
El valor de x se obtiene utilizando una función trigonométrica que relacione el cateto opuesto y el cateto adyacente:

$$\tan 30° = \frac{2}{x} \rightarrow x \tan 30° = 2 \rightarrow x = \frac{2}{\tan 30°} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

El valor de y se obtiene utilizando una función trigonométrica que relacione el cateto opuesto y la hipotenusa:

$$\operatorname{sen} 30° = \frac{2}{y} \rightarrow y \operatorname{sen} 30° = 2 \rightarrow y = \frac{2}{\operatorname{sen} 30°} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

2. En el siguiente triángulo:



El valor de x se obtiene con la expresión:

a) $\frac{\tan 40°}{3}$ b) 3 sen 40° c) 3 tan 40° d) $\frac{\operatorname{sen} 40°}{3}$

Solución:

Para el ángulo $A = 40°$

cateto opuesto = x y cateto adyacente = 3

Se elige la función que relacione el cateto opuesto y el cateto adyacente:

$$\tan A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \rightarrow \tan 40° = \frac{x}{3} \rightarrow x = 3 \tan 40°$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Si $\cos A = \frac{2}{5}$, el valor de sen A es:

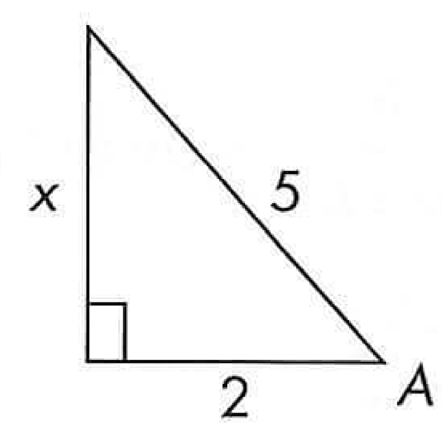
a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{\sqrt{21}}{5}$ c) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ d) $\frac{2}{\sqrt{21}}$

Solución:

La razón coseno se define por:

$$\cos A = \frac{2}{5} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Se construye un triángulo con $\angle A$ uno de los ángulos agudos y se colocan los datos:



Se aplica el teorema de Pitágoras para determinar el valor del lado restante:

$$5^2 = x^2 + 2^2 \quad \rightarrow \quad x^2 = 25 - 4 \quad \rightarrow \quad x^2 = 21 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{21}$$

Por consiguiente, la función seno se define como:

$$\text{sen } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

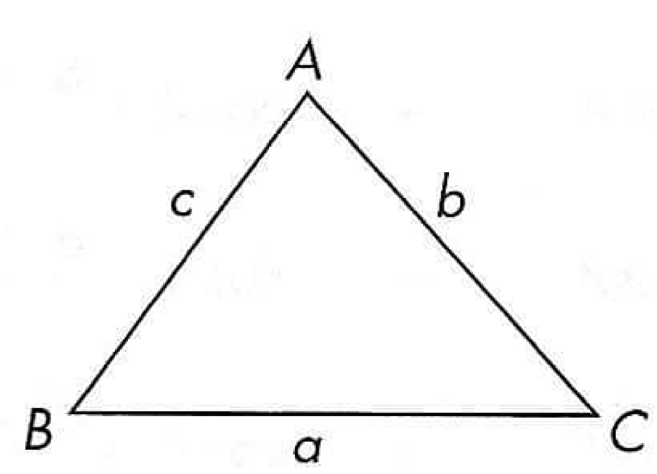
Resuelve los reactivos 24 a 33 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Ley de senos y ley de cosenos

Se aplican para la resolución de triángulos oblicuángulos, esto es, triángulos que no tienen un ángulo de 90°.

▼ Ley de senos

La razón que existe entre un lado de un triángulo oblicuángulo y el seno del ángulo opuesto a dicho lado, es proporcional a la misma razón entre los lados y ángulos restantes.



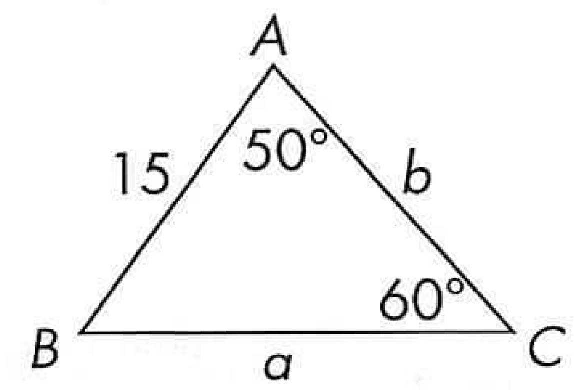
$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

Se aplica si se conocen:

- Dos lados y un ángulo opuesto a uno de esos lados.
- Dos ángulos y un lado opuesto a uno de esos ángulos.

Ejemplos de reactivos

1. El valor de a en el triángulo ABC, se resuelve con la operación:



a) $\dfrac{15\text{ sen }60°}{\text{sen }50°}$ b) $\dfrac{\text{sen }50°}{15\text{ sen }60°}$ c) $\dfrac{\text{sen }60°}{15\text{ sen }50°}$ d) $\dfrac{15\text{ sen }50°}{\text{sen }60°}$

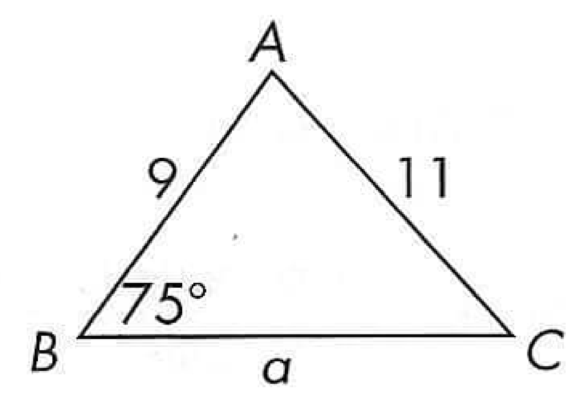
Solución:

Por ley de senos $\dfrac{a}{\text{sen }50°}=\dfrac{15}{\text{sen }60°}=\dfrac{b}{\text{sen }B}$, se toma la primera igualdad para despejar a, entonces:

$$\frac{a}{\text{sen }50°}=\frac{15}{\text{sen }60°}\quad\rightarrow\quad a=\frac{15\text{ sen }50°}{\text{sen }60°}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El ángulo C se obtiene con la expresión:



a) $\text{sen }C=\dfrac{9\text{ sen }75°}{11}$ b) $\text{sen }C=\dfrac{11\text{ sen }75°}{9}$ c) $\text{sen }C=\dfrac{9}{11\text{ sen }75°}$ d) $\text{sen }C=\dfrac{11}{9\text{ sen }75°}$

Solución:

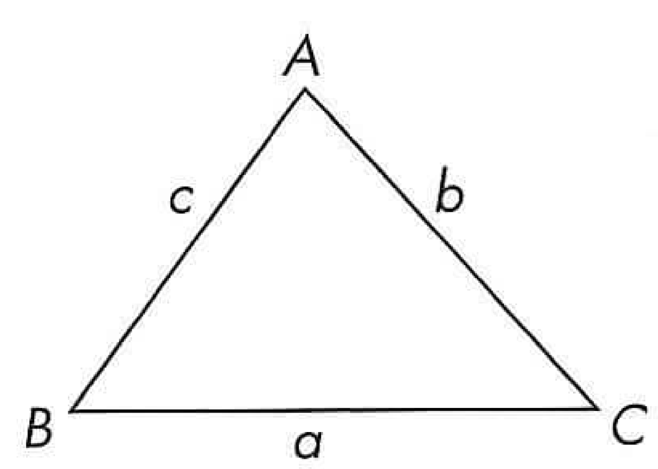
Por ley de senos $\dfrac{a}{\text{sen }A}=\dfrac{11}{\text{sen }75°}=\dfrac{9}{\text{sen }C}$, se toma la igualdad $\dfrac{11}{\text{sen }75°}=\dfrac{9}{\text{sen }C}$ y se despeja sen C:

$$\frac{11}{\text{sen }75°}=\frac{9}{\text{sen }C}\quad\rightarrow\quad 11\text{ sen }C=9\text{ sen }75°\quad\rightarrow\quad \text{sen }C=\frac{9\text{ sen }75°}{11}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

▼ Ley de cosenos

El cuadrado de un lado de un triángulo oblicuángulo es igual a la suma de los cuadrados de los lados restantes, menos el doble producto de dichos lados por el coseno del ángulo opuesto al lado buscado.



$$a=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos A}\quad\rightarrow\quad \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$b=\sqrt{a^2+c^2-2ac\cos B}\quad\rightarrow\quad \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

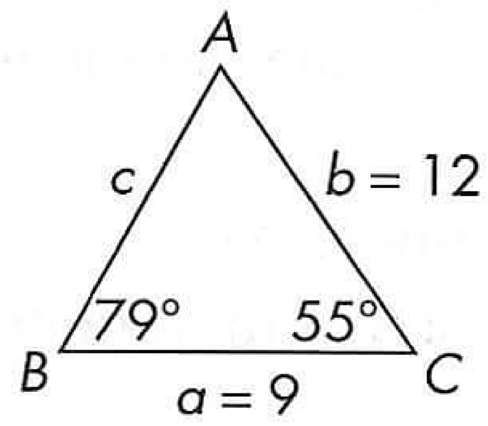
$$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}\quad\rightarrow\quad \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

Se aplica si se conocen:

- Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.
- Tres lados.

Ejemplos de reactivos

1. El valor del lado *c* en el siguiente triángulo, se obtiene con la expresión:



a) $c=\sqrt{(9)^2-(12)^2-2(9)(12)\cos 55°}$

b) $c=\sqrt{(9)^2+(12)^2-2(9)(12)\cos 79°}$

c) $c=\sqrt{(9)^2+(12)^2-2(9)(12)\cos 55°}$

d) $c=\sqrt{(9)^2+(12)^2+2(9)(12)\cos 55°}$

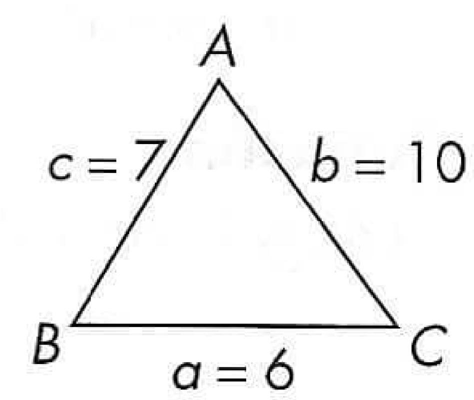
Solución:

El lado *c* se obtiene con la fórmula:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \quad \rightarrow \quad c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$$

Por tanto, $c=\sqrt{(9)^2+(12)^2-2(9)(12)\cos 55°}$ la opción correcta es el inciso c.

2. En el triángulo *ABC*, el valor del ángulo *A* se obtiene con la expresión:



a) $\cos A=\dfrac{(6)^2+(7)^2-(10)^2}{2(6)(7)}$

b) $\cos A=\dfrac{(10)^2+(7)^2-(6)^2}{2(10)(6)}$

c) $\cos A=\dfrac{(10)^2+(6)^2-(7)^2}{2(10)(6)}$

d) $\cos A=\dfrac{(10)^2+(7)^2-(6)^2}{2(10)(7)}$

Solución

En el triángulo se conocen los 3 lados, el ángulo *A* se obtiene con la fórmula:

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

Por consiguiente, $\cos A=\dfrac{(10)^2+(7)^2-(6)^2}{2(10)(7)}$, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 34 a 36 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Razones trigonométricas para un ángulo en cualquier cuadrante

▼ Signos de las funciones trigonométricas

	I cuadrante	II cuadrante	III cuadrante	IV cuadrante
Seno	+	+	–	–
Coseno	+	–	–	+
Tangente	+	–	+	–
Cotangente	+	–	+	–
Secante	+	–	–	+
Cosecante	+	+	–	–

Funciones para ángulos mayores a 90°

Cualquier función trigonométrica de un ángulo mayor a 90° se expresa en la forma $(n \cdot 90° \pm \theta)$, conservando el signo correspondiente a la función dada, donde n es un entero positivo y θ es un ángulo cualquiera, el cual es equivalente a:

- La misma función de θ si n es un número par.
- La cofunción correspondiente de θ si n es un número impar.

Función		Cofunción
seno	⟷	coseno
tangente	⟷	cotangente
secante	⟷	cosecante

Ejemplos de reactivos

1. El valor de cos 150° es equivalente a:

a) −cos 30° b) cos 60° c) −cos 60° d) cos 30°

Solución:
El ángulo de 150° se encuentra en el segundo cuadrante, donde coseno es negativo, luego:

$$150° = (2 \cdot 90° - 30°)$$

El número que multiplica a 90° es par, el resultado se expresa con la misma función, por tanto:

$$\cos 150° = -\cos 30°$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El valor de cos 300° es equivalente a:

a) sen 60° b) sen 30° c) −cos 30° d) −cos 60°

Solución:
El ángulo de 300° se encuentra en el cuarto cuadrante, donde coseno es positivo, luego:

$$300° = (3 \cdot 90° + 30°)$$

El número que multiplica a 90° es impar, el resultado se expresa con la cofunción:

$$\cos 300° = \text{sen } 30°$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. El valor de tan 135° es equivalente a:

a) $\sqrt{2}$ b) −1 c) $-\sqrt{2}$ d) 1

Solución:
El ángulo de 135° se encuentra en el segundo cuadrante, donde la tangente es negativa, por tanto:

$$\tan 135° = \tan(2 \cdot 90° - 45°) = -\tan 45° = -1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Fórmulas de reducción

En trigonometría, las expresiones que indican las funciones seno, coseno y tangente de un ángulo de cualquier tamaño se pueden transformar en términos de las funciones de un ángulo agudo.

Ángulos negativos

$\text{sen}(-A) = -\text{sen}\,A$ $\quad$ $\csc(-A) = -\csc A$

$\cos(-A) = \cos A$ $\quad$ $\sec(-A) = \sec A$

$\tan(-A) = -\tan A$ $\quad$ $\cot(-A) = -\cot A$

Ejemplo de reactivo

El valor de sen (–30°) es:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ b) $\frac{1}{2}$ $\quad$ c) $-\frac{1}{2}$ $\quad$ d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Solución:
Se aplica la fórmula sen $(-A) = -\text{sen}\,A$, donde $A = 30°$, entonces:

$$\text{sen}(-30°) = -\text{sen}(30°) = -\frac{1}{2}$$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Ángulos (90° – *A*)

$\text{sen}(90° - A) = \cos A$ $\quad$ $\csc(90° - A) = \sec A$

$\cos(90° - A) = \text{sen}\,A$ $\quad$ $\sec(90° - A) = \csc A$

$\tan(90° - A) = \cot A$ $\quad$ $\cot(90° - A) = \tan A$

Ejemplo de reactivo

Una expresión equivalente a tan (70°) es:

a) cot 20° $\quad$ b) cos 20° $\quad$ c) tan 20° $\quad$ d) –sen 20°

Solución:
El ángulo de 70° se representa de la siguiente forma: 70° = 90° – 20°, al aplicar la fórmula de reducción se tiene que:

$$\tan(90° - A) = \cot A$$

$$\tan(70°) = \tan(90° - 20°)$$

Donde $A = 20°$

Por tanto, $\tan(70°) = \tan(90° - 20) = \cot 20°$

Entonces, $\tan(70°) = \cot 20°$

Finalmente, la respuesta correcta es el inciso a.

Otras fórmulas de reducción

Ángulos $(90° + A)$	$\text{sen}(90° + A) = \cos A$ $\cos(90° + A) = -\text{sen } A$ $\tan(90° + A) = -\cot A$	$\csc(90° + A) = \sec A$ $\sec(90° + A) = -\csc A$ $\cot(90° + A) = -\tan A$
Ángulos $(180° + A)$	$\text{sen}(180° + A) = -\text{sen } A$ $\cos(180° + A) = -\cos A$ $\tan(180° + A) = \tan A$	$\csc(180° + A) = -\csc A$ $\sec(180° + A) = -\sec A$ $\cot(180° + A) = \cot A$
Ángulos $(180° - A)$	$\text{sen}(180° - A) = \text{sen } A$ $\cos(180° - A) = -\cos A$ $\tan(180° - A) = -\tan A$	$\csc(180° - A) = \csc A$ $\sec(180° - A) = -\sec A$ $\cot(180° - A) = -\cot A$
Ángulos $(270° + A)$	$\text{sen}(270° + A) = -\cos A$ $\cos(270° + A) = \text{sen } A$ $\tan(270° + A) = -\cot A$	$\csc(270° + A) = -\sec A$ $\sec(270° + A) = \csc A$ $\cot(270° + A) = -\tan A$

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es el valor de tan 315°?

a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) $-\sqrt{3}$ d) -1

Solución:

El ángulo de 315° se representa de la siguiente forma: $315° = 270° + 45°$, al aplicar la fórmula de reducción se tiene que:

$$\tan(270° + A) = -\cot A$$

donde $A = 45°$

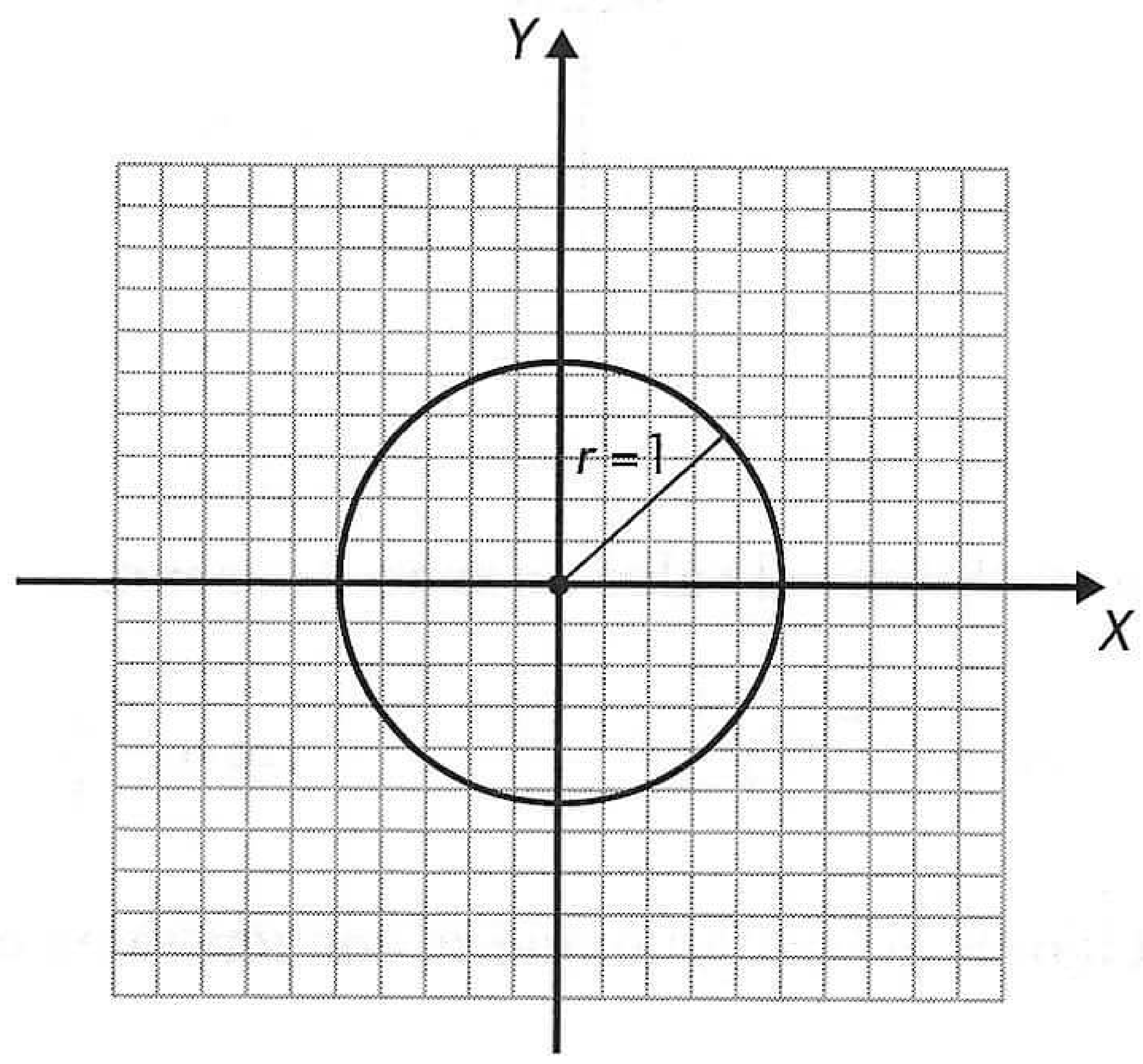
Por tanto, tan (315°) = tan (270° + 45°) = −cot 45°

Entonces, tan (315°) = −cot 45° = −1

Finalmente, la respuesta correcta es el inciso d.

Círculo trigonométrico

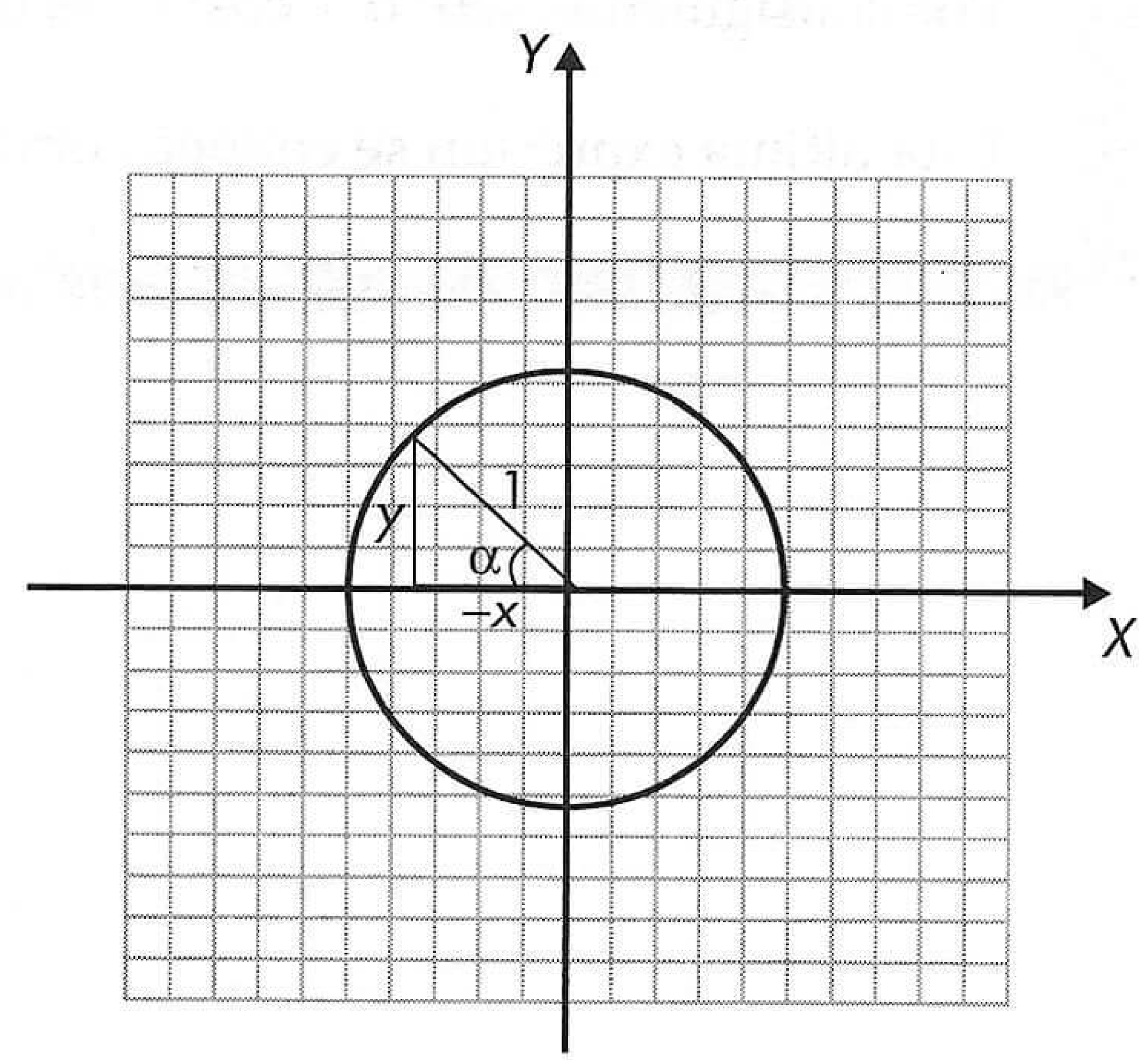
El *círculo trigonométrico* (círculo unitario) es aquel que tiene de radio la unidad y su centro se encuentra en el origen del sistema de ejes coordenados.



Algunos usos del círculo trigonométrico es, por ejemplo, la obtención de los signos en los diferentes cuadrantes. Otro uso es obtener las identidades pitagóricas.

Ejemplo

¿Qué signo tiene la función coseno en el segundo cuadrante?



Solución:

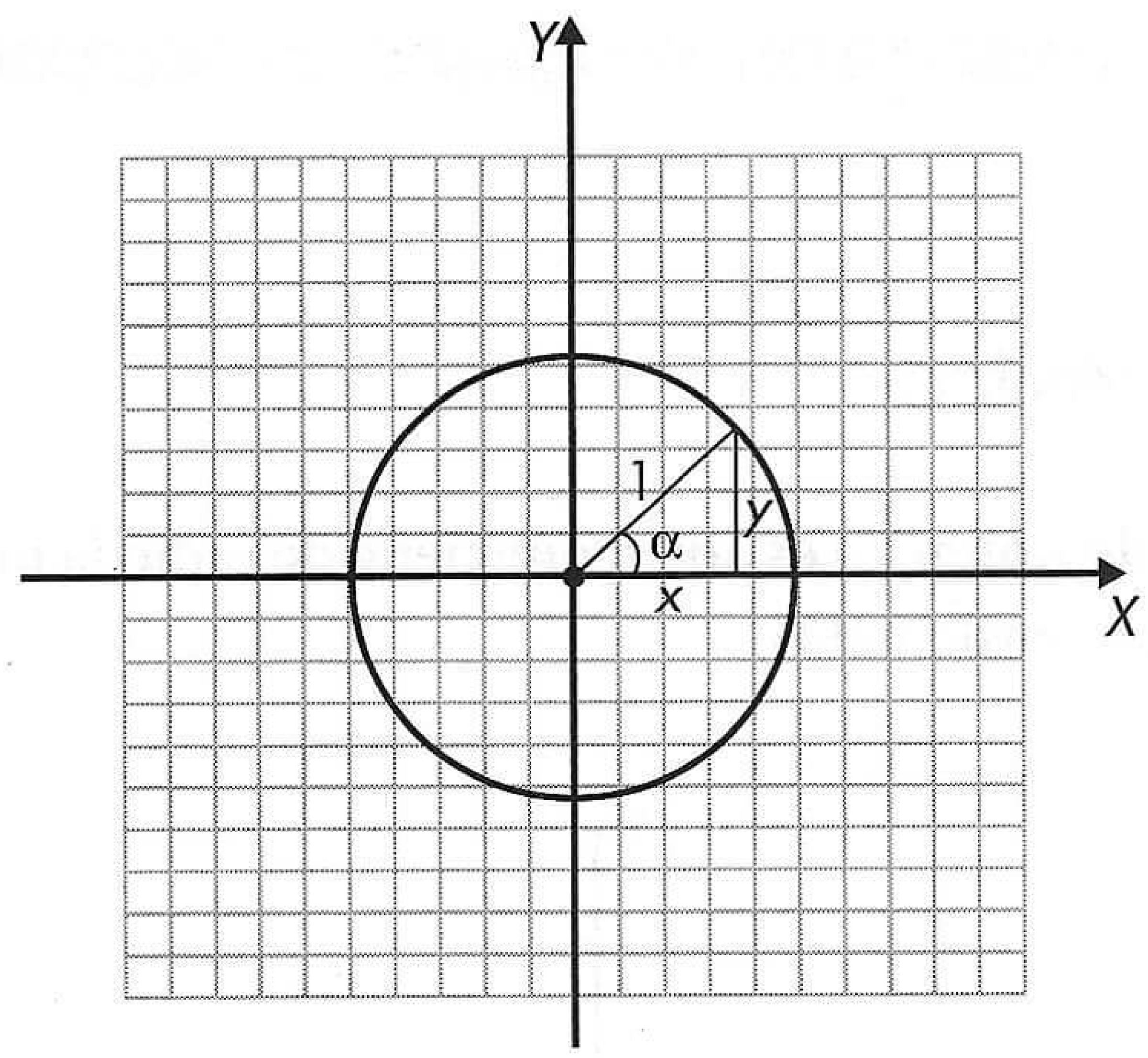
Del círculo trigonométrico se obtiene el coseno.

$$\cos \alpha = \frac{-x}{1} = -x$$

De la expresión anterior, se tiene que el coseno en el segundo cuadrante es negativo.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es el valor de $\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha$?



Del círculo trigonométrico se obtiene el valor de seno y coseno.

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{y}{1} = y \qquad \cos\alpha = \frac{x}{1} = x$$

Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo que se encuentra en el círculo trigonométrico.

$$y^2 + x^2 = 1$$

Sustituyendo el valor de x e y, se obtiene que:

$$\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Por consiguiente, $\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha$, es igual a 1.

Esta última expresión se conoce como una de las identidades pitagóricas.

Identidades trigonométricas básicas

Son las relaciones que existen entre las razones trigonométricas y se dividen en:

a) Identidades recíprocas

$$\text{sen } \theta \cdot \csc \theta = 1 \qquad \tan \theta \cdot \cot \theta = 1 \qquad \cos \theta \cdot \sec \theta = 1$$

b) Identidades de cociente

$$\tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} \qquad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta}$$

c) Identidades pitagóricas

$$\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \qquad \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta \qquad \cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

Ejemplos de reactivos

1. La expresión sen θ es equivalente a:

a) $\frac{1}{\cos \theta}$ b) $\frac{1}{\sec \theta}$ c) $\frac{1}{\csc \theta}$ d) $\frac{1}{\text{sen } \theta}$

Solución:
De la expresión sen $\theta \cdot \csc \theta = 1$, se despeja sen θ

$$\text{sen } \theta = \frac{1}{\csc \theta}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La expresión cos θ es equivalente a:

a) $\frac{\tan \theta}{\csc \theta}$ b) $\frac{\cot \theta}{\csc \theta}$ c) $\frac{1}{\text{sen } \theta}$ d) $\frac{\text{sen } \theta}{\cot \theta}$

Solución:
Se comprueba cada uno de los incisos:

a) $\frac{\tan \theta}{\csc \theta} = \frac{\frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}}{\frac{1}{\text{sen } \theta}} = \frac{\text{sen } \theta \cdot \text{sen } \theta}{\cos \theta} = \frac{\text{sen}^2 \theta}{\cos \theta}$, no es la respuesta correcta.

b) $\frac{\cot \theta}{\csc \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta}}{\frac{1}{\text{sen } \theta}} = \frac{\cos \theta \cdot \text{sen } \theta}{\text{sen } \theta} = \cos \theta$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Una expresión equivalente a $\cot\theta$ es:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$ b) $\sqrt{\sec^2\theta-1}$ c) $\dfrac{1}{\sqrt{1-\text{sen}^2\theta}}$ d) $\sqrt{1-\text{sen}^2\theta}$

Solución:

De la expresión $\tan\theta\cdot\cot\theta=1$ se despeja $\cot\theta$, entonces $\cot\theta=\dfrac{1}{\tan\theta}$ de la expresión $\tan^2\theta+1=\sec^2\theta$, se despeja $\tan\theta$

$$\tan^2\theta+1=\sec^2\theta \quad\rightarrow\quad \tan^2\theta=\sec^2\theta-1 \quad\rightarrow\quad \tan\theta=\sqrt{\sec^2\theta-1}$$

Por tanto,

$$\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}=\frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

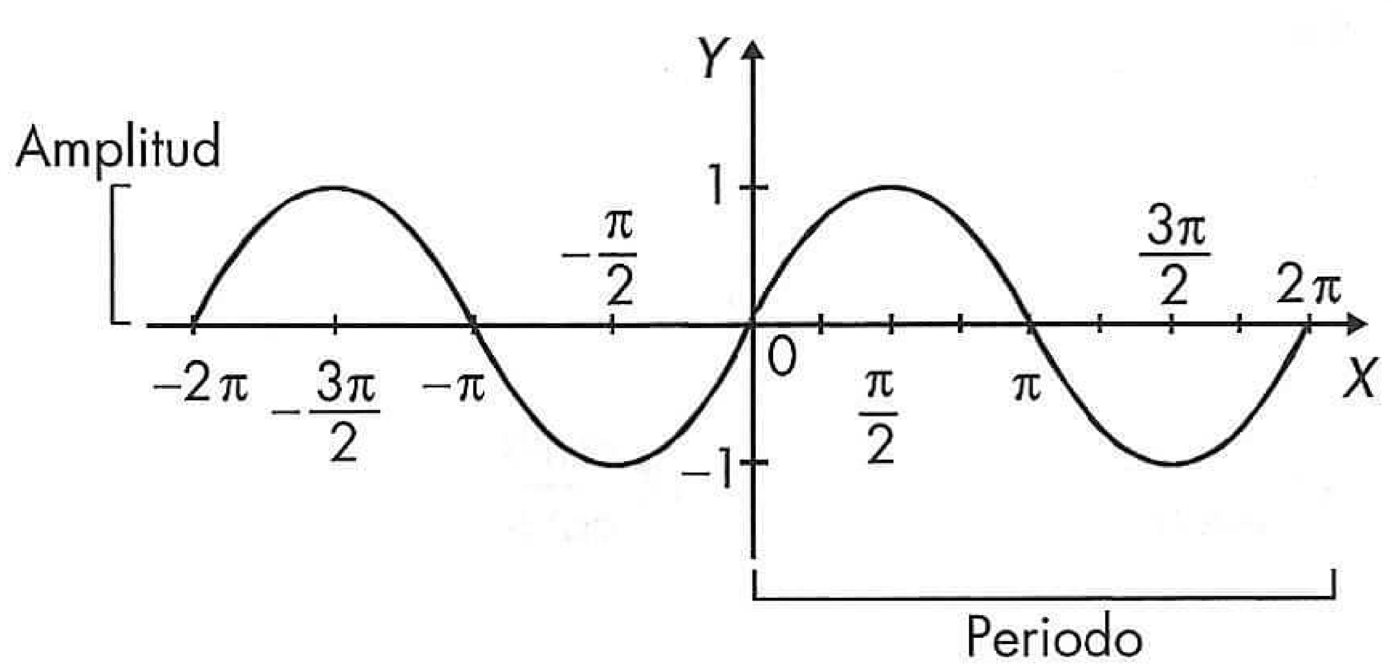
Resuelve los reactivos 37 a 43 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Funciones trigonométricas

Las siguientes funciones trigonométricas se grafican en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ para observar su comportamiento; sin embargo, las gráficas continúan a la derecha de 2π y a la izquierda de -2π. En las propiedades de la función seno y coseno, los intervalos en donde la función crece o decrece son un ejemplo en un periodo, esto es, en el intervalo de $[0, 2\pi]$.

Función seno ($y = \text{sen } x$)

Gráfica



Propiedades

Dominio = $(-\infty, \infty)$

Rango = $[-1, 1]$

Periodo = 2π

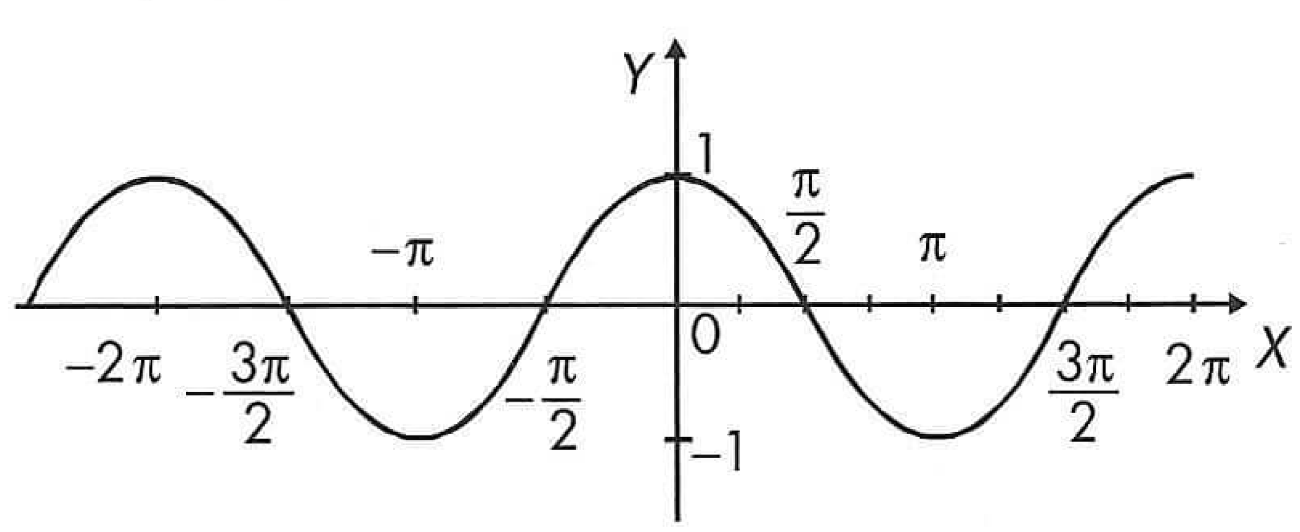
Amplitud = 1

Es creciente en el intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

Es decreciente en el intervalo $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

Función coseno ($y = \cos x$)

Gráfica



Propiedades

Dominio = $(-\infty, \infty)$

Rango = $[-1, 1]$

Periodo = 2π

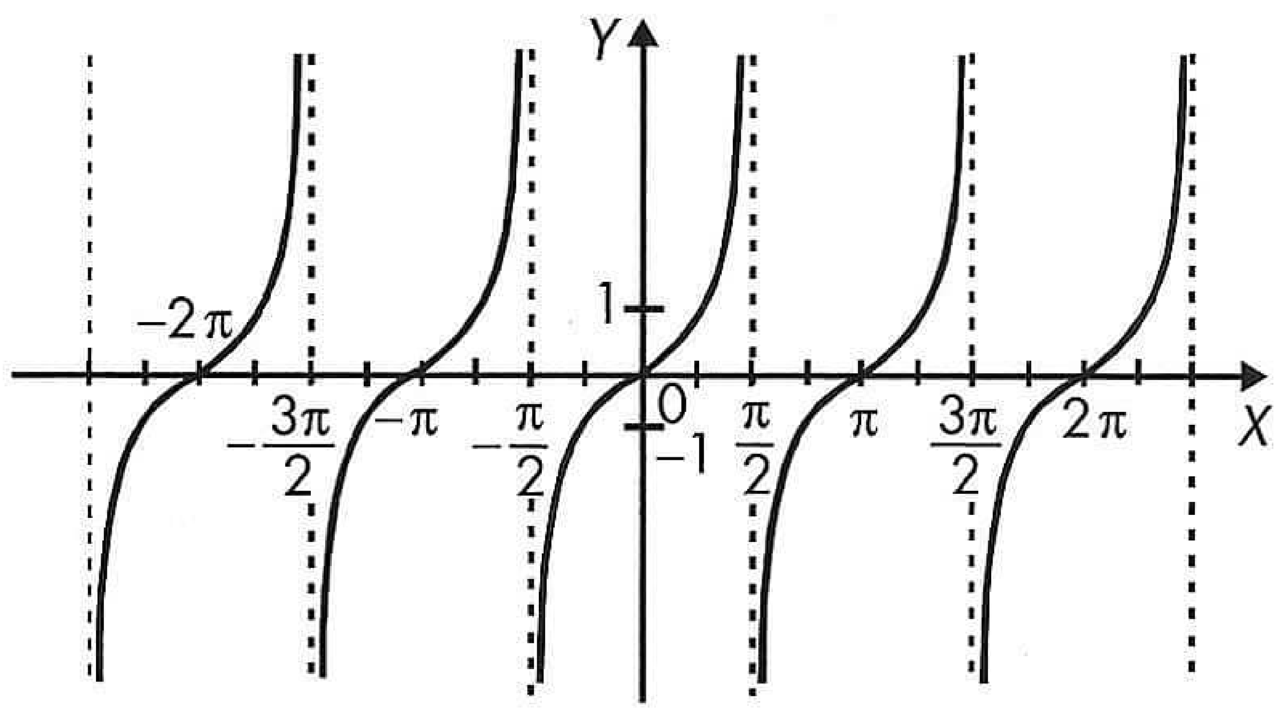
Amplitud = 1

Es creciente en el intervalo $(\pi, 2\pi)$

Es decreciente en el intervalo $(0, \pi)$

▼ Función tangente ($y = \tan x$)

Gráfica



Propiedades

Dominio = $\{x \in R \,/\, x \neq \frac{\pi}{2}(2k+1) \text{ con } k \in Z\}$

Rango = $(-\infty, \infty)$

Periodo = π

Asíntotas: $\{x = \frac{\pi}{2}(2k+1) \text{ con } k \in Z\}$

Es creciente para todo $x \in D_f$.

Transformación de gráficas de funciones trigonométricas

Esta transformación se utiliza para obtener la gráfica de una función trigonométrica que está compuesta con más elementos; por ejemplo,

$$y = A \text{ sen } (Bx + C) + D \qquad \text{o} \qquad y = A \cos (Bx + C) + D$$

Donde:

A: Amplitud $\begin{cases} \text{Si } A > 0, \text{ ampliación o reducción sobre el eje } Y \\ \text{Si } A < 0, \text{ reflexión sobre el eje } X \end{cases}$

B: $\begin{cases} \text{Si } B > 0, \text{ ampliación o reducción sobre el eje } X \\ \text{Si } B < 0, \text{ reflexión sobre el eje } Y \end{cases}$

C: desplazamiento sobre el eje X

D: desplazamiento sobre el eje Y

Ejemplo de reactivo

Determinar la gráfica de $y = 3\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

Solución:

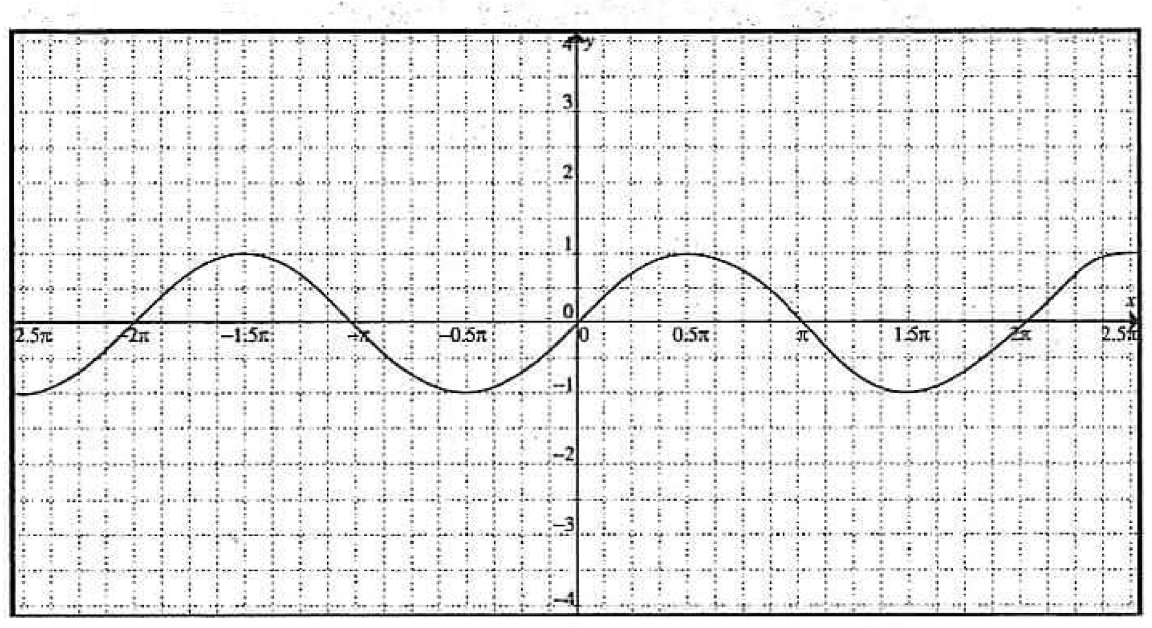
Se obtienen los siguientes valores:

Amplitud: $|A| = |3| = 3$

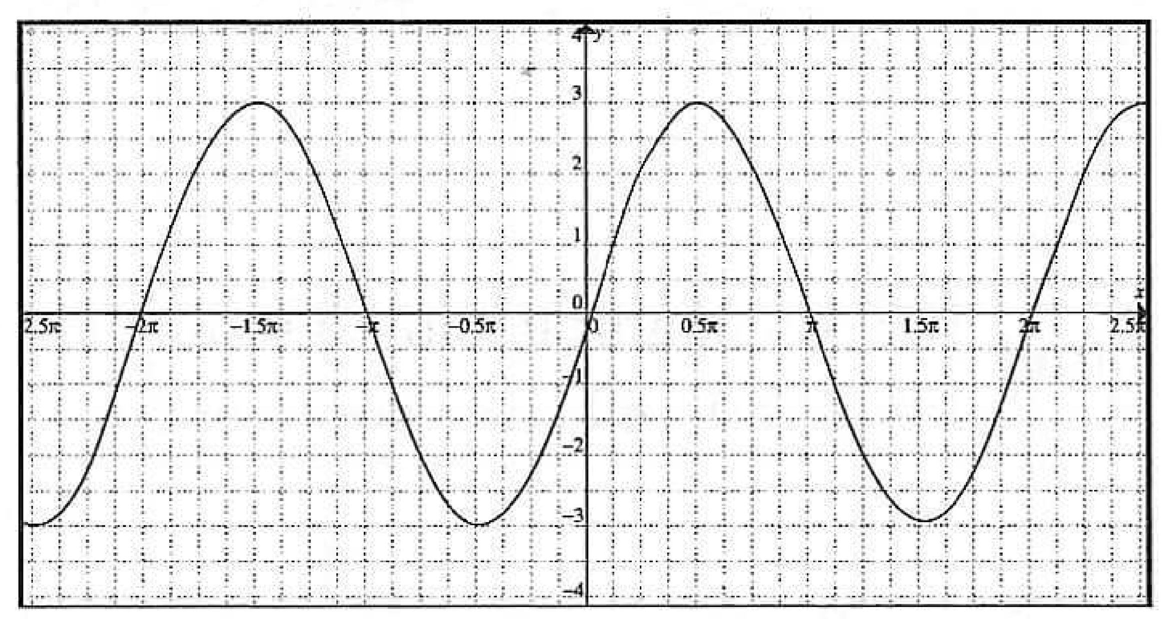
Periodo: $\frac{2}{B}\pi = \frac{2}{2}\pi = \pi$

Desfase: $-\frac{C}{B} = -\frac{-\frac{\pi}{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$

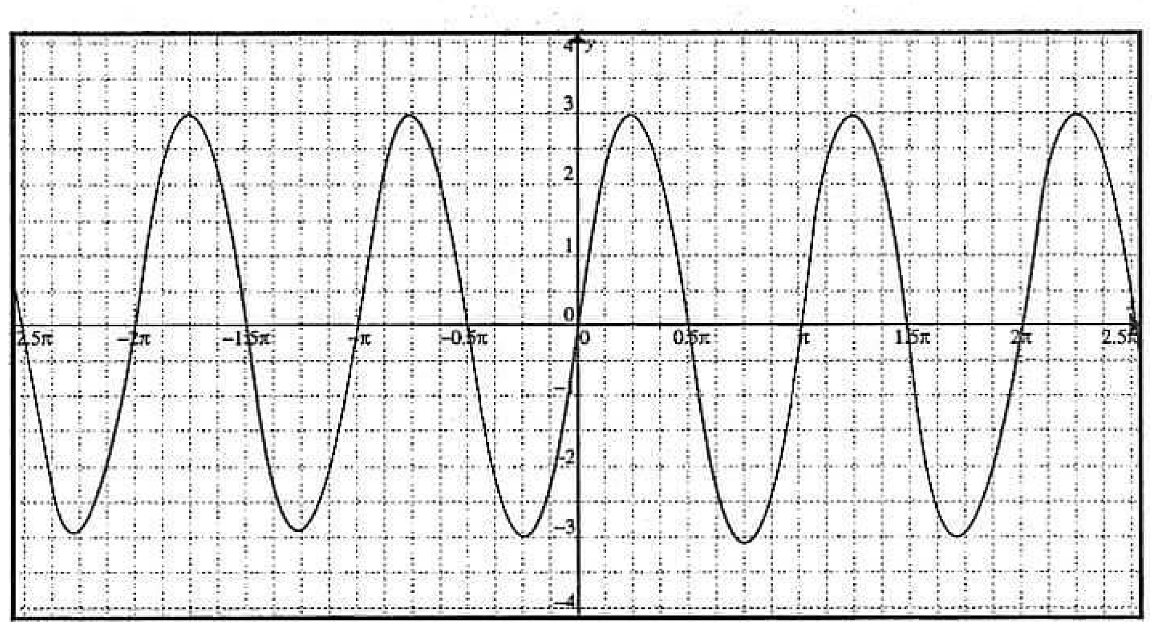
Las siguientes gráficas indican la construcción de la función $y = 3\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, a partir de la función $y = \text{sen}\, x$.



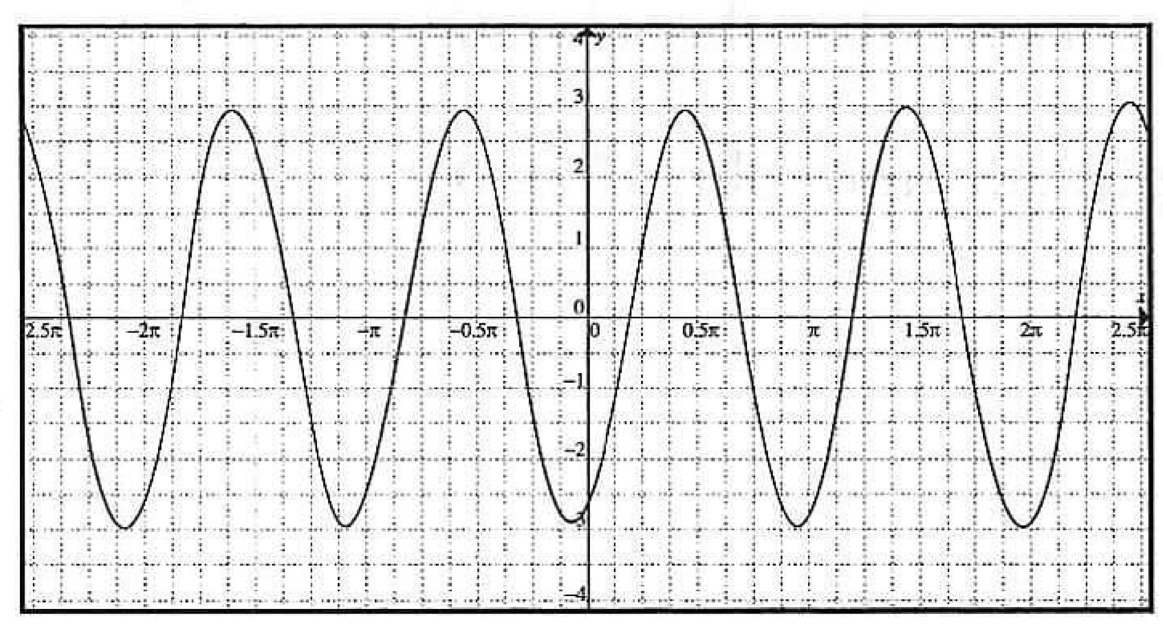
$y = \text{sen}\ x$



$y = 3\text{sen}\ x$



$y = 3\text{sen}\ (2x)$



$y = 3\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Cuál es la equivalencia de 90° en radianes?

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{2}$

2. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{5\pi}{3}$ en grados?

a) 120° b) 300° c) 210° d) 60°

3. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{\pi}{4}$ en grados?

a) 225° b) 315° c) 45° d) 135°

4. ¿Cuál es la equivalencia de 45° en radianes?

a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{5}$ c) $\frac{\pi}{6}$ d) $\frac{\pi}{4}$

5. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{7\pi}{4}$ en grados?

a) 225° b) 315° c) 120° d) 70°

6. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{\pi}{6}$ en grados?

a) 30° b) 45° c) 20° d) 36°

7. ¿Cuál es la equivalencia de 210° en radianes?

a) $\frac{5\pi}{6}$ b) $\frac{7\pi}{3}$ c) $\frac{7\pi}{6}$ d) $\frac{4\pi}{3}$

8. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{2\pi}{3}$ en grados?

a) 45° b) 15° c) 120° d) 150°

9. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{5\pi}{4}$ en grados?

a) 225° b) 120° c) 20° d) 300°

10. ¿Cuál es la equivalencia de 15° en radianes?

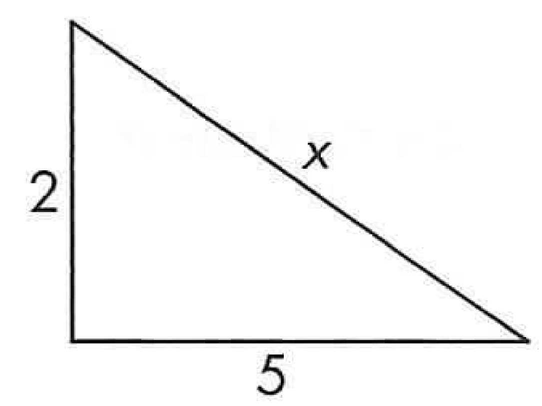
a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{5}$ c) $\frac{\pi}{12}$ d) $\frac{\pi}{3}$

11. ¿Cuál es la equivalencia de 36° en radianes?

a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{6}$ d) $\frac{\pi}{5}$

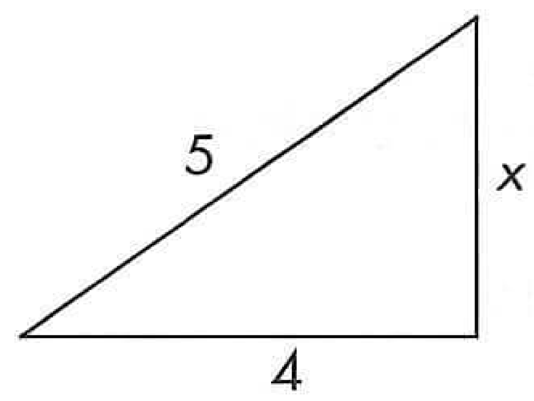
2 Resuelve los siguientes reactivos:

12. De acuerdo con la figura. ¿Cuál es el valor de x?



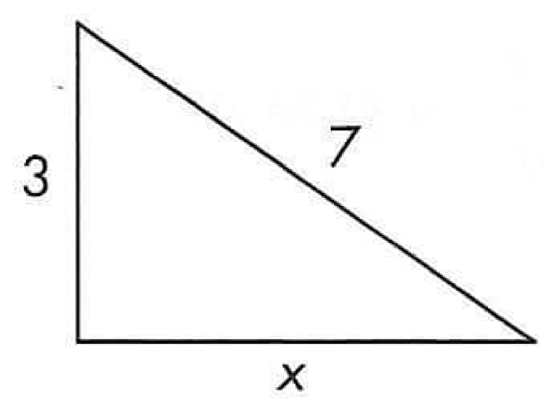
a) $\sqrt{29}$ b) 29 c) 24 d) $\sqrt{24}$

13. De acuerdo con la figura. ¿Cuál es el valor de x?



a) $\sqrt{3}$ b) 3 c) $\sqrt{5}$ d) 4

14. De acuerdo con la figura. ¿Cuál es el valor de x?



a) $\sqrt{5}$ b) 20 c) $2\sqrt{10}$ d) $3\sqrt{7}$

15. ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo, cuyo ancho mide 6 cm y su largo mide 8 cm?

a) $\sqrt{10}$ cm b) 5 cm c) $\sqrt{5}$ cm d) 10 cm

16. ¿Cuánto mide la altura de un triángulo equilátero de 12 cm por lado?

a) 6 cm b) $6\sqrt{3}$ cm c) $\sqrt{3}$ cm d) $\sqrt{180}$ cm

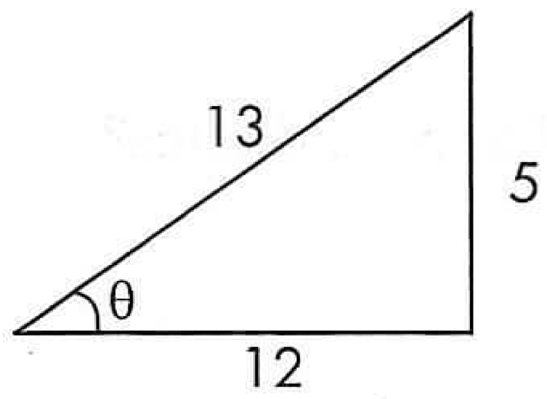
17. ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado, cuya diagonal mide $\sqrt{50}$ cm?

a) 5 cm b) 25 cm c) 10 cm d) 50 cm

18. ¿Cuánto mide la altura de un triángulo si su base es de 40 cm y su área es de 600 cm^2?

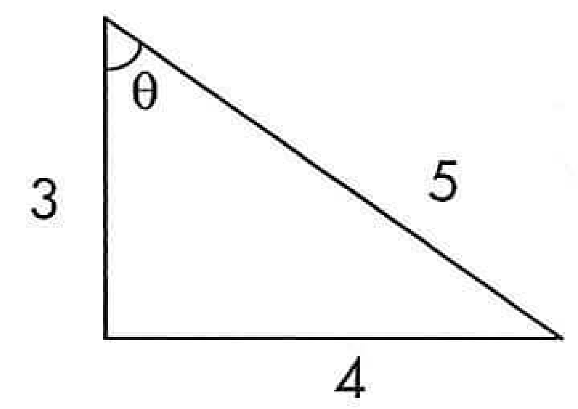
a) 40 cm b) 300 cm c) 15 cm d) 30 cm

19. ¿Cuál es el valor del seno del ángulo θ en el siguiente triángulo rectángulo?



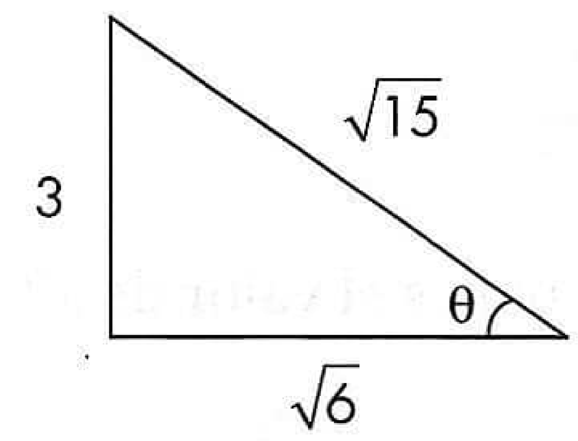
a) $\frac{5}{13}$ b) $\frac{12}{5}$ c) $\frac{12}{13}$ d) $\frac{13}{5}$

20. En relación al triángulo la razón $\frac{3}{4}$ expresa el valor de:



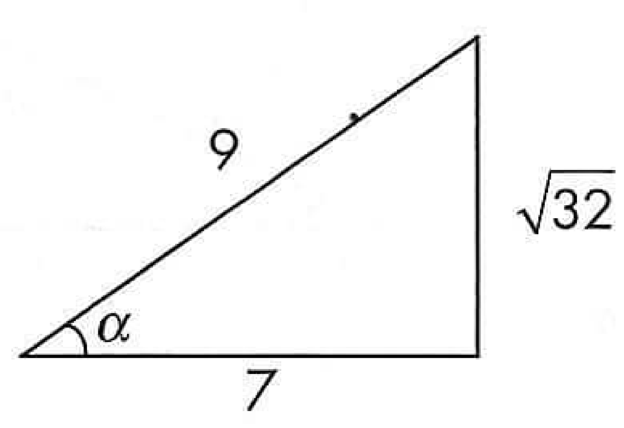
a) cos θ b) sen θ c) cot θ d) tan θ

21. En relación al triángulo la razón $\frac{\sqrt{15}}{3}$ expresa el valor de:



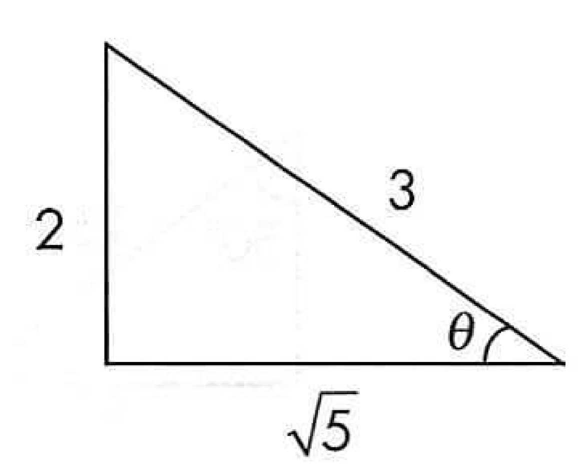
a) sec θ b) sen θ c) cot θ d) csc θ

22. En relación al triángulo la razón $\frac{7}{\sqrt{32}}$ expresa el valor de:



a) sen α b) cos α c) tan α d) cot α

23. En relación al triángulo la razón $\frac{2}{3}$ expresa el valor de:



a) cos θ b) sen θ c) cot θ d) tan θ

3 Resuelve los siguientes reactivos:

24. ¿Cuál es el valor del sen 60°?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

25. ¿Cuál es el valor de tan 45°?

a) $\sqrt{3}$ b) 1 c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

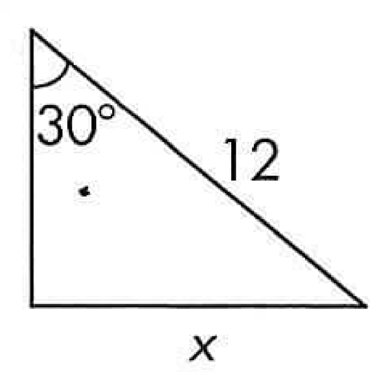
26. ¿Cuál es el valor de tan 60°?

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) 1 d) $\sqrt{3}$

27. ¿Cuál es el valor de csc 45°?

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) 1 d) 0

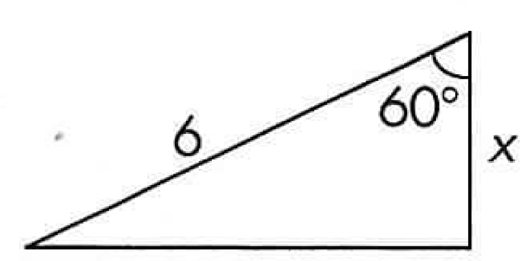
28. De acuerdo con la figura. ¿Cuál es el valor de x?



sen 30° = 0.5
cos 30° = 0.8660
tan 30° = 0.5774

a) 12 b) 24 c) 10 d) 6

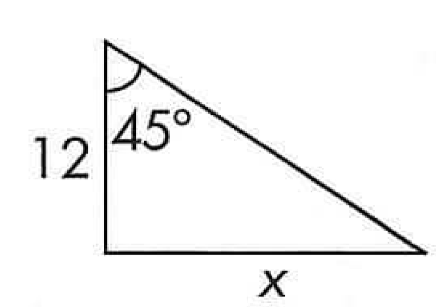
29. De acuerdo con la figura. ¿Cuál es el valor de x?



cos 60° = 0.5
sen 60° = 0.8660
tan 60° = 1.7320

a) 8 b) 4 c) 3 d) 6

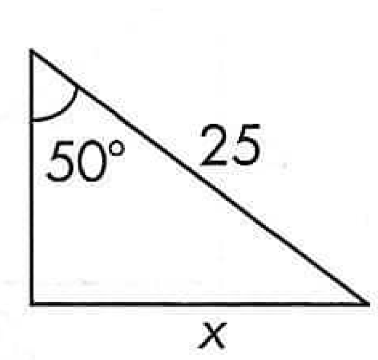
30. De acuerdo con la figura. ¿Cuál es el valor de x?



cos 45° = 0.7071
sen 45° = 0.7071
tan 45° = 1

a) 6 b) 12 c) 8 d) 3

31. En el siguiente triángulo,



el valor de x se obtiene con la expresión:

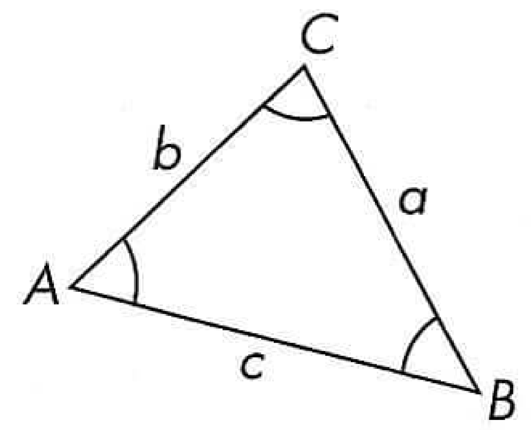
a) 25 sen 50° b) 25 cos 50° c) $\frac{25}{\text{sen } 50°}$ d) $\frac{25}{\cos 50°}$

4 Resuelve los siguientes reactivos:

32. Para determinar la magnitud de los ángulos interiores de un triángulo oblicuángulo cuando se conocen la longitud de los lados, se aplica:

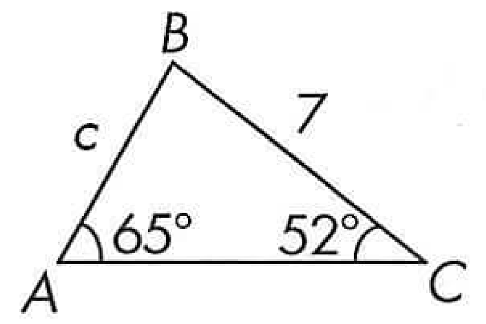
a) Ley de senos b) Teorema de Pitágoras c) Razones trigonométricas d) Ley de cosenos

33. Observa la siguiente imagen, con base en ella, ¿cuál de las siguientes expresiones se obtiene de la ley de senos?



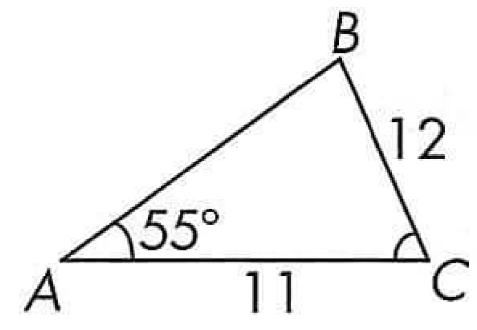
a) $\frac{a}{bsenA} = \frac{csenC}{b}$ b) $\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}$ c) $\frac{c}{senA} = \frac{a}{senC}$ d) $\frac{senA}{a} = \frac{senB}{c}$

34. En el triángulo *ABC*, el valor del lado *c* se obtiene con la expresión:



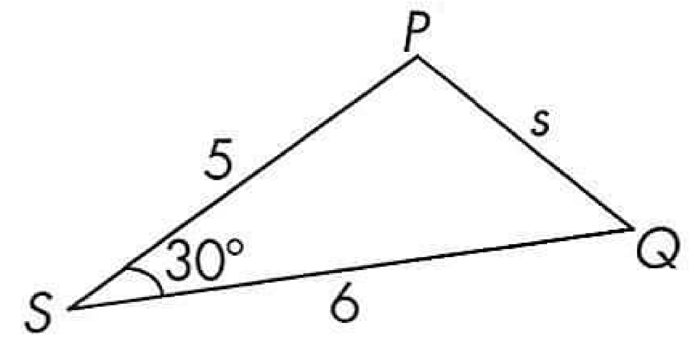
a) $\frac{7 \text{ sen } 52°}{\text{sen } 65°}$ b) $\frac{7 \text{ sen } 65°}{\text{sen } 52°}$ c) $\frac{\text{sen } 52°}{7 \text{ sen } 65°}$ d) $\frac{\text{sen } 65°}{7 \text{ sen } 52°}$

35. Para hallar el valor del ángulo *B* en el siguiente triángulo se realiza la operación:



a) $\frac{12}{11 \text{ sen } 55°}$ b) $\frac{11}{12 \text{ sen } 55°}$ c) $\frac{11 \text{ sen } 55°}{12}$ d) $\frac{12 \text{ sen } 55°}{11}$

36. Para hallar el valor del lado *s* en el triángulo *PQS*, se realiza la operación:



a) $\sqrt{25-36-60\cos 30°}$ b) $\sqrt{25+36-60\cos 30°}$

c) $\sqrt{25+36-30\cos 30°}$ d) $\sqrt{25+36+60\cos 30°}$

5 Resuelve los siguientes reactivos:

37. La expresión $\text{sen}^2 x + \cos^2 x$ es igual a:

a) -1 b) $\tan x$ c) $\cot x$ d) 1

38. La expresión $\dfrac{1}{\text{sen}\,\alpha}$ corresponde a:

a) $\tan\alpha$ b) $\csc\alpha$ c) $\sec\alpha$ d) $\cos\alpha$

39. La expresión $\dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$ es igual a:

a) $\sec\alpha$ b) $\cot\alpha$ c) $\csc\alpha$ d) $\tan\alpha$

40. La expresión $1 + \tan^2\alpha$ es igual a:

a) $\sec^2\alpha$ b) $\sec\alpha$ c) $\csc^2\alpha$ d) $\csc\alpha$

41. La expresión $\dfrac{1}{\cos\alpha}$ corresponde a:

a) $\cot\alpha$ b) $\sec\alpha$ c) $\csc\alpha$ d) $\tan\alpha$

42. En términos de $\text{sen}\,\theta$ y $\cos\theta$, $\cot\theta$ es igual a:

a) $\dfrac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}$ b) $\text{sen}\,\theta\cos\theta$ c) $\csc\theta\sec\theta$ d) $\dfrac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}$

43. La expresión $1 + \cot^2\theta$ es igual a:

a) $\tan^2\theta$ b) $\csc^2\theta$ c) $\text{sen}^2\theta$ d) $\cos^2\theta$

Objetivo: el estudiante identificará una función exponencial y logarítmica, así como sus propiedades.

Función exponencial

Es de la forma $f(x) = a^x$ o $y = a^x$, donde a: constante, x: variable.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál de las siguientes funciones es una función exponencial?

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = 2^x$ c) $f(x) = x + 1$ d) $f(x) = 3^2$

Solución:

En una función exponencial la variable x es el exponente.

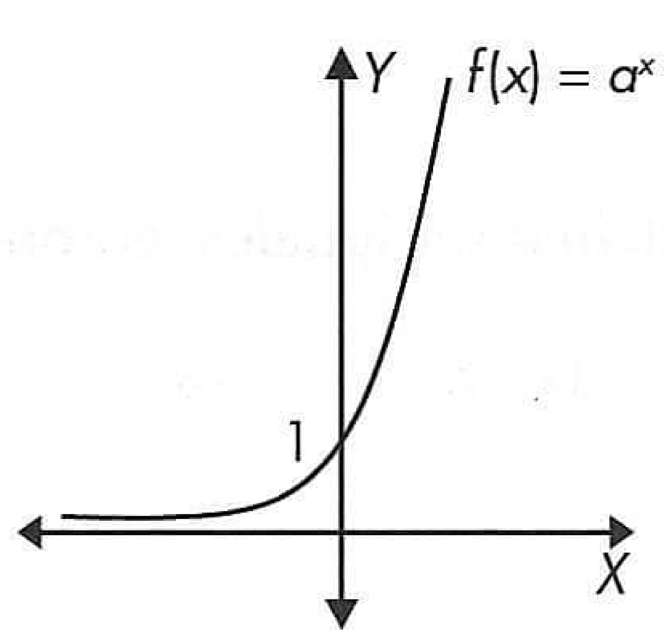
Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

▼ Gráfica y propiedades de la función exponencial

Sea la función $f(x) = a^x$, entonces,

Si $a > 1$

Gráfica

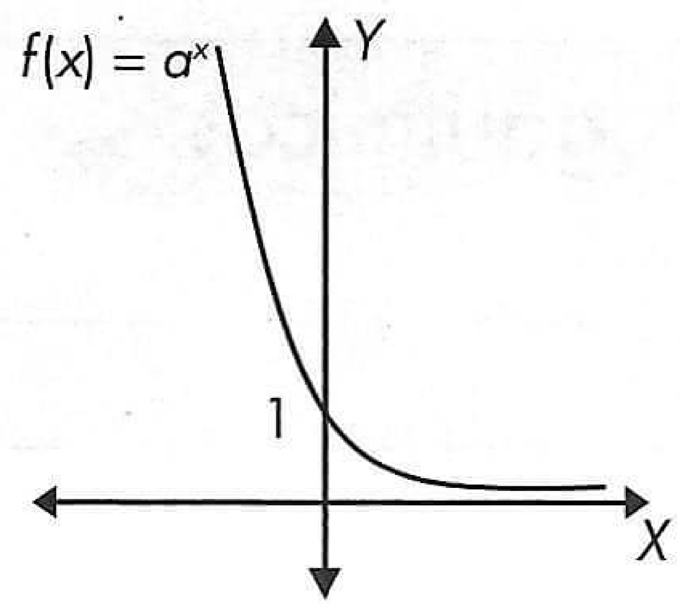


Propiedades

- La función es creciente.
- Interseca al eje Y en el punto $(0, 1)$.
- Es positiva para cualquier valor de x.
- El dominio son todos los números reales, $x \in (-\infty, \infty)$.
- El rango es el intervalo $(0, \infty)$.
- Su asíntota es el eje X con ecuación $y = 0$.

Si $0 < a < 1$

Gráfica



Propiedades

- La función es decreciente.
- Interseca al eje Y en el punto (0, 1).
- Es positiva para cualquier valor de x.
- El dominio son todos los números reales, $x \in (-\infty, \infty)$.
- El rango es el intervalo $(0, \infty)$.
- Su asíntota es el eje X con ecuación $y = 0$.

▼ Ecuación exponencial

Una *ecuación exponencial* es una igualdad en la cual la incógnita se encuentra como exponente.

Ejemplos de reactivos

1. El valor de x en $3^{x+1} = 9$ es:

a) 2 b) −1 c) −2 d) 1

Solución:
El resultado 9 se expresa como 3^2

$$3^{x+1} = 9 \quad \rightarrow \quad 3^{x+1} = 3^2$$

Para que la igualdad se cumpla, tanto la base como los exponentes deben ser iguales, entonces:

$$x + 1 = 2 \quad \rightarrow \quad x = 2 - 1 \quad \rightarrow \quad x = 1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El valor de x en $2^{3x-1} = 32$ es:

a) 2 b) −1 c) −2 d) 1

Solución:
El resultado 32 se expresa como 2^5,

$$2^{3x-1} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{3x-1} = 2^5$$

Para que se cumpla la igualdad, las bases y los exponentes deben ser iguales, entonces:

$$3x - 1 = 5 \quad \rightarrow \quad 3x = 5 + 1 \quad \rightarrow \quad 3x = 6 \quad \rightarrow \quad x = 2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. El valor de y en la ecuación $5^{2y+1} = \frac{1}{25}$ es:

a) $\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $-\frac{3}{2}$ d) $\frac{2}{3}$

Solución:
El resultado se expresa como potencia de la base 5:

$$5^{2y+1} = \frac{1}{25} \quad \rightarrow \quad 5^{2y+1} = 5^{-2}$$

Se igualan los exponentes, y se despeja y

$$2y + 1 = -2 \quad \rightarrow \quad 2y = -2 - 1 \quad \rightarrow \quad 2y = -3 \quad \rightarrow \quad y = -\frac{3}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 8 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Función logarítmica

Es de la forma:

$$f(x) = \log_a x \quad \text{o} \quad y = \log_a x$$

Donde:

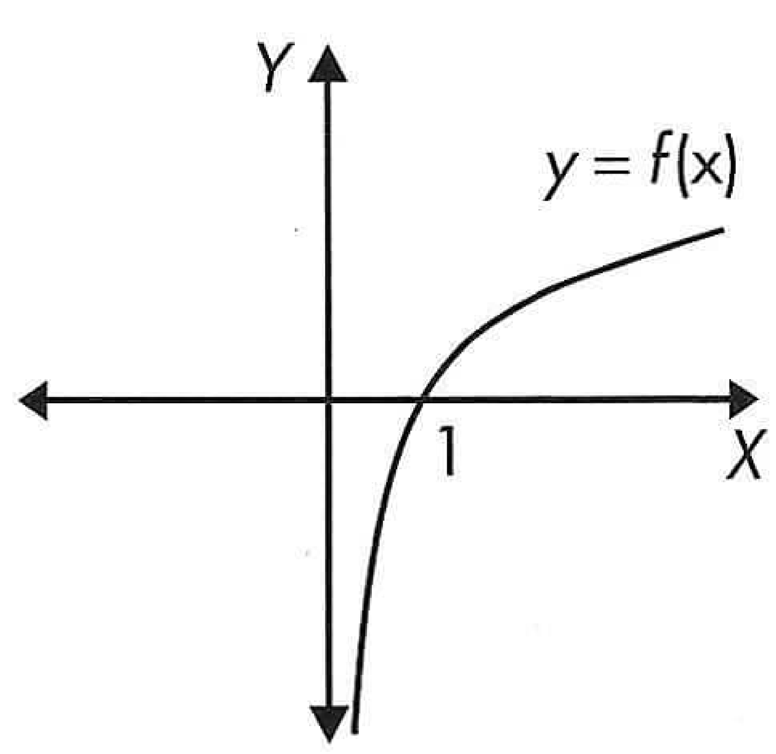
$$a = \text{base}, \; x = \text{argumento o resultado}, \; f(x) = y = \text{exponente}$$

Se lee:

El logaritmo con base a de x es igual al exponente $f(x)$.

▼ Gráfica y propiedades de la función logarítmica

Gráfica



Propiedades

- La función es creciente.
- Interseca al eje X en el punto $(1, 0)$.
- El dominio es el intervalo $(0, +\infty)$.
- El rango son todos los números reales, $y \in (-\infty, +\infty)$.
- Su asíntota vertical es el eje Y con ecuación $x = 0$.

▼ Representación de la función logarítmica en su forma exponencial

Forma logarítmica		**Forma exponencial**
$y = \log_a x$	$\leftrightarrow$	$a^y = x$

Ejemplos de reactivos

1. Una expresión equivalente a $\log_3 x = 2$ es:

a) $x^2 = 3$ b) $3^2 = x$ c) $2^3 = x$ d) $3^x = 2$

Solución:
Se transforma $\log_3 x = 2$ a su forma exponencial, la base (3) elevada al exponente (2) es igual a su argumento (x), por consiguiente,

$$\log_3 x = 2 \quad \rightarrow \quad 3^2 = x$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una expresión equivalente a $\log_2 b = a$ es:

a) $a^2 = b$ b) $2^b = a$ c) $2^a = b$ d) $b^a = 2$

Solución:
La transformación del logaritmo es: la base (2) elevada al exponente (a) es igual al argumento (b):

$$\log_2 b = a \quad \rightarrow \quad 2^a = b$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. La forma logarítmica de $x^2 = y$ es:

a) $\log_2 y = x$ b) $\log_x 2 = y$ c) $\log_x y = 2$ d) $\log_2 x = y$

Solución:
La transformación es: el logaritmo con base x de y es igual al exponente 2:

$$x^2 = y \quad \rightarrow \quad \log_x y = 2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Propiedades de los logaritmos

Sean A y B dos números positivos:

1) $\log_a AB = \log_a A + \log_a B$

2) $\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$

3) $\log_a A^n = n \log_a A$

4) $\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A$

5) $\log_a 1 = 0$

6) $\log_a a = 1$

Ejemplos de reactivos

1. Una expresión equivalente a $\log_a x^2 y$ es:

a) $2(\log_a x + \log_a y)$ b) $2 \log_a x + \log_a y$ c) $\log_a x + \log_a y$ d) $\log_a x + 2 \log_a y$

Solución:
Al aplicar las propiedades de los logaritmos:

$$\log_a x^2y = \log_a x^2 + \log_a y = 2 \log_a x + \log_a y$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una expresión equivalente a $\log \frac{x^3}{y^2}$ es:

a) $3 \log x - 2 \log y$ b) $2 \log x - 3 \log y$ c) $\log 3x + \log 2y$ d) $\log 3x - \log 2y$

Solución:
Al aplicar las propiedades de los logaritmos:

$$\log \frac{x^3}{y^2} = \log x^3 - \log y^2 = 3 \log x - 2 \log y$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✎ Resuelve los reactivos 9 a 14 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

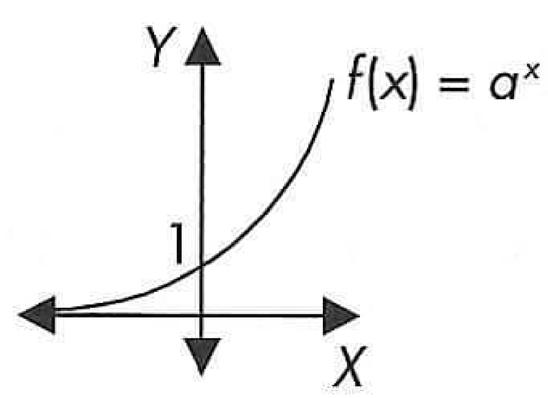
1. La función exponencial es:

a) $f(x) = e^{-4}$ b) $f(x) = 2^x$ c) $f(x) = 4^b$ d) $f(x) = x^2$

2. Es una función exponencial:

a) $y = x^2$ b) $y = 3^4$ c) $y = 3^x$ d) $y = 2^1$

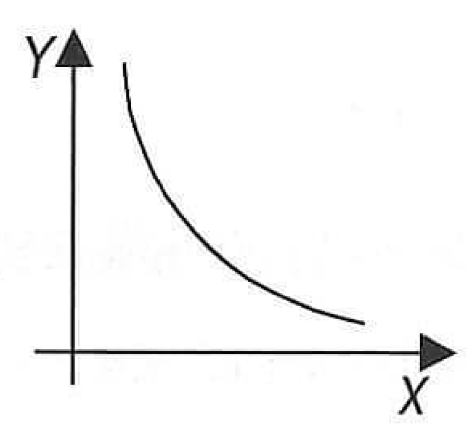
3. De acuerdo con la figura:



¿Cuál es el rango de la función?

a) $(1, \infty)$ b) $(-\infty, 1)$ c) $(0, \infty)$ d) $(-\infty, \infty)$

4. Según la figura:



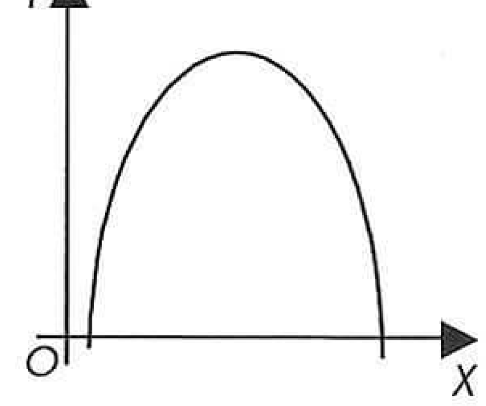
La función que representa es:

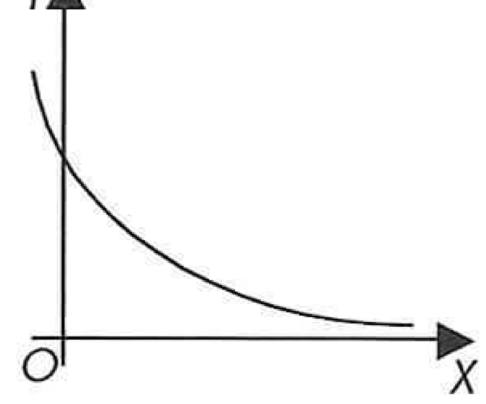
a) una función logarítmica creciente b) una función exponencial creciente
c) una función logarítmica decreciente d) una función exponencial decreciente

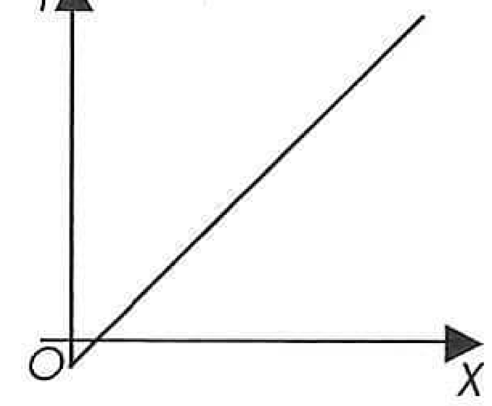
5. La función exponencial decreciente es:

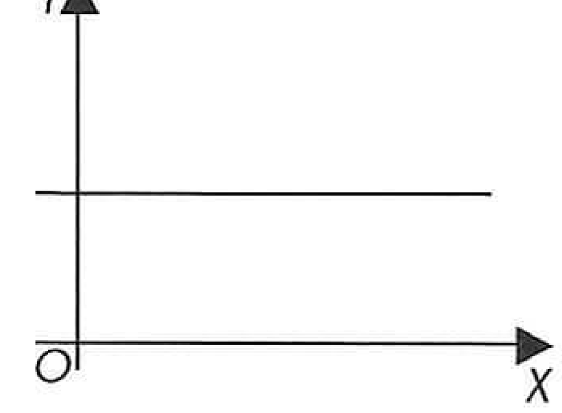
a) $f(x) = 2^x$ b) $f(x) = 3^{-3}$ c) $f(x) = 2^{-x}$ d) $f(x) = 3^4$

6. Es la gráfica de una función exponencial:

a)


b)


c)


d)


7. El valor de x que satisface la ecuación $2^{3x+2} = 8$ es:

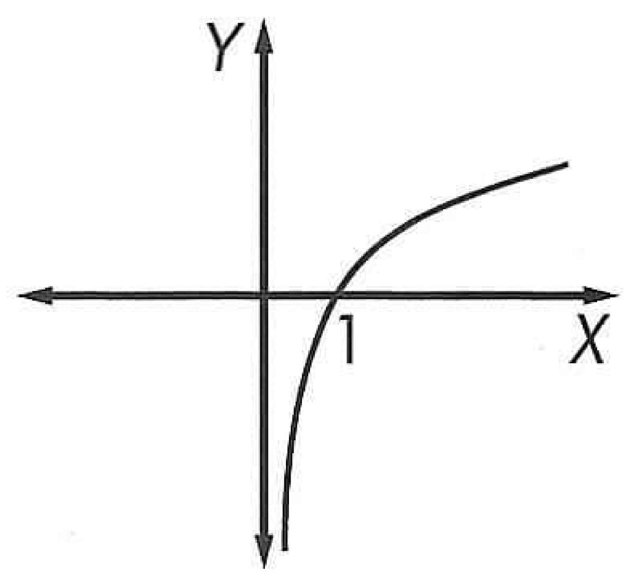
a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{3}$

8. Si $5^{2x} = \frac{1}{25}$, ¿cuál es el valor de x que satisface la expresión?

a) −1 b) 0 c) 1 d) 2

2 Resuelve los siguientes reactivos:

9. Según la figura:



¿Cuál es el dominio de la función?

a) $(-\infty, \infty)$ b) $(1, \infty)$ c) $(-\infty, 1)$ d) $(0, \infty)$

10. Una expresión equivalente a $\log_2 x = 3$ es:

a) $x^2 = 3$ b) $2^3 = x$ c) $x^3 = 2$ d) $2^x = 3$

11. Una expresión equivalente a $\log_{\frac{1}{2}} 4 = x$ es:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4$ b) $x^{\frac{1}{2}} = 4$ c) $4^{\frac{1}{2}} = x$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = x$

12. ¿Cuál es la ecuación de la asíntota vertical de la función $f(x) = 3\log(x - 4)$?

a) $x = -3$ b) $y = 3$ c) $x = 4$ d) $y = 4$

13. El dominio de la función $f(x) = \log(x - 5)$ es:

a) $x \geq 5$ b) $x < 5$ c) $x \geq 5$ d) $x > 5$

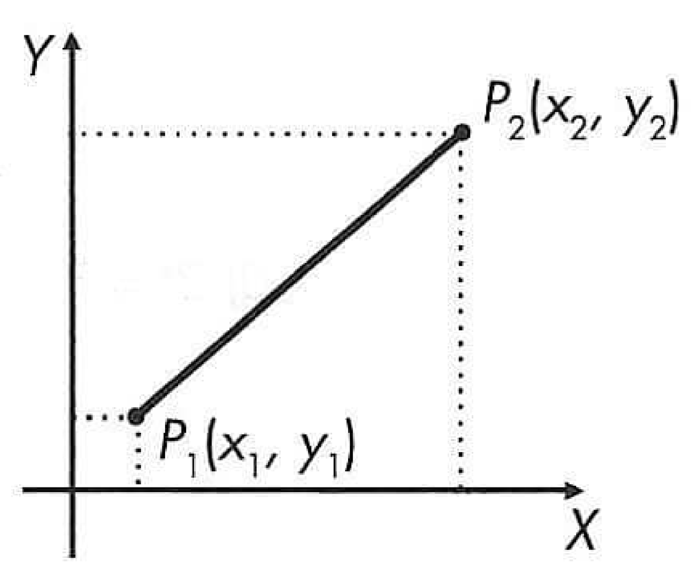
14. Una expresión equivalente a $\log \sqrt{xy}$ es:

a) $\frac{1}{2}(\log x + \log y)$ b) $2(\log x + \log y)$ c) $\frac{1}{2}\log x + \log y$ d) $\frac{1}{2}(\log x - \log y)$

Unidad 9 Recta

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos básicos de la geometría analítica y obtendrá la ecuación de la recta.

Distancia entre dos puntos



La distancia entre dos puntos del plano está dada por la fórmula:

$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la distancia entre los puntos $A(-1, 2)$ y $B(5, 10)$?

a) $\sqrt{10}$u b) 50u c) 10u d) 100u

Solución:
Al sustituir $(x_1, y_1) = (-1, 2)$ y $(x_2, y_2) = (5, 10)$ en la fórmula de la distancia se obtiene:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \rightarrow \quad \overline{AB} = \sqrt{(5-(-1))^2 + (10-2)^2} \quad \rightarrow \quad \overline{AB} = \sqrt{(5+1)^2 + (10-2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{36 + 64}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{100} = 10 \text{ unidades}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. El valor positivo que debe tomar x para que la distancia entre los puntos $A(x, -1)$ y $B(1, 3)$ sea igual a 5 es:

a) 1 b) 2 c) 4 d) 6

Solución:

Al sustituir $(x_2, y_2) = (x, -1)$, $(x_1, y_1) = (1, 3)$ y $\overline{AB} = 5$, en la fórmula de la distancia se obtiene:

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\overline{AB} \quad \rightarrow \quad \sqrt{(x-1)^2+(-1-3)^2}=5 \quad \rightarrow \quad \sqrt{(x-1)^2+(-4)^2}=5$$

Elevando al cuadrado: $\left(\sqrt{(x-1)^2+16}\right)^2=(5)^2$

$(x-1)^2 + 16 = 25$

Despejando x: $(x-1)^2 = 25 - 16$

$(x-1)^2 = 9$

$x - 1 = \pm 3$

$x = 1 \pm 3$

$x = 1 + 3$ $\quad$ $x = 1 - 3$

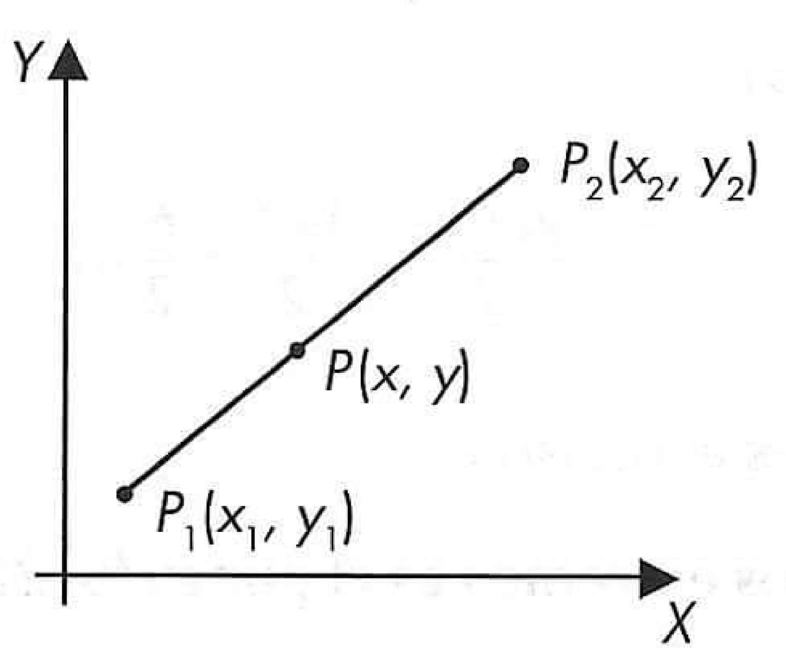
$x = 4$ $\quad$ $x = -2$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 1 a 5 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Punto de división de un segmento en una razón dada

Sean $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ los extremos de un segmento y $P(x, y)$ un punto que divide al segmento en dos partes proporcionales, denominado punto de división.



Razón de proporcionalidad

$$r=\frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}}=\frac{x-x_1}{x_2-x}=\frac{y-y_1}{y_2-y}$$

- Si el punto de división P está entre los puntos P_1 y P_2 la razón es positiva.
- Si el punto de división no está entre los puntos dados entonces la razón es negativa.

Coordenadas del punto de división $P(x, y)$

$$x=\frac{x_1+rx_2}{1+r} \qquad y=\frac{y_1+ry_2}{1+r}$$

Ejemplo de reactivo

Dados los puntos $P_1(-2, 4)$ y $P_2(6, -2)$, ¿cuáles son las coordenadas del punto $P(x, y)$ que divide al segmento en una razón $\frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}}=3$?

a) $\left(-4, -\frac{1}{2}\right)$ $\quad$ b) $\left(4, -\frac{1}{2}\right)$ $\quad$ c) $\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$ $\quad$ d) $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

Solución:
Al sustituir $(x_1, y_1) = (-2, 4)$, $(x_2, y_2) = (6, -2)$ y $r = 3$ en las fórmulas:

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r} = \frac{-2+(3)(6)}{1+3} = \frac{-2+18}{4} = \frac{16}{4} = 4 \qquad y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r} = \frac{4+(3)(-2)}{1+3} = \frac{4-6}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

El punto de división es $\left(4, -\frac{1}{2}\right)$, por tanto la opción es el inciso b.

▼ Punto medio

Las coordenadas del punto $P(x, y)$ que divide al segmento formado por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ en dos partes iguales están dadas por las fórmulas:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento que une los puntos $P_1(-4, 1)$ y $P_2(2, 5)$?

a) (−3, −2) b) (3, −1) c) (−1, 3) d) (1, −3)

Solución:
Al sustituir en las fórmulas $(x_1, y_1) = (-4, 1)$ y $(x_2, y_2) = (2, 5)$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Las coordenadas del punto medio son: (−1, 3) y la opción es el inciso c.

2. Las coordenadas del punto medio son (5, −3), si uno de los extremos es el punto (6, 2). La abscisa del otro extremo es:

a) 8 b) 4 c) −4 d) −8

Solución:
Al sustituir $x = 5$, $x_1 = 6$ en la fórmula $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, se obtiene:

$$5 = \frac{6 + x_2}{2} \quad \rightarrow \quad (2)(5) = 6 + x_2$$

$$10 = 6 + x_2$$

$$10 - 6 = x_2$$

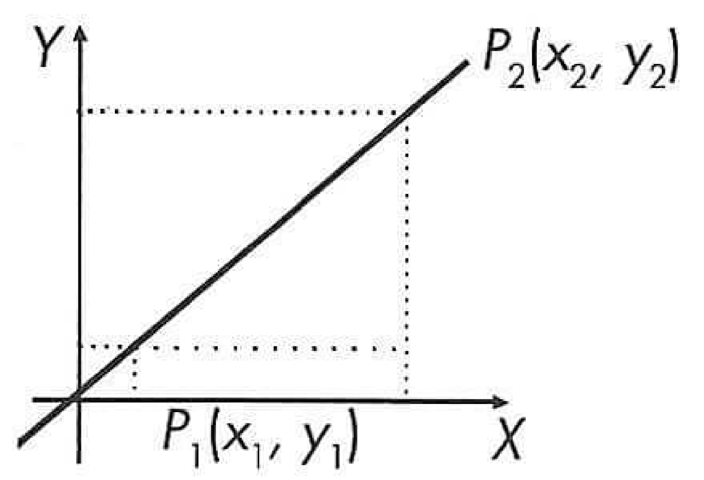
$$4 = x_2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✐ Resuelve los reactivos 6 a 11 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Pendiente

Se define como la tangente del ángulo de inclinación de una recta.



La pendiente m de la recta que pasa por los puntos P_1 y P_2 se obtiene con la siguiente fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(5, 8)$ y $B(-1, 6)$?

a) $-\frac{1}{3}$ b) 3 c) -3 d) $\frac{1}{3}$

Solución:
Al sustituir en la fórmula $(x_1, y_1) = (5, 8)$; $(x_2, y_2) = (-1, 6)$ se obtiene:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-8}{-1-5} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. La pendiente de una recta es $-\frac{1}{4}$. Si pasa por el punto $A(2, -4)$ y el punto B cuya ordenada es -6, ¿cuál es el valor de la abscisa de B?

a) -10 b) -2 c) 2 d) 10

Solución:
De acuerdo con los datos: $m = -\frac{1}{4}$, $(x_1, y_1) = (2, -4)$, $(x_2, y_2) = (x, -6)$, al sustituir en la fórmula de la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{-6-(-4)}{x-2} \rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{-2}{x-2} \rightarrow -1(x-2) = -2(4)$$

$$-x + 2 = -8$$
$$-x = -8 - 2$$
$$-x = -10$$
$$x = 10$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 12 a 16 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Formas de la ecuación de la recta y sus gráficas

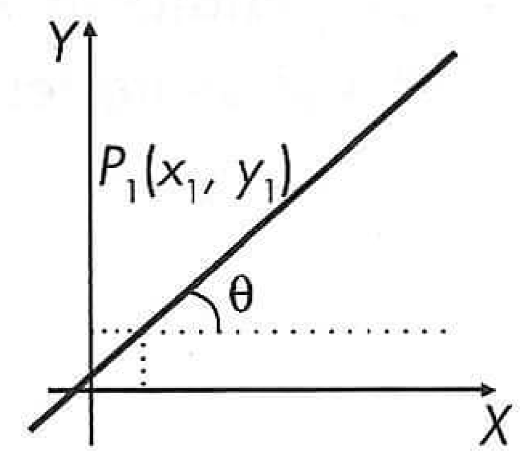
▼ Línea recta

Es el lugar geométrico de todos los puntos tales que si se toman dos cualesquiera, el valor de la pendiente es constante.

La ecuación general de la recta está dada por:

$$Ax + By + C = 0 \text{ donde } A, B \text{ y } C \text{ son constantes.}$$

➤ Caso I. La ecuación de la recta punto-pendiente



Dado un punto $P(x_1, y_1)$ de una recta con pendiente m, la ecuación de la recta está dada por:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (4, −6) y su pendiente es 2?

a) $2x + y - 2 = 0$ b) $2x - y + 16 = 0$ c) $2x - y - 2 = 0$ d) $2x - y - 14 = 0$

Solución:
Al sustituir el punto $(x_1, y_1) = (4, -6)$ y $m = 2$ en la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$:

$$y - (-6) = 2(x - 4) \quad \text{(Al simplificar)}$$
$$y + 6 = 2x - 8 \quad \text{(Al igualar con cero)}$$
$$2x - 8 - y - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x - y - 14 = 0$$

La ecuación de la recta es: $2x - y - 14 = 0$, la opción es el inciso d.

2. La ecuación de la recta que pasa por el punto (−3, 7) y su pendiente es $-\frac{2}{3}$ es:

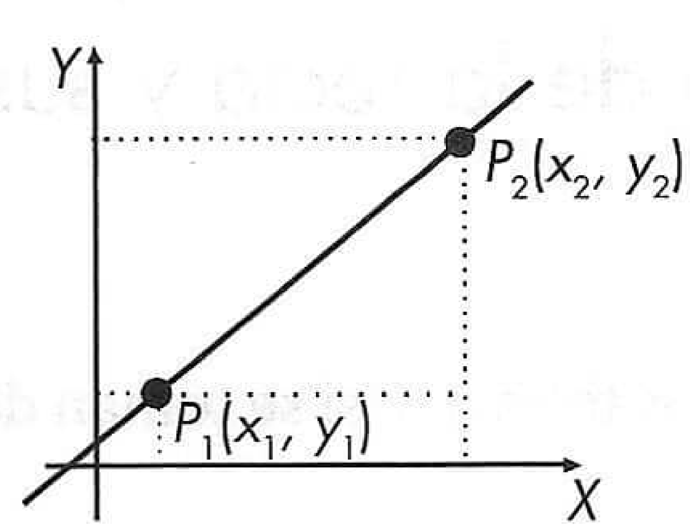
a) $2x + 3y - 15 = 0$ b) $2x - 3y + 15 = 0$ c) $2x - y - 23 = 0$ d) $2x + y + 23 = 0$

Solución:
Al sustituir el punto $(x_1, y_1) = (-3, 7)$ y $m = -\frac{2}{3}$ en $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 7 = -\frac{2}{3}(x - (-3)) \quad \text{(Al simplificar)}$$
$$3(y - 7) = -2(x + 3)$$
$$3y - 21 = -2x - 6 \quad \text{(Al igualar a cero)}$$
$$2x + 6 + 3y - 21 = 0$$
$$2x + 3y - 15 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

➤ Caso II. La ecuación de la recta que pasa por dos puntos



Dados los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ sobre una recta, su ecuación está dada por:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Ejemplos de reactivos

¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(-2, 1)$ y $B(-10, -5)$?

a) $4x - 3y + 19 = 0$ b) $3x - 4y + 19 = 0$ c) $4x + 3y - 10 = 0$ d) $3x - 4y + 10 = 0$

Solución:
Al sustituir los puntos $A(-2, 1)$ y $B(-10, -5)$ en la ecuación:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \rightarrow y - 1 = \frac{-5 - 1}{-10 - (-2)}(x - (-2)) \rightarrow y - 1 = \frac{-6}{-8}(x + 2)$$

$$y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$$

$$4(y - 1) = 3(x + 2)$$

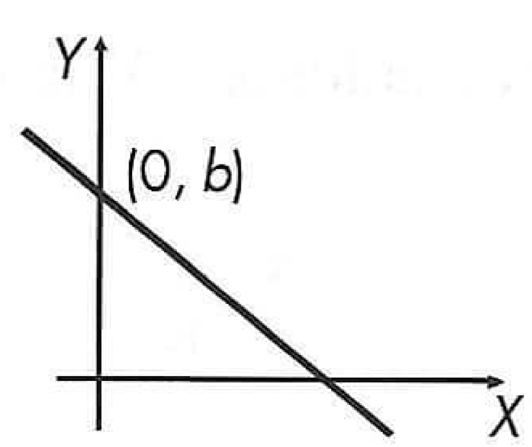
$$4y - 4 = 3x + 6$$

$$3x + 6 - 4y + 4 = 0$$

$$3x - 4y + 10 = 0$$

La ecuación de la recta es $3x - 4y + 10 = 0$, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

➤ Caso III. Forma pendiente-ordenada al origen de la ecuación de la recta



La ecuación pendiente-ordenada al origen está dada por:

$$y = mx + b$$

Donde m es la pendiente y b la ordenada al origen.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la ecuación de la recta que interseca al eje Y en -6 y su pendiente es -7?

a) $6x + y + 7 = 0$ b) $6x - y - 7 = 0$ c) $7x - y - 6 = 0$ d) $7x + y + 6 = 0$

Solución:
Al sustituir los valores $m = -7$, $b = -6$ en la ecuación:

$$y = mx + b \rightarrow y = -7x - 6 \rightarrow 7x + y + 6 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El valor de la pendiente de la recta $5x - 4y - 8 = 0$ es:

a) $\frac{5}{4}$ b) $-\frac{5}{4}$ c) 5 d) -4

Solución:
Se transforma la ecuación a la forma pendiente-ordenada al origen, $y = mx + b$, despejando y:

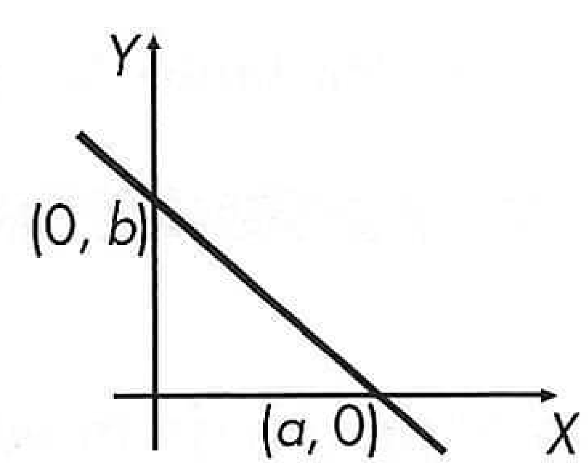
$$5x - 4y - 8 = 0 \quad \rightarrow \quad -4y = -5x + 8 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-5x+8}{-4}$$

$$y = \frac{-5}{-4}x + \frac{8}{-4}$$

$$y = \frac{5}{4}x - 2$$

De la ecuación $m = \frac{5}{4}$ y $b = -2$, la opción es el inciso a.

➤ Caso IV. Forma simétrica de la ecuación de la recta



Dadas las intersecciones con los ejes coordenados X y Y, la ecuación de la recta en su forma simétrica está dada por:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Ejemplos de reactivos

¿Cuál es la ecuación de la recta en su forma simétrica que interseca al eje X en 3 y al eje Y en -4?

a) $3x - 4y - 12 = 0$ b) $4x + 3y - 12 = 0$ c) $4x - 3y - 12 = 0$ d) $3x + 4y - 12 = 0$

Solución:
Al sustituir $a = 3$, $b = -4$ en la ecuación $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, se obtiene:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{4x - 3y}{12} = 1$$

$$4x - 3y = 12$$

$$4x - 3y - 12 = 0$$

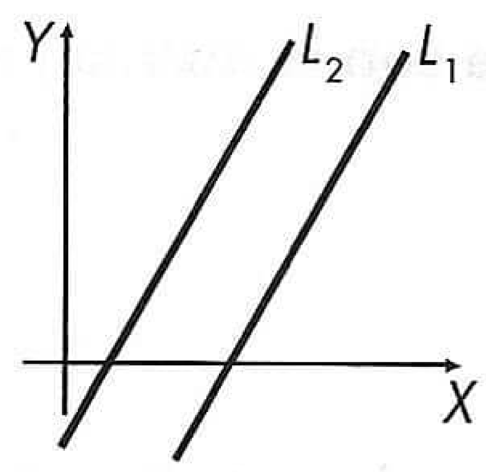
Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 17 a 31 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Condiciones de paralelismo y perpendicularidad

Paralelismo

Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales.



Si $m_1 = m_2$ entonces $L_1 \parallel L_2$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la pendiente de la recta que es paralela a la recta que pasa por los puntos $A(1, -4)$ y $B(8, -6)$?

a) $-\frac{2}{7}$ b) $\frac{7}{2}$ c) $\frac{2}{7}$ d) $-\frac{7}{2}$

Solución:
Se obtiene la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(1, -4)$ y $B(8, -6)$, al sustituir en la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-(-4)}{8-1} = \frac{-2}{7} = -\frac{2}{7}$$

La pendiente de la recta paralela es $m = -\frac{2}{7}$, la opción correcta es el inciso a.

2. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la recta $12x - 3y - 6 = 0$?

a) $y = 4x + 5$ b) $y = -4x + 5$ c) $y = \frac{1}{4}x + 5$ d) $y = -\frac{1}{4}x + 5$

Solución:
Se transforma la ecuación $12x - 3y - 6 = 0$ a la forma $y = mx + b$, despejando y:

$$12x - 3y - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad -3y = -12x + 6 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-12x+6}{-3} \quad \rightarrow \quad y = \frac{-12}{-3}x + \frac{6}{-3}$$

$$y = 4x - 2$$

$$y = mx + b$$

donde $m = 4$, $b = -2$

La pendiente de la recta es 4, la recta que tiene la misma pendiente es $y = 4x + 5$, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la que pasa por los puntos $A(2, -1)$ y $B(-4, 3)$?

a) $y=\frac{3}{2}x-1$ b) $y=-\frac{3}{2}x-1$ c) $y=\frac{2}{3}x-1$ d) $y=-\frac{2}{3}x-1$

Solución:
Se determina la pendiente de la recta que pasa por A y B: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-1)}{-4-2}=\frac{3+1}{-4-2}=\frac{4}{-6}=-\frac{2}{3}$,

luego, las ecuaciones de las rectas tienen la forma $y = mx + b$, la recta con la misma pendiente es:
$y=-\frac{2}{3}x-1.$
Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(-3, 5)$ y que es paralela a la recta $2x - 3y + 4 = 0$ es:

a) $2x + 3y + 1 = 0$ b) $2x - 3y + 21 = 0$ c) $3x + 2y - 1 = 0$ d) $2x - 3y + 14 = 0$

Solución:
Se expresa la ecuación $2x - 3y + 4 = 0$ en la forma $y = mx + b$

$$2x-3y+4=0 \quad \rightarrow \quad -3y=-2x-4 \quad \rightarrow \quad y=\frac{-2x-4}{-3}$$

$$y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$

La pendiente de la recta es $m=\frac{2}{3}$

Dado que la recta que se busca es paralela, la pendiente será la misma al sustituir $m=\frac{2}{3}$ y el punto $(x_1, y_1) = (-3, 5)$ en la fórmula $y - y_1 = m\ (x - x_1)$, se obtiene:

$$y-5=\frac{2}{3}(x-(-3)) \quad \rightarrow \quad 3(y-5)=2(x+3) \quad \rightarrow \quad 3y-15=2x+6$$

$$0=2x+6-3y+15$$

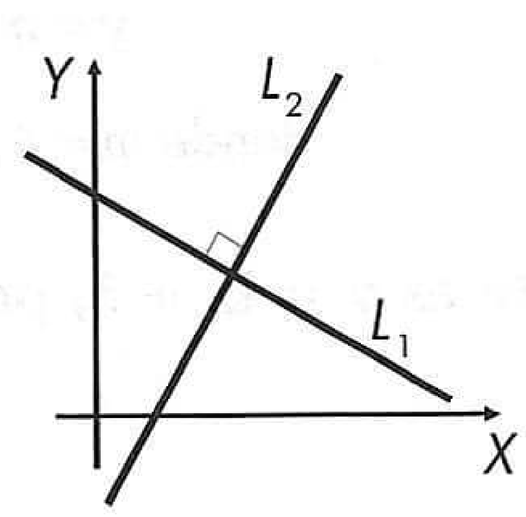
$$2x-3y+21=0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

▼ Perpendicularidad

Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es -1

Si $m_1 \cdot m_2 = -1$ entonces $L_1 \perp L_2$



Ejemplos de reactivos

1. Si una recta tiene pendiente $\frac{5}{4}$, la pendiente de la recta perpendicular a ella es $-\frac{4}{5}$, ya que satisface la condición: $\left(\frac{5}{4}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)=-1$

2. ¿Cuál es la pendiente de la recta perpendicular a la recta que pasa por los puntos $A(9, -2)$ y $B(-9, 10)$?

a) $-\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $-\frac{3}{2}$

Solución:
Se obtiene la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(9, -2)$ y $B(-9, 10)$,

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-(-2)}{-9-(9)}=\frac{12}{-18}=-\frac{2}{3}$$

La pendiente de la recta perpendicular es el recíproco de la pendiente encontrada y de signo contrario, es decir,

$$m_{\perp}=\frac{3}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta $6x+2y-4=0$?

a) $y=3x+1$ b) $y=-3x+1$ c) $y=\frac{1}{3}x+1$ d) $y=-\frac{1}{3}x+1$

Solución:
Se transforma la ecuación $6x+2y-4=0$ a la forma $y=mx+b$:

$$6x+2y-4=0 \quad\rightarrow\quad 2y=-6x+4 \quad\rightarrow\quad y=\frac{-6x+4}{2}$$

$$y=\frac{-6}{2}x+\frac{4}{2}$$

$$y=-3x+2$$

La pendiente de la recta es $m=-3$.
La recta perpendicular tiene como pendiente el recíproco de -3 y de signo contrario, es decir,

$$m_{\perp}=\frac{1}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

4. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta que pasa por los puntos (3, 5) y (2, 1)?

a) $y=\frac{1}{4}x+6$ b) $y=-\frac{1}{4}x+6$ c) $y=4x+6$ d) $y=-4x+6$

Solución:
Se determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos (3, 5) y (2, 1)

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-5}{2-3}=\frac{-4}{-1}=4$$

La recta perpendicular es aquella de pendiente recíproca a 4 y de signo contrario, es decir, $m_{\perp}=-\frac{1}{4}$.
Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

5. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -7)$ y que es perpendicular a la recta $3x - 4y - 8 = 0$ es:

a) $3x + 4y + 22 = 0$ b) $3x - 4y - 34 = 0$ c) $4x - 3y - 24 = 0$ d) $4x + 3y + 13 = 0$

Solución:
Se expresa la ecuación $3x - 4y - 8 = 0$ en la forma $y = mx + b$

$$3x - 4y - 8 = 0 \rightarrow -4y = -3x + 8 \rightarrow y = \frac{-3x+8}{-4}$$
$$y = \frac{3}{4}x - 2$$

La pendiente de la recta es $m = \frac{3}{4}$.

La pendiente de la recta perpendicular es el recíproco de $\frac{3}{4}$ y de signo contrario, es decir, $m_{\perp} = -\frac{4}{3}$.

Se determina la ecuación de la recta que pasa por $(2, -7)$ y tiene pendiente $-\frac{4}{3}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-7) = -\frac{4}{3}(x - 2) \rightarrow 3(y + 7) = -4(x - 2) \rightarrow 3y + 21 = -4x + 8$$
$$4x - 8 + 3y + 21 = 0$$
$$4x + 3y + 13 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 32 a 55 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Distancia de un punto a una recta

La distancia de un punto $P_1(x_1, y_1)$ a una recta $Ax + By + C = 0$ está dada por la fórmula:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo de reactivo

La distancia del punto $(2, 3)$ a la recta $3x - 4y - 9 = 0$ es:

a) 2u b) 4u c) 3u d) 6u

Solución:
Al sustituir el punto y la recta en la fórmula:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|3(2) - 4(3) - 9|}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{|6 - 12 - 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|-15|}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$$

La distancia es de 3 unidades, por tanto, la opción correcta es el inciso c.

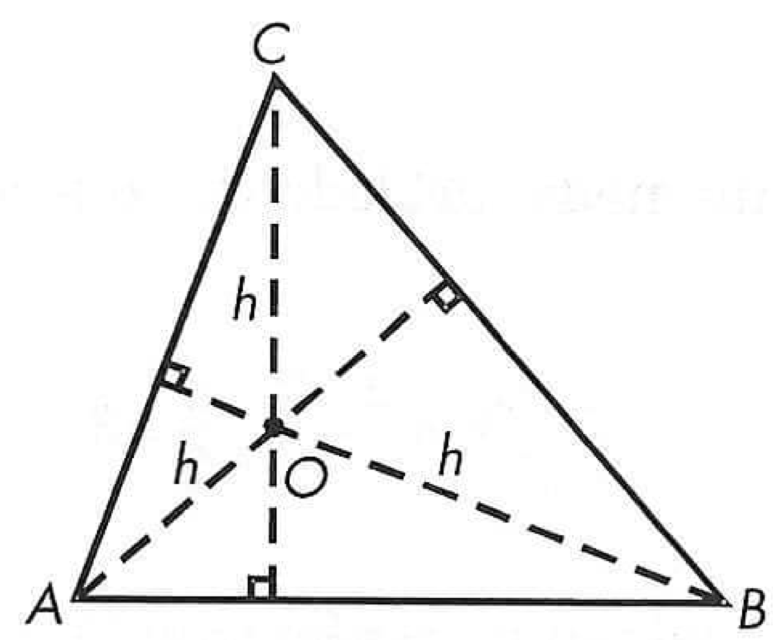
Rectas notables en el triángulo

Altura

Es el segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto.

Ortocentro

Es el punto donde se intersecan las alturas.



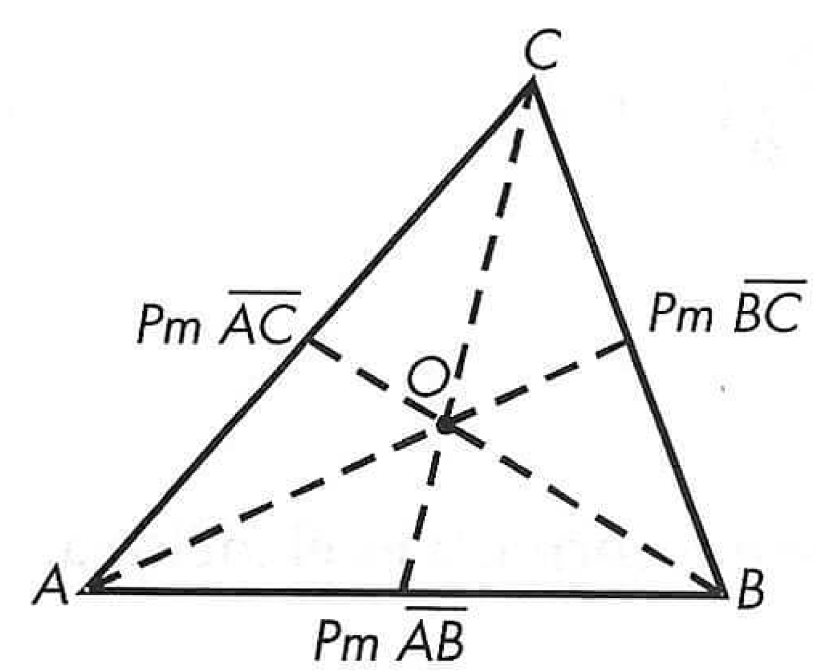
O: ortocentro

Mediana

Es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

Baricentro

Es el punto donde se intersecan las medianas.



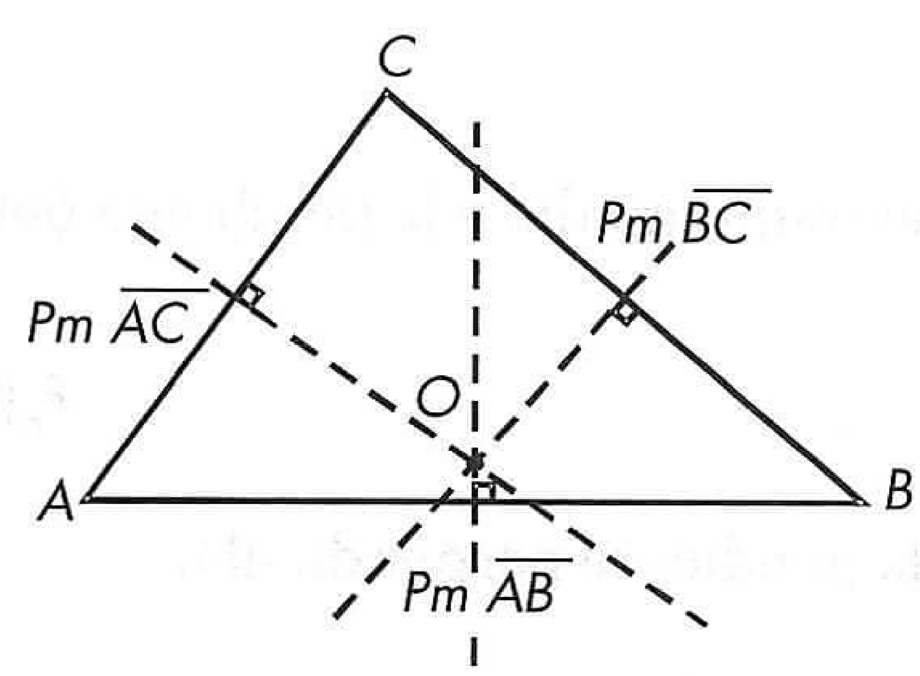
O: baricentro

Mediatriz

Recta perpendicular al lado de un triángulo y que pasa por el punto medio de este mismo lado.

Circuncentro

Es el punto donde se intersecan las mediatrices.



O: circuncentro

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la ecuación de la mediana que pasa por el vértice A de un triángulo cuyos vértices son $A(-2, 3)$, $B(4, -6)$ y $C(2, 8)$?

a) $2x + 5y - 11 = 0$ b) $2x - 5y - 11 = 0$ c) $5x - 2y - 11 = 0$ d) $5x + 2y - 11 = 0$

Solución:
Se obtiene el punto medio del lado $\overline{BC}$ que es opuesto al vértice A con los vértices $B(4, -6)$ y $C(2, 8)$

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \qquad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-6+8}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Las coordenadas del punto medio son: (3, 1)

Se sustituye el punto medio (3, 1) y el vértice $A(-2, 3)$ en la ecuación: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$$y - 3 = \frac{1-3}{3-(-2)}(x - (-2)) \quad \rightarrow \quad y - 3 = \frac{-2}{5}(x + 2) \quad \rightarrow \quad 5(y - 3) = -2(x + 2)$$

$$5y - 15 = -2x - 4$$

$$2x + 4 + 5y - 15 = 0$$

$$2x + 5y - 11 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. ¿Cuál es la ecuación de la mediatriz del lado $\overline{AC}$ del triángulo cuyos vértices son los puntos $A(-2, 3)$, $B(4, -6)$ y $C(2, 7)$?

a) $x - y + 5 = 0$ b) $x + y + 5 = 0$ c) $x - y - 5 = 0$ d) $x + y - 5 = 0$

Solución:
Se obtiene el punto medio y la pendiente del lado $\overline{AC}$:

$$P_m(0, 5) \text{ y } m = 1$$

Se obtiene la pendiente perpendicular:

$$m_\perp = -1$$

Con el punto medio y la pendiente perpendicular se determina la ecuación de la recta la cual recibe el nombre de mediatriz del lado $\overline{AC}$:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = -1(x - 0) \quad \rightarrow \quad y - 5 = -x \quad \rightarrow \quad y - 5 + x = 0$$

$$x + y - 5 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Cuál es la distancia entre los puntos $A(3, 4)$ y $B(1, 8)$?

   a) 10 b) $\sqrt{20}$ c) $\sqrt{10}$ d) 20

2. El valor positivo que debe tomar x para que la distancia entre los puntos $A(-1, 2)$ y $B(x, 10)$ sea igual a 10 es:

   a) 12 b) 10 c) 5 d) 2

3. ¿Cuál es la distancia entre los puntos $A(-3, 5)$ y $B(7, 6)$?

   a) $\sqrt{101}$ b) 101 c) 17 d) $\sqrt{17}$

4. El valor negativo que debe tomar y, para que la distancia entre los puntos $A(6, 10)$ y $B(1, y)$ sea igual a 13 es:

   a) -4 b) -3 c) -2 d) 4

5. El valor negativo que debe tomar x para que la distancia entre los puntos $P(1, 1)$ y $Q(x, -4)$ sea igual a $\sqrt{41}$ es:

   a) -4 b) -3 c) -5 d) -1

2 Resuelve los siguientes reactivos:

6. ¿Cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento que une los puntos $P_1(5, 2)$ y $P_2(7, -3)$?

   a) $\left(-\frac{1}{2}, 6\right)$ b) $\left(6, \frac{1}{2}\right)$ c) $\left(\frac{1}{2}, 6\right)$ d) $\left(6, -\frac{1}{2}\right)$

7. ¿Cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento que une los puntos $P_1(8, 4)$ y $P_2(6, -2)$?

   a) (1, 3) b) (7, 1) c) (14, 2) d) (2, 2)

8. Las coordenadas del punto medio son $(3, -4)$. Si uno de los extremos es $(5, 10)$, el valor de x del otro extremo es:

   a) 1 b) 2 c) 5 d) 3

9. Las coordenadas del punto medio entre dos puntos son $(2, 1)$, si uno de los extremos es $(7, -3)$. El valor de y, del otro extremo es:

   a) 2 b) -2 c) 5 d) 12

10. ¿Cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento que une los puntos $A(10, -2)$ y $B(1, -7)$?

    a) $\left(\frac{9}{2}, -\frac{11}{2}\right)$ b) $\left(\frac{11}{2}, \frac{9}{2}\right)$ c) $\left(-\frac{11}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ d) $\left(\frac{11}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

11. Las coordenadas del punto medio son (6, 3). Si uno de los extremos es (4, 5), las coordenadas del otro extremo son:

a) (−8, 1) b) (8, −1) c) (−8, −1) d) (8, 1)

3 Resuelve los siguientes reactivos:

12. ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(3, -4)$ y $B(5, 1)$?

a) $\frac{2}{5}$ b) $-\frac{5}{2}$ c) $-\frac{2}{5}$ d) $\frac{5}{2}$

13. ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 7)$ y $B(5, 1)$?

a) 1 b) −1 c) 2 d) −2

14. La pendiente de una recta es $-\frac{2}{3}$, si pasa por el punto $M(2, -1)$ y el punto P cuya abscisa es −10, el valor de la ordenada de P es:

a) 7 b) −7 c) 2 d) −1

15. La pendiente de una recta es 5, si pasa por el punto $A(3, 4)$ y el punto B cuya abscisa es 2, el valor de la ordenada de B es:

a) 3 b) 4 c) −1 d) 1

16. La pendiente de una recta es $\frac{7}{10}$, si pasa por el punto $P(6, 9)$ y el punto Q cuya abscisa es −4, el valor de la ordenada de Q es:

a) 9 b) 6 c) −4 d) 2

4 Resuelve los siguientes reactivos:

17. La ecuación de la recta que pasa por el punto (1, 6) y su pendiente es $\frac{1}{2}$ es:

a) $x - 2y + 11 = 0$ b) $x - 2y - 11 = 0$ c) $x + 2y + 11 = 0$ d) $x + 2y - 11 = 0$

18. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(4, 5)$ y $B(3, -2)$?

a) $10x + 7y - 5 = 0$ b) $7x - y - 23 = 0$ c) $10x + 7y + 5 = 0$ d) $7x + y - 33 = 0$

19. ¿Cuál es la ecuación de la recta que interseca al eje Y en 3 y pendiente 5?

a) $3x - y - 5 = 0$ b) $3x + y + 5 = 0$ c) $5x - y - 3 = 0$ d) $5x - y + 3 = 0$

20. El valor de la pendiente de la recta $3x + 5y - 10 = 0$ es:

a) 3 b) 5 c) $-\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{5}$

21. La pendiente de la recta $3x + 6y - 12 = 0$ es:

a) $-\frac{1}{2}$ b) −2 c) $\frac{1}{6}$ d) 4

22. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(-6, -1)$ y su pendiente es $-\dfrac{3}{4}$ es:

a) $3x+4y+22=0$ b) $3x-4y-22=0$ c) $4x-3y+22=0$ d) $4x+3y-22=0$

23. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(-4, 7)$ y $Q(-10, -2)$?

a) $y=\dfrac{2}{3}x+13$ b) $y=-\dfrac{2}{3}x-13$ c) $y=\dfrac{3}{2}x+13$ d) $y=-\dfrac{3}{2}x-13$

24. ¿Cuál es la ecuación de la recta que interseca al eje Y en 8 y pendiente -3?

a) $y=3x-8$ b) $y=-8x+3$ c) $y=-3x+8$ d) $y=8x+3$

25. El valor de la pendiente de la recta $3x+5y-9=0$ es:

a) $\dfrac{3}{5}$ b) $-\dfrac{3}{5}$ c) $\dfrac{5}{3}$ d) $-\dfrac{5}{3}$

26. ¿Cuál es la ecuación de la recta que interseca al eje X en 9 y al eje Y en -5?

a) $5x-9y-45=0$ b) $9x+5y-45=0$ c) $9x-5y-45=0$ d) $5x+9y-45=0$

27. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(7, 6)$ y su pendiente es $-\dfrac{1}{4}$, es:

a) $x+4y-31=0$ b) $x-4y-31=0$ c) $x-4y-34=0$ d) $x-4y+34=0$

28. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(-3, -7)$ y $Q(-8, -4)$?

a) $3x-5y-44=0$ b) $3x+5y-44=0$ c) $3x+5y+44=0$ d) $3x-5y+44=0$

29. ¿Cuál es la ecuación de la recta que interseca al eje Y en -5 y pendiente -2?

a) $5x+y-2=0$ b) $5x-y+2=0$ c) $2x-y-5=0$ d) $2x+y+5=0$

30. El valor de la pendiente de la recta $4x-7y-21=0$ es:

a) $\dfrac{7}{4}$ b) $-\dfrac{4}{7}$ c) $\dfrac{4}{7}$ d) $-\dfrac{7}{4}$

31. ¿Cuál es la ecuación de la recta que interseca al eje X en 6 y al eje Y en -4?

a) $4x-6y-12=0$ b) $2x-3y-12=0$ c) $2x+3y+12=0$ d) $4x+6y-12=0$

5 Resuelve los siguientes reactivos:

32. ¿Cuál es la pendiente de la recta que es paralela a la recta que pasa por los puntos $A(2, -5)$ y $B(3, -4)$?

a) 1 b) -1 c) 3 d) -3

33. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la recta $8x-2y-7=0$?

a) $y=-\dfrac{1}{4}x+3$ b) $y=4x+3$ c) $y=-4x+3$ d) $y=\dfrac{1}{4}x+3$

34. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la que pasa por los puntos $(5, -2)$ y $(-7, 8)$?

a) $y=-\dfrac{5}{6}x-2$ b) $y=\dfrac{5}{6}x-2$ c) $y=\dfrac{6}{5}x-2$ d) $y=-\dfrac{6}{5}x-2$

35. La ecuación de la recta que pasa por el punto (2, 7) y que es paralela a la recta $3x - 5y + 15 = 0$ es:

a) $3x - 5y + 29 = 0$ b) $5x + 3y - 31 = 0$ c) $5x - 3y + 31 = 0$ d) $5x + 3y - 29 = 0$

36. ¿Cuál es la pendiente de la recta que es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $A(-3, 11)$ y $B(-1, 7)$?

a) -2 b) 2 c) $\frac{1}{2}$ d) $-\frac{1}{2}$

37. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta $3x - 7y - 14 = 0$?

a) $y = -\frac{7}{3}x + 5$ b) $y = \frac{7}{3}x + 5$ c) $y = \frac{3}{7}x + 5$ d) $y = -\frac{3}{7}x + 5$

38. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la que pasa por los puntos $(8, -3)$ y $(2, 1)$?

a) $y = -\frac{3}{2}x - 6$ b) $y = \frac{3}{2}x - 6$ c) $y = -\frac{2}{3}x - 6$ d) $y = \frac{2}{3}x - 6$

39. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, -2)$ y que es perpendicular a la recta $2x - 9y - 18 = 0$ es:

a) $9x - 2y - 23 = 0$ b) $2x - 9y - 20 = 0$ c) $9x + 2y - 23 = 0$ d) $2x - 9y + 20 = 0$

40. ¿Cuál es la ecuación de la recta que es paralela a la recta que pasa por los puntos $A(1, -4)$ y $B(8, -6)$?

a) $y = \frac{2}{7}x + 3$ b) $y = -\frac{2}{7}x + 3$ c) $y = \frac{7}{2}x - 3$ d) $y = -\frac{7}{2}x - 3$

41. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la recta $7x - 5y - 15 = 0$?

a) $y = \frac{5}{7}x - 1$ b) $y = -\frac{7}{5}x - 1$ c) $y = -\frac{5}{7}x - 1$ d) $y = \frac{7}{5}x - 1$

42. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la que pasa por los puntos $(8, -3)$ y $(9, 4)$?

a) $y = \frac{1}{7}x - 3$ b) $y = -7x - 8$ c) $y = 7x - 9$ d) $y = -\frac{1}{7}x + 5$

43. La ecuación de la recta que pasa por el punto (2, 8) y que es paralela a la recta $3x - 2y + 8 = 0$ es:

a) $y = \frac{3}{2}x + 4$ b) $y = -\frac{3}{2}x + 2$ c) $y = \frac{3}{2}x + 5$ d) $y = -\frac{3}{2}x - 1$

44. ¿Cuál es la pendiente de la recta que es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $A(-6, 1)$ y $B(4, 10)$?

a) $\frac{9}{10}$ b) $-\frac{10}{9}$ c) $\frac{10}{9}$ d) $-\frac{9}{10}$

45. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta $7x - 3y - 6 = 0$?

a) $y = \frac{7}{3}x - 4$ b) $y = -\frac{3}{7}x - 6$ c) $y = \frac{3}{7}x - 2$ d) $y = -\frac{7}{3}x - 1$

46. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la que pasa por los puntos (2, 4) y (5, −1)?

a) $y=\frac{3}{5}x$ b) $y=-\frac{5}{3}x$ c) $y=\frac{5}{3}x$ d) $y=-\frac{3}{5}x$

47. La ecuación de la recta que pasa por el punto (5, −8) y que es paralela a la recta $8x-9y-3=0$ es:

a) $8x-9y-112=0$ b) $9x-8y-32=0$ c) $8x-9y-32=0$ d) $9x-8y-112=0$

48. ¿Cuál es la pendiente de la recta que es paralela a la recta que pasa por los puntos $A(2,-8)$ y $B(5,-10)$?

a) $\frac{2}{3}$ b) $-\frac{3}{2}$ c) $-\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

49. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la recta $4x-3y-12=0$?

a) $y=\frac{3}{4}x-10$ b) $y=-\frac{4}{3}x+2$ c) $y=-\frac{3}{4}x-1$ d) $y=\frac{4}{3}x+6$

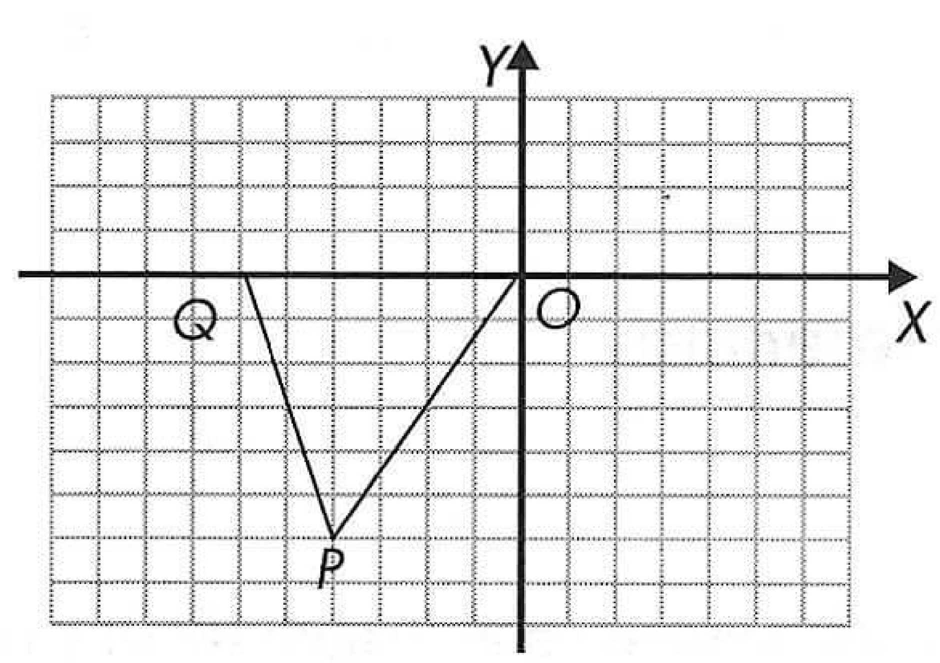
50. ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la que pasa por los puntos (12, −4) y (5, −7)?

a) $y=\frac{3}{7}x-8$ b) $y=\frac{7}{3}x+5$ c) $y=-\frac{3}{7}x-6$ d) $y=-\frac{7}{3}x+4$

51. La ecuación de la recta que pasa por el punto (6, −8) y que es paralela a la recta $7x-5y+1=0$ es:

a) $7x-5y-82=0$ b) $5x-7y-20=0$ c) $7x-5y+82=0$ d) $7x+5y-80=0$

52. La ecuación ordinaria de la mediana del triángulo, trazada desde el vértice Q es:



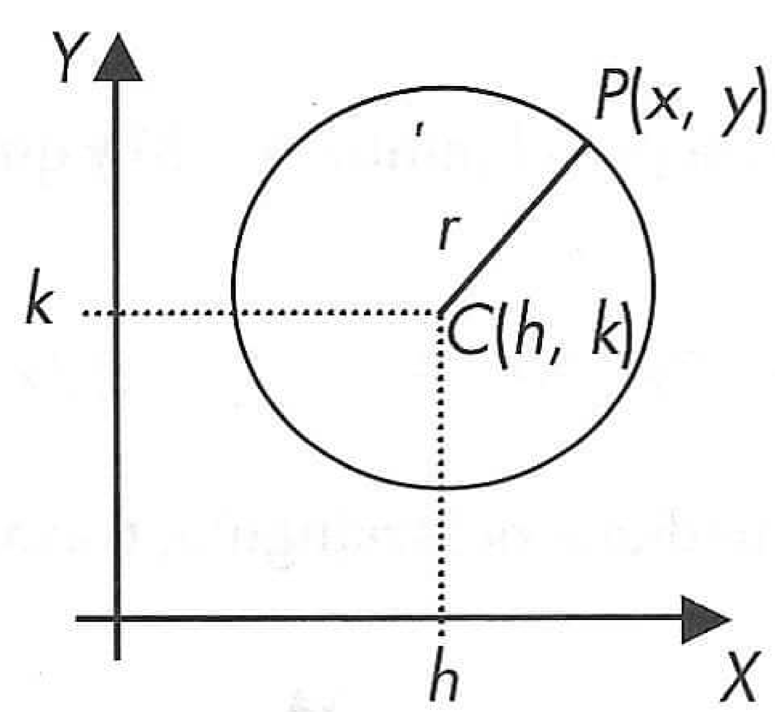
a) $y=x-\frac{4}{3}$ b) $y=-x-5$ c) $y=-\frac{3}{4}x-\frac{9}{2}$ d) $y=-\frac{1}{4}x-\frac{5}{2}$

Unidad 10 Circunferencia

Objetivo: el estudiante definirá la circunferencia y obtendrá su ecuación con centro en el origen y fuera del mismo, así como sus elementos a partir de la ecuación de la circunferencia.

Definición y elementos

Es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado *centro*.



Ecuación de la circunferencia

Forma canónica

La ecuación de la circunferencia con centro en el origen (0, 0) y radio r está dada por:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Forma ordinaria

Dados el centro (h, k) y el radio r, la ecuación está dada por la fórmula:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Forma general

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad \text{con } A = C$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una circunferencia?

a) $y^2 = 4x$ b) $x + 2y - 3 = 0$ c) $x^2 + y^2 = 9$ d) $x^2 + 2y^2 = 4$

Solución:
En la ecuación de la circunferencia los coeficientes de los términos cuadráticos son iguales, tanto en número como en signo, la opción correcta es el inciso c.

2. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en (3, – 4) y radio igual a 6?

a) $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$ b) $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 11 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 11 = 0$

Solución:
Al sustituir las coordenadas del centro y el radio se obtiene:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \quad \rightarrow \quad (x-3)^2 + (y-(-4))^2 = (6)^2$$
$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 36$$
$$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 8y + 16 - 36 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$$

La circunferencia en su forma general es:

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. La ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio 4 es:

a) $x^2 + y^2 = 2$ b) $x^2 + y^2 = 4$ c) $x^2 + y^2 = 8$ d) $x^2 + y^2 = 16$

Solución:
La ecuación de la circunferencia con centro en el origen es: $x^2 + y^2 = r^2$, al sustituir $r = 4$

$$x^2 + y^2 = 4^2 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 16$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. ¿Cuál es el centro de la circunferencia cuya ecuación es: $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 34 = 0$?

a) (4, –5) b) (–4, 5) c) (5, 4) d) (5, –4)

Solución:
Se transforma la ecuación a su forma ordinaria:

$$x^2 + y^2 + 8x - 10y + 34 = 0$$

Al agrupar los términos: $(x^2 + 8x) + (y^2 - 10y) = -34$
Se completa el trinomio cuadrado perfecto: $(x^2 + 8x + 16) + (y^2 - 10y + 25) = -34 + 16 + 25$
Al factorizar el centro tiene coordenadas (–4, 5), $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 7$
$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

5. Las coordenadas del centro de la circunferencia $(x+2)^2+(y-6)^2=4$ son:

a) (2, −6) b) (−6, 2) c) (−2, 6) d) (6, −2)

Solución:

La ecuación está en su forma ordinaria $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, las coordenadas del centro (h, k) son: $(-2, 6)$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

6. La ecuación $x^2+y^2=36$, representa:

a) Una circunferencia de centro en el origen y radio 36
b) Una circunferencia de centro en el origen y radio 6
c) El punto (0, 36)
d) El punto (0, 6)

Solución:

La ecuación tiene la forma $x^2+y^2=r^2$, la cual representa una circunferencia de centro en el origen, entonces:

$$r^2=36 \qquad \rightarrow \qquad r=6$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

7. Considera una circunferencia en el plano cartesiano con centro en el punto (h, k) con radio 6 y donde la distancia entre dos puntos en el plano se expresa con d, con base en lo anterior, la definición que describe la circunferencia es:

a) $\{(x, y)$ en el plano $/\ d((x, y), (h, k)) = 6\}$
b) $\{(x, y)$ en el plano $/\ d((x, y), (0, 0)) = 12\}$
c) $\{(x, y)$ en el plano $/\ d((x, y), (h, k)) = 36\}$
d) $\{(x, y)$ en el plano $/\ d((x, y), (0, 0)) = 6\}$

Solución:
Por definición de circunferencia, la distancia de cualquier punto (x, y) del plano al centro (h, k) de la misma, es siempre igual al radio.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✐ Resuelve los reactivos 1 a 12 correspondientes a esta unidad.

Ejercicios

1. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en (2, –6) y radio igual a 8?

a) $x^2 + y^2 - 4x + 12y - 24 = 0$ b) $x^2 + y^2 + 4x - 12y + 24 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 54 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 54 = 0$

2. ¿Cuál es el centro de la circunferencia cuya ecuación es: $x^2 + y^2 + 6x - 12y + 40 = 0$?

a) (–3, –6) b) (3, 6) c) (–3, 6) d) (3, –6)

3. Las coordenadas del centro de la circunferencia $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 36$ son:

a) (3, –2) b) (–3, –2) c) (3, 2) d) (–3, 2)

4. La ecuación $x^2 + y^2 = 25$, representa:

a) Circunferencia con centro en el origen y radio 25 unidades
b) Circunferencia con centro en el origen y radio 5 unidades
c) Parábola con vértice en el origen y foco (5, 0)
d) Parábola con vértice en el origen y foco (0, 5)

5. La ecuación de una circunferencia con centro en el origen y radio 7 está representada por:

a) $x^2 + y^2 = 7$ b) $x^2 + y^2 = \sqrt{7}$ c) $x^2 + y^2 = 49$ d) $x^2 + y^2 = \frac{7}{2}$

6. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en (–4, –2) y radio igual a 7?

a) $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 29 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 29 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 8x + 4y - 29 = 0$

7. ¿Cuál es el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es: $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 22 = 0$?

a) centro (–5, –1), radio 4 b) centro (5, 1), radio 4
c) centro (5, 1), radio 2 d) centro (–5, –1), radio 2

8. Las coordenadas del centro de la circunferencia $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 81$ son:

a) (1, –2) b) (–1, –2) c) (1, 2) d) (–1, 2)

9. La ecuación $x^2 + y^2 = 9$, representa:

a) Parábola con vértice en el origen y foco (–3, 0)
b) Parábola con foco en el origen y vértice (0, –3)
c) Circunferencia con centro en el origen y radio 3 unidades
d) Circunferencia con centro en el origen y radio 9 unidades

10. La ecuación de una circunferencia con centro en el origen y radio 10 está representada por:

a) $x^2 + y^2 = 5$ b) $x^2 + y^2 = 100$ c) $x^2 + y^2 = 10$ d) $x^2 + y^2 = \sqrt{10}$

11. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en (3, –8) y radio igual a 10?

a) $x^2 + y^2 + 6x + 16y + 27 = 0$ b) $x^2 - y^2 - 6x + 16y - 27 = 0$
c) $x^2 - y^2 + 6x + 16y + 27 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 6x + 16y - 27 = 0$

12. ¿Cuál es el centro de la circunferencia cuya ecuación es: $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$?

a) (–3, –4) b) (3, 4) c) (3, –4) d) (–3, 4)

Unidad 11 Parábola

Unidad 12 Elipse

Unidad 13 Hipérbola

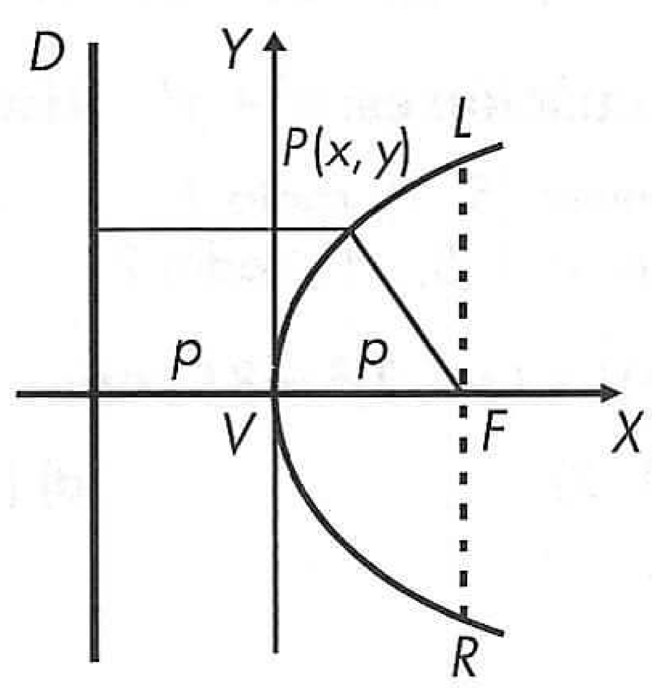
Unidad 14 Ecuación general de segundo grado

Unidad 15 Límites

Objetivo: el estudiante definirá la parábola, obtendrá su ecuación a partir de sus elementos y su gráfica, y sus elementos a partir de su ecuación.

Definición y elementos

Es el lugar geométrico donde los puntos del plano se mueven de tal manera que la distancia a un punto fijo, llamado *foco*, equidista de una recta fija llamada *directriz*.



Elementos

V: vértice

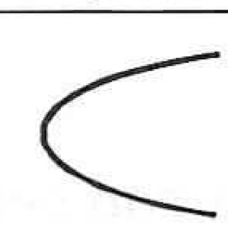
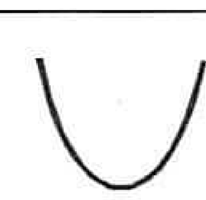
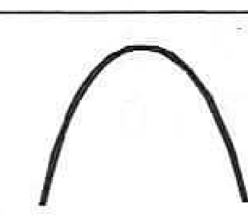
F: foco

D: directriz

LR: lado recto, $LR = |4p|$

p: párametro
(distancia del vértice al foco o a la directriz)

De acuerdo con el signo del parámetro se determina la concavidad de la parábola:

	p es positivo	p es negativo
Horizontal		
Vertical		

Fórmulas

Parábola horizontal con vértice en el origen

- Su eje focal coincide con el eje X $(y = 0)$
- Su ecuación canónica es: $y^2 = 4px$
- Foco: $F(p, 0)$
- Directriz: $x + p = 0$

Parábola vertical con vértice en el origen

- Su eje focal coincide con el eje Y $(x = 0)$
- Su ecuación canónica es: $x^2 = 4py$
- Foco: $F(0, p)$
- Directriz: $y + p = 0$

Parábola horizontal con vértice fuera del origen

- Su eje focal es paralelo al eje X
- Su ecuación ordinaria es: $(y-k)^2=4p(x-h)$
- Vértice: (h, k)
- Foco: $F(h+p, k)$
- Directriz: $x-h+p=0$

Parábola vertical con vértice fuera del origen

- Su eje focal es paralelo al eje Y
- Su ecuación ordinaria es: $(x-h)^2=4p(y-k)$
- Vértice: (h, k)
- Foco: $F(h, k+p)$
- Directriz: $y-k+p=0$

Ecuación general de la parábola

Horizontal: $Cy^2+Dx+Ey+F=0$

Vertical: $Ax^2+Dx+Ey+F=0$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa a una parábola?

a) $3x^2+4y^2-36=0$

b) $3y^2-x-6y-1=0$

c) $x^2-y^2=9$

d) $5x^2+5y^2-10x-20y+21=0$

Solución:

Si la ecuación tiene un solo término cuadrático ya sea en x o en y, la ecuación es una parábola. Por tanto, la opción es el inciso b.

2. El foco de la parábola $y^2=-8x$ tiene sus coordenadas en:

a) $F(0, -2)$ b) $F(-2, 0)$ c) $F(2, 0)$ d) $F(0, 2)$

Solución:

La parábola $y^2=-8x$ tiene la forma $y^2=4px$ que representa una parábola horizontal, donde:

$$4p=-8 \quad \rightarrow \quad p=\frac{-8}{4}=-2$$

Su foco es el punto $(p, 0)$, entonces:

$$F(-2, 0)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. La ecuación de la parábola con vértice en el origen y directriz en la recta $y-3=0$ es:

a) $x^2=12y$ b) $y^2=-12x$ c) $y^2=12x$ d) $x^2=-12y$

Solución:

La directriz $y-3=0$ corresponde a una parábola vertical y tiene la forma $y+p=0$, entonces:

$$p=-3$$

La ecuación es $x^2 = 4py$, por tanto:

$$x^2 = 4py \quad \rightarrow \quad x^2 = 4(-3)y \quad \rightarrow \quad x^2 = -12y$$

La opción es el inciso d.

4. La ecuación de la parábola con vértice en el origen y foco en el punto $(-4, 0)$ es:

a) $x^2 = -16y$ b) $y^2 = -16x$ c) $y^2 = 16x$ d) $x^2 = 16y$

Solución:

Las coordenadas del foco tienen la forma $(p, 0)$, entonces, la parábola es horizontal con ecuación $y^2 = 4px$ por consiguiente, $p = -4$ y la ecuación es:

$$y^2 = 4px \quad \rightarrow \quad y^2 = 4(-4)x \quad \rightarrow \quad y^2 = -16x$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

5. Las coordenadas del vértice de la parábola $(x-2)^2 = 8(y-2)$ son:

a) $V(2, 2)$ b) $V(-2, 2)$ c) $V(2, -2)$ d) $V(-2, -2)$

Solución:

La ecuación de la parábola tiene la forma $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ y el vértice tiene coordenadas (h, k), entonces:

$$-h = -2 \qquad\qquad -k = -2$$
$$h = 2 \qquad\qquad k = 2$$

Las coordenadas del vértice son $V(2, 2)$, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

6. Las coordenadas del vértice de la parábola $(y-4)^2 = -16x - 48$ son:

a) $(3, -4)$ b) $(-3, 4)$ c) $(4, -3)$ d) $(-4, 3)$

Solución:

Se factoriza la expresión del lado derecho:

$$(y-4)^2 = -16x - 48 \quad \rightarrow \quad (y-4)^2 = -16(x+3)$$

La ecuación tiene la forma $(y-k)^2 = 4p(x-h)$, entonces:

$$-k = -4 \qquad\qquad -h = 3$$
$$k = 4 \qquad\qquad h = -3$$

Las coordenadas del vértice son $(h, k) = (-3, 4)$, por tanto, la opción correcta es el inciso b.

7. Son las coordenadas del foco de la parábola cuya ecuación es $y^2 - 12x - 6y + 21 = 0$:

a) $F(3, -4)$ b) $F(4, -3)$ c) $F(4, 3)$ d) $F(-4, 3)$

Solución:

Se agrupan los términos en y y se completa el trinomio cuadrado perfecto:

$$y^2 - 12x - 6y + 21 = 0 \quad \rightarrow \quad y^2 - 6y = 12x - 21$$

$$y^2 - 6y + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 12x - 21 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$y^2 - 6y + 9 = 12x - 21 + 9$$

$$(y - 3)^2 = 12x - 12$$

$$(y - 3)^2 = 12(x - 1)$$

La ecuación tiene la forma $(y - k)^2 = 4p(x - h)$, entonces:

$$-k = -3 \qquad -h = -1 \qquad 4p = 12$$
$$k = 3 \qquad h = 1 \qquad p = 3$$

La parábola es horizontal y las coordenadas del foco son:

$$(h + p, k) = (1 + 3, 3) = (4, 3)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

8. La ecuación de la parábola con vértice en el punto $V(2, 4)$, parámetro $p = 4$ y eje focal paralelo al eje X, es:

a) $y^2 - 8x - 4y + 24 = 0$

b) $x^2 - 4x - 8y - 16 = 0$

c) $y^2 - 16x - 8y + 48 = 0$

d) $x^2 - 8x - 16y - 16 = 0$

Solución:

La parábola es horizontal, ya que el eje focal es paralelo al eje X, con esto, los incisos a y c representan una ecuación horizontal, pero no hay algún otro dato que indique que la parábola abra hacia la derecha o hacia la izquierda, entonces, para saber el inciso correcto, se busca en cuál de ellas el vértice la satisface y para ello se evalúa.

Para el inciso a.

$$y^2 - 8x - 4y + 24 = 0$$
$$(4)^2 - 8(2) - 4(4) + 24 = 0$$
$$16 - 16 - 16 + 24 = 0$$
$$-32 + 40 = 0$$
$$8 \neq 0$$

Para el inciso c

$$y^2 - 16x - 8y + 48 = 0$$
$$(4)^2 - 16(2) - 8(4) + 48 = 0$$
$$16 - 32 - 32 + 48 = 0$$
$$64 - 64 = 0$$
$$0 = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 16 correspondientes al final de esta unidad.

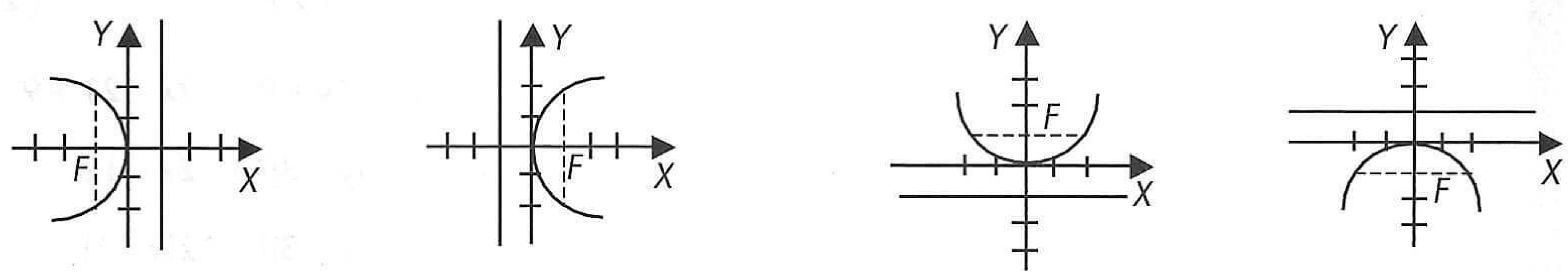
Ejercicios

1. ¿Cuál es la ecuación de la parábola cuyo vértice se encuentra en el origen y su foco es el punto (0, –3)?

   a) $y^2 = -12x$ b) $y^2 = 12x$ c) $x^2 = 12y$ d) $x^2 = -12y$

2. ¿Cuál es la gráfica de la parábola $y^2 + 4x = 0$?

   a) b) c) d)



3. La ecuación de una parábola es $y^2 = 3x$, ¿cuáles son las coordenadas de su foco?

   a) $\left(0, -\frac{3}{4}\right)$ b) $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ c) $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ d) $\left(-\frac{3}{4}, 0\right)$

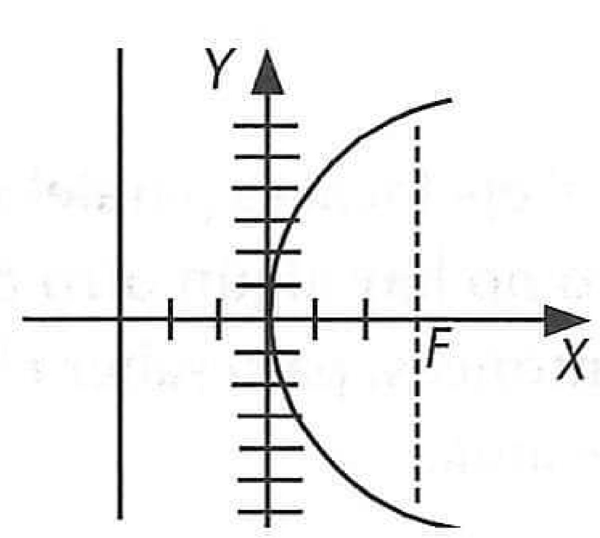
4. Una parábola tiene su vértice en el origen y la ecuación de su directriz es $y + 4 = 0$. ¿Cuál es su ecuación?

   a) $y^2 + 16x = 0$ b) $x^2 + 16y = 0$ c) $x^2 = 16y$ d) $y^2 = 16x$

5. Una parábola tiene su vértice en el origen y su eje coincide con el eje Y. ¿Cuál es su ecuación si la parábola pasa por el punto (4, –8)?

   a) $y^2 + 2x = 0$ b) $x^2 + 2y = 0$ c) $x^2 - 2y = 0$ d) $y^2 - 2x = 0$

6. La ecuación de la parábola cuya gráfica es:



   a) $y^2 = 12x$ b) $y^2 = -12x$ c) $x^2 = 12y$ d) $x^2 = -12y$

7. Las coordenadas del vértice de la parábola $(y - 1)^2 = 6x + 18$ es:

   a) (1, –3) b) (–3, 1) c) (3, –1) d) (–1, 3)

8. Las coordenadas del foco de la parábola $(x - 2)^2 = 8y$ son:

   a) (2, –2) b) (–2, 2) c) (–2, –2) d) (2, 2)

9. La ecuación de la parábola con vértice en el punto (1, 2) y foco en el punto (1, 6) es:

a) $(x-1)^2 = 16(y-2)$ b) $(x+1)^2 = 16(y+2)$ c) $(x-1)^2 = 16(y+2)$ d) $(x+1)^2 = 16(y-2)$

10. La ecuación de la directriz de la parábola $y^2 = 8x + 8$ es:

a) $x - 3 = 0$ b) $y - 3 = 0$ c) $x + 3 = 0$ d) $y + 3 = 0$

11. La longitud del lado recto de la parábola $x^2 - 12y + 6x - 9 = 0$ es:

a) 3 b) 6 c) 9 d) 12

12. ¿Cuáles son las coordenadas del vértice de la parábola $y^2 - 3x + 2y + 1 = 0$?

a) (0, –1) b) (0, 1) c) (1, 0) d) (–1, 0)

13. La trayectoria que describe un cuerpo al ser lanzado está dada por la ecuación $(x-1)^2 = -12(y-2)$, con base en ella determina su vértice.

a) (–1, 2) b) (–2, –1) c) (1, 2) d) (2, –1)

14. La ecuación de la parábola con vértice en el punto (–1, 3) y directriz la recta $x - 2 = 0$ es:

a) $x^2 - 12y - 6x + 21 = 0$
b) $y^2 + 12x - 6y + 21 = 0$
c) $y^2 - 12x + 6y - 21 = 0$
d) $x^2 + 12y - 6x + 21 = 0$

15. Una parábola tiene por ecuación $y^2 - 4x + 8 = 0$, ¿cuáles son las coordenadas de su vértice?

a) (0, 2) b) (0, –2) c) (–2, 0) d) (2, 0)

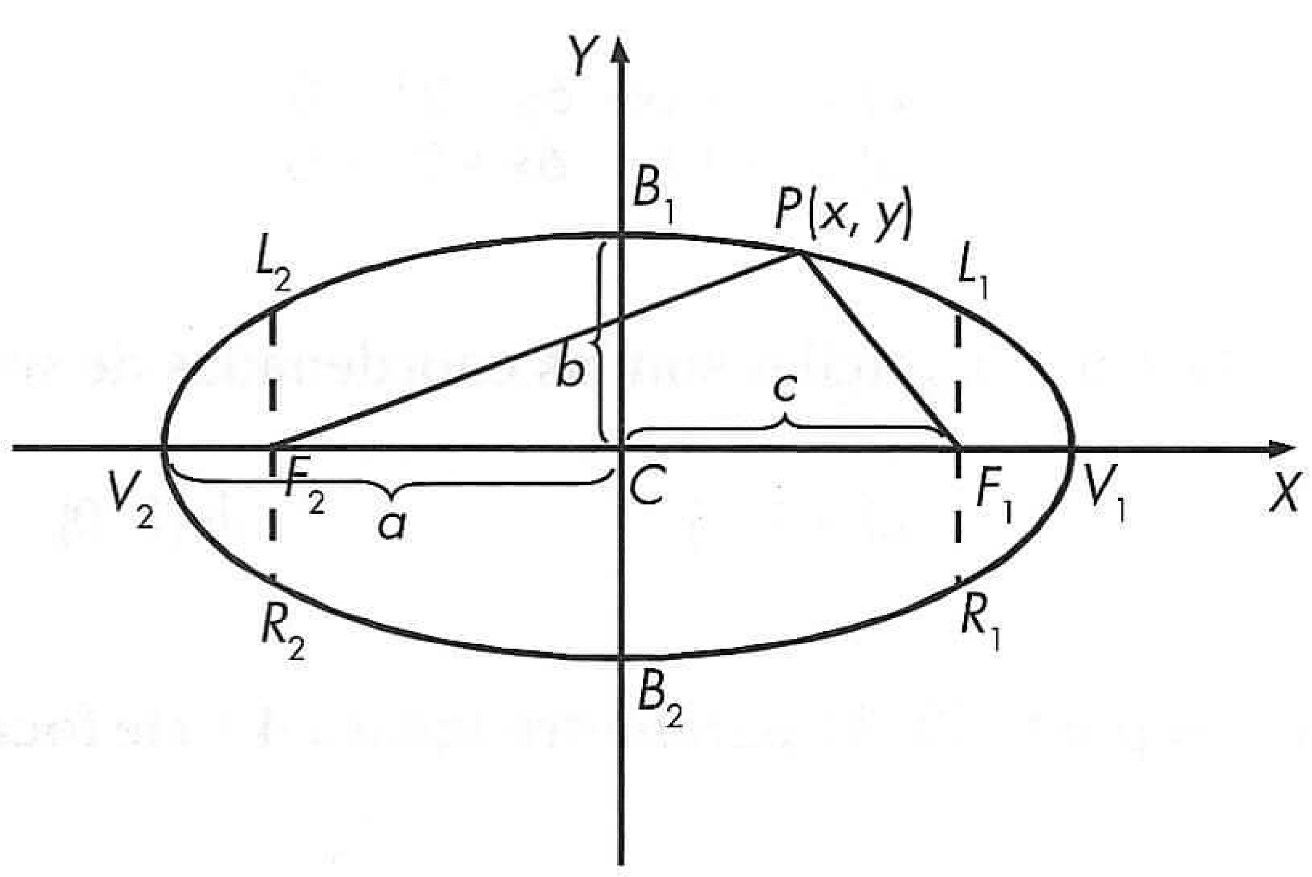
16. La ecuación de la parábola con vértice el punto (2, 3), parámetro igual a 4 y eje focal paralelo al eje Y es:

a) $y^2 - 9x + 5y + 52 = 0$
b) $x^2 - 4x - 16y + 52 = 0$
c) $y^2 - 16x - 6y + 41 = 0$
d) $x^2 - 16x - 4y + 44 = 0$

Objetivo: el estudiante definirá la elipse, obtendrá su ecuación a partir de sus elementos y su gráfica, de igual forma, sus elementos a partir de su ecuación.

Definición y elementos

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que se mueven de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos llamados *focos* es siempre constante.



C: centro
V_1 y V_2: vértices
F_1 y F_2: focos
B_1 y B_2: extremos del eje menor
$\overline{V_1V_2} = 2a$ (eje mayor)
$\overline{F_1F_2} = 2c$ (eje focal)
$\overline{B_1B_2} = 2b$ (eje menor)
Condición: $a^2 = b^2 + c^2$; $a > b$, $a > c$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a}$ $(e < 1)$
$LR = \frac{2b^2}{a}$ (lado recto)

Fórmulas

Elipse horizontal con centro en el origen

- Su eje focal coincide con el eje X
- Su ecuación canónica es: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- Vértices: $V_1(a, 0)$, $V_2(-a, 0)$
- Focos: $F_1(c, 0)$, $F_2(-c, 0)$
- Extremos del eje menor: $B_1(0, b)$, $B_2(0, -b)$

Elipse vertical con centro en el origen

- Su eje focal coincide con el eje Y
- Su ecuación canónica es: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$
- Vértices: $V_1(0, a)$, $V_2(0, -a)$
- Focos: $F_1(0, c)$, $F_2(0, -c)$
- Extremos del eje menor: $B_1(b, 0)$, $B_2(-b, 0)$

Elipse horizontal con centro en el punto (h, k)

- Su eje focal es paralelo al eje X
- Su ecuación ordinaria es: $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$
- Vértices: $V_1(h+a, k)$, $V_2(h-a, k)$
- Focos: $F_1(h+c, k)$, $F_2(h-c, k)$
- Extremos del eje menor: $B_1(h, k+b)$, $B_2(h, k-b)$

Elipse vertical con centro en el punto (h, k)

- Su eje focal es paralelo al eje Y
- Su ecuación ordinaria es: $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$
- Vértices: $V_1(h, k+a)$, $V_2(h, k-a)$
- Focos: $F_1(h, k+c)$, $F_2(h, k-c)$
- Extremos del eje menor: $B_1(h+b, k)$, $B_2(h-b, k)$

▼ Ecuación general

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Con $A \neq C$ y de igual signo.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una elipse?

a) $y^2 = 4x$ b) $x^2 + y^2 = 4$ c) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ d) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$

Solución:

Para que una ecuación represente una elipse los coeficientes de los términos cuadráticos deben ser diferentes y de igual signo,

a) $y^2 = 4x$, sólo tiene un término al cuadrado, representa una parábola.

b) $x^2 + y^2 = 4$, los coeficientes son iguales y de igual signo, representa una circunferencia.

c) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$, los coeficientes son diferentes y de igual signo, representa una elipse.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Las coordenadas de los vértices de la elipse cuya ecuación es $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ son:

a) $(-5, 0)$ $(5, 0)$ b) $(0, -5)$ $(0, 5)$ c) $(-4, 0)$ $(4, 0)$ d) $(0, -4)$ $(0, 4)$

Solución:

Para determinar los elementos de una elipse se deben tomar en cuenta las siguientes condiciones:

- Una elipse es horizontal si el mayor de los denominadores se encuentra debajo de x^2.
- Una elipse es vertical si el mayor de los denominadores se encuentra debajo de y^2.

Por consiguiente, la elipse cuya ecuación es $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ es vertical con centro en el origen y tiene la forma $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$, entonces:

$a^2 = 25$ $b^2 = 16$

$a = 5$ $b = 4$

Las coordenadas de los vértices son:

$$(0, -a), (0, a) = (0, -5), (0, 5)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. ¿Cuál es la longitud del lado recto de la elipse cuya ecuación es $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$?

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{8}{3}$ c) 4   d) 9

Solución:

Se transforma la ecuación a su forma canónica:

$$4x^2 + 9y^2 - 36 = 0 \quad \rightarrow \quad 4x^2 + 9y^2 = 36 \quad \rightarrow \quad \frac{4x^2}{36} + \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36} \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

La elipse es horizontal ya que el mayor de los denominadores se encuentra debajo de x^2 y tiene la forma $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, por tanto:

$$a^2 = 9,\ a = 3 \qquad\qquad b^2 = 4,\ b = 2$$

El lado recto se define por:

$$\overline{LR} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2\,(2)^2}{3} = \frac{2\,(4)}{3} = \frac{8}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

4. La forma ordinaria de la ecuación $5x^2 + 9y^2 + 30x - 36y + 36 = 0$ es:

a) $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{5} = 1$ b) $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{5} = 1$ c) $\frac{(x+3)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{5} = 1$ d) $\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

Solución:

$$5x^2 + 9y^2 + 30x - 36y + 36 = 0 \quad \rightarrow \quad 5x^2 + 30x + 9y^2 - 36y = -36$$

$$5(x^2 + 6x) + 9(y^2 - 4y) = -36$$

$$5(x^2 + 6x + 9) + 9(y^2 - 4y + 4) = -36 + 45 + 36$$

$$5(x + 3)^2 + 9(y - 2)^2 = 45$$

se divide entre 45

$$\frac{5(x+3)^2}{45} + \frac{9(y-2)^2}{45} = \frac{45}{45}$$

$$\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{5} = 1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

5. Las coordenadas de los focos de la ecuación $\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$ son:

a) (3, 3), (3, −5) b) (4, 0)(−4, 0) c) (3, 3), (−5, 3) d) (0, 4), (0, −4)

Solución:

La elipse es horizontal y es de la forma:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

El centro tiene coordenadas en (−1, 3), $a = 5$ y $b = 3$, para determinar c se utiliza la condición:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad (5)^2 = (3)^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 25 &= 9 + c^2 \\ 25 - 9 &= c^2 \\ 16 &= c^2 \\ c &= 4 \end{aligned}$$

Las coordenadas de los focos son:

$$(h + c, k) = (-1 + 4, 3) = (3, 3) \qquad (h - c, k) = (-1 - 4, 3) = (-5, 3)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

6. La ecuación de la elipse cuyos vértices son los puntos (4, 0), (−4, 0) y focos en los puntos (3, 0), (−3, 0) es:

a) $\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{16}=1$ b) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{7}=1$ c) $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{16}=1$ d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$

Solución:

Los vértices y los focos son de la forma: $(\pm a, 0)$ y $(\pm c, 0)$, por consiguiente $a = 4$, $c = 3$, se aplica la condición para obtener el valor de b.

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad b^2 = a^2 - c^2 \quad \rightarrow \quad b^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

La elipse es horizontal con centro en el origen con ecuación:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 1 a 10 correspondientes al final de esta unidad.

Ejercicios

1. La longitud del eje mayor de la elipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$ es:

   a) 32 b) 4 c) 16 d) 8

2. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices de la elipse $x^2+\frac{y^2}{4}=1$?

   a) (0, 2) y (0, −2) b) (2, 0) y (−2, 0) c) (0, 1) y (0, −1) d) (1, 0) y (−1, 0)

3. Una elipse tiene su centro en el origen; uno de sus vértices es el punto (0, 5), y uno de sus focos es el punto (0, 4), ¿cuál es su ecuación?

   a) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ c) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$

4. ¿Cuáles son las coordenadas de los focos de la elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$?

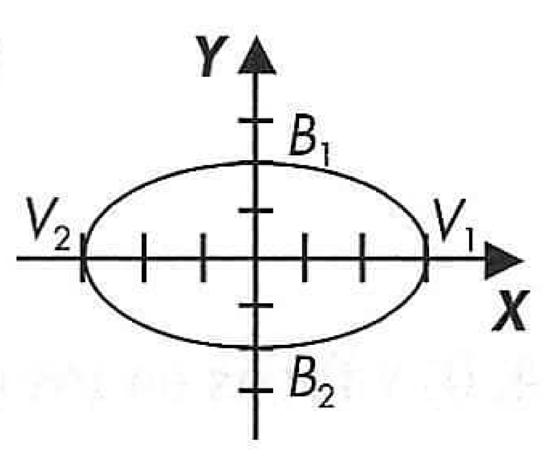
   a) $(0, \sqrt{5})$ y $(0, -\sqrt{5})$ b) $(\sqrt{5}, 0)$ y $(-\sqrt{5}, 0)$ c) (2, 0) y (−2, 0) d) (0, 2) y (0, −2)

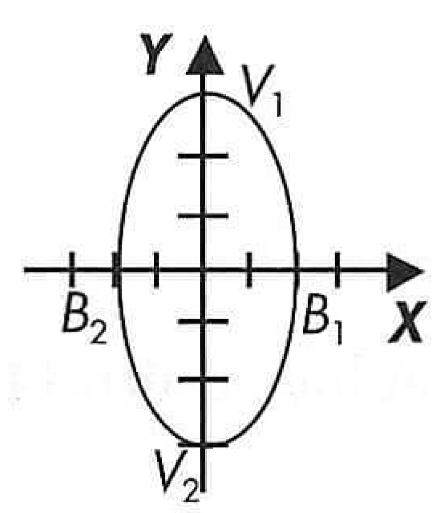
5. ¿Cuál es la ecuación de una elipse horizontal con centro en el punto (3, 2)?

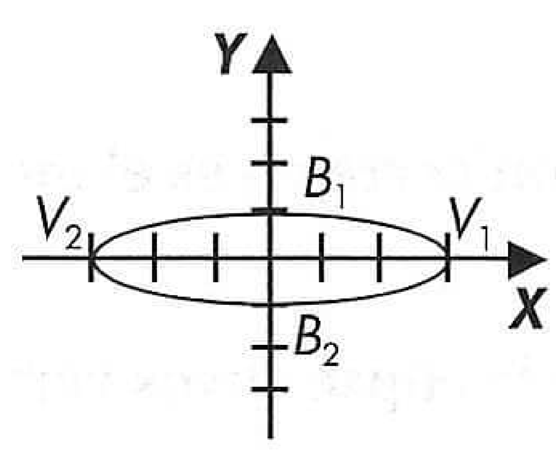
   a) $\frac{(x-3)^2}{36}+\frac{(y-2)^2}{16}=1$ c) $\frac{(x-3)^2}{16}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$

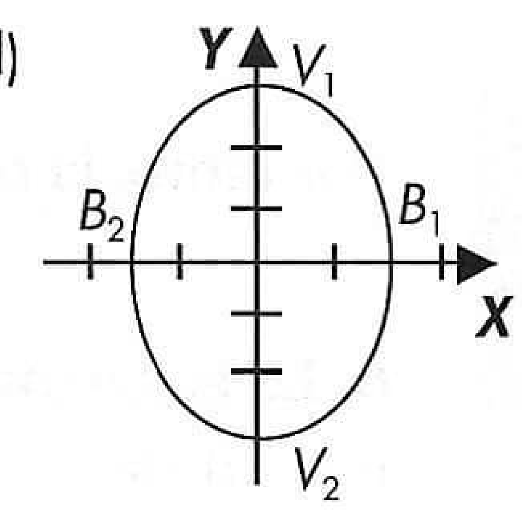
   b) $\frac{(x+3)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$ d) $\frac{(x+3)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$

6. ¿Cuál es la gráfica de la elipse $9x^2 + 4y^2 = 36$?

   a)


   b)


   c)


   d)


7. La excentricidad de una elipse es $\frac{3}{5}$ y las coordenadas de sus focos son los puntos (0, 3) y (0, −3). ¿Cuál es la longitud de uno de sus lados rectos?

   a) $\frac{32}{5}$ b) $\frac{16}{5}$ c) $\frac{5}{16}$ d) $\frac{5}{32}$

8. Una elipse tiene como ecuación $\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$. ¿Cuáles son las coordenadas de su centro?

   a) (−1, −3) b) (1, −3) c) (1, 3) d) (−1, 3)

9. La longitud del lado recto de la elipse $\frac{x^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$ es:

   a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{8}{9}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{8}{3}$

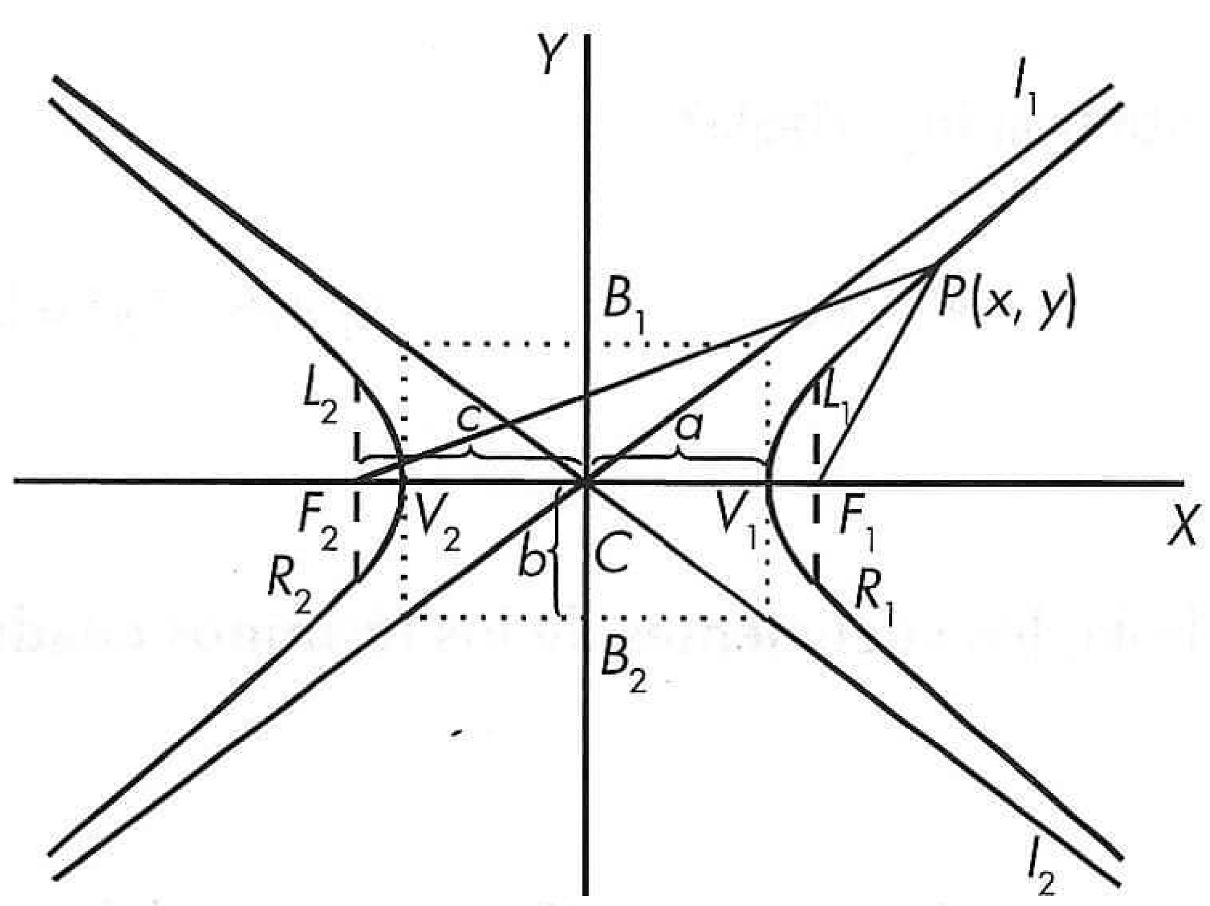
10. La ecuación de la elipse con centro en el punto (1, 0), vértice y foco en (4, 0) y (3, 0), respectivamente es:

    a) $\frac{(x+1)^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$ b) $\frac{(x+1)^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ c) $\frac{(x-1)^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$ d) $\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

Objetivo: el estudiante definirá la hipérbola, también obtendrá su ecuación a partir de sus elementos y su gráfica, y sus elementos a partir de su ecuación.

Definición y elementos

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que se mueven de tal manera que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, llamados *focos*, es siempre constante.



C: centro
V_1 y V_2: vértices
F_1 y F_2: focos
B_1 y B_2: extremos del eje conjugado
$\overline{V_1V_2} = 2a$ (eje transverso o real)
$\overline{F_1F_2} = 2c$ (eje focal)
$\overline{B_1B_2} = 2b$ (eje conjugado o imaginario)
Condición: $c^2 = a^2 + b^2$; $c > b$, $c > a$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a}$ $(e > 1)$
$\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$ (lado recto)
l_1 y l_2: asíntotas

Fórmulas

Hipérbola horizontal con centro en el origen

- Su eje focal coincide con el eje X
- Su ecuación canónica es: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- Vértices: $V_1(a, 0)$, $V_2(-a, 0)$
- Focos: $F_1(c, 0)$, $F_2(-c, 0)$
- Extremos del eje conjugado: $B_1(0, b)$, $B_2(0, -b)$
- Asíntotas: $y = \pm\frac{b}{a}x$

Hipérbola vertical con centro en el origen

- Su eje focal coincide con el eje Y
- Su ecuación canónica es: $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$
- Vértices: $V_1(0, a)$, $V_2(0, -a)$
- Focos: $F_1(0, c)$, $F_2(0, -c)$
- Extremos del eje conjugado: $B_1(b, 0)$, $B_2(-b, 0)$
- Asíntotas: $y = \pm\frac{a}{b}x$

Hipérbola horizontal con centro en (h, k)

- Su eje focal es paralelo al eje X
- Su ecuación ordinaria es: $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$
- Vértices: $V_1(h + a, k)$, $V_2(h - a, k)$
- Focos: $F_1(h + c, k)$, $F_2(h - c, k)$
- Extremos del eje conjugado: $B_1(h, k + b)$, $B_2(h, k - b)$
- Asíntotas: $y - k = \pm\frac{b}{a}(x - h)$

Hipérbola vertical con centro en (h, k)

- Su eje focal es paralelo al eje Y
- Su ecuación ordinaria es: $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$
- Vértices: $V_1(h, k + a)$, $V_2(h, k - a)$
- Focos: $F_1(h, k + c)$, $F_2(h, k - c)$
- Extremos del eje conjugado: $B_1(h + b, k)$, $B_2(h - b, k)$
- Asíntotas: $y - k = \pm\frac{a}{b}(x - h)$

▼ Ecuación general

$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, con A y C de signo diferente.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una hipérbola?

a) $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$ b) $x^2 + y^2 = 9$ c) $x^2 = 8y$ d) $4x^2 - 9y^2 = 36$

Solución:

Para que una ecuación represente una hipérbola, los coeficientes de los términos cuadráticos deben tener signos diferentes:

$4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$, los coeficientes de los términos cuadráticos son diferentes pero del mismo signo, por consiguiente, representa una elipse.

$x^2 + y^2 = 9$, los coeficientes de los términos cuadráticos son iguales y del mismo signo, representa una circunferencia.

$x^2 = 8y$, sólo una variable se encuentra al cuadrado, entonces representa una parábola.

$4x^2 - 9y^2 = 36$, los coeficientes de los términos cuadráticos son de diferente signo, por tanto representa una hipérbola.

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Las coordenadas de los vértices de la hipérbola $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ son:

a) $V_1(0, 4)$, $V_2(0, -4)$ b) $V_1(3, 0)$, $V_2(-3, 0)$ c) $V_1(0, 3)$, $V_2(0, -3)$ d) $V_1(4, 0)$, $V_2(-4, 0)$

Solución:

La ecuación tiene la forma $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, por tanto, es horizontal con centro en el origen, entonces:

$$a^2 = 9,\ a = 3 \qquad b^2 = 16,\ b = 4$$

Los vértices tienen coordenadas $V_1(a, 0)$, $V_2(-a, 0) = V_1(3, 0)$, $V_2(-3, 0)$, la opción correcta es el inciso b.

3. Las coordenadas de los focos de la hipérbola $\frac{(y+2)^2}{16}-\frac{(x-1)^2}{9}=1$ son:

a) $F_1(1, 2)$, $F_2(1, -6)$ c) $F_1(1, 3)$, $F_2(1, -7)$
b) $F_1(6, -2)$, $F_2(-4, -2)$ d) $F_1(4, -2)$, $F_2(-2, -2)$

Solución:

La ecuación tiene la forma $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$, por tanto, es vertical con centro en (h, k), entonces:

$$C(h, k) = C(1, -2) \qquad a^2 = 16,\ a = 4 \qquad b^2 = 9,\ b = 3$$

Se aplica la condición $c^2 = a^2 + b^2$, para encontrar el valor de c.

$$c^2 = 16 + 9 \quad \rightarrow \quad c^2 = 25 \quad \rightarrow \quad c = \sqrt{25} = 5$$

Las coordenadas de los focos son: $F_1(h, k + c)$, $F_2(h, k - c)$

$$F_1(1, -2 + 5) = F_1(1, 3) \qquad F_2(1, -2 - 5) = F_2(1, -7)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

4. Al transformar la ecuación $x^2 - 4y^2 = 16$ a su forma canónica, se obtiene:

a) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{8}=1$ c) $\frac{y^2}{8}-\frac{x^2}{16}=1$ d) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$

Solución:

Se divide la ecuación por 16.

$$x^2 - 4y^2 = 16 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{16}-\frac{4y^2}{16}=\frac{16}{16} \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

5. Las coordenadas del centro y el valor del semieje transverso de la hipérbola $9x^2 - 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0$ son:

a) $C(-1, -3)$, $a = 3$ b) $C(-3, -1)$, $a = 3$ c) $C(-3, -1)$, $a = 2$ d) $C(-1, -3)$, $a = 2$

Solución:

Se transforma la ecuación a su forma ordinaria:

$$9x^2 - 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0 \quad \rightarrow \quad 9x^2 + 18x - 4y^2 - 24y = -9$$

Al factorizar $\quad 9(x^2 + 2x) - 4(y^2 + 6y) = -9$

Al completar el T.C.P $\quad 9(x^2 + 2x + 1) - 4(y^2 + 6y + 9) = -9 + 9 - 36$

$$9(x + 1)^2 - 4(y + 3)^2 = -36$$

Se divide la expresión por -36

$$\frac{9(x+1)^2}{-36} - \frac{4(y+3)^2}{-36} = \frac{-36}{-36}$$

$$-\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$$

$$\frac{(y+3)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{4} = 1$$

El centro $C(h, k) = C(-1, -3)$, $a^2 = 9$, $a = 3$, por tanto, el semieje transverso es $a = 3$ y la opción correcta es el inciso a.

6. La ecuación de la hipérbola con semieje transverso = 3, semieje conjugado = 5 y las coordenadas de sus vértices los puntos (4, 1) y (−2, 1) es:

a) $\frac{(x-1)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ b) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ c) $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{25} = 1$ d) $\frac{(x+1)^2}{25} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

Solución:

Semieje transverso es $a = 3$ y Semieje conjugado es $b = 5$

El centro es el punto medio entre los vértices: $C\left(\frac{4-2}{2}, \frac{1+1}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{2}{2}\right) = (1, 1)$

La hipérbola es horizontal ya que al graficar los vértices dados, el eje transverso es paralelo al eje X, entonces:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{(x-1)^2}{(3)^2} - \frac{(y-1)^2}{(5)^2} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$$

La respuesta correcta corresponde al inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 10 correspondientes a esta unidad.

Ejercicios

1. Las coordenadas de los vértices de la hipérbola $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ son:

a) (0, −2) y (0, 2) b) (−3, 0) y (3, 0) c) (0, −3) y (0, 3) d) (−2, 0) y (2, 0)

2. Una hipérbola tiene su centro en el origen; uno de sus vértices es el punto (0, 4), y uno de sus focos el punto (0, −5). ¿Cuál es su ecuación?

a) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$ b) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ c) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$ d) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

3. Obtener las coordenadas de los focos de la hipérbola $x^2 - 2y^2 = 2$.

a) $(-\sqrt{3}, 0)$ y $(\sqrt{3}, 0)$ b) (−1, 0) y (1, 0) c) $(0, -\sqrt{3})$ y $(0, \sqrt{3})$ d) (0, −1) y (0, 1)

4. ¿Cuál es la longitud del eje transverso de la hipérbola $5x^2 - 4y^2 = 20$?

a) 2 b) 4 c) 8 d) 10

5. Una hipérbola tiene su centro en el punto (−3, 2); uno de sus vértices es el punto (1, 2), y la longitud de su eje imaginario es 4. ¿Cuál es su ecuación?

a) $\frac{(x-3)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{16}=1$ b) $\frac{(x+3)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{16}=1$ c) $\frac{(x+3)^2}{16}-\frac{(y-2)^2}{4}=1$ d) $\frac{(x-3)^2}{16}-\frac{(y+2)^2}{4}=1$

6. ¿Cuál es la coordenada del centro de la hipérbola $4x^2 - y^2 - 16x + 2y + 11 = 0$?

a) (1, 2) b) (−1, −2) c) (−2, 1) d) (2, 1)

7. Las coordenadas de los focos de la hipérbola $9x^2 - 4y^2 - 54x + 117 = 0$ son:

a) $(-3, -\sqrt{13}), (-3, \sqrt{13})$ b) $(3, -\sqrt{13}), (3, \sqrt{13})$ c) $(-\sqrt{13}, -3), (\sqrt{13}, 3)$ d) $(-\sqrt{13}, -3), (-\sqrt{13}, 3)$

8. La ecuación de la hipérbola con centro en el origen, vértice el punto (0, −8) y lado recto 9 es:

a) $9y^2 - 16x^2 = 576$ b) $16x^2 - 81y^2 = 144$ c) $16y^2 - 9x^2 = 288$ d) $81x^2 - 36y^2 = 600$

9. La ecuación de una hipérbola es $\frac{x^2}{16}-\frac{(y-1)^2}{9}=1$, las ecuaciones de sus asíntotas son:

a) $3x + 4y - 4 = 0$, $4x - 3y - 4 = 0$ b) $4x - 3y - 4 = 0$, $4x + 3y + 4 = 0$
c) $3x + 4y + 4 = 0$, $3x - 4y - 4 = 0$ d) $3x - 4y + 4 = 0$, $3x + 4y - 4 = 0$

10. Las coordenadas de los focos de la hipérbola $\frac{(x-1)^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$ son:

a) (3, 0), (−5, 0) b) (−3, 0), (5, 0) c) (0, −3), (0, 5) d) (0, 3), (0, −5)

Objetivo: el estudiante identificará las diferentes cónicas por medio de sus propiedades y el uso del indicador.

Identificación de una ecuación general de segundo grado

La naturaleza de la ecuación $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, se identifica con la expresión $I = B^2 - 4AC$, que recibe el nombre de indicador o invariante.

▼ Si $B = 0$

Entonces se genera la ecuación $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, la cual representa:

- Circunferencia, si $A = C$
- Parábola, si A o $C = 0$
- Elipse, si $A \neq C$ pero del mismo signo
- Hipérbola, si A y C tienen signos contrarios

Ejemplos

$2x^2 + 2y^2 = 7$	circunferencia	$3x^2 + 4y^2 = 12$	elipse
$x^2 = 8y$	parábola	$y^2 - x^2 = 1$	hipérbola

▼ Si $B \neq 0$

Entonces la cónica representa:

- Parábola si $I = 0$
- Elipse si $I < 0$
- Hipérbola si $I > 0$

Ejemplos de reactivos

1. La curva $2x^2 - 4xy + 2y^2 - 40x + 20y = 0$, representa una:

a) circunferencia b) recta c) hipérbola d) parábola

Solución:

Se toman los valores:

$$A = 2,\ B = -4 \text{ y } C = 2$$

Se evalúan en la fórmula del indicador:

$$I = B^2 - 4AC = (-4)^2 - 4(2)(2) = 16 - 16 = 0$$
$$I = 0$$

La curva representa una parábola y la opción correcta es el inciso d.

2. La naturaleza de la curva $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8y - 2 = 0$ es:

a) parábola b) elipse c) hipérbola d) paraboloide

Solución:

De la ecuación:

$$A = 3,\ B = 2 \text{ y } C = 3$$

Los valores se sustituyen en el indicador:

$$I = B^2 - 4AC = (2)^2 - 4(3)(3) = 4 - 36 = -32$$
$$I < 0$$

La curva representa una elipse y la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 14 correspondientes a esta unidad.

Ejercicios

1. La curva cuya ecuación es $x^2 - 2y^2 - 5x + 4y - 1 = 0$, representa una:

   a) elipse b) parábola c) hipérbola d) circunferencia

2. ¿Qué curva representa la ecuación $x^2 - xy + y^2 - x - y = 0$?

   a) hipérbola b) elipse c) parábola d) circunferencia

3. La curva $3x^2 + 6xy + 3y^2 - 4x + 2y - 13 = 0$ representa una:

   a) circunferencia b) hipérbola c) elipse d) parábola

4. Es la ecuación de una elipse:

   a) $x^2 - 2xy + y^2 - x = 0$ b) $xy = 4$ c) $3x^2 - xy + y^2 + x - y = 0$ d) $x^2 + 3xy - y^2 + 2x = 0$

5. La curva $xy = 3$ representa una:

   a) hipérbola b) parábola c) elipse d) circunferencia

6. Es la ecuación de una parábola:

   a) $x^2 + y^2 - 4x = 0$ b) $x^2 = 4y$ c) $y^2 - x^2 = 1$ d) $3x^2 + 4y^2 = 12$

7. La ecuación $4x^2 + 5y^2 - 2x = 0$, representa una:

   a) parábola b) hipérbola c) elipse d) circunferencia

8. Es la ecuación de una hipérbola:

   a) $x^2 - 3y^2 - 27 = 0$ b) $2x^2 + 2y^2 - 8 = 0$ c) $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ d) $y^2 - 2x + 4y - 8 = 0$

9. La curva $x^2 + xy - 2y^2 - 3x = 0$ es:

   a) circunferencia b) hipérbola c) parábola d) elipse

10. La curva $x^2 - 3xy + 4y^2 = 1$, representa una:

    a) elipse b) circunferencia c) parábola d) hipérbola

11. Si en la ecuación general de las cónicas $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ el discriminante $B^2 - 4AC$ es positivo, entonces, la ecuación representa una:

    a) recta b) elipse c) hipérbola d) parábola

12. La condición necesaria para que la ecuación $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, represente una hipérbola es:

    a) $B^2 - 4AC = 0$ b) $B^2 - 4AC < 0$ c) $B^2 - 4AC > 0$ d) $B^2 - 4AC \leq 0$

13. La condición necesaria para que la ecuación $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, represente una elipse es:

    a) $B^2 - 4AC < 0$ b) $B^2 - 4AC = 0$ c) $B^2 - 4AC > 0$ d) $B^2 - 4AC \leq 0$

14. La condición necesaria para que la ecuación $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, represente una parábola es:

    a) $B^2 - 4AC \geq 0$ b) $B^2 - 4AC < 0$ c) $B^2 - 4AC > 0$ d) $B^2 - 4AC = 0$

Unidad 15 Límites

Objetivo: el estudiante obtendrá el límite de una función, identificará si la función es creciente o decreciente y determinará si una función es continua o discontinua en un punto.

Concepto intuitivo

Decimos que el límite de una función $f(x)$, cuando x tiende a un valor x_0, es igual a L, si se aproxima tanto como se quiera el valor de x a x_0; entonces $f(x)$ también se aproxima a L y se denota por:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

Ejemplo

Sea la función $f(x) = x^2 - 4$ y $x = 3$, si se dan valores a x muy cercanos por la izquierda y por la derecha de $x = 3$, se obtienen las siguientes tablas:

Por la izquierda

x	$f(x)$
2.9	4.41
2.99	4.9401
2.999	4.994001
2.9999	4.99940001

Por la derecha

x	$f(x)$
3.01	5.0601
3.001	5.0006001
3.0001	5.00060001
3.00001	5.000060001

En ambos casos cuando x se aproxima a 3, $f(x)$ se aproxima a 5, por tanto,

$$\lim_{x \to 3} (x^2 - 4) = 5$$

Teoremas sobre límites y obtención de límites

El procedimiento anterior para el cálculo del límite resulta poco práctico, por ello se presentan los siguientes teoremas sobre límites, los que simplificarán el proceso, de tal forma que el límite se obtiene al evaluar el valor al que tiende x.

Sean $\lim_{x\to a} f(x) = L_1$ y $\lim_{x\to a} g(x) = L_2$, entonces:

1) $\lim_{x\to a} c = c$, con c: constante

2) $\lim_{x\to a} x = a$

3) $\lim_{x\to a} c f(x) = c \lim_{x\to a} f(x) = c L_1$

4) $\lim_{x\to a}[f(x)+g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x) = L_1 + L_2$

5) $\lim_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x) = L_1 L_2$

6) $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \dfrac{L_1}{L_2} \quad L_2 \neq 0$

7) $\lim_{x\to a}[f(x)]^n \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n = [L_1]^n$

en particular $\lim_{x\to a} x^n = a^n$

Ejemplos

Obtener los siguientes límites:

1) $\lim_{x\to 3} 6 = 6$

2) $\lim_{x\to 2}(3x) = 3\lim_{x\to 2} x = 3(2) = 6$

3) $\lim_{x\to -3}(2x^2) = 2\lim_{x\to -3} x^2 = 2(-3)^2 = 2(9) = 18$

4) $\lim_{x\to -1}(2x^3 - 3x^2 + 2x - 4) = 2\lim_{x\to -1} x^3 - 3\lim_{x\to -1} x^2 + 2\lim_{x\to -1} x - \lim_{x\to -1} 4 = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 + 2(-1) - 4$

$= 2(-1) - 3(1) - 2 - 4$

$= -2 - 3 - 2 - 4 = -11$

A partir de los ejemplos anteriores se concluye que sólo se sustituye x por el valor al que tiende:

5) $\lim_{x\to 2}(4x^2 - 3x - 2) = 4(2)^2 - 3(2) - 2 = 4(4) - 3(2) - 2 = 16 - 6 - 2 = 8$

6) $\lim_{x\to -2} \dfrac{2x-3}{3x+1} = \dfrac{2(-2)-3}{3(-2)+1} = \dfrac{-4-3}{-6+1} = \dfrac{-7}{-5} = \dfrac{7}{5}$

Ejemplos de reactivos

1. El valor de $\lim_{x\to -2} \dfrac{3x^2+1}{4x-1}$ es:

a) $\dfrac{13}{9}$ b) $\dfrac{11}{9}$ c) $-\dfrac{11}{9}$ d) $-\dfrac{13}{9}$

Solución:

Se sustituye $x = -2$ en la función dada:

$$\lim_{x\to -2} \frac{3x^2+1}{4x-1} = \frac{3(-2)^2+1}{4(-2)-1} = \frac{3(4)+1}{-8-1} = \frac{12+1}{-9} = \frac{13}{-9} = -\frac{13}{9}$$

$\lim_{x\to -2} \dfrac{3x^2+1}{4x-1} = -\dfrac{13}{9}$, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El valor de $\lim_{x\to 4}(x^2 - 2x)(2x+1)$, está dado por:

a) 0 b) 72 c) 36 d) 16

Solución:
Se sustituye $x = 4$ en la función dada:

$$\lim_{x\to4}(x^2-2x)(2x+1) = ((4)^2-2(4))(2(4)+1) = (16-8)(8+1) = (8)(9) = 72$$

$\lim_{x\to4}(x^2-2x)(2x+1) = 72$, por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Considerando que $\lim_{x\to5} f(x)=12$ y $\lim_{x\to5} g(x)=-4$. El valor de $\lim_{x\to5}\left[f(x)+g(x)\right]$, está dado por:

a) 8 b) −8 c) 16 d) −16

Solución:
El límite de una suma de funciones es la suma de los límites, entonces se obtiene:

$$\lim_{x\to5}\left[f(x)+g(x)\right] = \lim_{x\to5} f(x) + \lim_{x\to5} g(x) = 12 + (-4) = 12 - 4 = 8$$

$\lim_{x\to5}\left[f(x)+g(x)\right] = 8$, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. Considerando que $\lim_{x\to-2} f(x)=8$ y $\lim_{x\to-2} g(x)=-3$. El valor de $\lim_{x\to-2}\left[f(x)\cdot g(x)\right]$, está dado por:

a) 24 b) 5 c) 11 d) −24

Solución:
El límite de un producto de funciones es el producto de los límites, entonces:

$$\lim_{x\to-2}\left[f(x)\cdot g(x)\right] = \lim_{x\to-2} f(x)\cdot \lim_{x\to-2} g(x) = (8)(-3) = -24$$

$\lim_{x\to-2}\left[f(x)\cdot g(x)\right] = -24$, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

5. Considerando que $\lim_{x\to2} f(x)=-3$ y $\lim_{x\to2} g(x)=6$. El valor de $\lim_{x\to2}\left[3f(x)-4g(x)\right]$, está dado por:

a) −21 b) 33 c) −33 d) 21

Solución:
Aplicando los teoremas se obtiene:

$$\lim_{x\to2}\left[3f(x)-4g(x)\right] = 3\lim_{x\to2} f(x) - 4\lim_{x\to2} g(x) = 3(-3)-4(6) = -9-24 = -33$$

$\lim_{x\to2}\left[3f(x)-4g(x)\right] = -33$, por tanto, la opción correcta es el inciso c.

6. Si $\lim_{x\to4} f(x)=5$ y $\lim_{x\to4} g(x)=-2$, el valor que debe tomar K para que $\lim_{x\to4}\left[k\,f(x)+2g(x)\right] = 11$, es:

a) 2 b) 5 c) −2 d) 3

Solución:
Al aplicar los teoremas se obtiene:

$$\lim_{x\to4}\left[kf(x)+2g(x)\right] = k\lim_{x\to4} f(x) + 2\lim_{x\to4} g(x) = k(5)+2(-2) = 5k-4$$

Se quiere que $\lim_{x\to4}\left[k\,f(x)+2g(x)\right] = 11$, entonces:

$$5k-4=11 \quad\rightarrow\quad 5k = 11+4 \quad\rightarrow\quad 5k = 15 \quad\rightarrow\quad k=\frac{15}{5}=3$$

$k = 3$, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 1 a 11 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Formas indeterminadas

Límites de la forma $\frac{0}{0}$

Al calcular un límite se puede presentar la forma indeterminada $\frac{0}{0}$, la cual se elimina mediante una simplificación al factorizar las expresiones dadas.

Ejemplos de reactivos

1. El valor de $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$ es:

a) −4 b) 4 c) 2 d) no existe

Solución:
Se obtiene el límite:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \frac{(2)^2-4}{(2)^2-5(2)+6} = \frac{4-4}{4-10+6} = \frac{0}{0}$$

El resultado es $\frac{0}{0}$, entonces se simplifica la fracción, al factorizar el numerador y el denominador:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x-3)(x-2)} = \lim_{x \to 2} \frac{x+2}{x-3} = \frac{2+2}{2-3} = \frac{4}{-1} = -4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El valor de $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^2-3x}{x}$ es:

a) 3 b) −3 c) 4 d) −4

Solución:
Se sustituye $x = 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{3x^2-3x}{x} = \frac{3(0)^2-3(0)}{0} = \frac{0}{0}$$

Se factoriza y simplifica:

$$\lim_{x \to 0} \frac{3x^2-3x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x(3x-3)}{x} = \lim_{x \to 0}(3x-3) = 3(0)-3 = 0-3 = -3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. El valor de $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x-3}{x^2-9}$ es:

a) −6 b) $\frac{1}{6}$ c) 6 d) $-\frac{1}{6}$

Solución:
Al sustituir $x = 3$ se obtiene:

$$\lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x^2-9} = \lim_{x \to 3} \frac{3-3}{(3)^2-9} = \frac{0}{9-9} = \frac{0}{0}$$

Se factoriza y simplifica:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{x^2-9}=\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{(x+3)(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{1}{x+3}=\frac{1}{3+3}=\frac{1}{6}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 12 a 18 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

▼ Límites cuando $x \to \infty$

Si $F(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$, los resultados de los límites para las formas $\lim\limits_{x\to a}F(x)$, $\lim\limits_{x\to\infty}F(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)$ son:

- Si se obtiene una expresión de la forma $\dfrac{L}{\infty}$, entonces, el límite es 0.
- Si se obtiene una expresión de la forma $\dfrac{\infty}{L}$, entonces, el límite es infinito.
- Si se obtiene una expresión de la forma $\dfrac{L}{0}$, entonces, el límite es infinito.

Con L constante.

Ejemplos de reactivos

1. El valor de $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-5x^2-3x+2}{4x^3-2x+6}$ es:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{4}{6}$ d) no existe

Solución:
Se divide numerador y denominador por la x de mayor exponente, en este caso x^3, luego se simplifica y se resuelve el límite equivalente:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{6x^3-5x^2-3x+2}{4x^3-2x+6}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{6x^3}{x^3}-\frac{5x^2}{x^3}-\frac{3x}{x^3}+\frac{2}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3}-\frac{2x}{x^3}+\frac{6}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{6-\frac{5}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}}{4-\frac{2}{x^2}+\frac{6}{x^3}}$$

$$=\frac{6-0-0+0}{4-0+0}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El valor de $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-6x+7}{5x^3+2x-3}$ es:

a) $\frac{2}{5}$ b) 2 c) 0 d) no existe

Solución:
Se divide numerador y denominador por x^3 y se sustituye:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2}{x^3}-\frac{6x}{x^3}+\frac{7}{x^3}}{\frac{5x^3}{x^3}+\frac{2x}{x^3}-\frac{3}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2}{x}-\frac{6}{x^2}+\frac{7}{x^3}}{5+\frac{2}{x^2}-\frac{3}{x^3}}=\frac{0-0+0}{5+0-0}=\frac{0}{5}=0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Para simplificar el proceso se utiliza el siguiente teorema:

Si $\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+...+a_n}{b_0x^m+b_1x^{m-1}+b_2x^{m-2}+...+b_m}$, entonces:

- Si $n > m$, es decir, si el polinomio del numerador es de mayor grado que el del denominador, entonces el límite es infinito.
- Si $n < m$, es decir, si el polinomio del numerador es de menor grado que el del denominador, entonces el límite es cero.
- Si $m = n$, es decir, si ambos polinomios son del mismo grado, entonces el límite es $\frac{a_0}{b_0}$.

Ejemplos de reactivos

1. El valor de $\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-3x-2}{2x^2-6}$ es:

a) $\frac{5}{2}$ b) 0 c) $\frac{2}{5}$ d) no existe

Solución:
Los polinomios son del mismo grado, por consiguiente sólo se toma el cociente que resulta de dividir los coeficientes de los términos de mayor grado, es decir $\frac{5}{2}$:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-3x-2}{2x^2-6}=\frac{5}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El valor de $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3}{x+1}$ es:

a) 2 b) 0 c) no existe d) 1

Solución:
El polinomio del numerador es de mayor grado que el polinomio del denominador, por tanto, el resultado del límite es ∞, esto es:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3}{x+1}=\infty \text{ (no existe el límite)}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. El valor de $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2-3x}{1+x^2}$ es:

a) no existe b) -3 c) 2 d) 0

Solución:

El polinomio del denominador es de mayor grado que el polinomio del numerador, por tal motivo el resultado del límite es 0, esto es:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2-3x}{1+x^2} = 0$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 19 a 21 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Continuidad

Una función continua se describe como aquella que se traza sin despegar el lápiz del papel; es decir, aquella función que no tiene saltos en su gráfica.

Continuidad en un punto

Una función $f(x)$ es continua en un número $x = a$, si:

- $f(a)$ está definida.
- $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ existe.
- $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Continuidad en un intervalo

- Una función $f(x)$ es continua en un intervalo abierto (a, b), si es continua en todo punto del intervalo.
- Una función $f(x)$ es continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ si es continua en (a, b) y

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a) \qquad \lim_{x \to b^-} f(x) = f(b)$$

Ejemplo de reactivo

¿Para cuál de los siguientes valores la función $f(x)=\dfrac{2}{x^3-4x}$, es continua?

a) 2 b) −2 c) 0 d) 1

Solución:

$f(2)=\dfrac{2}{(2)^3-4(2)}=\dfrac{2}{8-8}=\dfrac{2}{0}$, no está definida en $x=2$, por tanto, no es continua en este punto.

$f(-2)=\dfrac{2}{(-2)^3-4(-2)}=\dfrac{2}{-8+8}=\dfrac{2}{0}$, no está definida en $x=-2$, por consiguiente, no es continua en este punto.

$f(0)=\dfrac{2}{(0)^3-4(0)}=\dfrac{2}{0-0}=\dfrac{2}{0}$, no está definida en $x=0$, por tal motivo, no es continua en ese punto.

$f(1)=\dfrac{2}{(1)^3-4(1)}=\dfrac{2}{1-4}=\dfrac{2}{-3}=-\dfrac{2}{3}$, la función está definida en $x=1$, se procede a comprobar el límite:

$$\lim_{x\to 1}\frac{2}{x^3-4x}=\frac{2}{(1)^3-4(1)}=\frac{2}{1-4}=\frac{2}{-3}=-\frac{2}{3}$$

Luego,

$$f(1)=\lim_{x\to 1}f(x)=-\frac{2}{3}$$

Entonces es continua en $x=1$; por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. El valor de $\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-5x-2}{2x-1}$ es:

a) 3 b) 0 c) –2 d) 5

2. El valor de $\lim_{x\to -1}\frac{3x-7}{2x+5}$, está dado por:

a) $-\frac{3}{10}$ b) $\frac{10}{3}$ c) $-\frac{10}{3}$ d) $\frac{3}{10}$

3. El valor $\lim_{x\to -3}(2x^2-3x-5)$ es:

a) 22 b) –14 c) 20 d) –22

4. El límite de la función $f(x) = 5$ cuando x tiende a –3 es:

a) –3 b) 3 c) 4 d) 5

5. Considerando que $\lim_{x\to 3} f(x)=-6$ y $\lim_{x\to 3} g(x)=-2$. El valor de $\lim_{x\to 3}[f(x)\cdot g(x)]$, está dado por:

a) –8 b) 8 c) 12 d) –12

6. Considere que $\lim_{x\to 1} f(x)=4$ y $\lim_{x\to 1} g(x)=-10$. El valor de $\lim_{x\to 1}[5f(x)+2g(x)]$, está dado por:

a) 5 b) 4 c) –4 d) 0

7. Puesto que $\lim_{x\to -3} f(x)=-2$ y $\lim_{x\to -3} g(x)=4$. ¿Cuál es el valor que debe tomar k para que $\lim_{x\to -3}[3f(x)+kg(x)]=2$?

a) 2 b) –3 c) 4 d) –2

8. Si $\lim_{x\to 1} f(x)=-5$ y $\lim_{x\to 1} g(x)=\frac{1}{2}$. El valor de $\lim_{x\to 1}[f(x)+2g(x)]$ es:

a) 4 b) –4 c) 1 d) 2

9. Para $\lim_{x\to 5} f(x)=\frac{2}{3}$ y $\lim_{x\to 5} g(x)=-\frac{1}{4}$. El valor de $12\lim_{x\to 5}[f(x)\cdot g(x)]$ es:

a) –4 b) 2 c) –2 d) 4

10. ¿Cuál es el valor de $\lim_{x\to -4}[6f(x)-4g(x)]$ si $\lim_{x\to -4} f(x)=3$ y $\lim_{x\to -4} g(x)=2$?

a) 6 b) 10 c) –10 d) –6

11. Si $\lim_{x\to -10}\left[3kf(x)-2kg(x)\right]=-10$. ¿Cuál es el valor de k si $\lim_{x\to -10} f(x)=-10$ y $\lim_{x\to -10} g(x)=-10$?

a) –1 b) 3 c) –3 d) 1

2 Resuelve los siguientes reactivos:

12. El valor de $\lim_{x\to -4}\frac{x^2-x-20}{x^2-16}$, está dado por:

a) 8 b) –8 c) $\frac{9}{8}$ d) $-\frac{1}{8}$

13. El valor $\lim_{x\to 0}\frac{2x^2-5x}{x}$ es:

a) –5 b) 5 c) $\frac{1}{5}$ d) $-\frac{1}{5}$

14. El valor $\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{x^2+5x+6}$, de:

a) –1 b) –5 c) 1 d) 5

15. El valor de $\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+1}$, está dado por:

a) –2 b) 2 c) 1 d) –1

16. El valor de $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-3x}{x}$ es:

a) –3 b) 3 c) 2 d) –1

17. El valor de $\lim_{x\to 5}\frac{x-5}{x^2-25}$, está dado por:

a) $\frac{1}{5}$ b) $-\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{10}$ d) $-\frac{1}{10}$

18. El valor de $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-5x^3}{x^2}$ es:

a) 0 b) 1 c) –1 d) ∞

19. El valor del límite $\lim_{x\to 4}\left(\frac{x^3-64}{x^2-16}\right)$ es:

a) 6 b) 4 c) –2 d) –4

20. El valor de $\lim_{x\to \infty}\frac{3x^2-5x}{2x+3}$ es:

a) 0 b) ∞ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{5}{3}$

21. El valor de $\lim_{x\to \infty}\frac{3x^2-5x}{x^3-2x^2-3}$ es:

a) ∞ b) 0 c) 3 d) –5

Unidad 16 La derivada

Unidad 17 La integral

Objetivo: el estudiante obtendrá la derivada de una función aplicando la definición, asimismo, las reglas de derivación y aplicará la derivada para la obtención de los máximos y mínimos de una función.

Definición de derivada y sus notaciones

▼ Definición de derivada

La *derivada de una función* $y = f(x)$ se define como el límite de la razón del incremento de la función sobre el incremento de la variable independiente y se denota como:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

➤ Notación de la derivada

Diversas notaciones para expresar la derivada de una función $y = f(x)$ son:

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = D_x y$$

Ejemplos de reactivos

1. La derivada de la función $y = 3x + 2$ es:

a) $y' = 2$ b) $y' = 3$ c) $y' = -2$ d) $y' = -3$

Solución:

Se aplica la definición de la derivada:

$$y = 3x + 2 \quad \rightarrow \quad y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{[3(x+\Delta x)+2]-[3x+2]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{[3x+3\Delta x+2]-[3x+2]}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3x+3\Delta x+2-3x-2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3\Delta x}{\Delta x}$$

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} 3 = 3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La derivada de la función $f(x) = 2x + 1$ es:

a) $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta x}$ b) $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2+\Delta x}{\Delta x}$ c) $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2\Delta x}{\Delta x}$ d) $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x - 2}{\Delta x}$

Solución:
Se aplica la definición de la derivada:

$$f(x) = 2x + 1 \quad \rightarrow \quad f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{[2(x+\Delta x)+1]-[2x+1]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{[2x+2\Delta x+1]-[2x+1]}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x+2\Delta x+1-2x-1}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2\Delta x}{\Delta x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 4 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Obtención de derivadas

▼ Derivadas de funciones algebraicas

➤ Reglas para determinar la derivada de una función algebraica

1) $\frac{d}{dx}(c) = 0$

2) $\frac{d}{dx}(x) = 1$

3) $\frac{d}{dx}(cx) = c$

4) $\frac{d}{dx}(cv) = c\frac{dv}{dx}$

5) $\frac{d}{dx}(u+v-w) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} - \frac{dw}{dx}$

6) $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$

7) $\frac{d}{dx}(v^n) = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$

8) $\frac{d}{dx}(\sqrt{v}) = \frac{1}{2\sqrt{v}}\frac{dv}{dx}$

9) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

10) $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

11) $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

Donde c: constante; x, u, v y w: variables.

Ejemplos de reactivos

1. La derivada de la función $y = x^3 + 5x^2 - 4x + 7$, es:

a) $3x^2 + 5x - 4$ b) $3x^2 + 10x + 7$ c) $3x^2 + 5x + 7$ d) $3x^2 + 10x - 4$

Solución:
Al aplicar las fórmulas.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 + 5x^2 - 4x + 7) = \frac{d}{dx}(x^3) + \frac{d}{dx}(5x^2) - \frac{d}{dx}(4x) + \frac{d}{dx}(7) = \frac{d}{dx}(x^3) + 5\frac{d}{dx}(x^2) - 4\frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(7)$$

$$= 3x^{3-1} + 5(2x^{2-1}) - 4(1) + 0$$

$$= 3x^2 + 5(2x) - 4$$

$$= 3x^2 + 10x - 4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. La derivada de la función $f(x)=\sqrt[5]{x^3}$ es:

a) $\frac{5}{3}x^{\frac{2}{5}}$ b) $\frac{3}{5}x^{\frac{2}{5}}$ c) $\frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}$ d) $\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{5}}$

Solución:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}(\sqrt[5]{x^3})=\frac{d}{dx}\left(x^{\frac{3}{5}}\right)=\frac{3}{5}x^{\frac{3}{5}-1}=\frac{3}{5}x^{\frac{3-5}{5}}=\frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. La derivada de la función $y=\frac{3}{x^2}$ es:

a) $\frac{3}{2x}$ b) $\frac{6}{x^3}$ c) $-\frac{3}{2x}$ d) $-\frac{6}{x^3}$

Solución:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}\left(\frac{3}{x^2}\right)=\frac{d}{dx}(3x^{-2})=3\,\frac{d}{dx}(x^{-2})=3(-2x^{-2-1})=-6x^{-3}=-6\left(\frac{1}{x^3}\right)=-\frac{6}{x^3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. La derivada de la función $y=\frac{1}{2}x^3+\frac{4}{3}x^2+\sqrt{x}-5x+2$ es:

a) $\frac{3}{2}x^2+\frac{8}{3}x+\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}-5$ b) $\frac{3}{2}x^2+\frac{8}{3}x+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}-5$

c) $\frac{3}{6}x^2+\frac{8}{6}x+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+5$ d) $\frac{3}{2}x^2+\frac{8}{3}x-\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+5$

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^3+\frac{4}{3}x^2+\sqrt{x}-5x+2\right)&=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^3\right)+\frac{d}{dx}\left(\frac{4}{3}x^2\right)+\frac{d}{dx}(x^{\frac{1}{2}})-\frac{d}{dx}(5x)+\frac{d}{dx}(2)\\&=\frac{1}{2}\frac{d}{dx}(x^3)+\frac{4}{3}\frac{d}{dx}(x^2)+\frac{d}{dx}(x^{\frac{1}{2}})-5\frac{d}{dx}(x)+\frac{d}{dx}(2)\\&=\frac{1}{2}(3x^{3-1})+\frac{4}{3}(2x^{2-1})+\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}-5(1)+0\\&=\frac{1}{2}(3x^2)+\frac{4}{3}(2x^1)+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}-5\\&=\frac{3}{2}x^2+\frac{8}{3}x+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}-5\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

5. La derivada de la función $y=(3x^5+2)^4$ es:

a) $60x^4(3x^5+2)^3$ b) $4(15x^4+2)^3$ c) $60x(3x^5+2)^3$ d) $4x^4(3x^5+2)^3$

Solución:

Se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}(v^n)=nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$, entonces:

$$y=(3x^5+2)^4 \quad\rightarrow\quad \frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}(3x^5+2)^4=4(3x^5+2)^{4-1}\frac{d}{dx}(3x^5+2)=4(3x^5+2)^3(15x^4)=60x^4(3x^5+2)^3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

6. La derivada de la función $f(x) = (x^2 + 1)(3x^3 + 2)$ es:

a) $x(15x^3 - 9x + 4)$ b) $x(15x^3 - 9x - 4)$ c) $x(15x^3 + 9x + 4)$ d) $3x(5x^3 + 3x + 1)$

Solución:

Se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$,

$$f(x) = (x^2 + 1)(3x^3 + 2) \quad \rightarrow \quad f'(x) = (x^2 + 1)\frac{d}{dx}(3x^3 + 2) + (3x^3 + 2)\frac{d}{dx}(x^2 + 1)$$

$$f'(x) = (x^2 + 1)(9x^2) + (3x^3 + 2)(2x)$$

$$f'(x) = 9x^4 + 9x^2 + 6x^4 + 4x$$

$$f'(x) = 15x^4 + 9x^2 + 4x$$

$$f'(x) = x(15x^3 + 9x + 4)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

7. La derivada de la función $f(x) = \frac{3x+1}{2x-5}$ es:

a) $\frac{-17}{(2x-5)^2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{17}{(2x-5)^2}$ d) $\frac{-17}{(3x+1)^2}$

Solución:

Se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$,

$$f(x) = \frac{3x+1}{2x-5} \quad \rightarrow \quad f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{3x+1}{2x-5}\right) = \frac{(2x-5)\frac{d}{dx}(3x+1) - (3x+1)\frac{d}{dx}(2x-5)}{(2x-5)^2} = \frac{(2x-5)(3) - (3x+1)(2)}{(2x-5)^2}$$

$$= \frac{6x - 15 - (6x + 2)}{(2x-5)^2}$$

$$= \frac{6x - 15 - 6x - 2}{(2x-5)^2}$$

$$= \frac{-17}{(2x-5)^2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Derivadas de funciones trigonométricas

Reglas para determinar la derivada de una función trigonométrica

1) $\frac{d}{dx}\operatorname{sen} v = \cos v \frac{dv}{dx}$

2) $\frac{d}{dx}\cos v = -\operatorname{sen} v \frac{dv}{dx}$

3) $\frac{d}{dx}\tan v = \sec^2 v \frac{dv}{dx}$

4) $\frac{d}{dx}\cot v = -\csc^2 v \frac{dv}{dx}$

5) $\frac{d}{dx}\sec v = \sec v \tan v \frac{dv}{dx}$

6) $\frac{d}{dx}\csc v = -\csc v \cot v \frac{dv}{dx}$

Ejemplos de reactivos

1. La derivada de la función $y = \text{sen } 3x$ es:

a) $3 \cos 3x$ b) $3 \text{ sen } 3x$ c) $\cos 3x$ d) $-\text{sen } 3x$

Solución:

$$y = \text{sen } 3x \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\text{sen } 3x) = \cos 3x \frac{d}{dx}(3x) = (\cos 3x)(3) = 3 \cos 3x$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. La derivada de la función $f(x) = \cos x^2$ es:

a) $-\text{sen } x^2$ b) $-\cos 2x$ c) $-2x \text{ sen } x^2$ d) $2x \cos 2x$

Solución:

$$f(x) = \cos x^2 \quad \rightarrow \quad f'(x) = \frac{d}{dx}(\cos x^2) = -\text{sen } x^2 \frac{d}{dx}(x^2) = (-\text{sen } x^2)(2x) = -2x \text{ sen } x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. La derivada de $y = \tan(3x^2 + 2x)$ es:

a) $\sec^2(3x^2 + 2x)$ b) $\tan(6x + 2)$ c) $\sec^2(6x + 2)$ d) $(6x + 2) \cdot \sec^2(3x^2 + 2x)$

Solución:

$$y = \tan(3x^2 + 2x) \quad \rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}\left[\tan(3x^2 + 2x)\right] = \sec^2(3x^2 + 2x)\frac{d}{dx}(3x^2 + 2x)$$

$$= \sec^2(3x^2 + 2x)(6x + 2)$$

$$= (6x + 2) \cdot \sec^2(3x^2 + 2x)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. La derivada de $y = \text{sen}^3 5x$ es:

a) $3 \text{ sen}^2 5x$ b) $15 \text{ sen}^2 5x \cos 5x$ c) $15 \text{ sen}^2 5x$ d) $3 \text{ sen } 5x \cos 5x$

Solución:

La función $y = \text{sen}^3 5x$ es equivalente a $y = (\text{sen } 5x)^3$, se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}(v^n) = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$,

$$y = (\text{sen } 5x)^3 \quad \rightarrow \quad y' = 3(\text{sen } 5x)^{3-1}\frac{d}{dx}(\text{sen } 5x) = 3(\text{sen } 5x)^2 \frac{d}{dx}(\text{sen } 5x)$$

Para la nueva derivada se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}\text{sen } v = \cos v \frac{dv}{dx}$

$$y' = 3(\text{sen } 5x)^2 \frac{d}{dx}(\text{sen } 5x) = 3(\text{sen } 5x)^2(\cos 5x)\frac{d}{dx}(5x)$$

$$= 3(\text{sen } 5x)^2(\cos 5x)(5)$$

$$= 15 \text{ sen}^2 5x \cos 5x$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

5. La derivada de $y = x^2 \cos x$ es:

a) $2x \cos x$ c) $x(2 \cos x - x \text{ sen } x)$

b) $x(x \cos x - 2 \text{ sen } x)$ d) $2x \text{ sen } x$

Solución:

Se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}(uv)=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$

$$y = x^2 \cos x \quad \rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}(x^2 \cos x) = x^2 \frac{d}{dx}(\cos x) + \cos x \frac{d}{dx}(x^2)$$
$$= x^2(-\text{sen } x) + \cos x\,(2x)$$
$$= -x^2 \text{ sen } x + 2x \cos x$$
$$= x(2 \cos x - x \text{ sen } x)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Derivadas de funciones exponenciales y logarítmicas

➤ Reglas para determinar la derivada de una función exponencial

$\frac{d}{dx}e^v = e^v \cdot \frac{dv}{dx}$ $\qquad \frac{d}{dx}a^v = a^v \ln a \cdot \frac{dv}{dx}$ donde e: base del logaritmo natural; a: constante; v: variable

➤ Reglas para determinar la derivada de una función logarítmica

$$\frac{d}{dx}\ln v = \frac{1}{v}\cdot\frac{dv}{dx} \qquad \frac{d}{dx}\log_b v = \frac{\log_b e}{v}\cdot\frac{dv}{dx}$$

Ejemplos de reactivos

1. La derivada de $y = e^{2x}$ es:

a) e^{2x} b) $2x\,e^{2x}$ c) $2\,e^{2x}$ d) $2\,e^x$

Solución:

Se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}e^v = e^v \cdot \frac{dv}{dx}$

$$y = e^{2x} \quad \rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}(e^{2x}) = e^{2x}\frac{d}{dx}(2x) = e^{2x}(2) = 2\,e^{2x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La derivada de $y = 2^{3x^2-1}$ es:

a) $2^{3x^2-1}\ln 2$ b) $2^{3x^2-1}(6x)$ c) $2^{6x}\ln 2$ d) $2^{3x^2-1}\ln 2\,(6x)$

Solución:

Se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}a^v = a^v \ln a \cdot \frac{dv}{dx}$

$$y = 2^{3x^2-1} \quad \rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}(2^{3x^2-1}) = 2^{3x^2-1}\ln 2\,\frac{d}{dx}(3x^2-1) = 2^{3x^2-1}\ln 2\,(6x)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La derivada de $y = \ln(x^3 - 2)$ es:

a) $\frac{3x^2}{x^3-2}$ b) $\frac{1}{x^3-2}$ c) $\frac{3x}{x^3-2}$ d) $\frac{x^2}{x^3-2}$

Solución:

$$y = \ln(x^3 - 2) \quad \rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}\ln(x^3-2) = \frac{1}{x^3-2}\cdot\frac{d}{dx}(x^3-2) = \frac{1}{x^3-2}\cdot(3x^2) = \frac{3x^2}{x^3-2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. La derivada de $y = e^x$ sen x es:

a) $e^x(\cos x - \text{sen } x)$ b) $e^x \cos x$ c) $e^x(\cos x + \text{sen } x)$ d) e^x sen x

Solución:

Se aplica la fórmula $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$,

$$y = e^x \text{ sen } x \quad \rightarrow \quad y' = e^x \frac{d}{dx}(\text{sen } x) + \text{sen } x \frac{d}{dx}(e^x) = e^x(\cos x) + \text{sen } x\,(e^x)$$
$$= e^x \cos x + e^x \text{ sen } x$$
$$= e^x(\cos x + \text{sen } x)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 5 a 39 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Regla de la cadena

Sea la función $y = g(u)$ y $u = f(x)$, entonces la derivada $\frac{dy}{dx}$, se define como:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

Ejemplos de reactivos

1. Si $y = u^3 + 5u$, $u = x^2 + 3x$, la derivada $\frac{dy}{dx}$, es igual a:

a) $(3u^2 + 5)(2x + 3)$ b) $(u^3 + 5u)(2x + 3)$ c) $3u^2(2x + 3)$ d) $(3u^2 + 5)(x^2 + 3x)$

Solución:

Se aplica la regla de la cadena:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

Donde:

$$\frac{dy}{du} = \frac{d}{du}(u^3 + 5u) = 3u^2 + 5 \qquad \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2 + 3x) = 2x + 3$$

Entonces:

$$\frac{dy}{dx} = (3u^2 + 5)(2x + 3)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. La derivada de $y = \text{sen } x^2$ es:

a) $2x \cos x^2$ b) $2 \cos x^2$ c) $\cos 2x$ d) x sen $2x$

Solución:
La función se representa como: $y = \text{sen}\ u$ donde $u = x^2$, se aplica la regla de la cadena:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{d}{du}(\text{sen}\ u) \cdot \frac{d}{dx}(x^2) = \cos u \cdot 2x = 2x \cos u$$

Pero $u = x^2$, entonces:

$$\frac{dy}{dx} = 2x \cos x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. La derivada de $y = (x^2 + 5x)^3$ es:

a) $3(x^2 + 5x)^2$ b) $(2x + 5)(x^2 + 5x)^2$ c) $(x^2 + 5x)^2$ d) $(6x + 15)(x^2 + 5x)^2$

Solución:
La función se representa, $y = u^3$ donde $u = x^2 + 5x$, se aplica la regla de la cadena:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{d}{du}(u^3) \cdot \frac{d}{dx}(x^2 + 5x) = 3u^2(2x + 5) = (6x + 15)\, u^2$$

Pero $u = x^2 + 5x$, entonces:

$$\frac{dy}{dx} = (6x + 15)(x^2 + 5x)^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 40 a 43 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Derivada de funciones implícitas

Para derivar una función implícita se utiliza la siguiente fórmula:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)}, \text{ con } F_y(x, y) \neq 0$$

Donde:

$F_x(x, y)$: derivada de la función respecto de x
$F_y(x, y)$: derivada de la función respecto de y

Ejemplos de reactivos

1. Determina $\frac{dy}{dx}$ de la función implícita $x^2 + y^2 = 4$.

a) $-\frac{x}{y}$ b) $-\frac{2x}{y}$ c) $-\frac{x}{2y}$ d) $\frac{x}{y}$

Solución:
La expresión se iguala con cero: $x^2 + y^2 - 4 = 0$.

Para obtener $F_x(x, y)$, se deriva la ecuación respecto de x y se toma como constante a y, entonces:

$$F_x(x, y) = \frac{d}{dx}(x^2 + y^2 - 4) = 2x$$

Para obtener $F_y(x, y)$, se deriva la ecuación respecto de y y se toma como constante a x, entonces:

$$F_y(x, y) = \frac{d}{dx}(x^2 + y^2 - 4) = 2y$$

Por consiguiente:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)} = -\frac{2x}{2y} = -\frac{x}{y}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Dada la función implícita $x^3 + 3x^2y - xy^2 + y^3 = 0$, determina $\frac{dy}{dx}$.

a) $\frac{3x^2+6xy-y^2}{3x^2-2xy+3y^2}$ b) $-\frac{3x^2+6xy-y^2}{3x^2-2xy+3y^2}$ c) $\frac{3x^2-6xy+y^2}{3x^2-2xy-3y^2}$ d) $-\frac{3x^2-2xy+3y^2}{3x^2+6xy-y^2}$

Solución:
Para obtener $F_x(x, y)$, se deriva la ecuación respecto de x y se toma como constante a y, entonces:

$$F_x(x, y) = 3x^2 + 6xy - y^2$$

Para obtener $F_y(x, y)$, se deriva la ecuación respecto de y y se toma como constante a x, entonces:

$$F_y(x, y) = 3x^2 - 2xy + 3y^2$$

Por consiguiente:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)} = -\frac{3x^2+6xy-y^2}{3x^2-2xy+3y^2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Obten y' de la siguiente función implícita: $x^2 + xy - y^2 = 4$.

a) $\frac{2y-x}{2x+y}$ b) $\frac{2x-y}{2y-x}$ c) $\frac{-2x+y}{2y-x}$ d) $\frac{2x+y}{2y-x}$

Solución:
Para obtener la derivada de una función implícita se derivan término a término los elementos de la igualdad respecto de la variable que se indica y se despeja la derivada.

$$x^2 + xy - y^2 = 4 \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dx}(x^2+xy-y^2) = \frac{d}{dx}(4)$$

$$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(xy) - \frac{d}{dx}(y^2) = \frac{d}{dx}(4)$$

$$2x + \left(x\frac{dy}{dx} + y\frac{dx}{dx}\right) - 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

Pero $\frac{dy}{dx} = y'$, entonces: $2x + xy' + y - 2yy' = 0$

Se despeja y': $y'(x - 2y) = -2x - y$

$$y' = \frac{-2x-y}{x-2y} \quad \text{o} \quad y' = \frac{2x+y}{2y-x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 44 a 47 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Derivadas sucesivas de una función

Sea $y = f(x)$, entonces:

primera derivada	$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$
segunda derivada	$y'' = f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$
tercera derivada	$y''' = f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3}$
⋮	
n-ésima derivada	$y^n = f^n(x) = \frac{d^ny}{dx^n}$

Ejemplos de reactivos

1. Si $y = x^3 + 4x^2 - 5x + 7$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ es:

a) $3x^2 + 8x - 5$ b) $x^3 + 4x^2 - 5x + 7$ c) $6x + 8$ d) 6

Solución:
Se obtiene la primera derivada:

$$\text{Si } y = x^3 + 4x^2 - 5x + 7 \qquad \text{entonces,} \qquad \frac{dy}{dx} = 3x^2 + 8x - 5$$

Para obtener la segunda derivada, se deriva la primera derivada:

$$\text{Si } \frac{dy}{dx} = 3x^2 + 8x - 5 \qquad \text{entonces,} \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(3x^2 + 8x - 5) = 6x + 8$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Si $f(x) = \cos x^2$, la segunda derivada de $f(x)$ es:

a) $-2x \operatorname{sen} x^2$ b) $-4x^2 \operatorname{sen} x^2 - 2\cos x^2$ c) $-4x^2 \cos x^2 + 2 \operatorname{sen} x^2$ d) $-4x^2 \cos x^2 - 2 \operatorname{sen} x^2$

Solución:
Se obtiene la primera derivada:

$$f(x) = \cos x^2 \quad \rightarrow \quad f'(x) = \frac{d}{dx}(\cos x^2) = -\operatorname{sen} x^2 \frac{d}{dx}(x^2) = (-\operatorname{sen} x^2)(2x) = -2x \operatorname{sen} x^2$$

Se obtiene la segunda derivada:

$$f'(x) = -2x \operatorname{sen} x^2 \quad \rightarrow \quad f''(x) = \frac{d}{dx}(-2x \operatorname{sen} x^2) = -2x\frac{d}{dx}(\operatorname{sen} x^2) + \operatorname{sen} x^2 \frac{d}{dx}(-2x)$$
$$= -2x(\cos x^2)\frac{d}{dx}(x^2) + \operatorname{sen} x^2(-2)$$
$$= -2x(\cos x^2)(2x) + \operatorname{sen} x^2(-2)$$
$$= -4x^2 \cos x^2 - 2 \operatorname{sen} x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La tercera derivada de $y = e^x \text{ sen } x$ es:

a) $e^x(\cos x + \text{sen } x)$ b) $2e^x(\cos x - \text{sen } x)$ c) $2e^x(\cos x + \text{sen } x)$ d) $e^x(\cos x - \text{sen } x)$

Solución:
Se obtiene la primera derivada de la función:

$$y = e^x \text{ sen } x \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(e^x \text{sen } x) = e^x \frac{d}{dx}(\text{sen } x) + \text{sen } x \frac{d}{dx}(e^x)$$
$$= e^x \cos x + \text{sen } x\,(e^x)$$
$$= e^x \cos x + e^x \text{ sen } x$$
$$= e^x(\cos x + \text{sen } x)$$

Para obtener la segunda derivada, se deriva la primera derivada:

$$\frac{dy}{dx} = e^x(\cos x + \text{sen } x) \quad \rightarrow \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left[e^x(\cos x + \text{sen } x)\right]$$
$$= e^x \frac{d}{dx}(\cos x + \text{sen } x) + (\cos x + \text{sen } x)\frac{d}{dx}(e^x)$$
$$= e^x(-\text{sen } x + \cos x) + (\cos x + \text{sen } x)(e^x)$$
$$= -e^x \text{ sen } x + e^x \cos x + e^x \cos x + e^x \text{ sen } x$$
$$= 2e^x \cos x$$

Para obtener la tercera derivada, se deriva la segunda derivada:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2e^x \cos x \quad \rightarrow \quad \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d}{dx}(2\, e^x \cos x) = 2\, e^x \frac{d}{dx}(\cos x) + \cos x \frac{d}{dx}(2\, e^x)$$
$$= 2\, e^x\,(-\text{sen } x) + \cos x(2e^x)$$
$$= -2\, e^x \text{ sen } x + 2e^x \cos x$$
$$= 2\, e^x(\cos x - \text{sen } x)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 48 a 52 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Interpretación física y geométrica

▼ Interpretación física

➤ Velocidad instantánea

Sea $S = f(t)$ la función que describe la posición de una partícula con respecto al tiempo; la velocidad instantánea de la partícula en el instante t se define como:

$$v = f'(t) \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{ds}{dt}$$

➤ Aceleración instantánea

Sea $S = f(t)$ la función que describe la posición de una partícula con respecto al tiempo, la aceleración instantánea de la partícula en el instante t es:

$$a = f''(t) \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

Ejemplos de reactivos

1. Una partícula se mueve conforme a la curva $S = t^3 - 9t^2 + 24t + 2$, las funciones que describen la velocidad y la aceleración instantáneas son:

a) $v = 6t - 18,\ a = 3t^2 - 18t + 24$

b) $v = 3t^2 + 18t,\ a = 6t + 18$

c) $v = 3t^2 - 18t,\ a = 6t^2$

d) $v = 3t^2 - 18t + 24,\ a = 6t - 18$

Solución:
Se obtienen la primera y segunda derivadas de la función $S = t^3 - 9t^2 + 24t + 2$

$$v = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 18t + 24 \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = 6t - 18$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. La posición de una partícula está dada por $S = t^3 - 4t^2 + 5t$, donde S está en metros y t en segundos, la velocidad instantánea a los 3 segundos es:

a) 6 m/s b) 8 m/s c) 4 m/s d) 5 m/s

Solución:
Se deriva la función desplazamiento para obtener la función velocidad:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3 - 4t^2 + 5t) = 3t^2 - 8t + 5$$

Se evalúa $t = 3$ s en la derivada:

$$v = 3(3)^2 - 8(3) + 5 = 3(9) - 24 + 5 = 27 - 24 + 5 = 8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Una partícula se mueve de acuerdo con la función $S = 2t^3 - t^2 - 3$, donde S está dada en metros y t en segundos, determinar la aceleración instantánea cuando $t = 2$ s.

a) 9 m/s² b) 20 m/s² c) 22 m/s² d) 24 m/s²

Solución:
Se obtiene la segunda derivada de la función $S = 2t^3 - t^2 - 3$:

$$\frac{ds}{dt} = 6t^2 - 2t \qquad \rightarrow \qquad a = \frac{d^2s}{dt^2} = 12t - 2$$

Se evalúa $t = 2$ s en la segunda derivada:

$$a = 12(2) - 2 = 24 - 2 = 22 \text{ m/s}^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

4. La posición de una partícula está dada por la función $s = t^3 - 6t^2 + 12t + 5$. ¿En qué instante la aceleración es cero?

a) 1 s b) 2 s c) 3 s d) 4 s

Solución:
Se obtiene la aceleración:

$$v = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 12t + 12 \qquad a = \frac{dv}{dt} = 6t - 12$$

Se iguala la aceleración con cero y se resuelve la ecuación:

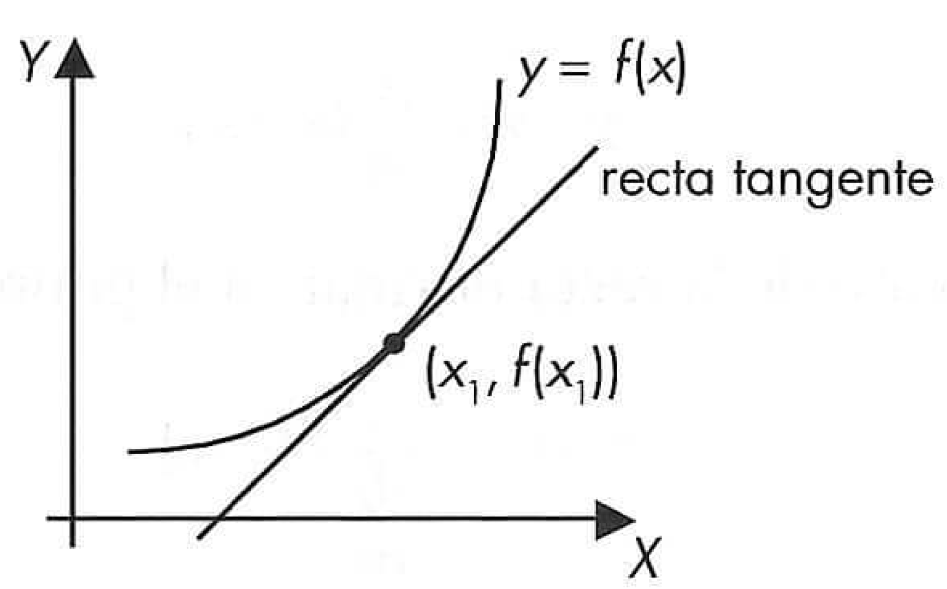
$$6t - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad t = 2 \text{ s}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Resuelve los reactivos 53 a 71 correspondientes al ejercicio 6 de esta unidad.

▼ Interpretación geométrica

La derivada de una función $y = f(x)$ evaluada en un punto de la curva es igual a la pendiente de la recta tangente en ese punto.



Si $y = f(x)$, entonces la pendiente de la recta tangente en el punto $(x_1, f(x_1))$ es:

$$m = f'(x_1)$$

Ejemplos de reactivos

1. La pendiente de la recta tangente a la curva $y = x^2 + 5x$ en el punto $(-1, -4)$ es:

a) 7 b) 3 c) −10 d) −4

Solución:
Se obtiene la derivada de la función:

$$y = x^2 + 5x \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 2x + 5$$

La pendiente de la recta tangente es:

$$m = \frac{dy}{dx} = 2x + 5$$

Se evalúa la derivada en el punto $(-1, -4)$

$$m = 2(-1) + 5 = -2 + 5 = 3$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La pendiente de la recta tangente a la curva $y = \cos x$, en el punto $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ es:

a) 1 b) 2 c) −2 d) −1

Solución:
Se obtiene la derivada de la función $y = \cos x$

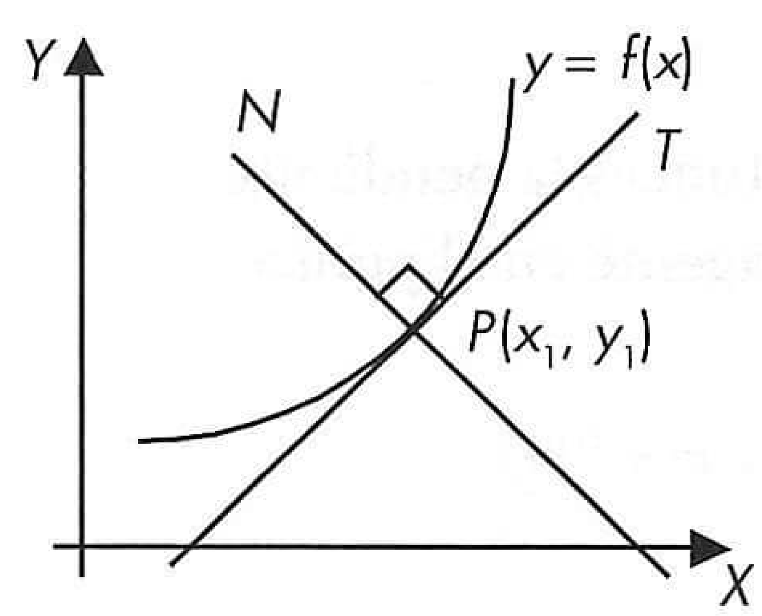
$$y' = \frac{d}{dx}(\cos x) = -\text{sen } x$$

Se evalúa la derivada en el punto $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Ecuaciones de la tangente y la normal a una curva



La ecuación de la recta tangente en el punto (x_1, y_1) es:

$$y - y_1 = \frac{dy}{dx}(x - x_1)$$

La ecuación de la recta normal en el punto (x_1, y_1) es:

$$y - y_1 = -\frac{1}{\frac{dy}{dx}}(x - x_1)$$

Donde T: recta tangente y N: recta normal

Ejemplo de reactivo

Las ecuaciones de la recta tangente y normal a la curva $y = x^2 + 3x$ en el punto (1, 4) son:

a) $5x - y - 1 = 0$, $x + 5y - 21 = 0$
b) $5x + y - 1 = 0$, $x - 5y + 21 = 0$
c) $5x + y + 1 = 0$, $x - 5y - 21 = 0$
d) $-5x + y - 1 = 0$, $-x + 5y - 21 = 0$

Solución:
Se obtiene la derivada de la función $y = x^2 + 3x$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 3$$

Se evalúa la derivada en el punto (1, 4):

$$\frac{dy}{dx} = 2(1) + 3 = 2 + 3 = 5$$

La ecuación de la recta tangente en el punto (1, 4) es:

$$y - y_1 = \frac{dy}{dx}(x - x_1) \quad \rightarrow \quad y - 4 = 5(x - 1) \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} y - 4 &= 5x - 5 \\ 5x - y - 5 + 4 &= 0 \\ 5x - y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

La ecuación de la recta normal en el punto (1, 4) es:

$$y - y_1 = -\frac{1}{\frac{dy}{dx}}(x - x_1) \quad \rightarrow \quad y - 4 = -\frac{1}{5}(x - 1) \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 5(y-4) &= -1(x-1) \\ 5y - 20 &= -x + 1 \\ x + 5y - 20 - 1 &= 0 \\ x + 5y - 21 &= 0 \end{aligned}$$

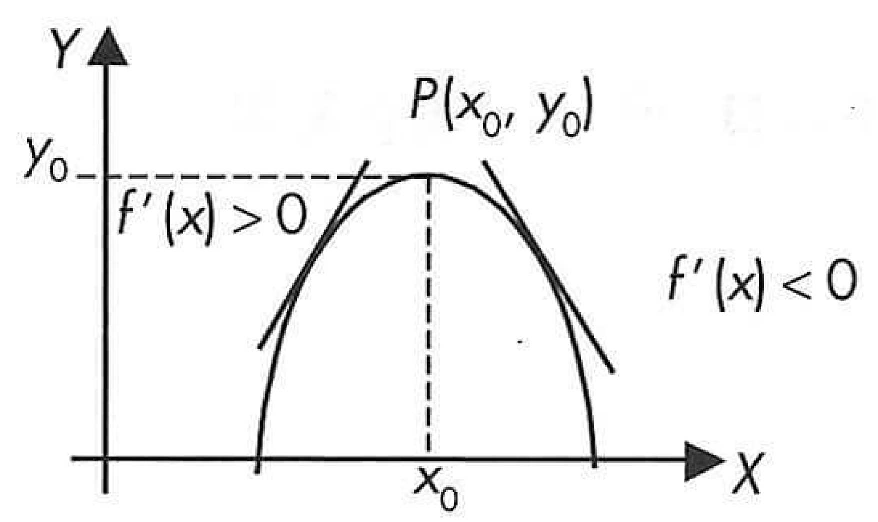
Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 72 a 73 correspondientes al ejercicio 7 de esta unidad.

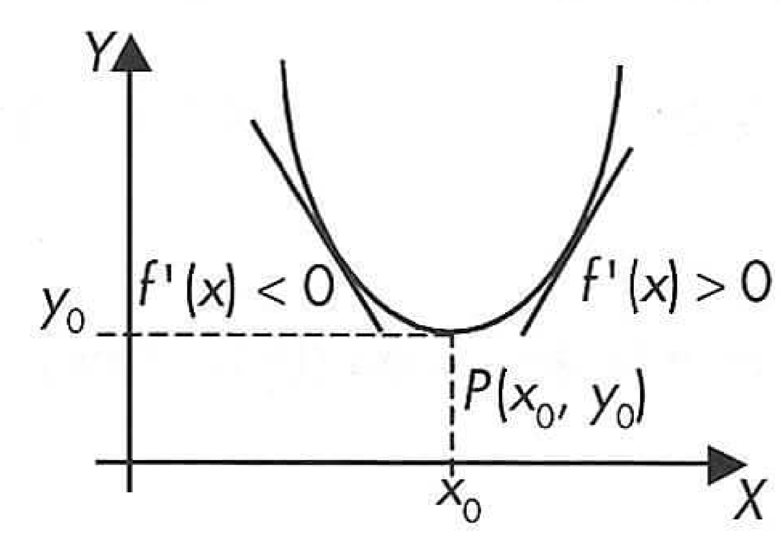
Máximos y mínimos relativos de una función

Criterio de la primera derivada

1) La función $y = f(x)$ tiene un punto máximo en (x_0, y_0) si $f'(x_0) = 0$, y antes del punto la derivada es positiva y después del punto la derivada es negativa.

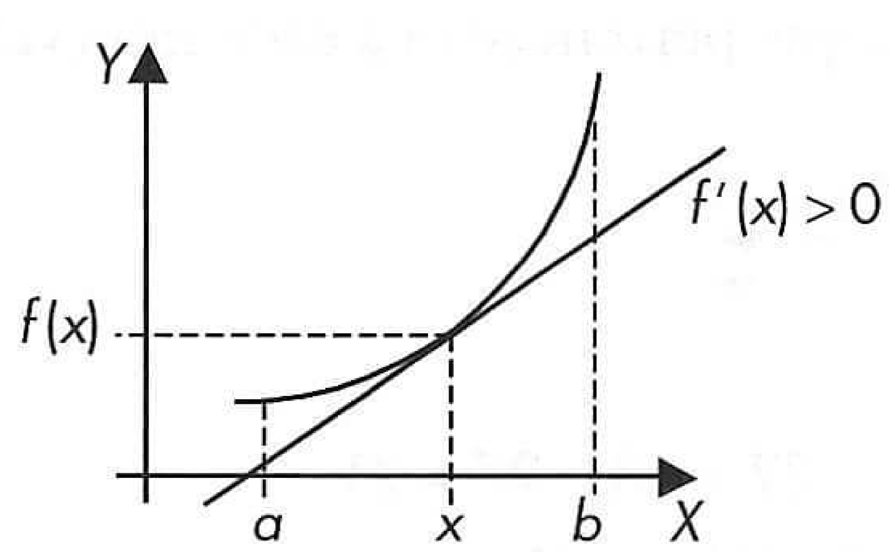


2) La función $y = f(x)$ tiene un punto mínimo en (x_0, y_0) si $f'(x_0) = 0$, y antes del punto la derivada es negativa y después del punto la derivada es positiva.

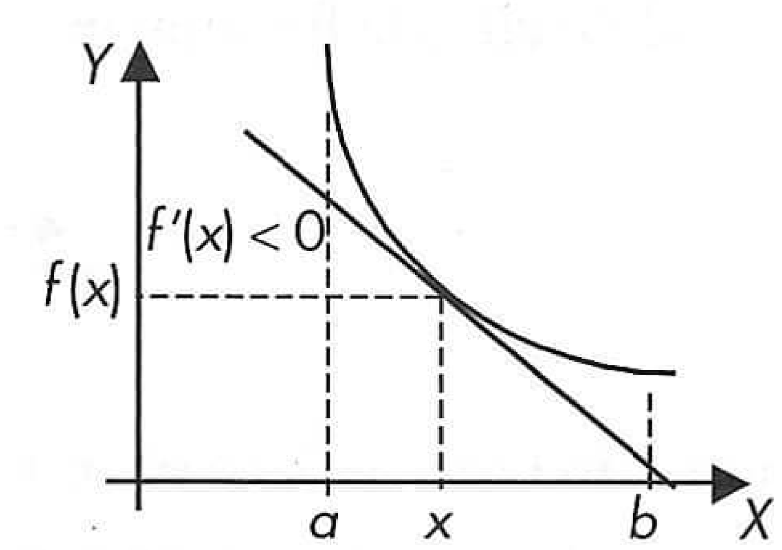


Intervalos donde crece y decrece una función

1) La función $y = f(x)$ es creciente en el intervalo (a, b) si $f'(x) > 0$ para todo $x \in (a, b)$.



2) La función $y = f(x)$ es decreciente en el intervalo (a, b) si $f'(x) < 0$ para todo $x \in (a, b)$.



Ejemplos de reactivos

1. El punto mínimo de la función $f(x) = x^2 - 4x + 5$ es:

a) (−2, 17) b) (2, 1) c) (−2, 1) d) (2, 5)

Solución:

I. Se obtiene la derivada de la función:

$$f'(x) = 2x - 4$$

II. La derivada se iguala a cero y se resuelve la ecuación:

$$2x - 4 = 0 \qquad \rightarrow \qquad x = 2$$

III. La derivada se analiza para valores de x antes y después de $x = 2$

Si $x = 1$,

$$f'(1) = 2(1) - 4 = 2 - 4 = -2$$

Si $x = 3$,

$$f'(3) = 2(3) - 4 = 6 - 4 = 2$$

La derivada es negativa antes de $x = 2$ y positiva después de $x = 2$, entonces la función tiene un mínimo para $x = 2$.

IV. La ordenada se obtiene al sustituir $x = 2$ en la función $f(x) = x^2 - 4x + 5$

$$f(2) = (2)^2 - 4(2) + 5 = 4 - 8 + 5 = 9 - 8 = 1$$

se genera el punto (2, 1) el cual es un mínimo.

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La función $f(x) = x^3 - 27x$ es creciente en el intervalo:

a) $(-3, 3)$ b) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ c) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$ d) $[-3, 3]$

Solución:

I. Se obtiene la derivada de la función $f(x)$:

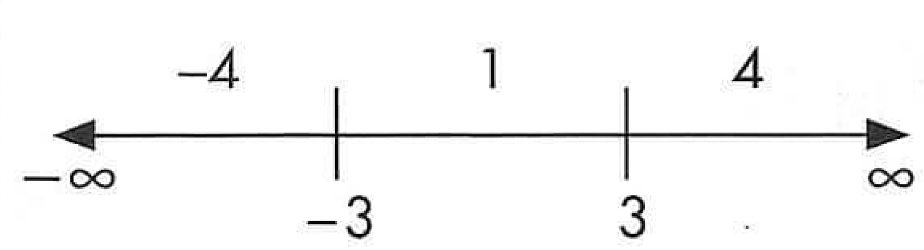
$$f'(x) = 3x^2 - 27$$

II. La derivada se iguala a cero y se resuelve la ecuación para obtener las abscisas de los puntos críticos:

$$3x^2 - 27 = 0 \qquad \rightarrow \qquad 3x^2 = 27 \qquad \rightarrow \qquad x^2 = 9$$

$$x = 3,\ x = -3$$

III. Los valores obtenidos se representan en la recta numérica y se analizan los intervalos para determinar en cuál de ellos la función es creciente, dando valores que pertenezcan a cada intervalo.



Para el intervalo $(-\infty, -3)$, se elige $x = -4$, $f'(-4) = 3(-4)^2 - 27 = 48 - 27 = 21$.
Para el intervalo $(-3, 3)$, se elige $x = 1$, $f'(1) = 3(1)^2 - 27 = 3 - 27 = -24$.
Para el intervalo $(3, \infty)$, se elige $x = 4$, $f'(4) = 3(4)^2 - 27 = 48 - 27 = 21$.

La solución está en aquellos intervalos en los que la derivada es positiva:

$$(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Criterio de la segunda derivada

- La función $y = f(x)$ tiene un mínimo en el punto (x_0, y_0) si $f'(x_0) = 0$ y $f''(x_0) > 0$.
- La función $y = f(x)$ tiene un máximo en el punto (x_0, y_0) si $f'(x_0) = 0$ y $f''(x_0) < 0$.

Ejemplo de reactivo

Los puntos máximos y mínimos de la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ son:

a) (−2, 19) y (1, −12) b) (−2, −19) y (1, 8) c) (2, −19) y (−1, 8) d) (2, 19) y (1, −8)

Solución:

I. Se obtiene la derivada de la función y se iguala con cero para obtener los puntos críticos:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 \quad \rightarrow \quad 6x^2 - 6x - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad (x-2)(x+1) = 0$$
$$x = 2,\ x = -1$$

II. Se obtiene la segunda derivada:

$$f''(x) = 12x - 6$$

Se evalúa la segunda derivada en los puntos críticos $x = 2$ y $x = -1$:

Si $x = 2$, $f''(2) = 12(2) - 6 = 24 - 6 = 18 > 0$, entonces la función tiene un mínimo en $x = 2$.
Si $x = -1$, $f''(-1) = 12(-1) - 6 = -12 - 6 = -18 < 0$, entonces la función tiene un máximo en $x = -1$.

III. Las ordenadas de los puntos críticos se obtienen sustituyendo en la función original los valores de $x = 2$ y $x = -1$:

Si $x = 2$, $f(2) = 2(2)^3 - 3(2)^2 - 12(2) + 1 = 16 - 12 - 24 + 1 = 17 - 36 = -19$,
se genera el punto mínimo (2, −19).
Si $x = -1$, $f(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 12(-1) + 1 = -2 - 3 + 12 + 1 = 13 - 5 = 8$,
se genera el punto máximo (−1, 8).

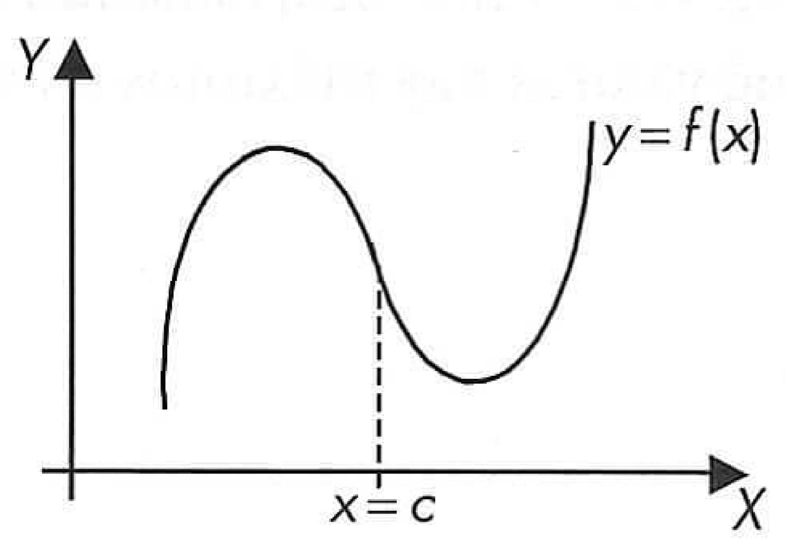
Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Concavidad y puntos de inflexión de una función

Concavidad

- Una función es cóncava hacia arriba en un intervalo (a, b) si para todo $x \in (a, b)$, $f''(x) > 0$.
- Una función es cóncava hacia abajo en un intervalo (a, b) si para todo $x \in (a, b)$, $f''(x) < 0$.

La función $y = f(x)$ tiene un punto de inflexión en el punto $(c, f(c))$ si $f''(c) = 0$ y existe cambio de concavidad.



Ejemplo de reactivo

El punto de inflexión de la función $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ es:

a) (2, 0) b) (1, 4) c) (3, 0) d) (2, 2)

Solución:

I. Se obtiene la segunda derivada de la función $y = x^3 - 6x^2 + 9x$:

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 \quad \rightarrow \quad y'' = 6x - 12$$

II. La segunda derivada se iguala a cero y se resuelve la ecuación:

$$6x - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2$$

III. La segunda derivada se analiza para valores de x antes y después de $x = 2$:

Si $x = 1$,

$$f''(1) = 6(1) - 12 = 6 - 12 = -6$$

Si $x = 3$,

$$f''(3) = 6(3) - 12 = 18 - 12 = 6$$

La segunda derivada cambió de – a +, la función tiene un punto de inflexión en $x = 2$.

IV. Se obtiene la ordenada de $x = 2$ en la función original:

$$f(2) = (2)^3 - 6(2)^2 + 9(2) = 8 - 24 + 18 = 26 - 24 = 2$$

por consiguiente, el punto de inflexión tiene coordenadas (2, 2).

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 74 a 85 correspondientes al ejercicio 8 de esta unidad.

Problemas de optimización

Los pasos para obtener los máximos y mínimos de una función sirven para resolver problemas de aplicación, lo que se requiere para su solución es la optimización de una función.

Existen muchos tipos de problemas y cada uno de ellos tiene una solución particular, por lo que resulta difícil dar reglas generales para resolverlos.

Por ello se dan algunas sugerencias:

- Leer el problema, si es necesario realizar un diagrama o dibujo geométrico que incluya todos los datos.
- Relacionar los datos con las variables desconocidas, hallando la función a maximizar o minimizar.
- De la función determinar para qué valores hay máximos o mínimos.

Ejemplos de reactivos

1. Determinar dos números positivos cuya suma sea 40 y el producto de ellos sea máximo.

Solución:

Sean x y y los números buscados, entonces:
La suma de los números es 40: $x + y = 40$
El producto de ellos es máximo: $P = xy$
Se despeja y de la primera igualdad y se sustituye en el producto:

$$x + y = 40 \rightarrow y = 40 - x$$
$$P = xy = x(40 - x) = 40x - x^2$$
$$P = 40x - x^2 \rightarrow \text{función a maximizar.}$$

Se obtiene la derivada: $P'(x) = 40 - 2x$
La derivada se iguala con cero y se resuelve la ecuación:

$$P'(x) = 0 \qquad 40 - 2x = 0$$

Al resolver la ecuación se obtienen los valores críticos:

$$x = 20$$

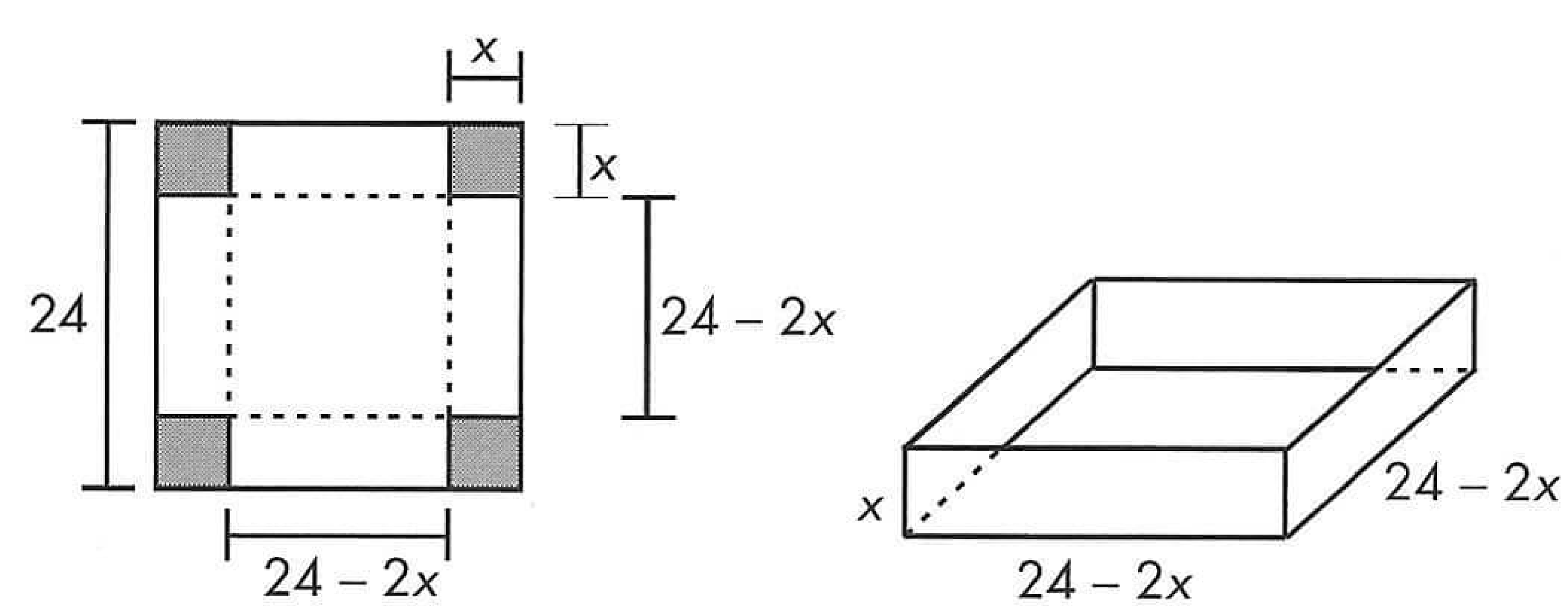
Se obtiene la segunda derivada:

$$P''(x) = -2$$

Se observa que para todo valor de x la segunda derivada es siempre negativa, en particular para $x = 20$, por tanto, es uno de los valores que se buscan.
Para determinar el otro valor, $x = 20$ se sustituye en $y = 40 - x$, obteniendo $y = 20$.
Los valores buscados son: $x = 20$, $y = 20$

2. De las cuatro esquinas de una lámina cuadrada de 24 cm por lado, se suprimen cuadrados iguales de lado x. Se doblan los bordes de la lámina recortada para formar una caja sin tapa. Determine la longitud de x, para que el volumen de la caja sea máximo.

Solución:



El volumen de la caja en términos de la variable x está dado por la función:

$$V(x) = (24 - 2x)(24 - 2x)(x) \qquad V(x) = (24 - 2x)^2(x)$$
$$V(x) = (x)(24 - 2x)^2$$
$$V(x) = (x)(576 - 96x + 4x^2)$$
$$V(x) = 576x - 96x^2 + 4x^3$$

Esta última es la función a maximizar.

Se encuentra la derivada respecto a la variable x:

$$V'(x) = 576 - 192x + 12x^2$$

Se iguala a cero la derivada y se resuelve la ecuación:

$$V'(x) = 0; \qquad 12x^2 - 192x + 576 = 0$$

Al resolver se obtienen los valores críticos:

$$x = 12 \quad \text{y} \quad x = 4$$

Se obtiene la segunda derivada y se evalúan los valores de x que se obtuvieron:

$$V''(x) = -192 + 24x$$

$V''(12) = -192 + 24(12) = -192 + 288 = 96 > 0$, por tanto hay un mínimo
$V''(4) = -192 + 24(4) = -192 + 96 = -96 < 0$, por tanto hay un máximo

Por consiguiente, el valor de x para que la caja tenga un volumen máximo es:

$$x = 4 \text{ cm}$$

Resuelve los reactivos 86 a 88 correspondientes al ejercicio 9 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. La derivada de una función $y = f(x)$ se define como:

a) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x-\Delta x)+f(x)}{\Delta x}$ b) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)+f(x)}{\Delta x}$ c) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ d) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

2. La derivada de $y = 4x + 1$ es:

a) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{4\Delta x}{\Delta x}$ b) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{4\Delta^2 x+1}{\Delta x}$ c) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{4+\Delta x}{\Delta x}$ d) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{4-\Delta x}{\Delta x}$

3. La derivada de $y = 3 - x$ es:

a) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta x}$ b) $\lim_{\Delta x\to 0}\left(-\frac{\Delta x}{\Delta x}\right)$ c) $\lim_{\Delta x\to 0}\left(-\frac{3\Delta x}{\Delta x}\right)$ d) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{3\Delta x}{\Delta x}$

4. La derivada de $f(x) = \frac{2}{5}x + 2$ es:

a) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2\Delta x}{\Delta x}$ b) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2+5\Delta x}{\Delta x}$ c) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{5\Delta x}{\Delta x}$ d) $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2\Delta x}{5\Delta x}$

2 Resuelve los siguientes reactivos:

5. La derivada de la función $f(x)=3x^2+5$ es:

a) $6x^2$ b) $6x$ c) $6x + 5$ d) $5 + 6x$

6. La derivada de la función $y = \frac{x^2+8x-10}{7}$ es:

a) $\frac{2x+8}{7}$ b) $\frac{2x^2}{7}$ c) $2x+8$ d) $\frac{2x-8}{7}$

7. La derivada de la función $y = 6x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 7x + 15$ es:

a) $24x^3 - 9x^2 - 4x - 7$ b) $24x^3 + 9x^2 + 4x - 7$ c) $24x^3 - 9x^2 - 4x + 7$ d) $24x^3 + 9x^2 - 4x - 7$

8. La derivada de la función $y = 4x^{\frac{5}{4}} - 3x^{\frac{4}{3}} + 8$ es:

a) $4x^{\frac{1}{4}} - 4x^{\frac{2}{3}}$ b) $5x^{\frac{1}{4}} - 3x^{\frac{1}{3}}$ c) $5x^{\frac{1}{4}} - 4x^{\frac{1}{3}}$ d) $5x^{\frac{3}{4}} - 3x^{\frac{1}{3}}$

9. La derivada de la expresión $y = 4x^{\frac{1}{2}} + 12x^{\frac{1}{3}}$ es:

a) $y' = 4x^{-\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{6}}$ b) $y' = \frac{4}{x^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2}{x^{-\frac{2}{3}}}$ c) $y' = 2x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{2}{3}}$ d) $y' = \frac{2}{x^{\frac{1}{2}}} + \frac{4}{x^{\frac{2}{3}}}$

10. La derivada de la función $y = (2x - 3)(x + 5)$ es:

a) $2x - 15$ b) $4x + 7$ c) $4x^2 - 3x$ d) $2x^2 + 7x$

11. La derivada de la función $y = (x^2 - x)(x + 4)$ es:

a) $x^2 + x - \frac{4}{3}$ b) $3\left(x^2 + 2x - \frac{4}{3}\right)$ c) $3\left(x^2 + 2x + \frac{4}{3}\right)$ d) $x^2 + 2x - \frac{4}{3}$

12. La derivada de la función $y = \frac{2x+3}{x-5}$ es:

a) $-\frac{13}{(x-5)^2}$ b) $-\frac{13}{(x-5)}$ c) $\frac{13}{(x-5)^2}$ d) $-\frac{x}{(x-5)^2}$

13. La derivada de la función $y = \frac{4-x}{3x+1}$ es:

a) $\frac{13x}{(3x+1)^2}$ b) $-\frac{13}{3x+1}$ c) $\frac{13}{3x+1}$ d) $-\frac{13}{(3x+1)^2}$

14. La derivada de la función $y = (2x + 5)^3$ es:

a) $6(2x + 5)^2$ b) $3(2x + 5)$ c) $3(2x + 5)^2$ d) $6x + 10$

15. La derivada de la función $y = \sqrt{8x+5}$ es:

a) $\frac{4}{\sqrt{8x+5}}$ b) $\frac{8}{\sqrt{8x+5}}$ c) $-\frac{8}{\sqrt{8x+5}}$ d) $-\frac{4x}{\sqrt{8x+5}}$

16. La derivada de la función $y = \sqrt[3]{5-6x}$ es:

a) $\frac{1}{3\sqrt[3]{(5-6x)^2}}$ b) $-\frac{2}{\sqrt[3]{(5-6x)^2}}$ c) $\frac{2}{\sqrt[3]{5-6x}}$ d) $-\frac{3}{2\sqrt[3]{(5-6x)^2}}$

17. La derivada de la función $y = (5x^2 + 2)^2$ es:

a) $10(5x^2 + 2)$ b) $2x(5x^2 + 2)$ c) $20x(5x^2 + 2)$ d) $5x(5x^2 + 2)^2$

18. La derivada de la función $y = (5x - x^2)^3$ es:

a) $(15+6x)(5x - x^2)$ b) $(15 - 2x)(5x - x^2)^2$ c) $(15 - 6x)^2(5x - x^2)$ d) $(15 - 6x)(5x - x^2)^2$

19. La derivada de la función $y = \cos x^2$ es:

a) $-2x \text{ sen } x$ b) $x \text{ sen } x^2$ c) $-2x \text{ sen } x^2$ d) $-2 \text{ sen } x^2$

20. La derivada de la función $y = \text{sen}(1 - 3x^2)$ es:

a) $-6x \cos(1 - 3x^2)$ b) $x^2 \cos(1 - 3x^2)$ c) $-6 \cos(1 - 3x^2)$ d) $-6x \cos(1 + 3x^2)$

21. La derivada de la función $y = \tan x$ es:

a) $\sec^2 x$ b) $-\sec^2 x$ c) $\sec x^2$ d) $x \sec^2 x$

22. La derivada de la función $y = 5 \text{ sen } 2x^3$ es:

a) $-30x^2 \cos 2x^3$ b) $30x \cos 2x^3$ c) $x^2 \cos 2x^3$ d) $30x^2 \cos 2x^3$

23. La derivada de la función $y = 4 \tan(9 - 4x^2)$ es:

a) $-32x \sec(9 - 4x^2)$ b) $-x \sec^2(9 - 4x^2)$ c) $32x \sec^2(9 - 4x^2)$ d) $-32x \sec^2(9 - 4x^2)$

24. La derivada de la función $y = \csc 3x^4$ es:

a) $12x^3 \csc 3x^4 \cot 3x^4$ b) $-12x^3 \csc 3x^4 \cot 3x^4$ c) $-12x^3 \csc x^4 \cot 3x^4$ d) $x^3 \csc 3x^4 \cot 3x^4$

25. La derivada de la función $y = \cos(x^3 - 2x)$ es:

a) $(2 + 3x^2)\cos(x^3 - 2x)$ b) $(2 - 3x^2)\text{sen}(x^3 - 2x)$ c) $(2 - 3x^2)\cos(x^3 - 2x)$ d) $(2 - 3x^2)\text{sen}^2(x^3 - 2x)$

26. La derivada de la función $y = \sec x^2$ es:

a) $2x \sec x^2 \tan x$ b) $2x \sec x^2 \tan x^2$ c) $2 \sec x^2 \tan x^2$ d) $-2x \sec x^2 \tan x^2$

27. La derivada de la función $y = 8 + \cos x^2$ es:

a) $-2x \text{ sen } x^2$ b) $2x \text{ sen } x$ c) $-x \text{ sen } x^2$ d) $2x \text{ sen } x^2$

28. La derivada de la función $y = e^{1-2x}$ es:

a) $-e^{1-2x}$ b) $-2\, e^{1-2x}$ c) $-2\, e^{1+2x}$ d) $2\, e^{1-2x}$

29. La derivada de la función $y = 4e^{5x}$ es:

a) $20\, e^{5x}$ b) $-20\, e^{5x}$ c) $20\, e^{-5x}$ d) $2\, e^x$

30. La derivada de la función $y = x^2 + \cos x - e^x$ es:

a) $2x - \text{sen } x - 2\, e^x$ b) $2x + \text{sen } x - e^x$ c) $2x - \text{sen } x - e^x$ d) $2x - \text{sen } x + e^x$

31. La derivada de la función $y = \dfrac{\text{sen}3x}{e^x}$ es:

a) $y' = \dfrac{3e^x \cos 3x - \text{sen}3x}{3e^x}$ b) $y' = \dfrac{3\cos 3x - \text{sen}3x}{e^x}$ c) $y' = \dfrac{\cos 3x - 3\text{sen}3x}{e^{2x}}$ d) $y' = \dfrac{3(\cos x - \text{sen}x)}{e^x}$

32. La derivada de la función $y = e^{\tan 2x}$ es:

a) $2 \sec^2 2x\, e^{\tan x}$ b) $2 \sec^2 x\, e^{\tan 2x}$ c) $\sec^2 2x\, e^{\tan 2x}$ d) $2 \sec^2 2x\, e^{\tan 2x}$

33. La derivada de la función $y = e^{x^2-3}$ es:

a) e^{x^2-3} b) $2\, e^{x^2-3}$ c) $2x\, e^{x^2-3}$ d) $3x\, e^{x^2-3}$

34. La derivada de la función $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ es:

a) $\dfrac{2e^x - e^{-x}}{2}$ b) $e^x + e^{-x}$ c) $\dfrac{e^x + 2e^{-x}}{2}$ d) $\dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

35. La derivada de la función $y = 2^{5-x}$ es:

a) $2^{5-x} \ln 2$ b) $-2^{5-x} \ln 2$ c) $-2^{5+x} \ln 2$ d) $-2^{x-5} \ln 2$

36. La derivada de la función $y = 3^{\text{sen } x}$ es:

a) $\cos x\, 3^{\text{sen } x} \ln 3$ b) $\text{sen } x\, 3^{\text{sen } x} \ln 3$ c) $\cos x\, 3^{\text{sen } x}$ d) $\cos x\, 3^{\cos x} \ln 3$

37. La derivada de la función $y = \ln(4x - 3)$ es:

a) $\dfrac{4}{x-3}$ b) $\dfrac{1}{4x-3}$ c) $\dfrac{4}{4x-3}$ d) $-\dfrac{4}{4x-3}$

38. La derivada de la función $y = 9 \ln(x^2 - 4)$ es:

a) $-\dfrac{18x}{x^2-4}$ b) $-\dfrac{10x}{x^2-4}$ c) $\dfrac{10}{x^2-4}$ d) $\dfrac{18x}{x^2-4}$

39. La derivada de la función $y = \ln e^x$ es:

a) 1 b) e^x c) $-e^x$ d) -1

3 Resuelve los siguientes reactivos:

40. Si $y = 2u^3 - u^2$, $u = \sqrt{x}$, la derivada $\dfrac{dy}{dx}$ es:

a) $\dfrac{3u^2 - u}{\sqrt{x}}$ b) $\dfrac{u^2 - u}{\sqrt{x}}$ c) $\dfrac{3u^2 - u}{\sqrt{u}}$ d) $\dfrac{3u^2 + u}{\sqrt{x}}$

41. Si $y = 5\sqrt{u-1}$, $u = x^2 + 3$, la derivada $\dfrac{dy}{dx}$ es:

a) $\dfrac{x}{\sqrt{u-1}}$ b) $\dfrac{5x}{\sqrt{u-1}}$ c) $-\dfrac{5x}{\sqrt{u-1}}$ d) $\dfrac{5x^2}{\sqrt{u-1}}$

42. Si $y = \text{sen}(u^2 - 1)$, $u = \cos x$, la derivada $\dfrac{dy}{dx}$ es:

a) $u \text{ sen } x \cos(u^2 - 1)$ b) $-2 \text{ sen } x \cos(u^2 - 1)$ c) $-2u \text{ sen } x \cos(u^2 - 1)$ d) $2u \text{ sen } x \cos(u^2 - 1)$

43. Si $y = \ln(3u - 1)$, $u = e^x$, la derivada $\dfrac{dy}{dx}$ es:

a) $\dfrac{3x}{3u-1}$ b) $\dfrac{3e^x}{3u-1}$ c) $\dfrac{e^x}{3u-1}$ d) $\dfrac{3e^x}{u-1}$

4 Resuelve los siguientes reactivos:

44. La derivada con respecto a x de $4x^2 + 9y^2 = 36$

a) $-\dfrac{4x}{9y^2}$ b) $-\dfrac{4x^2}{9y}$ c) $-\dfrac{4x}{9y}$ d) $\dfrac{4x}{9y}$

45. La derivada con respecto a x de $5x - 3xy + y = 2$

a) $\dfrac{3y - 5}{1 + 3x}$ b) $\dfrac{3y + 5}{1 - 3x}$ c) $-\dfrac{3y - 5}{1 - 3x}$ d) $\dfrac{3y - 5}{1 - 3x}$

46. La derivada con respecto a x de $2x^2 - x^2y + y^3 = y^2$

a) $\dfrac{4x - xy}{3y^2 - 2y - x^2}$ b) $\dfrac{4x - 2xy}{3y^2 - 2y - x^2}$ c) $-\dfrac{4x - 2xy}{3y^2 - 2y - x^2}$ d) $\dfrac{4x - 2xy}{3y^2 - 2 - x^2}$

47. La derivada con respecto a x de $x^2 = y^2 + 5xy$

a) $\dfrac{2x + 5y}{5x - 2y}$ b) $\dfrac{2x - 5y}{5x + 2y}$ c) $\dfrac{5x - 2y}{2x - 5y}$ d) $\dfrac{5x + 2y}{2x + 5y}$

5 Resuelve los siguientes reactivos:

48. Si $y = 4x^4 + 5x^3 - 2x - 12$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ es:

a) $48x^2 + 30x$ b) $48x^2 - 30x$ c) $48x^2 + 15x$ d) $16x^2 + 30x$

49. Si $y = x^3 - x^2 + 3x$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ es:

a) $6x + 2$ b) $x - 2$ c) $6x^2 - 2x$ d) $6x - 2$

50. La segunda derivada de la función $f(x) = \dfrac{1}{4}x^5 - \dfrac{1}{3}x^4 + \dfrac{1}{2}x^3 - 7x + 5$ es:

a) $5x^3 - 4x^2 + 3x$ b) $5x^3 + 4x^2 + 3x$ c) $5x^3 - 4x^2 - 3x$ d) $x^3 - 4x^2 + 3x$

51. La tercera derivada de la función $y = \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{1}{x}$ es:

a) $\dfrac{72}{x^5} - \dfrac{6}{x^4}$ b) $-\dfrac{72}{x^5} + \dfrac{6}{x^4}$ c) $-\dfrac{72}{x^5} - \dfrac{6}{x^4}$ d) $-\dfrac{18}{x^5} - \dfrac{6}{x^4}$

52. Si $y = \sqrt{5 - x}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ es:

a) $\dfrac{1}{4\sqrt{(5-x)^3}}$ b) $-\dfrac{1}{4\sqrt{(5-x)^3}}$ c) $-\dfrac{1}{\sqrt{(5-x)^3}}$ d) $-\dfrac{4}{\sqrt{(5-x)^3}}$

6 Resuelve los siguientes reactivos:

53. La pendiente de la recta tangente a la curva $y = 4x^2 - 9$ en el punto $(-1, -5)$ es:

a) 15 b) 4 c) –5 d) –8

54. La pendiente de la recta tangente a la curva $y = 3x^2 + 5x + 2$ en el punto $(-2, 4)$ es:

a) –18 b) –14 c) –7 d) 2

55. La pendiente de la recta tangente a la curva $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ en el punto $(0, 2)$ es:

a) –1 b) 0 c) 4 d) 6

56. La pendiente de la recta tangente a la curva $f(x) = 4 \tan x$ en el punto $(\dfrac{\pi}{4}, 4)$ es:

a) 8 b) 3 c) –6 d) –8

57. La pendiente de la recta tangente a la curva $y=\frac{x+2}{5-2x}$ en el punto $(3,-5)$ es:

a) 13 b) 9 c) 0 d) −5

58. La pendiente de la recta tangente a la curva $y=\text{sen}\,\frac{x}{2}$ en el punto $(\frac{\pi}{3},\frac{1}{2})$ es:

a) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

59. Una partícula se mueve conforme a la curva $S = t^3 + 4t^2 - 2t + 10$. ¿Cuál es la función que describe la velocidad instantánea?

a) $3t^2 + 8t - 10$ b) $3t^2 + 8t - 2$ c) $t^2 + 8t - 2$ d) $3t^2 + 8t + 2$

60. Una partícula se mueve conforme a la curva $S=2t^3-5t^2-t$. ¿Cuál es la función que describe la velocidad instantánea?

a) $6t^2 - 10t - 1$ b) $6t^2 - t - 1$ c) $t^2 - 10t - 1$ d) $6t^2 + 10t - 1$

61. Una partícula se mueve conforme a la curva $S = 7 + 3t - t^2$. ¿Cuál es la función que describe la velocidad instantánea?

a) $4 - 2t$ b) $3 - t$ c) $3 - 2t$ d) $3 + 2t$

62. La posición de una partícula está dada por $S = t^3 - 3t^2 + 2t$, donde S está en metros y t en segundos. ¿Qué velocidad lleva a los 2 s?

a) $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $9\frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $9\frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$

63. La posición de una partícula está dada por $S = 7t^3 -15\,t^2 - 370t$, donde S está en metros y t en segundos. ¿Qué velocidad lleva a los 5 s?

a) $15\frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $8.5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$

64. La posición de una partícula está dada por $S=t^2-6t$, donde S está en metros y t en segundos. ¿Qué tiempo transcurre para que la velocidad instantánea sea cero?

a) 1 s b) 2 s c) 3 s d) 5 s

65. La posición de una partícula está dada por $S = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 15t + 9$, donde s está en metros y t en segundos. ¿Qué tiempo transcurre para que la velocidad instantánea sea cero?

a) 6.4 s b) 5 s c) 4 s d) 1 s

66. Una partícula se mueve conforme a la curva $S=t^3+5t^2-2t$. ¿Cuál es la función que describe la aceleración instantánea?

a) $6t + 10$ b) $6t - 10$ c) $2t + 10$ d) $6t - 2$

67. Una partícula se mueve conforme a la curva $S = 5t^3 - 2t^2 + 4t + 1$. ¿Cuál es la función que describe la aceleración instantánea?

a) $t - 4$ b) $30t - 4$ c) $30t^2 + 4$ d) $t + 4$

68. La posición de una partícula está dada por $S = 4 + 12t^2 - 2t^3$, donde S está en metros y t en segundos. ¿Qué tiempo transcurre para que la aceleración instantánea sea cero?

a) 5 s b) 4 s c) 2 s d) 1 s

69. La posición de una partícula está dada por $S = t^3 - 2t^2 - 5t + 10$, donde S está en metros y t en segundos. ¿Qué tiempo transcurre para que la aceleración instantánea sea cero?

a) 4 s b) 3 s c) 1.66 s d) 0.66 s

70. La posición de una partícula está dada por $S = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 15t + 9$, donde S está en metros y t en segundos. ¿Qué tiempo transcurre para que la aceleración instantánea sea cero?

a) 10 s b) 5 s c) 4 s d) 2 s

71. La posición de una partícula está dada por $S = t^3 - 5t^2 + 2t$, donde S está en metros y t en segundos. ¿Qué aceleración lleva a los 2 s?

a) $6\frac{m}{s^2}$ b) $5\frac{m}{s^2}$ c) $3\frac{m}{s^2}$ d) $2\frac{m}{s^2}$

7 Resuelve los siguientes reactivos:

72. La ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = 2x^2 + x - 5$ en el punto $(1, -2)$ es:

a) $5x + y - 7 = 0$, $x + 5y - 9 = 0$
b) $5x - y - 7 = 0$, $x + 5y + 9 = 0$
c) $5x - y + 7 = 0$, $x - 5y + 9 = 0$
d) $x - 5y - 7 = 0$, $-x + 5y + 9 = 0$

73. La ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - x$ en el punto $(-1, 0)$ es:

a) $2x + y + 2 = 0$, $x - 2y + 1 = 0$
b) $2x - y - 2 = 0$, $x + 2y + 2 = 0$
c) $2x - y + 2 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$
d) $x - 2y + 2 = 0$, $x - 2y - 1 = 0$

8 Resuelve los siguientes reactivos:

74. Una función tiene un mínimo en el punto $P(x_1, y_1)$, si su derivada:

a) Es negativa después del punto.
b) Es positiva antes del punto.
c) Pasa de ser negativa antes del punto a positiva después del punto.
d) Es mayor que x_1.

75. ¿Cuál es el punto mínimo de la función $y = x^2 - 2x - 8$?

a) (−1, 9) b) (1, −9) c) (1, 9) d) (−1, −9)

76. El punto máximo de la función $y = -x^2 + 8x - 15$ es:

a) (−1, −4) b) (1, 4) c) (4, 1) d) (−4, −1)

77. El punto máximo de la función $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 8$ es:

a) (–3, 1) b) (1, 3) c) (–4, 1) d) (–3, –1)

78. ¿Cuál es el punto mínimo de la función $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 46$?

a) (–2, –2) b) (2, 2) c) (–2, 2) d) (1, –2)

79. El punto mínimo de la función $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 29$, es:

a) (3, –4) b) (–1, 2) c) (3, 2) d) (–3, –2)

80. ¿Cuál es el punto máximo de la función $f(x) = 2x^3 + 18x^2 + 30x - 51$?

a) (5, –1) b) (–5, –2) c) (–5, 2) d) (–5, –1)

81. Uno de los puntos máximos de la función $f(x) = \operatorname{sen} x$ en el intervalo $(-\infty, \infty)$ es:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{3}\pi$ c) $\frac{1}{2}\pi$ d) 0

82. La función $f(x) = 3 + 2x - x^2$ es decreciente en el intervalo:

a) $(-\infty, 1)$ b) $(1, \infty)$ c) $[0, \infty)$ d) $(1, -\infty)$

83. La función $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ es creciente en el intervalo:

a) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ b) $[-2, 1)$ c) $(-2, 1)$ d) $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

84. El punto de inflexión de la función $f(x) = 2x^3 + 18x^2 + 30x - 20$ es:

a) (–3, –2) b) (3, –2) c) (–3, 2) d) (3, 2)

85. El punto de inflexión de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 29$ es:

a) (–3, –2) b) (1, –18) c) (1, 18) d) (18, –1)

9 Resuelve los siguientes reactivos:

86. Determina dos números reales positivos, cuya suma sea 80 y su producto sea máximo:

a) 60 y 20 b) 70 y 10 c) 40 y 40 d) 50 y 30

87. Determina dos números positivos, cuyo producto es 9 y la suma sea mínima:

a) 3 y 3 b) 9 y 1 c) –3, –3 d) –1 y –9

88. ¿Qué número positivo minimiza la suma entre él y su recíproco?

a) 2 b) 1 c) 4 d) 3

Unidad 16 La derivada

Unidad 17 La integral

Objetivo: el estudiante obtendrá la integral de una función de acuerdo con los métodos de integración inmediata, cambio de variable por partes y los aplicará para resolver una integral definida, además, determinará el área bajo una curva o entre dos curvas.

La diferencial

Sea la función $y = f(x)$, entonces su *diferencial* se define como el producto de la derivada por el diferencial de x.

$$dy = f'(x)\,dx$$

Ejemplos de reactivos

1. La diferencial de la función $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$ es:

a) $(3x^2 - 4x + 4)dx$ b) $(6x - 4)dx$ c) $(6x + 4)dx$ d) $(3x^2 - 4x - 4)dx$

Solución:
Se deriva la función, se multiplica por el diferencial de x:

$$dy = (3x^2 - 4x + 4)dx$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. La diferencial de la función $f(x) = \text{sen } 4x$ es:

a) $4 \text{ sen } 4x$ b) $\cos 4x$ c) $4 \cos 4x\, dx$ d) $\text{sen } 4x\, dx$

Solución:
Se deriva la función y se multiplica por el diferencial de x:

$$dy = 4 \cos 4x\, dx$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

La función integrable en un intervalo cerrado

Una función $F(x)$ se denomina antiderivada de la función $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$ si $F'(x) = f(x)$ para cualquier valor de $x \in [a, b]$.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 2x - 3$?

a) $x^2 + 3x + C$ b) $2x - 3 + C$ c) $x^2 - 3x + C$ d) $2x + 3 + C$

Solución:
Cada una de las funciones se deriva para comprobar que es la antiderivada de $f(x) = 2x - 3$.

$\frac{d}{dx}(x^2 + 3x + C) = 2x + 3$, no es la antiderivada

$\frac{d}{dx}(2x - 3 + C) = 2$, no es la antiderivada

$\frac{d}{dx}(x^2 - 3x + C) = 2x - 3$, es la antiderivada

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ La antiderivación

Es el proceso mediante el cual se determina el conjunto de todas las antiderivadas de una función dada, el símbolo $\int$ (integral), denota la operación de antiderivada y se escribe:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Donde: $F'(x) = f(x)$ y C: constante de integración.

▼ Integral inmediata

1) $\int dx = x + C$

2) $\int a\,dx = a\int dx$

3) $\int (u + v - w)dx = \int u\,dx + \int v\,dx - \int w\,dx$

4) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ con $n \neq -1$

5) $\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x + C$

6) $\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x + C$

Ejemplos de reactivos

1. La integral $\int x^2\,dx$ es:

a) $\frac{2x}{3} + C$ b) $x^3 + C$ c) $\frac{x^3}{3} + C$ d) $\frac{x^2}{3} + C$

Solución:
Al aplicar la integral $\int x^n dx$, se obtiene:

$$\int x^2 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + C = \frac{x^3}{3} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La integral $\int (2x+5)dx$ es:

a) $x^2 + 5 + C$ b) $2x^2 + 5x + C$ c) $2x + 5 + C$ d) $x^2 + 5x + C$

Solución:
Al aplicar las fórmulas:

$$\int (2x+5)dx = \int 2x\,dx + \int 5\,dx = 2\int x\,dx + 5\int dx = 2\left(\frac{x^{1+1}}{1+1}\right) + 5x + C = \frac{2x^2}{2} + 5x + C = x^2 + 5x + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La integral $\int x(3x+1)^2 dx$ es:

a) $\frac{9x^4}{4} + 2x^3 + \frac{x^2}{2} + C$ b) $\frac{x^2(3x+1)^3}{6} + C$ c) $\frac{9x^4}{4} - 2x^3 + \frac{x^2}{2} + C$ d) $\frac{x^2(3x+1)^3}{3} + C$

Solución:
Se desarrolla la multiplicación para después integrar:

$$\int x(3x+1)^2 dx = \int x(9x^2+6x+1)\,dx = \int (9x^3+6x^2+x)\,dx = \int 9x^3 dx + \int 6x^2 dx + \int x\,dx$$

$$= 9\int x^3 dx + 6\int x^2 dx + \int x\,dx$$

$$= 9\left(\frac{x^4}{4}\right) + 6\left(\frac{x^3}{3}\right) + \frac{x^2}{2} + C$$

$$= \frac{9x^4}{4} + 2x^3 + \frac{x^2}{2} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. La integral $\int (4\operatorname{sen} x + 5\cos x)dx$ es:

a) $4\cos x + 5\operatorname{sen} x + C$

b) $4\operatorname{sen} x - 5\cos x + C$

c) $4\operatorname{sen} x + 5\cos x + C$

d) $-4\cos x + 5\operatorname{sen} x + C$

Solución:

$$\int (4\operatorname{sen} x + 5\cos x)dx = \int 4\operatorname{sen} x\,dx + \int 5\cos x\,dx = 4\int \operatorname{sen} x\,dx + 5\int \cos x\,dx = 4(-\cos x) + 5(\operatorname{sen} x) + C$$

$$= -4\cos x + 5\operatorname{sen} x + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✐ Resuelve los reactivos 1 a 15 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Cambio de variable

➤ Reglas

1) $\int v^n dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$ con $n \neq -1$

2) $\int \frac{dv}{v} = \ln|v| + C$

3) $\int a^v dv = \frac{a^v}{\ln a} + C$

4) $\int e^v dv = e^v + C$

5) $\int \operatorname{sen} v\,dv = -\cos v + C$

6) $\int \cos v\,dv = \operatorname{sen} v + C$

Ejemplos de reactivos

1. La integral $\int 2(2x+1)^3\,dx$ es:

a) $(2x+1)^4+C$ b) $\frac{(2x+1)^4}{4}+C$ c) $\frac{(2x+1)^3}{3}+C$ d) $\frac{(2x+1)^2}{2}+C$

Solución:
Se utiliza la fórmula $\int v^n\,dv$, donde:

$$v=2x+1 \quad \text{y} \quad dv=2dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 2(2x+1)^3\,dx=\int (2x+1)^3\,2dx=\int v^3\,dv=\frac{v^4}{4}+C=\frac{(2x+1)^4}{4}+C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La integral $\int (3x^2+5x)^4(6x+5)\,dx$ es:

a) $\frac{(3x^2+5x)^5(6x+5)^2}{5}+C$ b) $4(3x^2+5x)^3+C$ c) $\frac{(6x+5)^2}{2}+C$ d) $\frac{(3x^2+5x)^5}{5}+C$

Solución:
Se utiliza la fórmula $\int v^n\,dv$, donde:

$$v=3x^2+5x \quad \text{y} \quad dv=(6x+5)dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int (3x^2+5x)^4(6x+5)\,dx=\int v^4\,dv=\frac{v^5}{5}+C=\frac{(3x^2+5x)^5}{5}+C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La integral $\int \operatorname{sen}^2 x\cos x\,dx$ es:

a) $\frac{\operatorname{sen}^3 x}{3}+C$ b) $2\operatorname{sen} x+C$ c) $\frac{\operatorname{sen}^2 x}{2}+C$ d) $\frac{\operatorname{sen} x}{3}+C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\,dv$, donde:

$$v=\operatorname{sen} x \quad \text{y} \quad dv=\cos x\,dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int \operatorname{sen}^2 x\cos x\,dx=\int v^2\,dv=\frac{v^3}{3}+C=\frac{\operatorname{sen}^3 x}{3}+C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. La integral $\int 3\cdot 2^{3x}\,dx$ es:

a) $2^{3x}+C$ b) $2^{3x+1}+C$ c) $\frac{2^3}{\ln 2}+C$ d) $\frac{2^{3x}}{\ln 2}+C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int a^v\,dv$, donde:

$$v = 3x \quad y \quad dv = 3dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 3\cdot 2^{3x}\,dx = \int 2^{3x}\cdot 3dx = \int 2^v\,dv = \frac{2^v}{\ln 2} + C = \frac{2^{3x}}{\ln 2} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

5. La integral $\int 2\cdot e^{2x}\,dx$ es:

a) $e^{2x} + C$ b) $e^x + C$ c) $2e^{2x} + C$ d) $2^{2x+1} + C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int e^v\,dv$, donde:

$$v = 2x \quad y \quad dv = 2dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 2\cdot e^{2x}\,dx = \int e^{2x}\cdot 2dx = \int e^v\,dv = e^v + C = e^{2x} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

6. La integral $\int 5\,\text{sen}(5x-3)\,dx$ es:

a) $-\text{sen}\,(5x-3) + C$ b) $-\cos\,(5x-3) + C$ c) $\cos\,(5x-3) + C$ d) $\text{sen}\,(5x-3) + C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int \text{sen}\,v\,dv$, donde:

$$v = 5x - 3 \quad y \quad dv = 5dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\int 5\,\text{sen}(5x-3)dx = \int \text{sen}(5x-3)\cdot 5dx = \int \text{sen}\,v\,dv = -\cos\,v + C = -\cos\,(5x-3) + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

En todos los casos anteriores la diferencial se encontraba en la integral; sin embargo, en algunas integrales se tiene que completar la diferencial para poder aplicar la fórmula.

Ejemplos de reactivos

1. La integral $\int (3x+1)^2\,dx$ es:

a) $\frac{(3x+1)^3}{3} + C$ b) $2(3x+1) + C$ c) $\frac{(3x+1)^3}{9} + C$ d) $\frac{(3x+1)}{3} + C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\, dv$, donde:

$$v = 3x + 1 \quad y \quad dv = 3dx$$

La diferencial es $3dx$, entonces se completa la integral:

$$\int (3x+1)^2 dx = \int (3x+1)^2 \cdot \frac{1}{3}(3\,dx) = \frac{1}{3}\int (3x+1)^2 \cdot 3dx$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\frac{1}{3}\int (3x+1)^2 \cdot 3dx = \frac{1}{3}\int v^2\, dv = \frac{1}{3}\cdot\frac{v^3}{3} + C = \frac{v^3}{9} + C = \frac{(3x+1)^3}{9} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La integral $\int (x^2+3)^5 x\, dx$ es:

a) $\frac{(x^2+3)^6}{6}+C$ b) $\frac{x(x^2+3)^6}{12}+C$ c) $\frac{x(x^2+3)^6}{6}+C$ d) $\frac{(x^2+3)^6}{12}+C$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\, dv$, donde:

$$v = x^2 + 3 \quad y \quad dv = 2x\, dx$$

Se completa la integral:

$$\int (x^2+3)^5 x\, dx = \int (x^2+3)^5 \cdot \frac{1}{2}(2x\, dx) = \frac{1}{2}\int (x^2+3)^5 (2x\, dx)$$

Se realiza el cambio de variable:

$$\frac{1}{2}\int (x^2+3)^5 (2x\,dx) = \frac{1}{2}\int v^5\, dv = \frac{1}{2}\cdot\frac{v^6}{6} + C = \frac{v^6}{12} + C = \frac{(x^2+3)^6}{12} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La integral $\int e^{5x}\, dx$ es:

a) $e^{5x}+C$ b) $\frac{1}{5}e^{5x}+C$ c) $\frac{1}{5}e^{x}+C$ d) $e^{x}+C$

Solución:
Al aplicar la fórmula $\int e^v\, dv$, donde $v = 5x$ y $dv = 5dx$, se completa la integral y se realiza el cambio de variable:

$$\int e^{5x}\, dx = \frac{1}{5}\int e^{5x} \cdot 5dx = \frac{1}{5}\int e^v dv = \frac{1}{5}e^v + C = \frac{1}{5}e^{5x} + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Resuelve los reactivos 16 a 25 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Integración por partes

Es uno de los métodos más usados para la resolución de una integral y se define por:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

Donde la segunda integral es más sencilla de integrar, se aplica cuando se tiene:

- Una función algebraica por una función trascendente y no se pueda realizar por cambio de variable.
- Funciones para las que no existen fórmulas directas, como las logarítmicas o inversas trigonométricas.

Ejemplos de reactivos

1. La integral $\int xe^x\,dx$ es:

a) $xe^x + C$ b) $\frac{x^2}{2} + e^x + C$ c) $xe^x - e^x + C$ d) $\frac{x^2e^x}{2} + C$

Solución:
Se eligen *u* y *dv* de la siguiente manera y se obtienen *du* y *v*, respectivamente

$$u = x \quad \rightarrow \quad du = dx$$
$$dv = e^x\,dx \quad \rightarrow \quad v = \int e^x\,dx = e^x$$

De acuerdo con la fórmula $\int u\,dv = uv - \int v\,du$,

$$\int xe^x\,dx = xe^x - \int e^x\,dx = xe^x - e^x + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La integral $\int x \operatorname{sen} x\,dx$ es:

a) $-x\cos x + \operatorname{sen} x + C$ b) $x\cos x + \operatorname{sen} x + C$
c) $-x\operatorname{sen} x + \cos x + C$ d) $x\operatorname{sen} x - \cos x + C$

Solución:
Se eligen *u* y *dv* para obtener *du* y *v* respectivamente:

$$u = x \quad \rightarrow \quad du = dx$$
$$dv = \operatorname{sen} x\,dx \quad \rightarrow \quad v = \int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x$$

De acuerdo con la fórmula:

$$\int x\operatorname{sen} x\,dx = x(-\cos x) - \int -\cos x\,dx = -x\cos x + \int \cos x\,dx = -x\cos x + \operatorname{sen} x + C$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. La integral $\int \ln x\,dx$ es:

a) $x\ln x + C$ b) $x(\ln x - 1) + C$ c) $x^2(\ln x + 1) + C$ d) $x\ln x - 1 + C$

Solución:
Se eligen u y dv:

$$u = \ln x \quad \rightarrow \quad du = \frac{dx}{x}$$

$$dv = dx \quad \rightarrow \quad v = \int dx = x$$

Por consiguiente, $\int \ln x\, dx = x \ln x - \int x \cdot \frac{dx}{x} = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C = x(\ln x - 1) + C$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Resuelve los reactivos 26 a 28 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Integral definida

Sea $y = f(x)$ una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces la integral definida de $f(x)$ de a a b, es:

$$\int_a^b f(x) = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$$

Ejemplos de reactivos

1. El valor de la integral definida $\int_0^3 x^3 dx$ es:

a) $-\frac{81}{4}$ b) 3 c) -3 d) $\frac{81}{4}$

Solución:

$$\int_0^3 x^3\, dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^3 = \left[\frac{(3)^4}{4}\right] - \left[\frac{(0)^4}{4}\right] = \frac{81}{4} - \frac{0}{4} = \frac{81}{4}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El valor de la integral definida $\int_0^4 (x-1)^2\, dx$ es:

a) $-\frac{26}{3}$ b) $\frac{28}{3}$ c) $\frac{26}{3}$ d) $-\frac{28}{3}$

Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\, dv$ donde $v = x - 1$ y $dv = dx$, entonces:

$$\int_0^4 (x-1)^2\, dx = \left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_0^4 = \frac{(4-1)^3}{3} - \frac{(0-1)^3}{3} = \frac{(3)^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{27}{3} + \frac{1}{3} = \frac{28}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. El valor de la integral definida $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x\, dx$ es:

a) 1 b) 2 c) −1 d) −2

Solución: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x\, dx = \left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(-\cos\frac{\pi}{2}\right) - (-\cos 0) = (-0) - (-1) = 0 + 1 = 1$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. El valor de la integral definida $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^2 x \cos x\, dx$ es:

a) $\frac{4}{3}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $-\frac{4}{3}$

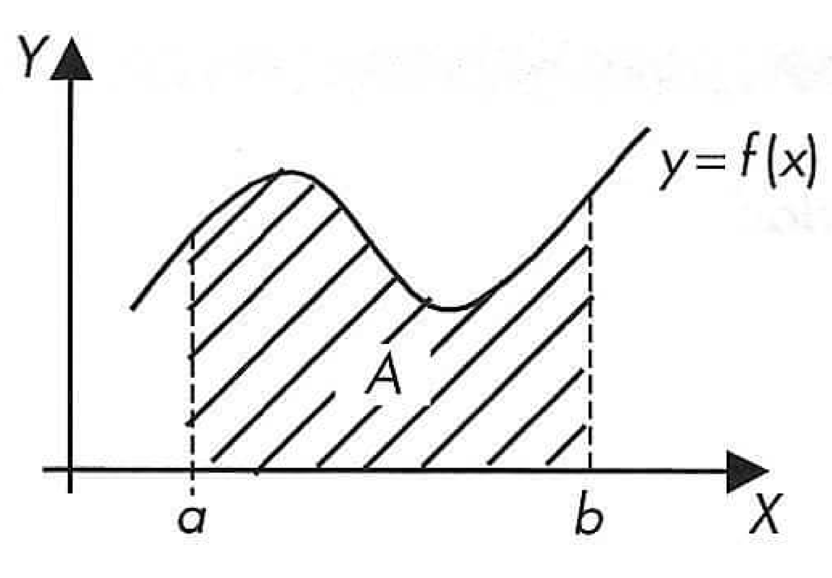
Solución:
Se aplica la fórmula $\int v^n\, dv$, donde $v = \operatorname{sen} x$ y $dv = \cos x\, dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^2 x \cos x\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} v^2\, dv = \left[\frac{v^3}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left[\frac{(\operatorname{sen} x)^3}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\left(\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right)^3}{3} - \frac{(\operatorname{sen} 0)^3}{3} = \frac{(1)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3} = \frac{1}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 29 a 32 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Área bajo una curva



Sea $y = f(x)$ una función definida en el intervalo $[a, b]$, entonces el área formada por la curva, el eje X y las rectas $x = a$ y $x = b$, está dada por:

$$A = \int_a^b f(x)\, dx$$

a y b son, respectivamente, los límites de integración inferior y superior.

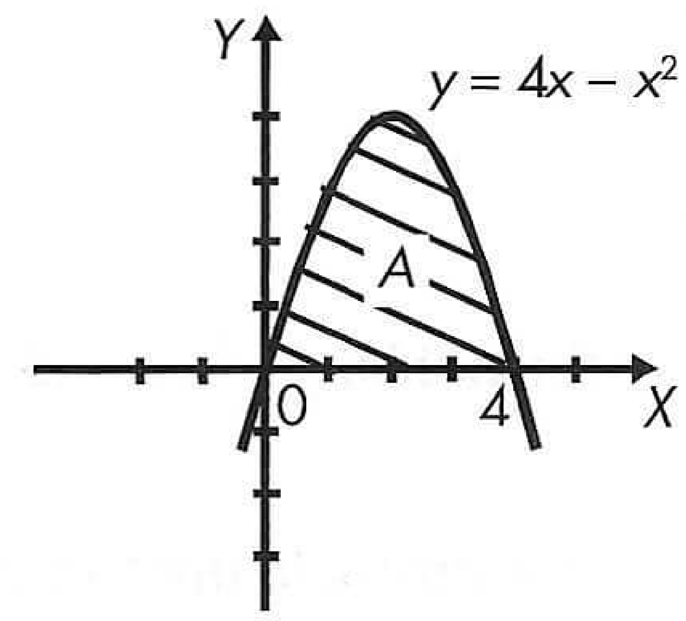
Ejemplos de reactivos

1. El área formada por la curva $y = 4x - x^2$, el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = 4$ es:

a) $\frac{64}{3}u^2$ b) $\frac{32}{3}u^2$ c) $\frac{16}{3}u^2$ d) $\frac{8}{3}u^2$

Solución:

El área está dada por:



$$A=\int_0^4 (4x-x^2)dx$$

Al resolver la integral definida se obtiene:

$$\int_0^4 (4x-x^2)dx=\left[2x^2-\frac{x^3}{3}\right]_0^4=\left[2(4)^2-\frac{(4)^3}{3}\right]-\left[2(0)^2-\frac{(0)^3}{3}\right]$$

$$=32-\frac{64}{3}=\frac{96-64}{3}=\frac{32}{3}\,u^2$$

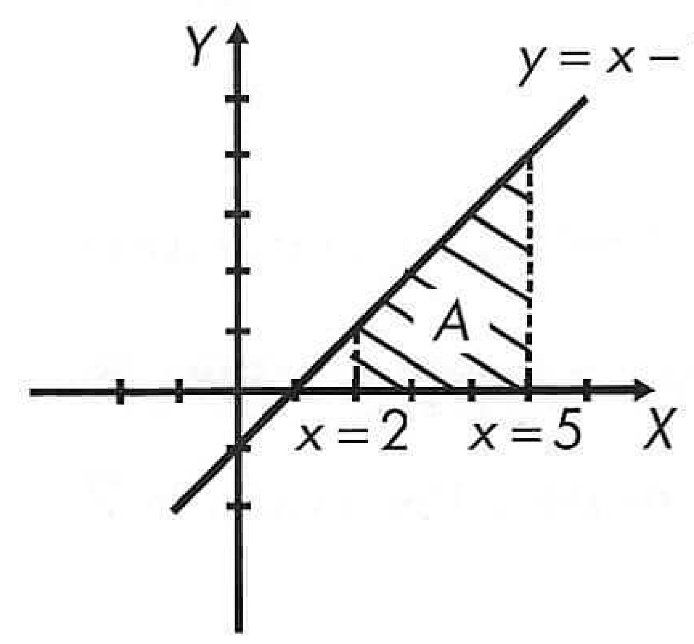
El área es $\frac{32}{3}\,u^2$ y la opción correcta es el inciso b.

2. El área formada por la recta $y=x-1$, el eje X y las rectas $x=2$ y $x=5$ es:

a) $\frac{35}{2}\,u^2$ b) $\frac{25}{2}\,u^2$ c) $\frac{15}{2}\,u^2$ d) $10u^2$

Solución:

El área está dada por:



$$A=\int_2^5 (x-1)dx$$

Al resolver la integral definida, se obtiene:

$$\int_2^5 (x-1)dx=\left[\frac{x^2}{2}-x\right]_2^5=\left[\frac{(5)^2}{2}-5\right]-\left[\frac{(2)^2}{2}-2\right]$$

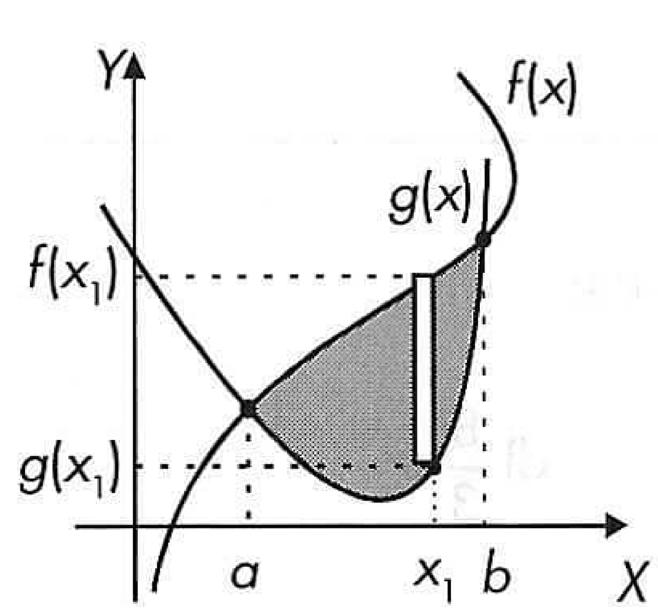
$$=\frac{25}{2}-5-2+2=\frac{15}{2}\,u^2$$

El área es $\frac{15}{2}\,u^2$ y la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 33 a 35 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Área entre dos curvas

Sean las curvas $f(x)$ y $g(x)$ definidas en el intervalo $[a, b]$, el área comprendida entre ellas está dada por la fórmula:



$$A=\int_a^b \left[f(x)-g(x)\right]dx$$

Donde:

Los límites de integración inferior y superior a y b, respectivamente, son las abscisas de los puntos de intersección.

Ejemplos de reactivos

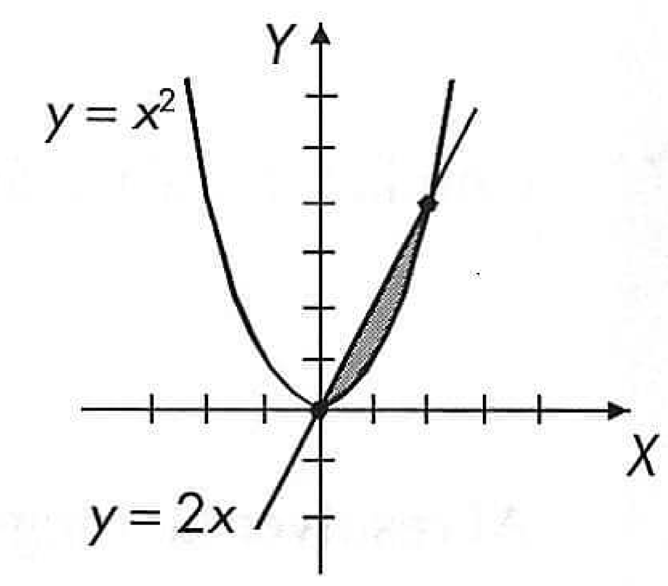
1. El área entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 2x$ es:

a) $\frac{4}{5}u^2$ b) $\frac{3}{4}u^2$ c) $9u^2$ d) $\frac{4}{3}u^2$

Solución:

Se determinan los puntos de intersección y se grafican las curvas

Al igualar las ecuaciones se obtiene:



$$x^2 = 2x$$
$$x^2 - 2x = 0$$
$$x(x-2) = 0$$
$$x = 0$$
$$x = 2$$

Los valores $x = 0$ y $x = 2$ son los limites de integración inferior y superior, respectivamente.

Mediante la fórmula el área está dada por:

$$A = \int_0^2 \left[2x - x^2\right]dx$$

Al resolver la integral definida se obtiene:

$$A = \int_0^2 \left[2x - x^2\right]dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \left[(2)^2 - \frac{(2)^3}{3}\right] - \left[(0)^2 - \frac{(0)^3}{3}\right] = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}u^2$$

El área es $\frac{4}{3}u^2$, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El área entre las curvas $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2}x$ es:

a) $\frac{4}{3}u^2$ b) $\frac{15}{4}u^2$ c) $\frac{20}{3}u^2$ d) $-\frac{1}{3}u^2$

Solución:

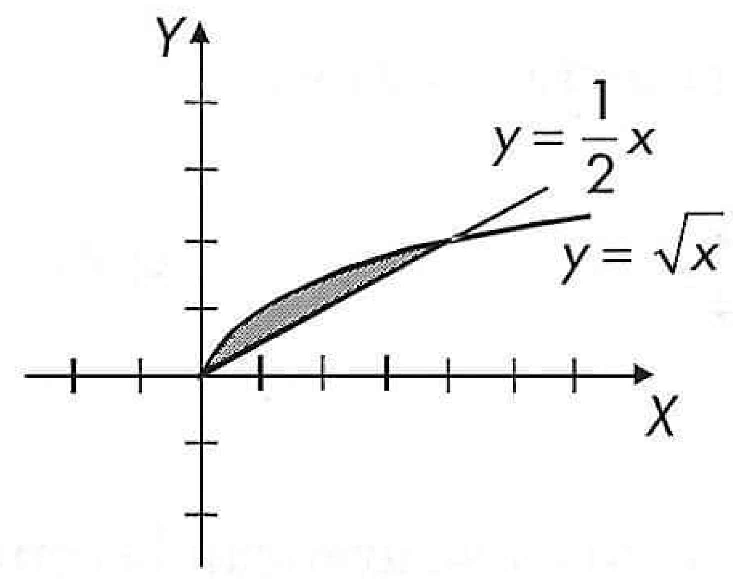
Se determinan los puntos de intersección.

Al igualar las ecuaciones se obtiene:

$$\frac{1}{2}x = \sqrt{x}$$
$$x = 2\sqrt{x}$$
$$x^2 = 4x$$
$$x^2 - 4x = 0$$
$$x(x-4) = 0$$
$$x = 0$$
$$x = 4$$

Los valores $x = 0$ y $x = 4$ son los límites de integración inferior y superior, respectivamente.

El área entre las curvas está representada en la siguiente gráfica:



Con la fórmula el área está dada por:

$$A = \int_0^4 \left[\sqrt{x} - \frac{1}{2}x \right] dx$$

Al resolver la integral definida se obtiene:

$$A = \int_0^4 \left[\sqrt{x} - \frac{1}{2}x \right] dx = \left[\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{1}{4}x^2 \right]_0^4 = \left[\frac{2}{3}(4)\sqrt{4} - \frac{1}{4}(4)^2 \right] - \left[\frac{2}{3}(0)\sqrt{0} - \frac{1}{4}(0)^2 \right] = \frac{16}{3} - \frac{16}{4} = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}u^2$$

El área es $\frac{4}{3}u^2$, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 36 a 37 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 3x^2 + 4x - 1$?

a) $x^3 + 2x^2 + x + C$ b) $x^3 + 2x^2 - x + C$ c) $x^3 + x^2 - x + C$ d) $2x^3 + 2x^2 - x + C$

2. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 2x - 1$?

a) $x^2 - 2x + C$ b) $x^2 + x + C$ c) $2x^2 - x + C$ d) $x^2 - x + C$

3. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $f(x) = 12x^2 - 2x + 6$?

a) $4x^3 - x^2 + 6x + C$ b) $4x^3 + x^2 + 6x + C$ c) $x^3 - x^2 + 6x + C$ d) $4x^3 - x^2 + x + C$

4. ¿Cuál de las siguientes funciones es la antiderivada de $y = 1 - \cos x$?

a) $2x - \text{sen } x + C$ b) $x + \text{sen } x + C$ c) $x - \text{sen } x + C$ d) $x^2 - \text{sen } x + C$

5. ¿Cómo debe ser la función $f(x)$ en el intervalo (a, b) para que sea integrable?

a) discontinua b) polinomial c) constante d) continua

6. La respuesta de $\int 9\,dx$ es:

a) $9x+C$ b) $\frac{1}{9}x+C$ c) $x+C$ d) $-9x+C$

7. El resultado de $\int (x^2-5x+7)dx$ es:

a) $3x^3-5x^2+7x+C$ b) $\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+7x+C$ c) $\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+7x+C$ d) $\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2-7x+C$

8. El resultado de $\int (4x^3+x^2-8x+12)dx$ es:

a) $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3+4x^2+12x+C$ b) $x^4+\frac{1}{3}x^3-4x^2+12x+C$

c) $x^4-\frac{1}{3}x^3+4x^2+12x+C$ d) $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-4x^2+2x+C$

9. El resultado de $\int \left(\frac{x^3-3x^2+12x}{x}\right)dx$ es:

a) $\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2-12x+C$ b) $\frac{1}{3}x^3-2x^2+12x+C$

c) $\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+12x+C$ d) $\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+12x+C$

10. El resultado de $\int (2x-5)(6-x)dx$ es:

a) $-\frac{2}{3}x^3+\frac{17}{2}x^2-30x+C$ b) $-\frac{2}{3}x^3-\frac{17}{2}x^2-30x+C$

c) $-\frac{2}{3}x^3+\frac{17}{2}x^2+30x+C$ d) $-x^3+\frac{17}{2}x^2-x+C$

11. El resultado de $\int \frac{2\,\text{sen}\,x}{5}dx$ es:

a) $\frac{2}{5}\cos x + C$ b) $-\frac{2}{5}\cos x + C$ c) $-\cos x + C$ d) $-\frac{2}{5}\text{sen}\,x + C$

12. El resultado de $\int \frac{4}{\csc x}dx$ es:

a) $-\frac{1}{4}\text{sen}\,x + C$ b) $-\frac{1}{4}\cos x + C$ c) $-\cos x + C$ d) $-4\cos x + C$

13. El resultado de $\int (3x^2 - 5\cos x)dx$ es:

a) $x^3 - 5\,\text{sen}\,x + C$ b) $x^3 + 5\,\text{sen}\,x + C$ c) $5x^3 - \text{sen}\,x + C$ d) $x^3 - \text{sen}\,x + C$

14. El resultado de $\int (7\cos x - \text{sen}\,x)\,dx$ es:

a) $7\,\text{sen}\,x - \cos x + C$ b) $7\,\text{sen}\,x + \cos x + C$ c) $\text{sen}\,x + \cos x + C$ d) $\text{sen}\,x + 7\cos x + C$

15. El resultado de $\int \frac{2}{\sec x}dx$ es:

a) $-2\,\text{sen}\,x + C$ b) $2\,\text{sen}\,x + C$ c) $\text{sen}\,x + C$ d) $4\,\text{sen}\,x + C$

2 Resuelve los siguientes reactivos:

16. El resultado de $\int (x-4)^2\,dx$ es:

a) $(x-4)^3 + C$ b) $\frac{(x+4)^3}{3} + C$ c) $\frac{2(x-4)^3}{3} + C$ d) $\frac{(x-4)^3}{3} + C$

17. El resultado de $\int 2x(x^2-9)^3\,dx$ es:

a) $\frac{(x^2-9)^4}{5} + C$ b) $(x^2-9)^4 + C$ c) $\frac{(x^2-9)^4}{4} + C$ d) $\frac{(x^2-9)^3}{4} + C$

18. El resultado de $\int \frac{10x}{(5x^2-2)^4}dx$ es:

a) $-\frac{1}{3(5x^2-2)^3} + C$ b) $\frac{1}{3(5x^2-2)^3} + C$ c) $-\frac{1}{3(5x^2-2)^4} + C$ d) $-\frac{3}{(5x^2-2)^3} + C$

19. El resultado de $\int x(3x^2+2)^5\,dx$ es:

a) $\frac{(3x^2+2)^6}{6} + C$ b) $-\frac{(3x^2+2)^6}{36} + C$ c) $\frac{(3x^2+2)^6}{36} + C$ d) $\frac{(3x^2-2)^6}{3} + C$

20. El resultado de $\int \cos 3x\,dx$ es:

a) $\frac{1}{3}\text{sen}\,3x + C$ b) $\text{sen}\,3x + C$ c) $-\frac{1}{3}\text{sen}\,3x + C$ d) $3\,\text{sen}\,3x + C$

21. El resultado de $\int x^2 \cos x^3\, dx$ es:

a) $\frac{1}{3}\operatorname{sen} x + C$ b) $\operatorname{sen} x^3 + C$ c) $\frac{1}{3}\operatorname{sen} x^3 + C$ d) $-\frac{1}{3}\operatorname{sen} x^3 + C$

22. El resultado de $\int 3x \operatorname{sen} x^2\, dx$ es:

a) $-\frac{3}{2}\cos 2x^2 + C$ b) $-\frac{3}{2}\cos x + C$ c) $\frac{3}{2}\cos x^2 + C$ d) $-\frac{3}{2}\cos x^2 + C$

23. La solución de la integral definida $\int e^{(x^2+12x-1)}(x+6)dx$ es:

a) $e^{(x^2+12x-1)} + C$ b) $\frac{1}{2}e^{(x^2+12x-1)} + C$ c) $(x+6)e^{(2x+12)} + C$ d) $\frac{1}{4}e^{(x+6)} + C$

24. El resultado de $\int 6x\, e^{x^2}\, dx$ es:

a) $3e^{-x^2} + C$ b) $e^{x^2} + C$ c) $-3e^{x^2} + C$ d) $3e^{x^2} + C$

25. El resultado de $\int 3 \cos x\, e^{\operatorname{sen} x}\, dx$ es:

a) $3e^{\cos x} + C$ b) $-3e^{\operatorname{sen} x} + C$ c) $3e^{\operatorname{sen} x} + C$ d) $3 \operatorname{sen} x\, e^{x} + C$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

26. El resultado de $\int 5x\, e^x\, dx$ es:

a) $5(x-1)+C$ b) $5e^x(x-1)+C$ c) $-5e^x(x-1)+C$ d) $e^x(x-1)+C$

27. El resultado de $\int 2x \operatorname{sen} x\, dx$ es:

a) $\operatorname{sen} x - x\cos x + C$ b) $\operatorname{sen} x - 2x\cos x + C$ c) $2\operatorname{sen} x + 2x\cos x + C$ d) $2\operatorname{sen} x - 2x\cos x + C$

28. La integral de $\int \frac{\ln x}{2}\, dx$ es:

a) $\frac{x}{3}(\ln x - 1) + C$ b) $\frac{3x}{2}(\ln x + 1) + C$ c) $\frac{x}{2}(\ln x + 1) + C$ d) $\frac{x}{2}(\ln x - 1) + C$

4 Resuelve los siguientes reactivos:

29. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_0^1 x^2\, dx$?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{3}$ d) 3

30. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_{-1}^{2} (x^2 - 1)dx$?

a) 10 b) 6 c) 4 d) 0

31. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_1^2 (1-x^3)dx$?

a) $\frac{15}{4}$ b) $-\frac{11}{16}$ c) $-\frac{11}{4}$ d) $-\frac{7}{4}$

32. ¿Cuál es la integral definida de $\int_1^9 \frac{dx}{2\sqrt{x}}$?

a) -1 b) 2 c) 4 d) 10

5 Resuelve las siguientes preguntas:

33. Hallar el área limitada por la curva $y = x^2$, el eje X y las rectas $x = 0$, $x = 3$

a) $18u^2$ b) $9u^2$ c) $-9u^2$ d) $-18u^2$

34. El área formada por la curva $y = 4 - x^2$, el eje X y las rectas $x = -1$, $x = 2$

a) $-9u^2$ b) $16u^2$ c) $9u^2$ d) $29u^2$

35. Hallar el área limitada por la curva $y = x - x^3$, el eje X y las rectas $x = 0$, $x = 1$

a) $\frac{1}{4}u^2$ b) $\frac{2}{3}u^2$ c) $-\frac{1}{2}u^2$ d) $\frac{1}{3}u^2$

36. Hallar el área limitada por las curvas $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$

a) $\frac{1}{2}u^2$ b) $\frac{1}{3}u^2$ c) $\frac{1}{4}u^2$ d) $3u^2$

37. Si $\int_a^b f(x)dx = \frac{7}{4}$ y $\int_a^b g(x)dx = \frac{1}{8}$, entonces, el área bajo la curva $I = \left[\int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)\right]dx$, es igual a:

a) $\frac{17}{2}$ b) $\frac{15}{4}$ c) $\frac{11}{18}$ d) $\frac{13}{8}$

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1				Unidad 2		Unidad 3			Unidad 4
Ejercicio 1	34. c	66. c	100. c	Ejercicio 1	32. a	Ejercicio 1	Ejercicio 3	65. a	Ejercicio 1
1. b	35. a	67. a	101. d	1. b	33. b	1. b	33. b	66. b	1. a
2. c	36. b	68. b	102. c	2. d	34. a	2. c	34. a	67. c	2. b
3. a	37. b	69. a	103. d	3. c	Ejercicio 4	3. a	35. d	68. d	3. c
4. d	38. d	70. c	104. b	4. c	35. b	4. c	36. b	69. c	4. b
5. a	39. b	71. a	105. b	5. a	36. b	Ejercicio 2	37. d		5. a
6. d	40. b	72. b	106. c	6. d	37. d	5. a	38. c		6. c
7. b	41. c	73. b	107. d	7. a	38. c	6. d	39. c		7. c
8. c	42. d	74. d	108. c	8. b	39. b	7. c	40. d		8. d
9. a	43. b	75. b	109. c	9. c	40. b	8. b	41. a		9. d
10. c	44. a	76. a	110. a	10. b	41. a	9. c	42. d		10. c
11. b	45. b	77. d	111. d	11. c	42. b	10. d	43. c		11. b
12. c	46. d	78. a	112. a	12. a		11. a	44. b		12. c
13. a	47. b	79. d	113. c	13. a		12. b	45. b		13. d
14. c	Ejercicio 2	80. a	114. c	14. b		13. a	46. a		14. c
15. a	48. b	81. c	115. a	Ejercicio 2		14. c	47. b		15. d
16. d	49. c	82. c	116. d	15. a		15. b	48. b		16. a
17. d	50. a	83. b	117. c	16. b		16. c	49. b		17. d
18. b	51. a	84. a		17. d		17. c	50. a		18. b
19. c	52. b	85. a		18. d		18. b	51. d		19. d
20. a	53. d	86. a		19. c		19. b	52. b		20. c
21. b	54. b	87. a		20. b		20. d	53. c		21. c
22. b	55. a	88. c		21. b		21. c	54. c		22. b
23. d	56. c	89. c		22. c		22. a	55. d		23. a
24. c	57. b	90. b		23. a		23. b	56. b		
25. c	58. c	91. d		24. b		24. d	57. d		
26. b	Ejercicio 3	92. d		25. a		25. d	58. c		
27. c	59. c	93. a		26. b		26. a	59. c		
28. b	60. c	94. c		27. a		27. d	60. d		
29. a	61. b	95. d		28. b		28. d	61. a		
30. b	62. d	96. b		Ejercicio 3		29. c	62. a		
31. a	63. b	97. c		29. c		30. b	63. a		
32. c	64. c	98. a		30. b		31. a	64. d		
33. d	65. b	99. d		31. c		32. d			

Unidad 5	Unidad 6	Unidad 7		Unidad 8	Unidad 9		Unidad 10	Unidad 11	Unidad 12
Ejercicio 1	Ejercicio 1	Ejercicio 1	31. a	Ejercicio 1	Ejercicio 1	30. c	1. a	1. d	1. d
1. d	1. c	1. d	32. d	1. b	1. b	31. b	2. c	2. a	2. a
2. d	2. d	2. b	33. b	2. c	2. c	Ejercicio 5	3. b	3. c	3. b
3. c	3. a	3. c	Ejercicio 4	3. c	3. a	32. a	4. b	4. c	4. b
4. d	4. b	4. d	34. a	4. d	4. c	33. b	5. c	5. b	5. a
5. b	5. d	5. b	35. c	5. c	5. b	34. a	6. d	6. a	6. b
6. d	6. c	6. a	36. b	6. b	Ejercicio 2	35. a	7. c	7. b	7. a
7. a	Ejercicio 2	7. c	Ejercicio 5	7. c	6. d	36. c	8. c	8. d	8. c
8. c	7. c	8. c	37. d	8. a	7. b	37. a	9. c	9. a	9. d
9. d	8. b	9. a	38. b	Ejercicio 2	8. a	38. b	10. b	10. c	10. d
10. d	9. d	10. c	39. d	9. d	9. c	39. c	11. d	11. d	
11. a	10. a	11. d	40. a	10. b	10. d	40. b	12. b	12. a	
12. b	11. d	Ejercicio 2	41. b	11. a	11. d	41. d		13. c	
13. d	12. a	12. a	42. d	12. c	Ejercicio 3	42. c		14. b	
14. b	13. b	13. b	43. b	13. d	12. d	43. c		15. d	
15. c	14. b	14. c		14. a	13. b	44. b		16. b	
16. d	15. d	15. d			14. a	45. b			
17. b	16. d	16. b			15. c	46. a			
18. c	17. c	17. a			16. d	47. a			
19. b	18. b	18. d			Ejercicio 4	48. c			
Ejercicio 2	19. a	19. a			17. a	49. d			
20. a	20. b	20. c			18. b	50. a			
21. d	21. a	21. d			19. d	51. a			
22. c	22. c	22. d			20. c	52. c			
23. b	23. b	23. b			21. a				
	Ejercicio 3	Ejercicio 3			22. a				
	24. a	24. c			23. c				
	25. c	25. b			24. c				
	26. c	26. d			25. b				
	27. a	27. a			26. a				
	28. b	28. d			27. a				
		29. c			28. c				
		30. b			29. d				

Unidad 13	**Unidad 14**	**Unidad 15**	**Unidad 16**					**Unidad 17**	
1. d	1. c	1. b	Ejercicio 1	21. a	42. c	59. b	79. c	Ejercicio 1	21. c
2. a	2. b	2. c	1. c	22. d	43. b	60. a	80. d	1. b	22. d
3. a	3. d	3. a	2. a	23. d	Ejercicio 4	61. c	81. c	2. d	23. b
4. b	4. c	4. d	3. b	24. b	44. c	62. d	82. b	3. a	24. d
5. c	5. a	5. c	4. d	25. b	45. d	63. d	83. a	4. c	25. c
6. d	6. b	6. d	Ejercicio 2	26. b	46. c	64. c	84. a	5. d	Ejercicio 3
7. b	7. c	7. a	5. b	27. a	47. b	65. b	85. c	6. a	26. b
8. a	8. a	8. b	6. a	28. b	Ejercicio 5	66. a	Ejercicio 9	7. b	27. d
9. d	9. b	9. c	7. d	29. a	48. a	67. b	86. c	8. b	28. d
10. b	10. a	10. b	8. c	30. c	49. d	68. c	87. a	9. d	Ejercicio 4
	11. c	11. d	9. d	31. b	50. a	69. d	88. b	10. a	29. a
	12. c	12. c	10. b	32. d	51. c	70. c		11. b	30. d
	13. a	13. a	11. b	33. c	52. b	71. d		12. d	31. c
	14. d	14. c	12. a	34. d	Ejercicio 6	Ejercicio 7		13. a	32. b
		15. a	13. d	35. b	53. d	72. b		14. b	Ejercicio 5
		16. a	14. a	36. a	54. c	73. c		15. b	33. b
		17. c	15. a	37. c	55. b	Ejercicio 8		Ejercicio 2	34. c
		18. b	16. b	38. d	56. a	74. c		16. d	35. a
		19. a	17. c	39. a	57. b	75. b		17. c	36. b
		20. b	18. d	Ejercicio 3	58. c	76. c		18. a	37. d
		21. b	19. c	40. a		77. a		19. c	
			20. a	41. b		78. b		20. a	

Bibliografía

ANFOSSI, A. (1988). *Álgebra*. México: Progreso.

ARIZMENDI, H., Carrillo, A. M. y Lara M. (1990). *Cálculo*. México: Limusa.

CHARLES, H. L. (1998). *Geometría analítica*. México: Hispanoamericana.

GORDON, F. (1999). *Geometría analítica*. México: Iberoamericana.

GRANVILLE, W. A. (2002). *Cálculo diferencial e integral*. México: Limusa.

GUSTAFSON, R. D. (1995). *Álgebra intermedia*. México: Thomson Editores.

LEITHOLD, L.(1992). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Harla.

PURCELl, E. J. (1984). *Cálculo diferencial e integral*. México: Prentice Hall.

SWOKOWSKI, E. W. (1988a). *Álgebra y trigonometría.* México: Iberoamericana.

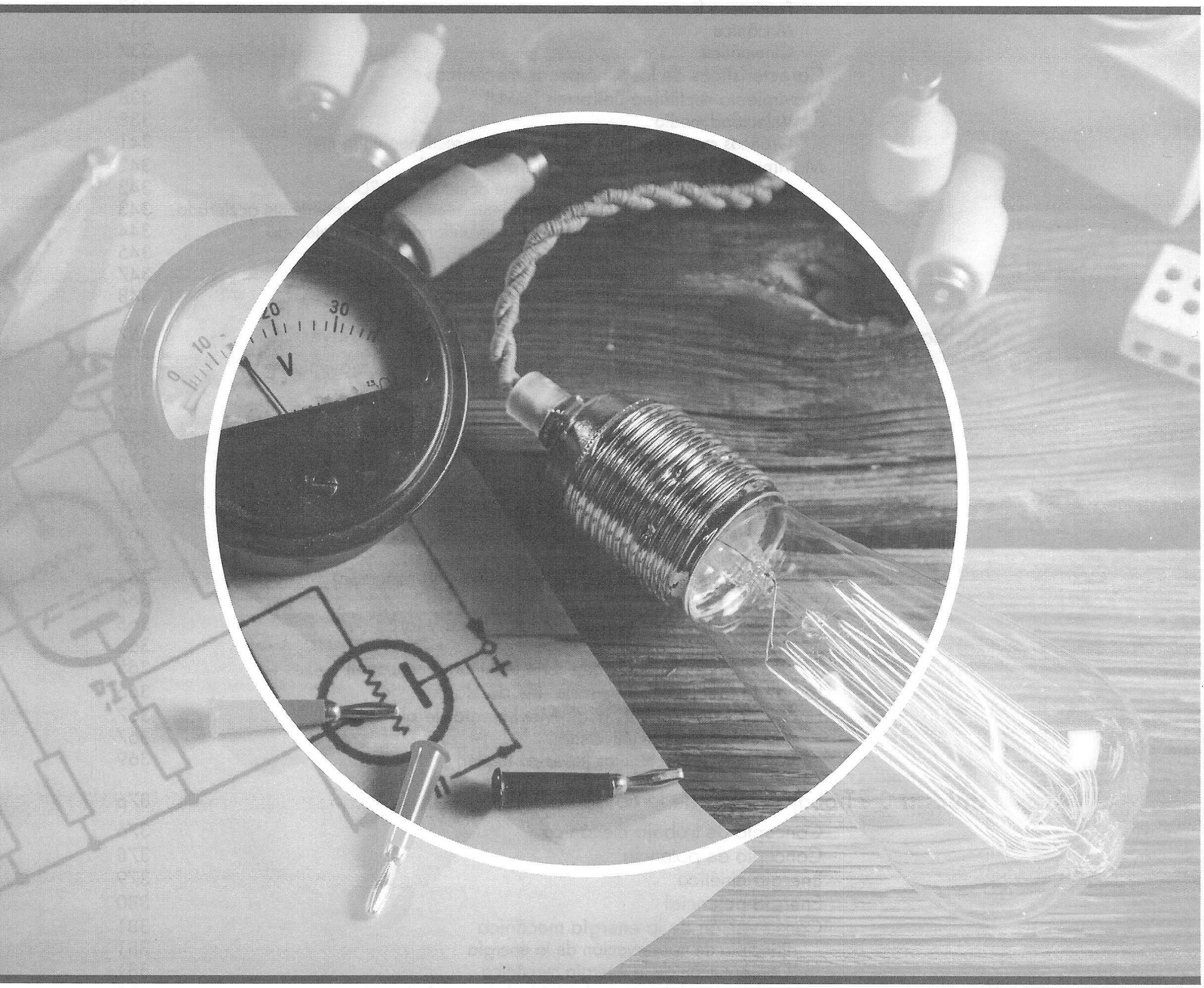
_______ (1988b). *Introducción al cálculo diferencial e integral.* México: Iberoamericana.

Universidad Nacional Autónoma de México (2018). Guía para preparar el examen de selección para ingresar a la licenciatura. México: UNAM.

VÁZQUEZ, R. (1986). *Introducción al cálculo diferencial e integral.* México: UNAM.

ZILL, D. (1989). *Cálculo con geometría analítica.* México: Iberoamericana.

F Í S I C A



No lo sé, pero apuesto que algún día su gobierno lo gravará.

Michael Faraday, en su respuesta a sir Robert Peel, primer ministro,
quien había preguntado qué posible aplicación tendría la inducción electromagnética.

Contenido

FÍSICA

Unidad 1	Cinemática
Unidad 2	Fuerzas, leyes de Newton y ley de la gravitación universal
Unidad 3	Trabajo y leyes de la conservación
Unidad 4	Termodinámica
Unidad 5	Ondas

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

Conceptos básicos de física

Definición de física

Ciencia que estudia los cambios que sufre la materia, en cuanto a su posición, en general, o en cuanto a su forma, en particular. De igual forma estudia los cambios y transformaciones que se presentan en la energía.

Magnitud

Es todo aquello que se puede medir. Existen dos tipos de magnitudes: las escalares y las vectoriales.

Ejemplos

- Escalares: masa, tiempo, distancia, superficie y volumen.
- Vectoriales: velocidad, aceleración, fuerza y campo eléctrico.

Fenómeno físico

Sucede cuando los cuerpos experimentan cambios en su posición o forma sin que se altere su estructura molecular.

Ejemplos

- Lanzar un objeto; flexionar una varilla; elevar la temperatura de un cuerpo o mover una caja.

Mecánica

Rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos.

Cinemática

Rama de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan.

Características de los fenómenos mecánicos

Tienen como característica común el *movimiento*.

Ejemplos

- Caída de cuerpos; el movimiento de un auto; el choque de dos cuerpos o el movimiento de los planetas.

Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

Movimiento en el que los cuerpos se desplazan en una trayectoria recta con velocidad constante y recorren distancias iguales en tiempos iguales.

Ejemplo

- Un auto que por cada hora que transcurre recorre 150 kilómetros.

Las características que definen al *movimiento rectilíneo uniforme* son:

- **Posición**. Lugar que ocupa un cuerpo con respecto a un marco de referencia.
- **Trayectoria.** Camino imaginario seguido por un cuerpo para ir de una posición a otra.
- **Distancia**. Longitud de una trayectoria. La distancia es una cantidad escalar.
- **Desplazamiento**. Segmento de recta dirigido (vector) que une al punto de inicio con el punto final de una trayectoria.

▼ Velocidad media

Es la razón entre el desplazamiento de un cuerpo y el intervalo de tiempo en que sucedió dicho desplazamiento.

$$v = \frac{\text{Desplazamiento}}{\text{Tiempo}}$$

En el movimiento rectilíneo uniforme la *velocidad media* se define como la razón entre la distancia total recorrida por el cuerpo y el tiempo total que tarda en recorrer dicha distancia.

$$v = \frac{\text{Distancia total}}{\text{Tiempo total}} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i}$$

Donde:

d_i = posición inicial $\quad$ t_i = tiempo inicial

d_f = posición final $\quad$ t_f = tiempo final

Si $d_f - d_i = d$ y $t_f - t_i = t$ entonces $v = \frac{d}{t}$, además $d = v \cdot t$ y $t = \frac{d}{v}$

Donde:

d = distancia total $\quad$ [m, km, ft] $\quad$ t = tiempo total $\quad$ [s, h]

v = velocidad media $\quad$ $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{\text{km}}{\text{h}}, \frac{\text{ft}}{\text{s}}\right]$

Ejemplos de reactivos

1. Un cuerpo recorre 350 km en 5 horas. ¿Cuál es su velocidad media en ese intervalo de tiempo?

a) $1750\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ b) $50\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ c) $70\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ d) 50 km h

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 350$ km $t = 5$ h $v = ?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{350\text{ km}}{5\text{ h}}$	$v = 70\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Un auto va de una ciudad a otra, el viaje lo realiza en dos etapas, en la primera etapa recorre 300 km en 4 horas. En la segunda etapa recorre 600 km en 5 horas. ¿Cuál es la velocidad media que desarrolla el auto en la segunda etapa? ¿Cuál es la velocidad media que desarrolla el auto en todo el viaje?

a) $75\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ y $120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ b) $120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ y $100\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ c) $100\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ y $75\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ d) $120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ y $75\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Solución:
La velocidad media del automóvil en la segunda etapa es:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 600$ km $t = 5$ h $v = ?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{600\text{ km}}{5\text{ h}}$	$v = 120\frac{\text{km}}{\text{h}}$

La velocidad media del auto en todo el viaje es:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 300\text{ km} + 600\text{ km} = 900$ km $t = 4\text{ h} + 5\text{ h} = 9$ h $v = ?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{900\text{ km}}{9\text{ h}}$	$v = 100\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Una partícula viaja a razón de $4\frac{\text{m}}{\text{s}}$. ¿Qué distancia recorre al cabo de 5 min?

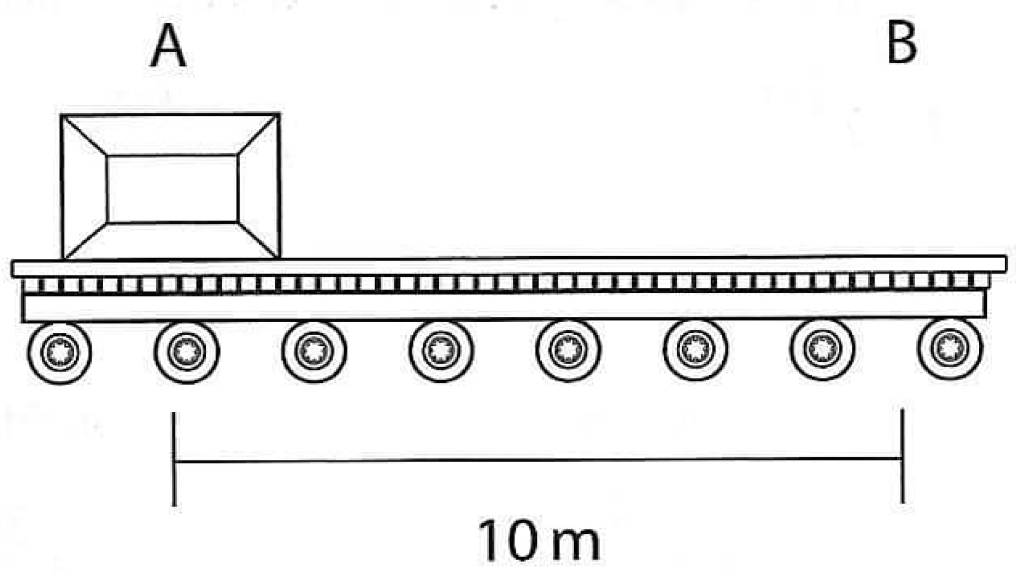
a) 20 m b) 75 m c) 120 m d) 1 200 m

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $t = 5\text{ min} = 5(60\text{ s}) = 300$ s $d = ?$	$d = v \cdot t$	$d = \left(4\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(300\text{ s})$	$d = 1\,200$ m

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

4. En la industria se necesitan mover artículos por medio de una banda transportadora, ¿con qué velocidad llega un producto desde el punto A hasta el punto B, si se tarda 4 segundos en llegar?



a) $400\frac{m}{s}$ b) $40\frac{m}{s}$ c) $5\frac{m}{s}$ d) $2.5\frac{m}{s}$

Solución:

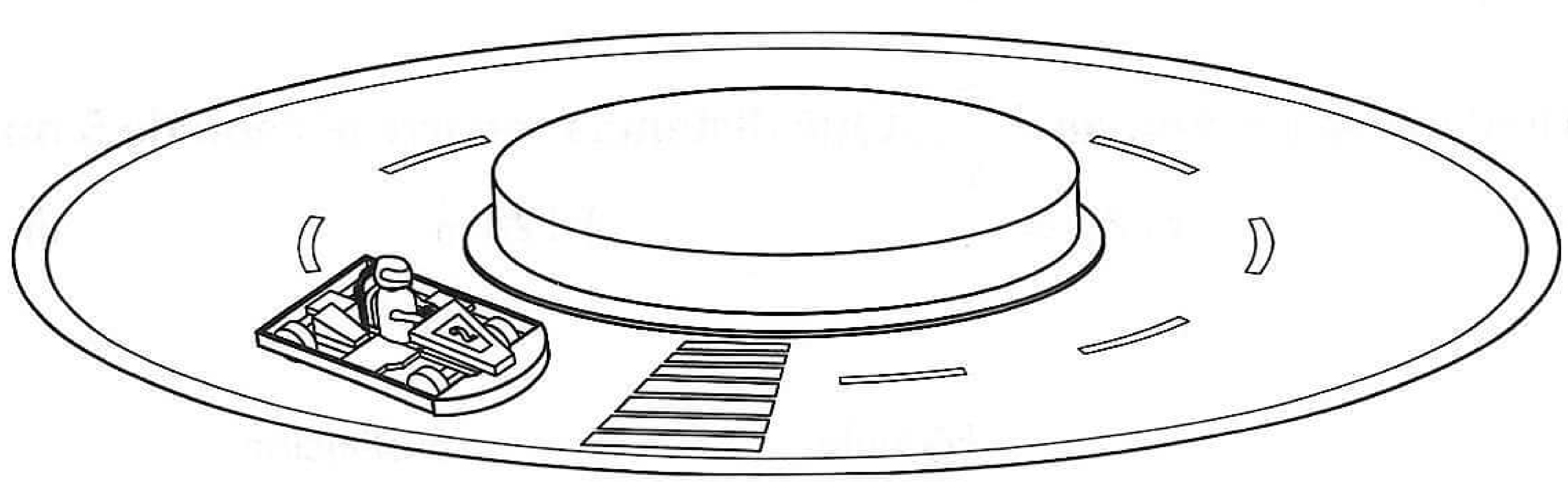
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 10$ m $t = 4$ s $v = ?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{10\text{ m}}{4\text{ s}}$	$v = 2.5\frac{m}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

5. Calcula, ¿cuál es la velocidad media y la rapidez media respectivamente de un automóvil que recorre una pista circular de 1000 m en 100 s?

a) 0 y $10\frac{m}{s}$ b) $10\frac{m}{s}$ y $100\frac{m}{s}$ c) $10\frac{m}{s}$ y $10\frac{m}{s}$ d) $10\frac{m}{s}$ y 0

Solución:
La velocidad media es el desplazamiento de un objeto en un intervalo de tiempo y es una cantidad vectorial; el desplazamiento es el segmento dirigido (vector) que une al punto de inicio con el punto final. Debido a que la pista es circular, entonces el desplazamiento es nulo, ya que el lugar de donde parte el automóvil, es el mismo al que llega, en consecuencia la velocidad media es cero.



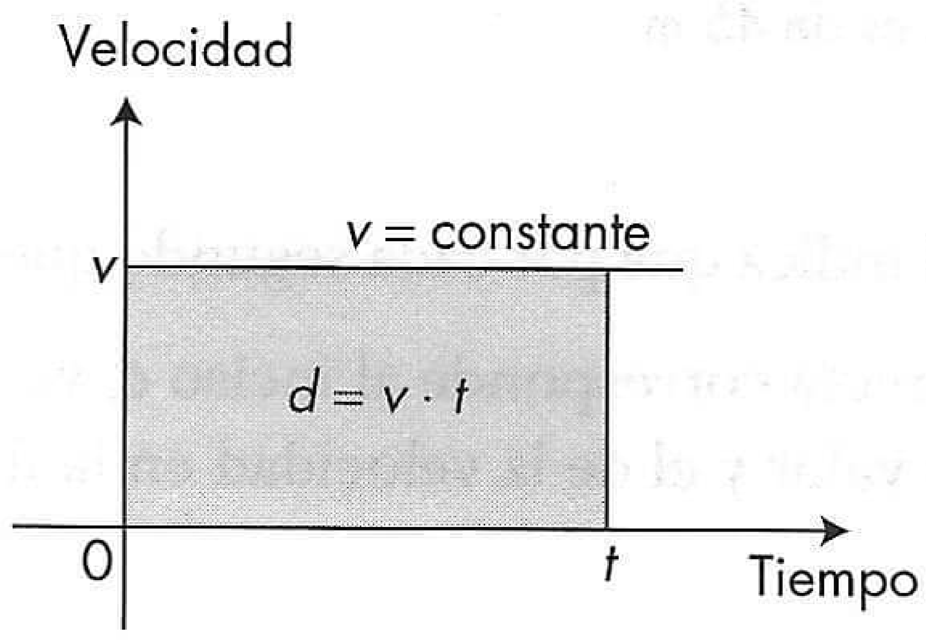
Mientras que la rapidez media es la distancia recorrida por un objeto en un intervalo de tiempo y es una cantidad escalar, la distancia es la longitud del camino seguido por el cuerpo (pista circular de 1000 m) entonces, la rapidez media es:

$$v = \frac{1000\text{ m}}{100\text{ s}} = 10\frac{m}{s}$$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

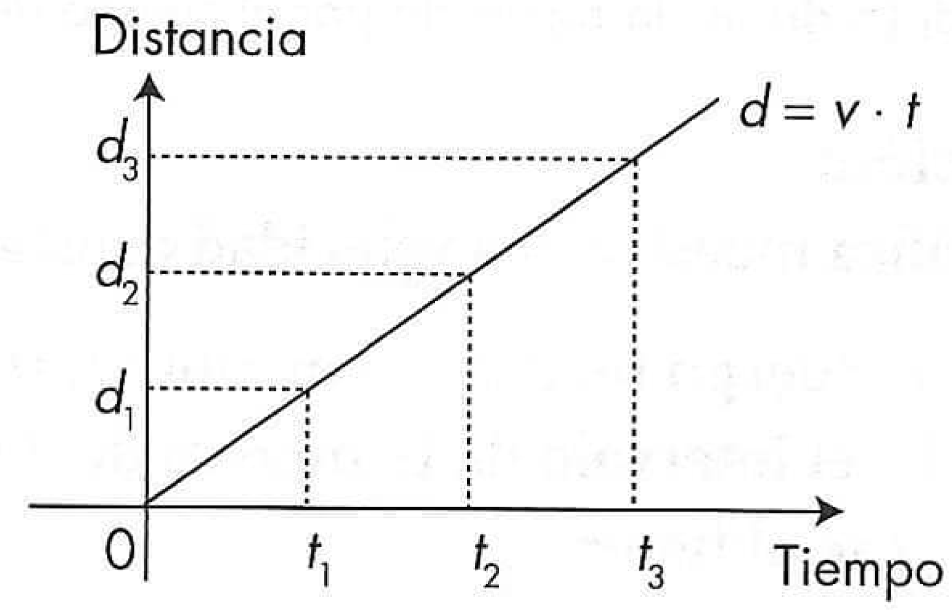
▼ Gráficas representativas del movimiento rectilíneo uniforme

Gráfica de $v - t$



En la gráfica la velocidad v permanece constante, el área de la región sombreada representa la distancia d recorrida por el móvil en un tiempo t.

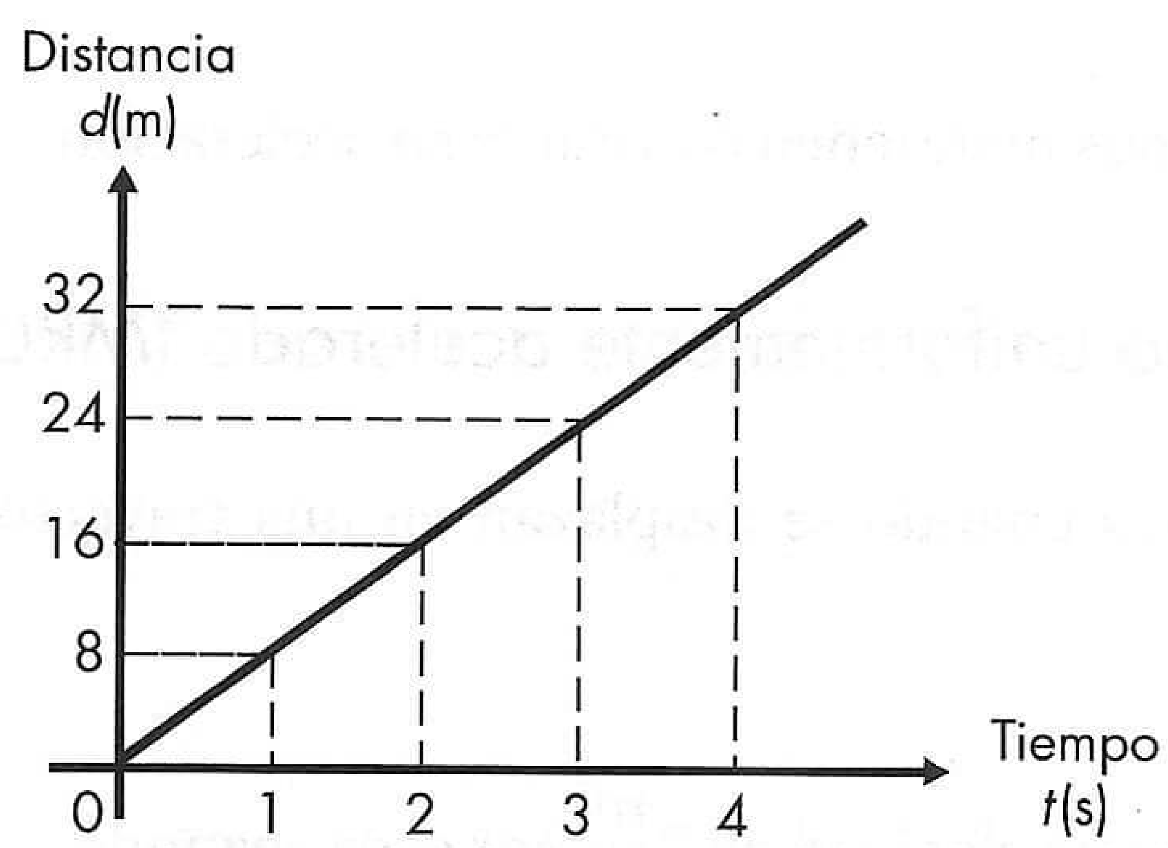
Gráfica de $d - t$



La gráfica muestra la distancia d recorrida por un cuerpo en un tiempo t, la pendiente de la recta representa la velocidad v con que se mueve dicho cuerpo.

Ejemplos de reactivos

1. La siguiente gráfica describe la distancia d recorrida por un cuerpo respecto al tiempo t. De acuerdo con ella, ¿cuál es el valor de la velocidad media del cuerpo en el intervalo de $t_i = 2$ s a $t_f = 4$ s?



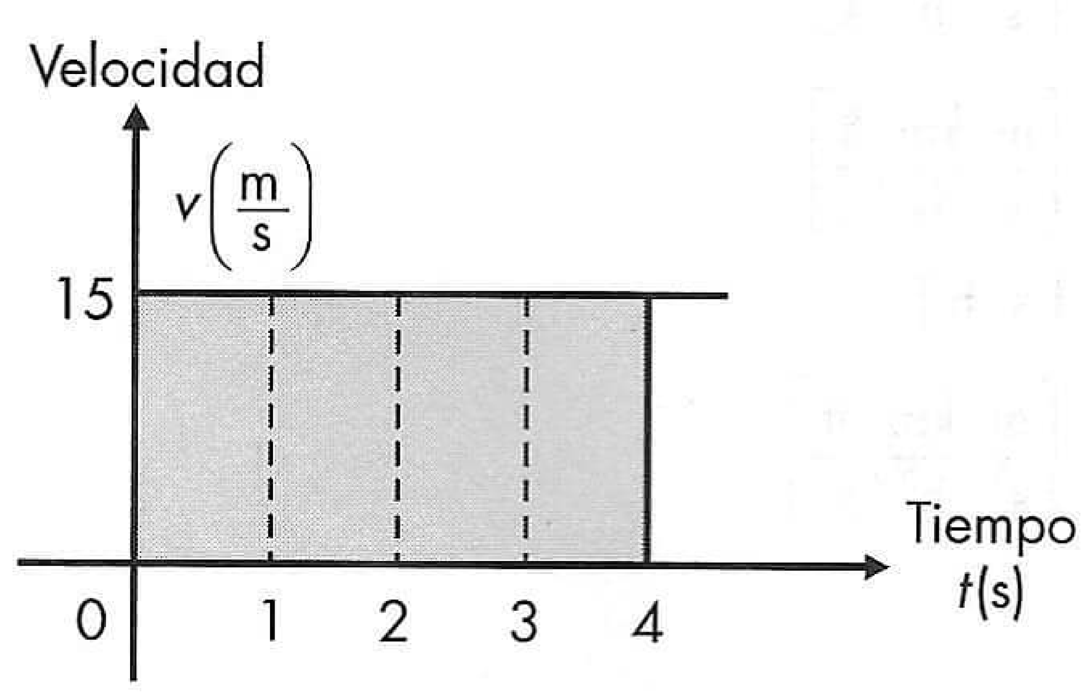
a) $10\frac{m}{s}$ b) $8\frac{m}{s}$ c) $16\frac{m}{s}$ d) $24\frac{m}{s}$

Solución:

Datos		Fórmula	Sustitución	Resultado
Para $t_i = 2$ s	$d_i = 16$ m	$v = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i}$	$v = \frac{32\text{ m} - 16\text{ m}}{4\text{ s} - 2\text{ s}} = \frac{16\text{ m}}{2\text{ s}}$	$v = 8\frac{m}{s}$
Para $t_f = 4$ s	$d_f = 32$ m			
$v = ?$				

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El movimiento de un cuerpo se describe en esta gráfica. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



a) La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 1$ s hasta $t = 4$ s es de 60 m
b) La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 2$ s es de 15 m
c) La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 1$ s hasta $t = 3$ s es de 30 m
d) La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 4$ s es de 45 m

Solución:
La gráfica muestra una velocidad constante de $15\frac{m}{s}$; la cual indica que por cada segundo que transcurre el cuerpo recorre 15 m, por tanto, la afirmación correcta corresponde al inciso c, ya que de 1 s a 3 s el intervalo de tiempo es de 2 s, y al sustituir este valor y el de la velocidad en la fórmula $d = v \cdot t$ se obtiene:

$$d = \left(15\frac{m}{s}\right)(2\ s) = 30\ m$$

✎ Resuelve los reactivos 1 a 13 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Movimiento uniformemente acelerado (MUA)

Movimiento en el que los cuerpos mantienen constante su aceleración.

▼ Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

Es el que describen los cuerpos cuando se desplazan en una trayectoria rectilínea con aceleración constante.

Ejemplos

- Un cuerpo que aumenta su velocidad en $3\frac{m}{s}$ por cada segundo.
- Una fruta que cae de un árbol acelerada por la gravedad.
- Una pelota que es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de $20\frac{m}{s}$.

➤ Aceleración

Es el cambio en la velocidad de un cuerpo con respecto al tiempo.

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Si $t_f - t_i = t$ la fórmula se expresa como:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Donde:

v_i = velocidad inicial	$\left[\frac{m}{s}, \frac{km}{h}, \frac{ft}{s}\right]$
v_f = velocidad final	$\left[\frac{m}{s}, \frac{km}{h}, \frac{ft}{s}\right]$
t = intervalo de tiempo	[s, h]
a = aceleración	$\left[\frac{m}{s^2}, \frac{km}{h^2}, \frac{ft}{s^2}\right]$

Ejemplo de reactivo

Un móvil se mueve a razón de $40\frac{\text{m}}{\text{s}}$, después de 8 segundos se mueve a razón de $60\frac{\text{m}}{\text{s}}$. ¿Cuál es la aceleración del móvil?

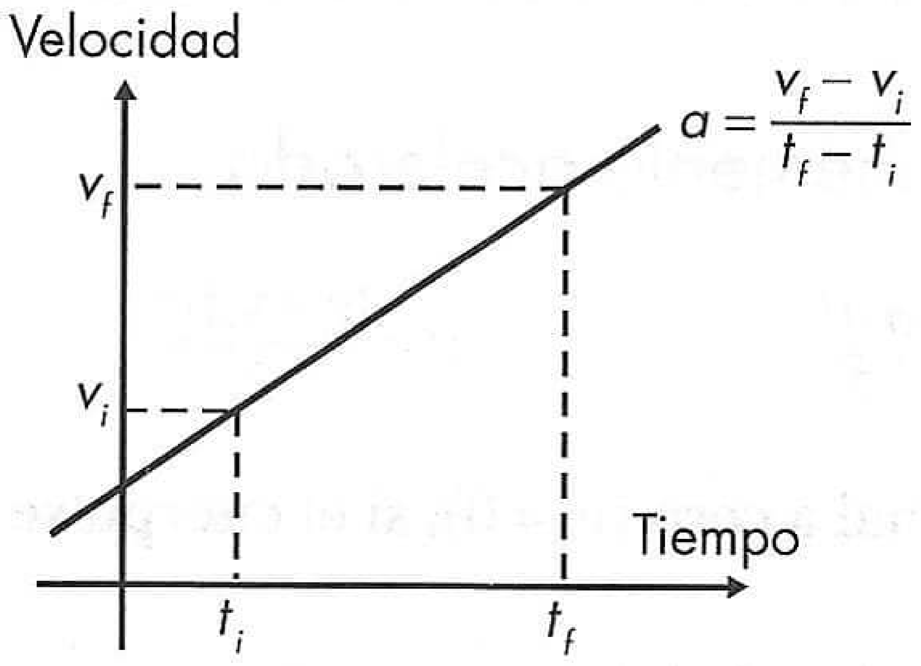
a) $2.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ b) $12.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ c) $25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ d) $0.25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Solución:

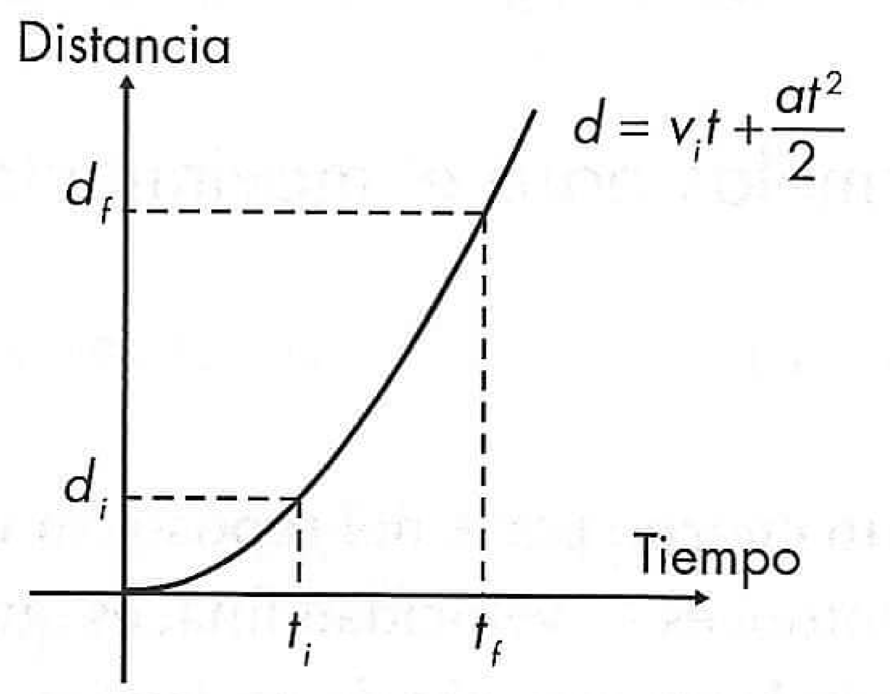
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 40\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_f = 60\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $t = 8\ \text{s}$ $a = ?$	$a = \frac{v_f - v_i}{t}$	$a = \frac{60\frac{\text{m}}{\text{s}} - 40\frac{\text{m}}{\text{s}}}{8\ \text{s}} = \frac{20\frac{\text{m}}{\text{s}}}{8\ \text{s}}$ $a = 2.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$a = 2.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Gráficas representativas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado



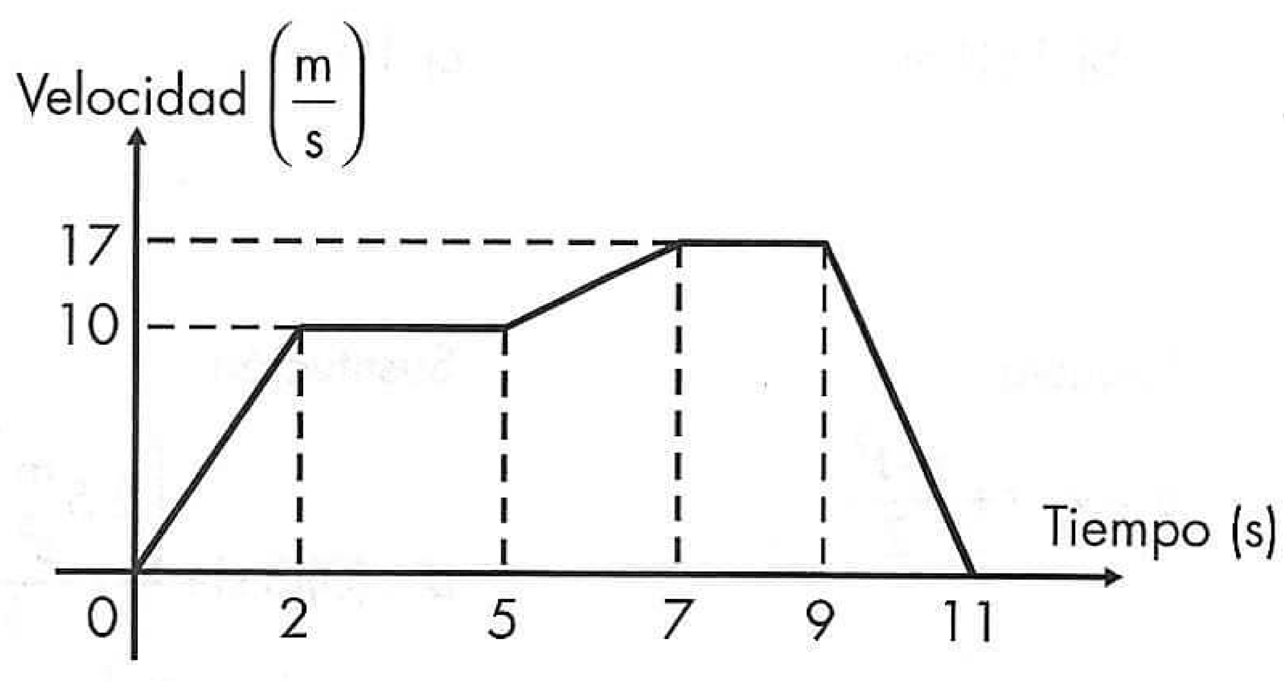
En la gráfica la pendiente de la recta representa la aceleración con que se mueve un cuerpo en un intervalo de tiempo.



La gráfica representa la distancia recorrida por un cuerpo con aceleración constante con respecto al tiempo.

Ejemplo de reactivo

La siguiente gráfica describe el movimiento de un cuerpo. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?



I. En los intervalos de 0 a 2 segundos y de 9 a 11 segundos el cuerpo se encuentra en MRU y con aceleración de 0.

II. En el intervalo de 2 a 5 segundos el cuerpo se mueve con aceleración igual a cero y en el intervalo de 9 a 11 segundos se mueve con aceleración de $-8.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

III. En el intervalo de 0 a 2 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA con aceleración de $5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ y en el intervalo de 7 a 9 segundos se encuentra en MRU.

IV. En los intervalos de 2 a 5 segundos y de 7 a 9 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA, con aceleraciones de $5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ y de $-8.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

a) I y II b) Sólo IV c) II y III d) Sólo II

Solución:

En el intervalo de 0 a 2 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA, con aceleración de $a=\dfrac{10-0}{2-0}=5\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

En el intervalo de 2 a 5 segundos el cuerpo se encuentra en MRU, con aceleración de $a=\dfrac{10-10}{5-2}=0\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

En el intervalo de 5 a 7 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA, con aceleración de

$$a=\frac{17-10}{7-5}=3.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

En el intervalo de 7 a 9 segundos el cuerpo se encuentra en MRU, con aceleración de

$$a=\frac{17-17}{9-7}=0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

En el intervalo de 9 a 11 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA, con aceleración de $a=\dfrac{0-17}{11-9}$

$$a=-8.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Por tanto, de acuerdo con los resultados anteriores, la opción correcta es el inciso c.

Fórmulas para el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

$$v_f=v_i+a\cdot t \qquad v_f^2=v_i^2+2a\cdot d \qquad d=v_i\cdot t+\frac{a\cdot t^2}{2} \qquad d=\frac{(v_i+v_f)\cdot t}{2}$$

Cuando un cuerpo parte del reposo, su velocidad inicial es igual a cero ($v_i=0$), si el cuerpo se detiene o frena, entonces su velocidad final es igual a cero ($v_f=0$).

Cuando la aceleración de un cuerpo es positiva ($a>0$) la velocidad del cuerpo va en aumento; si la aceleración es negativa ($a<0$) la velocidad del cuerpo va disminuyendo.

Ejemplos de reactivos

1. Un cuerpo parte del reposo y se acelera a razón de $2.5\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. ¿Qué distancia recorre después de 8 segundos?

a) 80 m b) 160 m c) 10 m d) 800 m

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i=0$ $a=2.5\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $t=8$ s $d=$?	$d=v_i\cdot t+\dfrac{a\cdot t^2}{2}$	$d=(0)(8\text{ s})+\dfrac{\left(2.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(8\text{ s})^2}{2}$ $=0+\dfrac{\left(2.5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(64\text{ s}^2)}{2}$ $=\dfrac{160\text{ m}}{2}=80\text{ m}$	$d=80$ m

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Un móvil se mueve a razón de $15\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y se desacelera a un ritmo de $1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. ¿Cuál es su velocidad al cabo de 9 segundos?

a) $20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $24\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $-6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 15\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $a = -1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $t = 9\ \text{s}$ $v_f = ?$	$v_f = v_i + a \cdot t$	$v_f = 15\frac{\text{m}}{\text{s}} + \left(-1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(9\ \text{s})$ $= 15\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_f = 6\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$v_f = 6\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La función de posición de una partícula en el plano cartesiano se representa como $S(t)$, donde S es la posición y $t \geq 0$ es el tiempo. Si la posición de una partícula está dada por la función $S(t) = 2t^2 - 7t + 8$, donde t es el tiempo en segundos y S la posición en metros, ¿en qué tiempo la partícula ha recorrido 23 m?

a) 5 s b) 1.5 s c) 3 s d) 10 s

Solución:

Datos
$S(t) = 23$ m
$t = ?$

Se sustituye $S(t) = 23$ m

$$S(t) = 2t^2 - 7t + 8$$
$$23 = 2t^2 - 7t + 8$$

Se iguala a cero la expresión y se resuelve la ecuación cuadrática:

$$0 = 2t^2 - 7t + 8 - 23$$
$$0 = 2t^2 - 7t - 15$$
$$0 = (t - 5)(2t + 3)$$

Por consiguiente, los valores de t son:

$$t = 5\ \text{s y } t = -\frac{3}{2}\text{s}$$

Por tanto, el valor buscado de t es de 5 segundos y corresponde al inciso a.

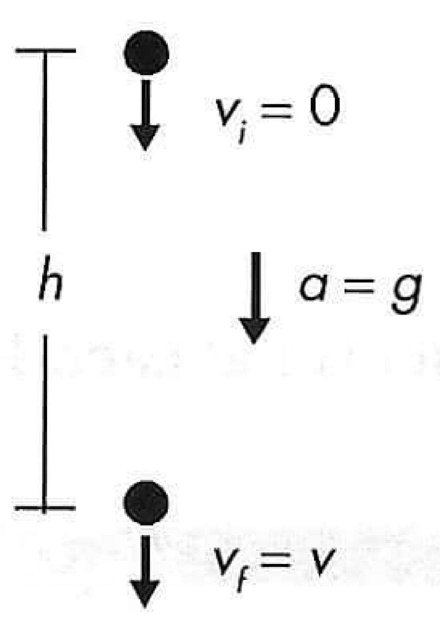
✎ Resuelve los reactivos 14 a 25 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

▼ Caída libre

En este movimiento los cuerpos describen una trayectoria rectilínea de arriba hacia abajo con aceleración constante e igual a la gravedad.

$$a = g = 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Todos los cuerpos en caída libre son acelerados hacia el centro de la Tierra y su velocidad aumenta de manera uniforme con respecto al tiempo.



Fórmulas	Donde:
$v = g \cdot t$	t = tiempo [s]
$v = \sqrt{2g \cdot h}$	h = altura [m]
$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$	v = velocidad $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$	$g = 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ejemplos de reactivos

1. Se deja caer un cuerpo desde la parte más alta de un edificio y tarda 4 segundos en llegar al suelo, calcular la altura del edificio.

a) 39.24 m b) 78.48 m c) 156.96 m d) 784.8 m

Solución:

Datos

$g = 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$t = 4$ s

$h = ?$

Fórmula

$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$

Sustitución

$$h = \frac{\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(4\text{ s})^2}{2} = \frac{\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(16\text{ s}^2)}{2}$$

$h = 78.48$ m

Resultado

$h = 78.48$ m

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una pelota se deja caer desde un puente de altura H y tarda T segundos en llegar al río que pasa por debajo del puente, ¿cuánto tiempo le toma a la pelota recorrer tres cuartas partes de la altura del puente?

a) $\sqrt{3}T$ b) $\frac{\sqrt{3}}{4}T$ c) $\frac{3}{2}T$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}T$

Solución:

Datos

$h = \frac{3}{4}H$

$T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$t = ?$

Fórmula

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Sustitución

$$t = \sqrt{\frac{2\left(\frac{3}{4}H\right)}{g}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}(2H)}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4}\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{3}{4}}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$t = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{\sqrt{3}}{2}T$$

Resultado

$t = \frac{\sqrt{3}}{2}T$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La aceleración de la gravedad en la Ciudad de México es de aproximadamente $9.78\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) La velocidad durante la caída es uniforme, pero depende del peso de cada objeto.

b) La velocidad media con la que caen los objetos es de $9.78\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) La velocidad de los objetos que caen al tocar el piso es de $9.78\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

d) La velocidad de los objetos aumenta $9.78\frac{\text{m}}{\text{s}}$ cada segundo de caída.

Solución:

La aceleración de la gravedad es el cambio de velocidad con la que cae un cuerpo con respecto al tiempo, la cual es aproximadamente $9.78\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ en la Ciudad de México, esto significa que:

$$g = \frac{9.78\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1\text{ s}} = 9.78\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

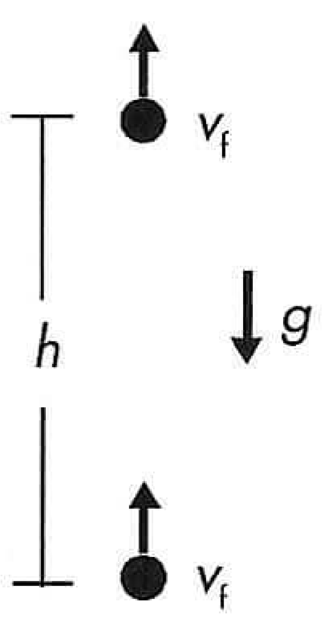
Entonces, la velocidad de un objeto aumenta $9.78\frac{\text{m}}{\text{s}}$ cada segundo que transcurre al caer. Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

✐ Resuelve los reactivos 26 a 30 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

▼ Tiro vertical

Movimiento rectilíneo en el que los cuerpos describen una trayectoria de abajo hacia arriba con aceleración constante e igual a la gravedad.

En este movimiento, la velocidad de los cuerpos disminuye de manera uniforme conforme el cuerpo va en ascenso, debido a que la gravedad es contraria a la dirección del movimiento. Cuando la velocidad final del cuerpo es cero, en ese instante el cuerpo alcanza su altura máxima.



Fórmulas

$$v_f = v_i - g \cdot t$$
$$v_f^2 = v_i^2 - 2g \cdot h$$
$$h = v_i \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$
$$h_{máx} = \frac{v_i^2}{2g}$$
$$t_s = \frac{v_i}{g}$$

Donde:

v_i = velocidad inicial $\left[\frac{m}{s}\right]$

v_f = velocidad final $\left[\frac{m}{s}\right]$

h = altura [m]

$h_{máx}$ = altura máxima [m]

t = tiempo [s]

t_s = tiempo de subida [s]

Ejemplos de reactivos

1. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de $30\frac{m}{s}$. Cuando su velocidad es igual a un tercio de su velocidad de lanzamiento, ¿a qué altura se encuentra la pelota? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 1 m b) 40 m c) 400 m d) 100 m

Solución:

Datos

$v_i = 30\frac{m}{s}$

$v_f = \frac{1}{3}\left(30\frac{m}{s}\right) = 10\frac{m}{s}$

$g = 10\frac{m}{s^2}$

$h = ?$

Fórmula

$v_f^2 = v_i^2 - 2g \cdot h$

Despeje:

$h = \frac{v_i^2 - v_f^2}{2g}$

Sustitución

$$h = \frac{\left(30\frac{m}{s}\right)^2 - \left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)}$$
$$= \frac{900\frac{m^2}{s^2} - 100\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}} = \frac{800\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}} = 40 \text{ m}$$

Resultado

$h = 40$ m

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad v_0 y tarda un tiempo t_0 en alcanzar su altura máxima, ¿en cuánto tiempo la velocidad del cuerpo será un cuarto de su velocidad inicial?

a) $\frac{3}{4}t_0$ b) $\frac{1}{4}t_0$ c) $3\ t_0$ d) $4\ t_0$

Solución:

Datos

$v_i = v_0$

$v_f = \frac{1}{4}v_0$

Tiempo de subida $t_0 = \frac{v_0}{g}$

Gravedad $= g$

$t = ?$

Fórmula

$v_f = v_i - g \cdot t$

Despeje

$t = \frac{v_i - v_f}{g}$

Sustitución

$$t = \frac{v_0 - \frac{1}{4}v_0}{g} = \frac{\frac{3}{4}v_0}{g}$$
$$= \frac{3}{4}\frac{v_0}{g} = \frac{3}{4}t_0$$

Resultado

$t = \frac{3}{4}t_0$

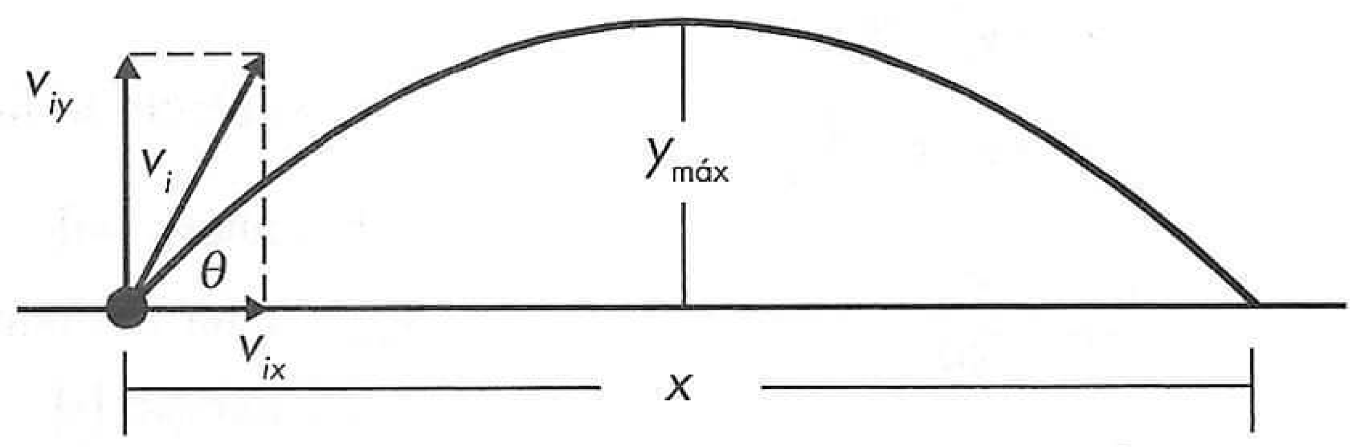
Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✎ Resuelve los reactivos 31 a 36 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

La caída libre y el tiro vertical son casos particulares del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, con aceleración igual al valor de la gravedad.

▼ Movimiento de proyectiles (tiro parabólico)

Movimiento uniformemente acelerado bidimensional con aceleración igual a la gravedad, en el que los cuerpos son disparados con una velocidad, la cual forma un ángulo de inclinación con la horizontal. En este movimiento la trayectoria descrita por los cuerpos es parabólica.



Donde:

v_i = velocidad inicial
θ = ángulo de inclinación
v_{ix} = componente horizontal de la velocidad inicial
v_{iy} = componente vertical de la velocidad inicial

Componentes de la velocidad inicial:

$$v_{ix} = v_i \cdot \cos\theta$$
$$v_{iy} = v_i \cdot \operatorname{sen}\theta$$

➤ Características del tiro parabólico

La velocidad del proyectil para un tiempo t de vuelo es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ donde } v_x = v_{ix} = v_i \cdot \cos\theta \text{ y } v_y = v_{iy} - g \cdot t = v_i \cdot \operatorname{sen}\theta - g \cdot t$$

La componente horizontal de la velocidad es constante e igual a la componente inicial, la componente vertical disminuye conforme el proyectil asciende. Cuando la componente vertical de la velocidad es cero, el proyectil en ese instante alcanza su altura máxima.

La altura máxima que alcanza un proyectil se obtiene mediante la fórmula:

$$y_{máx} = \frac{v_i^2 \cdot \operatorname{sen}^2\theta}{2g} = \frac{(v_i \cdot \operatorname{sen}\theta)^2}{2g}$$

El alcance horizontal se obtiene con la fórmula:

$$x = \frac{v_i^2 \cdot \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

El tiempo que tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima se obtiene con la fórmula:

$$t = \frac{v_i \cdot \operatorname{sen}\theta}{g}$$

El tiempo total de vuelo de un proyectil es el doble del tiempo que tarda en alcanzar su altura máxima. La magnitud de la velocidad con que es disparado un proyectil es igual a la magnitud de la velocidad con que se impacta con la superficie, suponiendo que ésta es completamente horizontal.

Ejemplos de reactivos

1. Un proyectil se dispara con una velocidad de $50\frac{m}{s}$ y forma un ángulo de 45° con la horizontal, ¿cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil? $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 6 250 m b) 6.25 m c) 62.5 m d) 625 m

Solución:

Datos

$v_i = 50\frac{m}{s}$

$\theta = 45°$

$g = 10\frac{m}{s^2}$

$y_{máx} = ?$

Fórmula

$$y_{máx} = \frac{v_i^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g}$$

Sustitución

$$y_{máx} = \frac{\left(50\frac{m}{s}\right)^2 \text{sen}^2\,45°}{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)} = \frac{\left(2\,500\frac{m^2}{s^2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{20\frac{m}{s^2}}$$

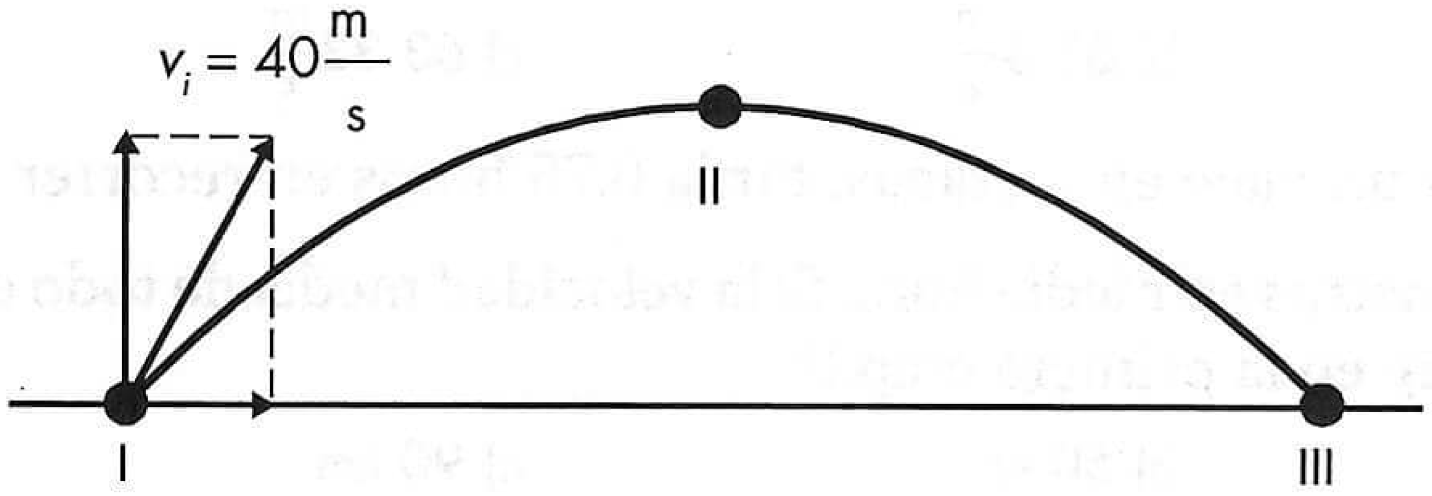
$$= \frac{1250\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}} = 62.5\text{ m}$$

Resultado

$y_{máx} = 62.5\text{ m}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Un proyectil es disparado con una velocidad de $40\frac{m}{s}$ y un ángulo de inclinación respecto a la horizontal de 60°:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

I. La componente horizontal de la velocidad en el punto II es de $20\frac{m}{s}$ y la componente vertical es cero.
II. Las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el punto I es de $20\frac{m}{s}$ y $34.65\frac{m}{s}$, respectivamente.
III. La componente horizontal de la velocidad en el punto III es cero y la componente vertical es de $20\frac{m}{s}$.
IV. En el punto II ambas componentes de la velocidad son iguales.

a) Sólo III b) Sólo IV c) III y IV d) I y II

Solución:

Datos

$v_i = 40\frac{m}{s}$

$\theta = 60°$

$v_{ix} = ?$

$v_{iy} = ?$

Fórmula

$v_{ix} = v_i \cdot \cos\theta$

$v_{iy} = v_i \cdot \text{sen}\,\theta$

$\cos 60° = \frac{1}{2} = 0.5$

$\text{sen}\,60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$

Sustitución

$$v_{ix} = \left(40\frac{m}{s}\right)\cos 60° = \left(40\frac{m}{s}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = 20\frac{m}{s}$$

$$v_{iy} = \left(40\frac{m}{s}\right)\text{sen}\,60° = \left(40\frac{m}{s}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 34.64\frac{m}{s}$$

Resultado

$v_{ix} = 20\frac{m}{s}$

$v_{iy} = 34.64\frac{m}{s}$

A partir de los resultados anteriores las afirmaciones correctas son la I y II, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✐ Resuelve los reactivos 37 a 42 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Se define como la rapidez media de un cuerpo.
   a) El vector que resulta de dividir la velocidad entre el tiempo transcurrido.
   b) La velocidad entre el tiempo transcurrido.
   c) La razón de dividir la distancia entre el tiempo transcurrido.
   d) Al vector que resulta de dividir la distancia en el tiempo transcurrido por la dirección del movimiento.

2. Un cuerpo recorre 600 m en un minuto. ¿Cuál es su velocidad media en ese intervalo de tiempo?
   a) $60\frac{m}{s}$ b) $1\frac{m}{s}$ c) $6\frac{m}{s}$ d) $10\frac{m}{s}$

3. Un móvil viaja a razón de $40\frac{m}{s}$. ¿Qué distancia recorre al cabo de 12 segundos?
   a) 480 m b) 480 km c) 48 m d) 4800 m

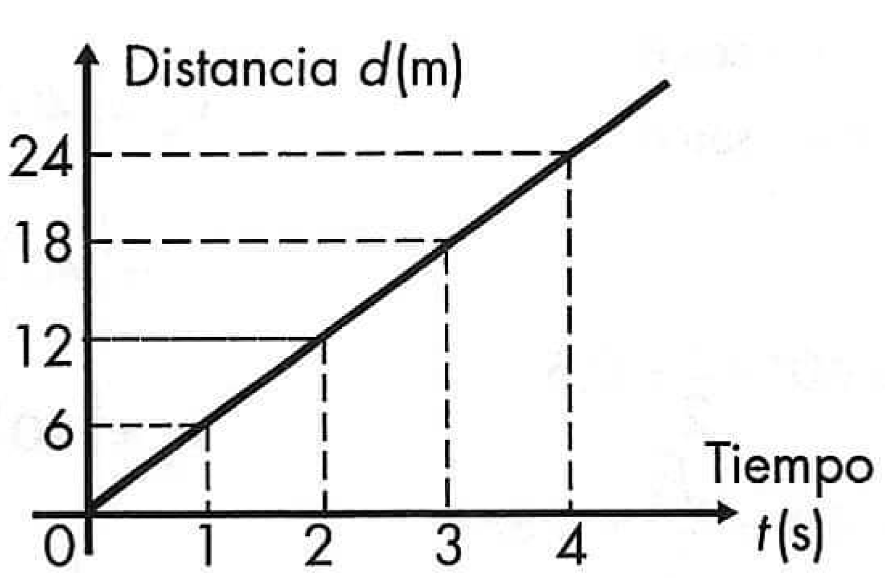
4. Si un peatón recorre en línea recta 40 m en 80 s, repentinamente se detiene durante 10 s y, posteriormente avanza 20 m en 10 s. ¿Cuál es su rapidez media?
   a) $0.4\frac{m}{s}$ b) $0.6\frac{m}{s}$ c) $1.6\frac{m}{s}$ d) $2.5\frac{m}{s}$

5. Un móvil recorre 300 m en 5 s, después recorre 200 m en 3 s. ¿Cuál es la velocidad media del móvil en todo el recorrido?
   a) $60\frac{m}{s}$ b) $62.5\frac{m}{s}$ c) $63.33\frac{m}{s}$ d) $66.66\frac{m}{s}$

6. Un auto realiza un viaje en 2 etapas, tarda 0.75 horas en recorrer la primera, en la segunda recorre 45 kilómetros en media hora. Si la velocidad media de todo el viaje es de $100\frac{km}{h}$. ¿Qué distancia recorre en la primera etapa?
   a) 75 km b) 50 km c) 90 km d) 80 km

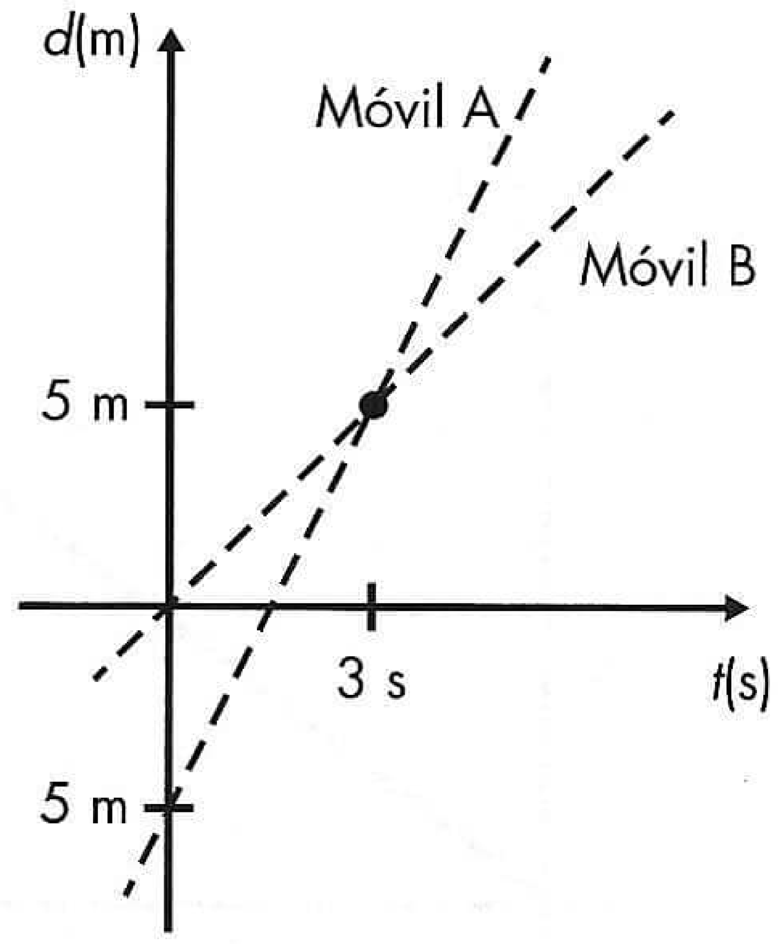
7. La velocidad media de un automóvil en un viaje es de $150\frac{km}{h}$; en el primer tramo del viaje recorre 360 kilómetros con una velocidad media de $90\frac{km}{h}$, en el segundo tramo del viaje recorre 690 kilómetros. ¿Cuánto tiempo tarda el automóvil en recorrer el segundo tramo del viaje?
   a) 4.6 h b) 11.5 h c) 3 h d) 5 h

8. La siguiente gráfica describe la distancia d recorrida por un cuerpo con respecto al tiempo t. De acuerdo con ella. ¿Cuál es el valor de la velocidad media del cuerpo en el intervalo de $t_1 = 1$ s a $t_2 = 3$ s?



   a) $12\frac{m}{s}$ b) $6\frac{m}{s}$ c) $18\frac{m}{s}$ d) $24\frac{m}{s}$

9. De acuerdo con la siguiente gráfica, ¿qué móvil se mueve con mayor rapidez?



a) Faltan datos b) Móvil B c) Móvil A d) Es la misma en ambos

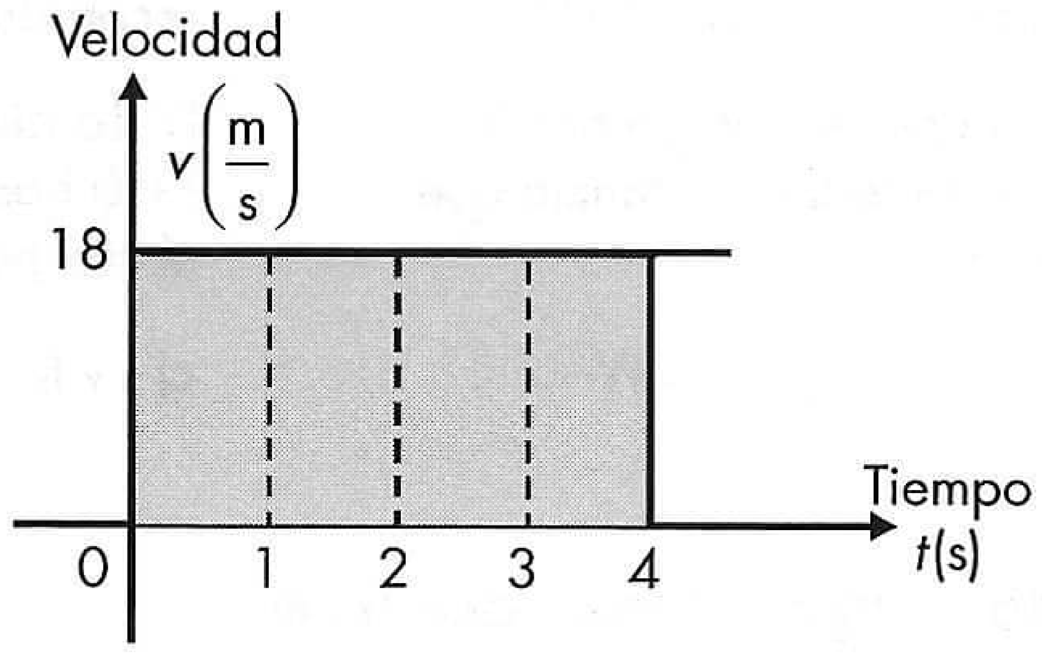
10. La siguiente tabla ilustra la distancia recorrida por un cuerpo con respecto al tiempo:

Tiempo t(s)	1	4		11	20
Distancia d(m)	15	60	135		300

De acuerdo con la tabla, ¿en qué tiempo recorre el cuerpo una distancia de 135 m y qué distancia recorre en un tiempo de 11 segundos?

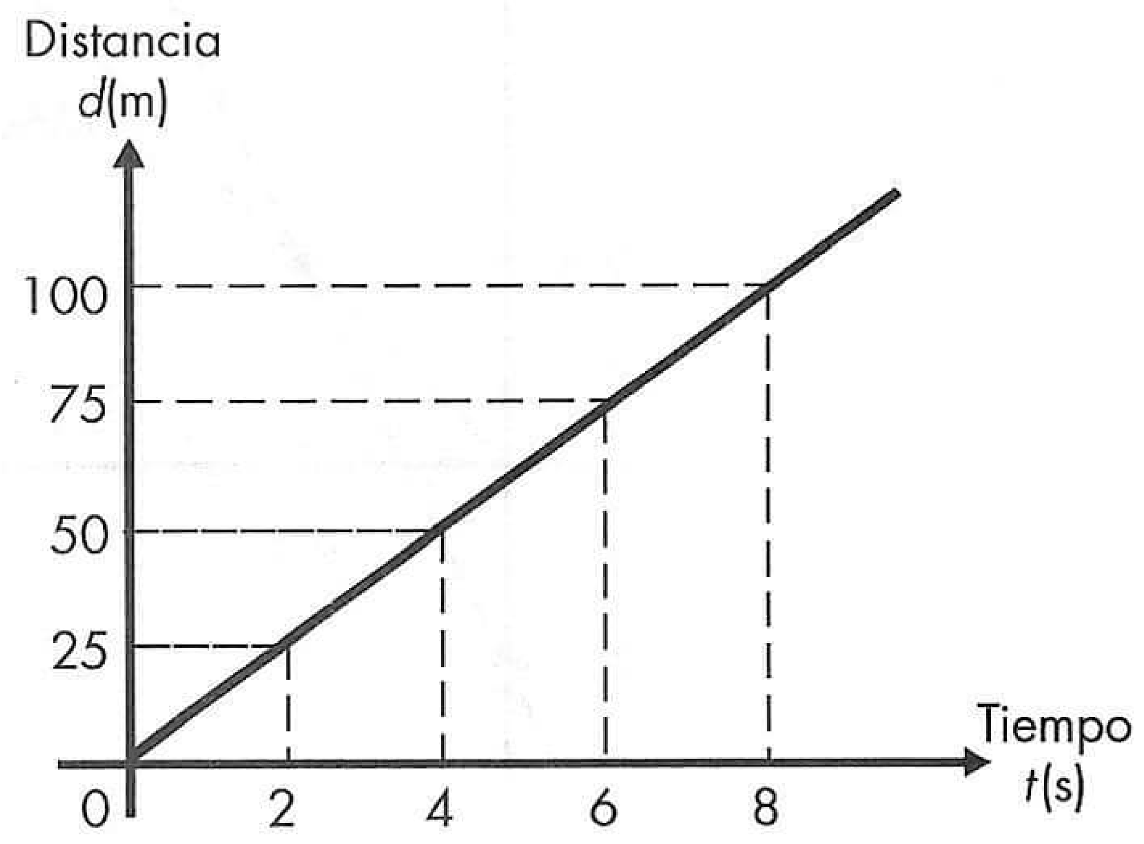
a) 165 s y 9 m b) 9 s y 165 m c) 7 s y 150 m d) 7 s y 225 m

11. El movimiento de un cuerpo se describe en esta gráfica. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



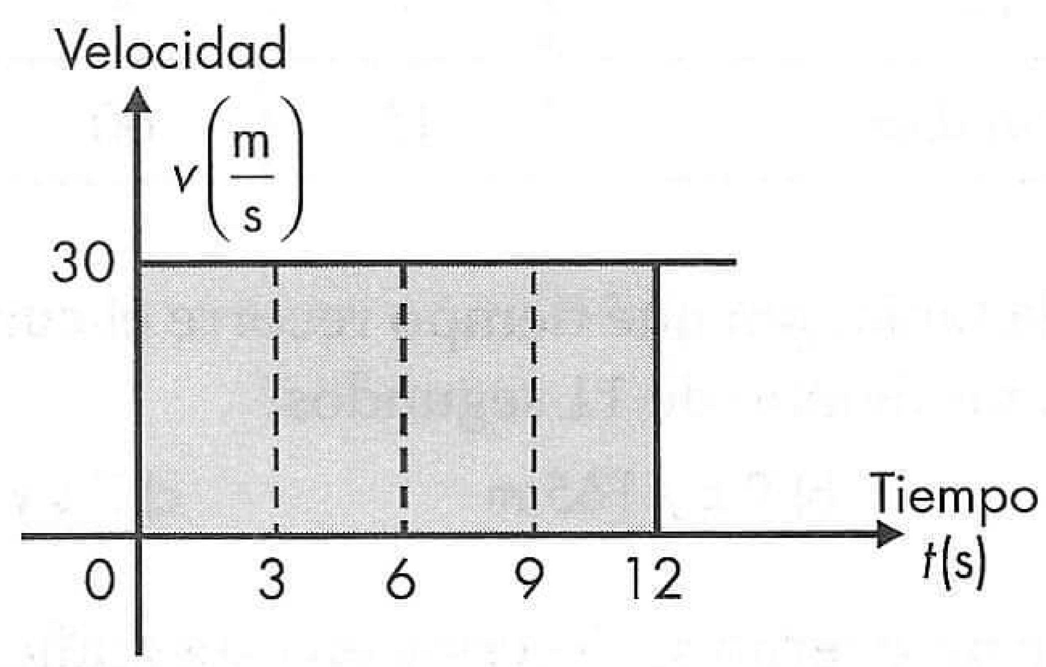
a) la distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 1$ s hasta $t = 4$ s es de 72 m
b) la distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 2$ s es de 18 m
c) la distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 1$ s hasta $t = 3$ s es de 54 m
d) la distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 4$ s es de 72 m

12. La siguiente gráfica describe la distancia d recorrida por un cuerpo con respecto al tiempo t. De acuerdo con ella. ¿Cuál es el valor de la velocidad media del cuerpo en el intervalo de $t_1 = 3$ s a $t_2 = 8$ s?



a) $12.5\frac{m}{s}$ b) $125\frac{m}{s}$ c) $1.25\frac{m}{s}$ d) $25\frac{m}{s}$

13. El movimiento de un cuerpo se describe en la siguiente gráfica. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?



I. La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 3$ s hasta $t = 9$ s es la misma distancia que recorre el cuerpo desde $t = 6$ s hasta $t = 9$ s.

II. La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 3$ s hasta $t = 12$ s es la misma distancia que recorre desde $t = 0$ hasta $t = 9$ s.

III. La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 9$ s es mayor que la distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 3$ s hasta $t = 9$ s.

IV. La distancia recorrida por el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 6$ s es la misma distancia que recorre el cuerpo desde $t = 6$ s hasta $t = 12$ s.

a) I b) I, III y IV c) I y II d) II, III y IV

2 Resuelve los siguientes reactivos:

14. Un móvil se mueve a razón de $30\frac{m}{s}$, después de 6 segundos se mueve a razón de $48\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la aceleración del móvil?

a) $13\frac{m}{s^2}$ b) $3\frac{m}{s^2}$ c) $-3\frac{m}{s^2}$ d) $18\frac{m}{s^2}$

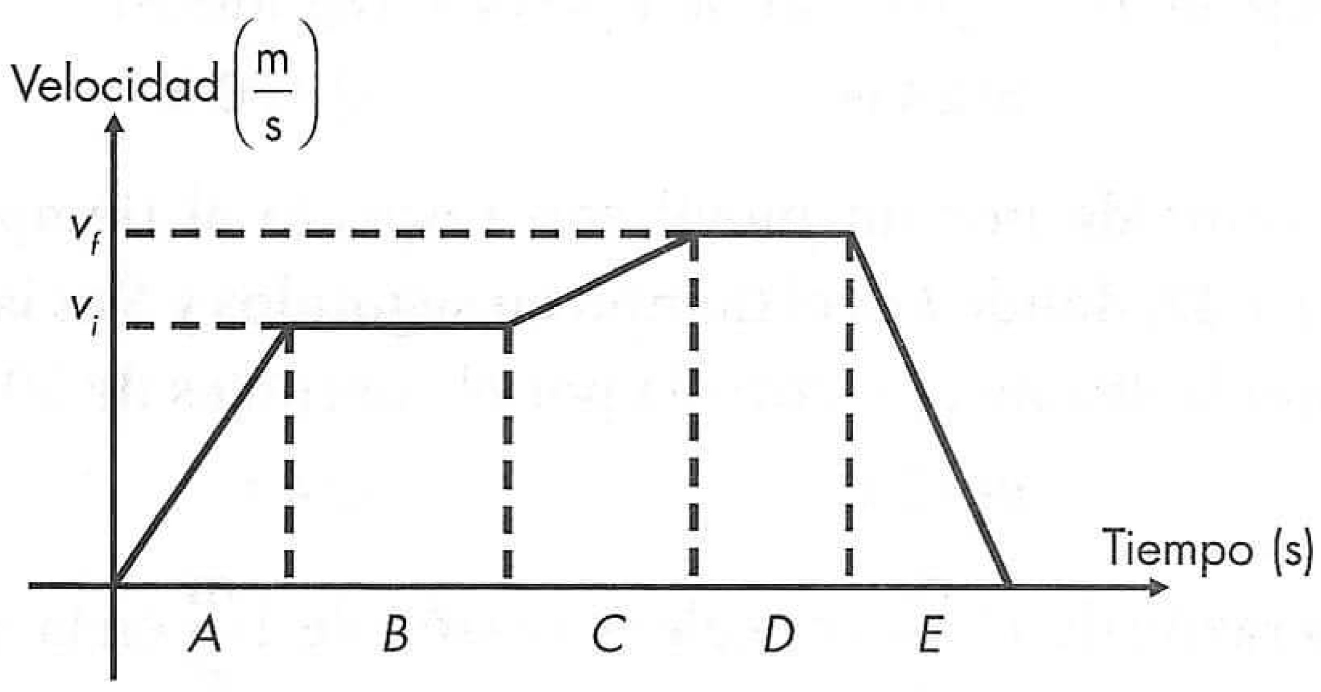
15. Un automóvil parte del reposo, y después de 5 segundos se mueve a razón de $14\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la aceleración del automóvil?

a) $2.8\frac{m}{s^2}$ b) $19\frac{m}{s^2}$ c) $9\frac{m}{s^2}$ d) $3\frac{m}{s^2}$

16. Una bicicleta viaja a una velocidad de $20\frac{m}{s}$ y frena en 4 segundos. ¿Cuál es el valor de su desaceleración?

a) $5\frac{m}{s^2}$ b) $80\frac{m}{s^2}$ c) $-5\frac{m}{s^2}$ d) $-0.2\frac{m}{s^2}$

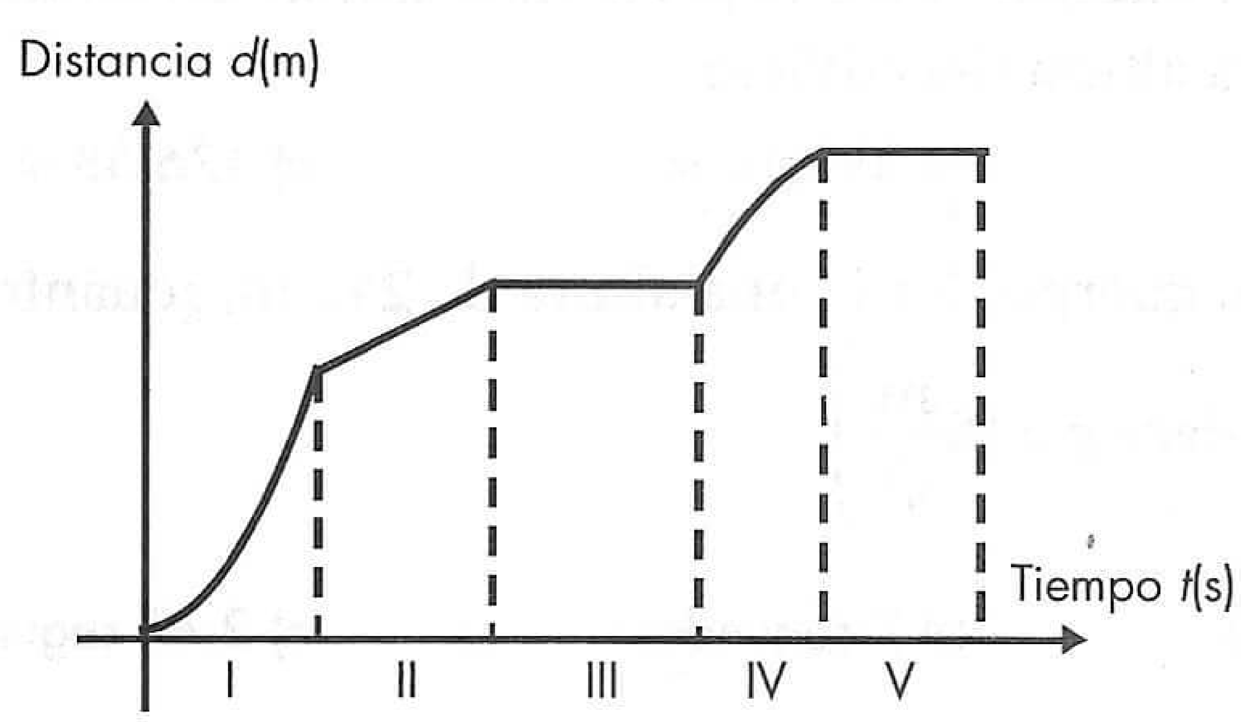
17. Esta gráfica describe el movimiento de un cuerpo. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?



I. En *A* y *C* el cuerpo describe un MRU.
II. En *A* el cuerpo describe un MRUA, en *B* y *D* describe un MRU.
III. En *E* la aceleración del cuerpo es negativa.
IV. En *A* y *C* el cuerpo describe un MRUA con aceleración negativa.

a) I y IV b) III c) II y III d) IV

18. La siguiente gráfica ilustra la distancia *d* recorrida por un cuerpo con respecto al tiempo *t*. De acuerdo con ella, indica las secciones donde el cuerpo se encuentra en movimiento rectilíneo uniforme: en movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, o cuando el cuerpo se encuentra en reposo.



a) Movimiento uniforme: I y III. Movimiento uniformemente acelerado: I y V. Reposo: II y V

b) Movimiento uniforme: II. Movimiento uniformemente acelerado: I y IV. Reposo: III y V

c) Movimiento uniforme: III. Movimiento uniformemente acelerado: II y V. Reposo: II

d) Movimiento uniforme: III y V. Movimiento uniformemente acelerado: II. Reposo: I y III

19. Un cuerpo parte del reposo y acelera a razón de $4\frac{m}{s^2}$. ¿Qué distancia recorre después de 5 segundos?

a) 50 m b) 500 m c) 10 m d) 40 m

20. Un móvil se mueve a razón de $10\frac{m}{s}$ y acelera a un ritmo de $1.5\frac{m}{s^2}$. ¿Cuál es su velocidad al cabo de 18 segundos?

a) $20\frac{m}{s}$ b) $33\frac{m}{s}$ c) $22\frac{m}{s}$ d) $37\frac{m}{s}$

21. Una bicicleta parte del reposo y acelera a razón de $2\frac{m}{s^2}$ recorriendo 18 m. ¿Cuál es la velocidad de la bicicleta al final de los 18 m?

a) $8.48\frac{m}{s}$ b) $144\frac{m}{s}$ c) $12\frac{m}{s}$ d) $6\frac{m}{s}$

22. La distancia recorrida por un móvil con respecto al tiempo está descrita por la función $S(t) = 3t^2 - 5t - 12$, donde t es el tiempo en segundos y S es la distancia en metros. ¿Qué distancia recorre el móvil para un tiempo de 6 segundos?

a) 66 m b) 24 m c) 150 m d) 660 m

23. La distancia recorrida por un móvil con respecto al tiempo está descrita por la función $S(t) = 4t^2 - 11t + 47$, donde t es el tiempo en segundos y S es la distancia en metros. ¿Para qué valor del tiempo la distancia recorrida por el cuerpo es de 50 m?

a) 0.25 s b) 12 s c) 4 s d) 3 s

24. Un tren viaja a razón de $16\frac{m}{s}$, se acelera a razón de $2\frac{m}{s^2}$ en la misma dirección. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer el vehículo 720 metros?

a) 36 s b) 32 s c) 20 s d) 16 s

25. Una bicicleta viaja con una velocidad de $12\frac{m}{s}$, ¿cuál es valor de la aceleración del vehículo si frena en 36 metros?

a) $2\ m/s^2$ b) $-2\ m/s^2$ c) $4\ m/s^2$ d) $-4\ m/s^2$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

26. Se deja caer un cuerpo desde la parte más alta de un edificio y tarda 6 segundos en llegar al suelo, calcula la altura del edificio.

a) 58.86 m b) 353.16 m c) 176.58 m d) 88.29 m

27. Se deja caer un cuerpo desde una altura de 245 m, ¿cuánto tiempo permanece el cuerpo en el aire? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 24.5 segundos b) 7 segundos c) 2.45 segundos d) 70 segundos

28. Una niña suelta un perro de peluche desde una ventana que se encuentra a una altura de 11.25 m sobre el nivel del suelo, calcula la velocidad con que se estrella el perro de peluche contra el suelo. $\left(\text{Considera } g = 10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) $15\frac{m}{s}$ b) $112.5\frac{m}{s}$ c) $30\frac{m}{s}$ d) $1125\frac{m}{s}$

29. ¿Cómo es la aceleración de un cuerpo en caída libre, si se desprecia la resistencia del aire?

a) No existe aceleración.
b) Aumenta conforme desciende el cuerpo.
c) Disminuye conforme asciende el cuerpo.
d) Permanece constante y es igual a la gravedad.

30. Despreciando la fricción del aire, si un cuerpo se deja caer libremente.

a) Su velocidad desaparece al ir en contra del viento.

b) Su velocidad sería constante e igual a $9.8\frac{m}{s}$ hasta llegar al suelo.

c) Su velocidad irá aumentando a razón de $9.8\frac{m}{s}$ cada segundo hasta chocar con el suelo.

d) Su velocidad aumentaría y después de un rato caería a velocidad constante.

4 Resuelve los siguientes reactivos:

31. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de $50\frac{m}{s}$, calcula la altura máxima que alcanza el cuerpo. $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 12 500 m b) 12.5 m c) 1 250 m d) 125 m

32. Calcula el tiempo en que una piedra tarda en alcanzar su altura máxima si se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de $60\frac{m}{s}$.

a) 0.611 segundos b) 61.1 segundos c) 6.11 segundos d) 611 segundos

33. Una bala es disparada verticalmente hacia arriba con una velocidad de $100\frac{m}{s}$. ¿Qué altura alcanza a los 5 segundos de vuelo? $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 375 m b) 250 m c) 125 m d) 750 m

34. Un balón de fútbol es pateado verticalmente hacia arriba con una velocidad de $35\frac{m}{s}$. ¿Qué altura alcanza para un tiempo de 3 segundos?

a) 13.33 m b) 149.14 m c) 105 m d) 60.85 m

35. Se dispara una flecha verticalmente hacia arriba con una velocidad de $60\frac{m}{s}$. ¿Cuánto tiempo le llevará regresar a su punto de lanzamiento? (Considera $g = 10\frac{m}{s^2}$).

a) 6 s b) 12 s c) 18 s d) 24 s

36. Un balón es pateado verticalmente hacia arriba y tarda 4 segundos en regresar al lugar donde se lanzó. ¿Cuál es la velocidad con la que salió el balón?

a) $80\frac{m}{s}$ b) $60\frac{m}{s}$ c) $40\frac{m}{s}$ d) $20\frac{m}{s}$

5 Resuelve los siguientes reactivos:

37. Se lanza un proyectil con una velocidad de $20\frac{m}{s}$ y forma un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil? $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 10 m b) 5 m c) 1 m d) 50 m

38. Se lanza un proyectil con una velocidad de $60\frac{m}{s}$ y forma un ángulo de 45° con la horizontal.

¿Cuál es el alcance horizontal del proyectil? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{m}{s^2}\right)$.

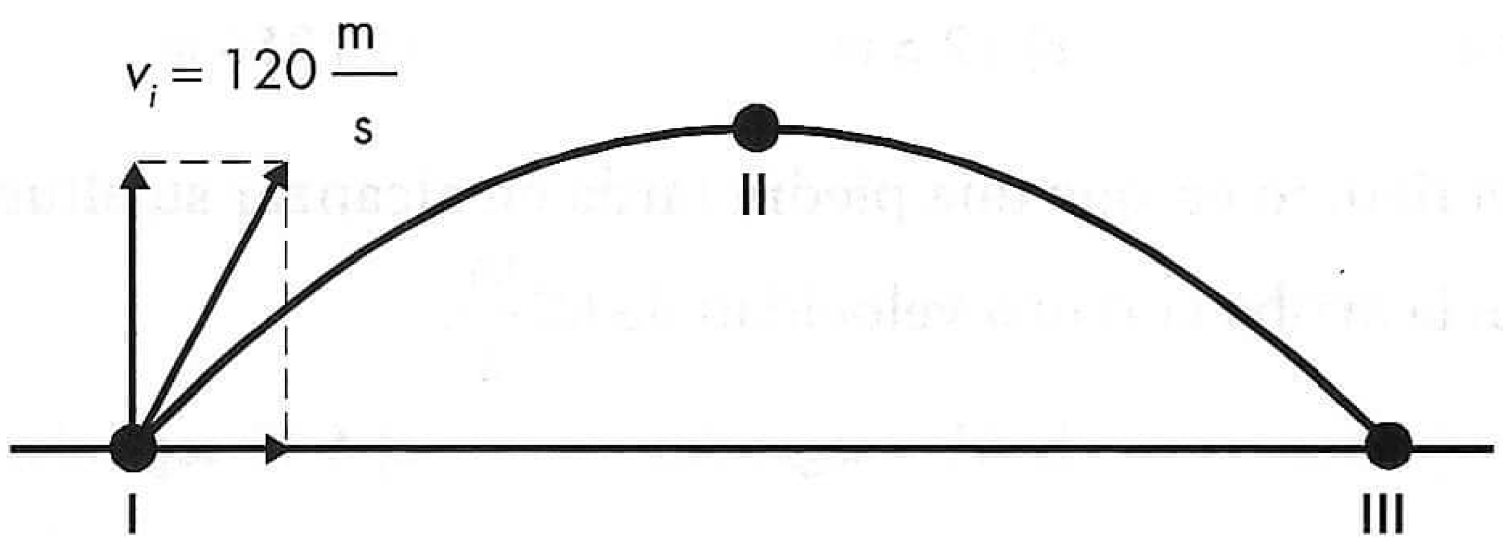
a) 360 m b) 36 m c) 3 600 m d) 3.60 m

39. Se lanza un proyectil con una velocidad de $100\frac{m}{s}$ y forma un ángulo de 30° con la horizontal.

¿Cuál es la magnitud de la velocidad con la que el proyectil impacta el piso, suponiendo que éste es completamente horizontal?

a) Es menor que $100\frac{m}{s}$ b) Es mayor que $100\frac{m}{s}$ c) Es igual a $100\frac{m}{s}$ d) Es igual a $50\frac{m}{s}$

40. Un proyectil es disparado con una velocidad de $120\frac{m}{s}$ y un ángulo de inclinación con respecto a la horizontal de 60°.



¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. La magnitud de la velocidad del proyectil en el punto III es igual a la magnitud de la velocidad en el punto I.
II. El tiempo que el proyectil tarda en subir del punto I al punto II es mayor al tiempo que tarda en descender del punto II al punto III.
III. La componente vertical de la velocidad en el punto II es de $60\sqrt{3}\frac{m}{s}$ y la componente horizontal es de 0.
IV. Las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el punto I es de $60\frac{m}{s}$ y $60\sqrt{3}\frac{m}{s}$, respectivamente, y en el punto II las componentes horizontal y vertical son de $60\frac{m}{s}$ y cero, respectivamente.

a) I y IV b) I y II c) Sólo II d) Sólo III

41. En el tiro parabólico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) $V_x = V_y = 0$
b) $V_x = V_y$
c) V_x es constante
d) V_y es constante

42. Relaciona las siguientes columnas:

I. Aceleración
II. Alcance horizontal
III. Velocidad media
IV. Distancia

1) $v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$

2) $d = v_i t + \frac{at^2}{2}$

3) $a = \frac{v_f - v_i}{t}$

4) $x = \frac{v_i^2 \cdot \text{sen } 2\theta}{g}$

a) I-3, II-2, III-1, IV-4 b) I-1, II-4, III-2, IV-3 c) I-2, II-3, III-4, IV-1 d) I-3, II-4, III-1, IV-2

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

Factores que cambian la estructura o el estado de movimiento de un cuerpo

El principal factor que altera la estructura o movimiento de un cuerpo es la *fuerza*.

Ejemplos

- Al mover una caja de un lugar a otro.
- Cuando se empuja un automóvil para moverlo.
- Al levantar un cuerpo ubicado en el suelo para subirlo a una mesa.
- Al detener un cuerpo en movimiento.

Son ejemplos en los cuales se emplea una fuerza para cambiar la posición o movimiento de los cuerpos.

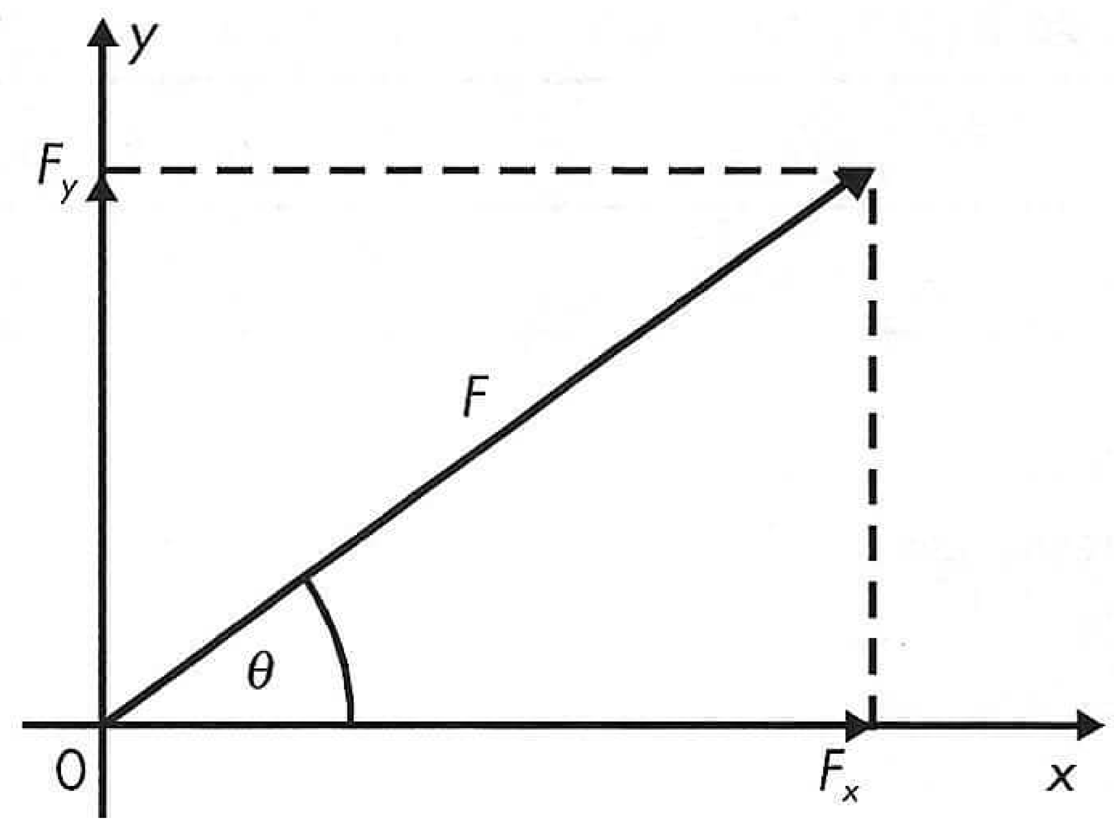
Concepto de fuerza

Una *fuerza* es la acción de un cuerpo sobre otro. La fuerza es una magnitud de carácter vectorial. Las unidades de la magnitud de una fuerza se miden en newtons (N), dinas, libras (lb), etcétera.

$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad 1\ \text{dina} = 1\ \text{g}\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \qquad 1\ \text{lb} = 1\ \text{slug}\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$$

El carácter vectorial de la fuerza

Las fuerzas, al ser magnitudes vectoriales, poseen magnitud, dirección y sentido, y se pueden representar de las siguientes formas:



Forma polar: $\vec{F} = (F, \theta)$

Forma rectangular: $\vec{F} = (F_x, F_y)$

Componentes de $\vec{F}$: $\begin{cases} F_x = F \cdot \cos\theta \\ F_y = F \cdot \text{sen}\,\theta \end{cases}$

Magnitud de $\vec{F}$: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

Dirección: $\theta = \text{arc tan} \dfrac{F_y}{F_x}$

Donde:

F = magnitud de la fuerza
θ = dirección de la fuerza
F_x = componente horizontal de la fuerza
F_y = componente vertical de la fuerza

Ejemplos de reactivos

1. Las componentes de la fuerza $\vec{F} = (120\text{ N}, 30°)$ son:

a) $F_x = 30\sqrt{3}$ N, $F_y = 30$ N b) $F_x = 60$ N, $F_y = 60\sqrt{3}$ N c) $F_x = 30\sqrt{3}$ N, $F_y = 60$ N d) $F_x = 60\sqrt{3}$ N, $F_y = 60$ N

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultados
$F = 120$ N $\theta = 30°$ $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\text{sen } 30° = \dfrac{1}{2}$ $F_x = ?$ $F_y = ?$	$F_x = F \cdot \cos\theta$ $F_y = F \cdot \text{sen}\,\theta$	$F_x = (120\text{ N})\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 60\sqrt{3}$ N $F_y = (120\text{ N})\left(\dfrac{1}{2}\right) = 60$ N	$F_x = 60\sqrt{3}$ N $F_y = 60$ N

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. La magnitud del vector $\vec{F} = (50\text{ N}, -120\text{ N})$ es:

a) 130 N b) –130 N c) 70 N d) 170 N

Solución:

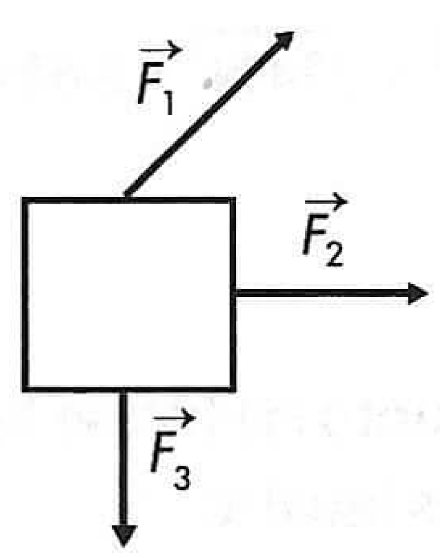
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$F_x = 50\text{ N}$ $F_y = -120\text{ N}$ $F = ?$	$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$	$F = \sqrt{(50\text{ N})^2 + (-120\text{ N})^2}$ $= \sqrt{2500\text{ N}^2 + 14400\text{ N}^2}$ $= \sqrt{16900\text{ N}^2}$ $= 130\text{ N}$	$F = 130\text{ N}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 1 a 4 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Superposición de fuerzas

Cuando un sistema de fuerzas $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots$ actúa sobre una partícula de manera simultánea, estas fuerzas se pueden remplazar por una fuerza resultante $\vec{R}$, la cual es el total de la suma vectorial de dichas fuerzas y producirá el mismo efecto que todo el sistema sobre la partícula o cuerpo.



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

$$\vec{R} = (R_x, R_y)$$

con

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \ldots$$

La magnitud de $\vec{R}$ es:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

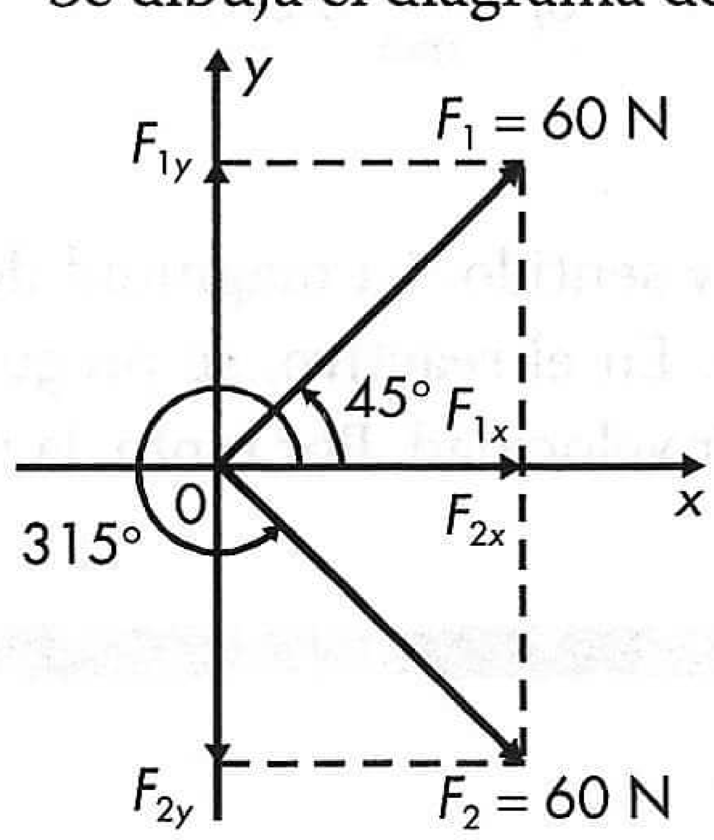
Ejemplos de reactivos

1. Sobre un cuerpo actúan las fuerzas $\vec{F}_1 = (60\text{ N}, 45°)$ y $\vec{F}_2 = (60\text{ N}, 315°)$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante sobre el cuerpo?

a) 120 N b) $60\sqrt{2}$ N c) $30\sqrt{2}$ N d) 60 N

Solución:

Se dibuja el diagrama de cuerpo libre y se descomponen ambas fuerzas en sus componentes.



$$\vec{F}_1 = (60\text{ N}, 45°) \rightarrow F_{1x} = (60\text{ N})\cos 45° = (60\text{ N})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 30\sqrt{2}\text{ N}$$

$$F_{1y} = (60\text{ N})\text{sen } 45° = (60\text{ N})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 30\sqrt{2}\text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = (60\text{ N}, 315°) \rightarrow F_{2x} = (60\text{ N})\cos 315° = (60\text{ N})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 30\sqrt{2}\text{ N}$$

$$F_{2y} = (60\text{ N})\text{sen } 315° = (60\text{ N})\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -30\sqrt{2}\text{ N}$$

Se obtienen R_x y R_y:

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = 30\sqrt{2}\text{ N} + 30\sqrt{2}\text{ N} = 60\sqrt{2}\text{ N}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = 30\sqrt{2}\text{ N} + (-30\sqrt{2}\text{ N}) = 0$$

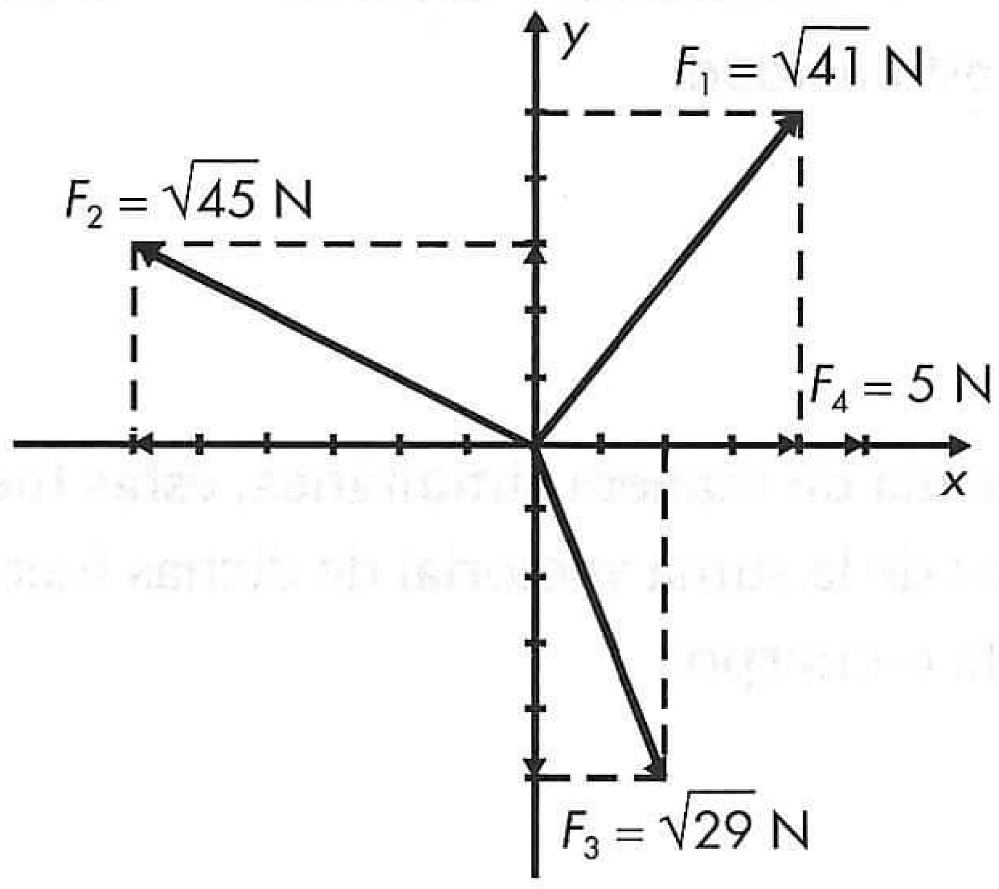
La magnitud de $\vec{R}$ es:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(60\sqrt{2}\text{ N})^2 + (0)^2} = 60\sqrt{2}\text{ N}$$

La respuesta correcta es el inciso b.

2. La magnitud de la fuerza resultante del siguiente sistema de fuerzas es:

a) 34 N b) 2 N c) 8 N d) 5.8 N



Solución:

Se escriben los vectores en su forma cartesiana.

$\vec{F}_1 = (4\text{ N}, 5\text{ N})$; $\vec{F}_2 = (-6\text{ N}, 3\text{ N})$; $\vec{F}_3 = (2\text{ N}, -5\text{ N})$; $\vec{F}_4 = (5\text{ N}, 0)$

Se obtiene R_x y R_y:

$$R_x = 4\text{ N} + (-6\text{ N}) + 2\text{ N} + 5\text{ N} = 5\text{ N}$$

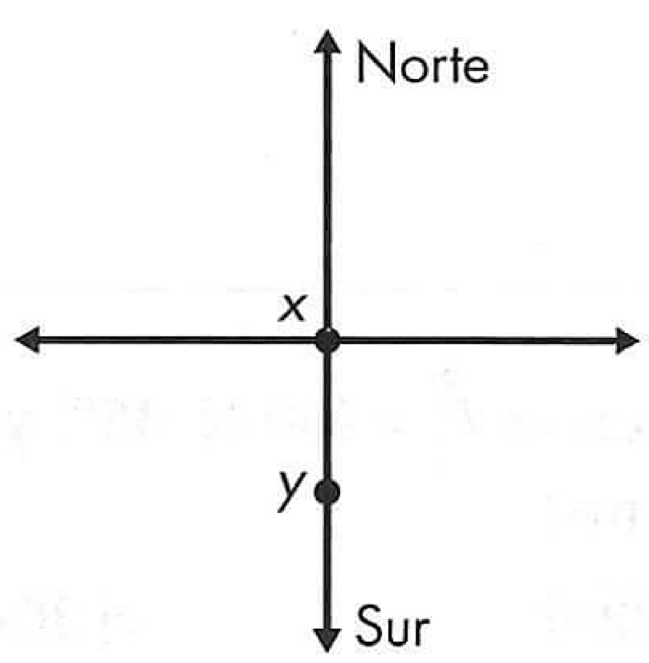
$$R_y = 5\text{ N} + 3\text{ N} + (-5\text{ N}) + 0 = 3\text{ N}$$

La magnitud del vector R es:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(5\text{ N})^2 + (3\text{ N})^2} = \sqrt{25\text{ N}^2 + 9\text{ N}^2} = \sqrt{34\text{ N}^2} = 5.8\text{ N}$$

Por consiguiente, la respuesta es el inciso d.

3. Un automóvil se mueve en línea recta hacia el sur desde el punto (x) hasta el punto (y) (véase figura) recorriendo una distancia de un kilómetro en un minuto, entonces su rapidez es igual a:



a) $1\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$ al sur b) $1\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$ c) $-1\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$ d) $1\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$ a 210°

Solución:

La velocidad es una magnitud vectorial, posee magnitud, dirección y sentido. La magnitud de la velocidad se conoce como rapidez, la cual es una magnitud escalar. En el reactivo, se pregunta únicamente por la rapidez, es decir, sólo piden la magnitud del vector velocidad. Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Resuelve los reactivos 5 a 8 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Primera ley de Newton (ley de la inercia)

Todo cuerpo en movimiento o reposo conserva ese estado a menos que una fuerza externa lo modifique. Esta ley indica que en ausencia de fuerzas los cuerpos en reposo continuarán en reposo y los cuerpos en movimiento se moverán en una línea recta con velocidad constante.

Ejemplo de reactivo

Un cuerpo cambia de movimiento rectilíneo uniforme (MRU), aumentando su velocidad, esto sucede al:

a) Aumentar su masa al doble
b) Disminuir su inercia
c) Aumentar su inercia
d) Aplicarle una fuerza

Solución:
La primera ley de Newton enuncia que todo cuerpo en movimiento o reposo conserva ese estado a menos que una fuerza externa lo modifique. Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Segunda ley de Newton (ley de la masa inercial)

La aceleración que un cuerpo experimenta es directamente proporcional a la resultante de todas las fuerzas que actúen sobre él e inversamente proporcional a su masa. La dirección en que se mueve el cuerpo es la misma que la de la fuerza resultante.

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m} \quad \text{en magnitud} \quad a=\frac{F}{m}$$

Donde: a = aceleración $\left[\frac{m}{s^2}, \frac{cm}{s^2}, \frac{ft}{s^2}\right]$ F = fuerza [N, dinas, lb] m = masa [kg, g, slugs]

Otra forma de representar la segunda ley de Newton es: $F = m \cdot a$

Ejemplos de reactivos

1. Sobre un cuerpo de 60 kg actúa una fuerza de 300 N. ¿Qué aceleración le proporciona al cuerpo dicha fuerza?

a) $1\,800\frac{m}{s^2}$ b) $5\frac{m}{s^2}$ c) $0.2\frac{m}{s^2}$ d) $240\frac{m}{s^2}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 60$ kg $F = 300$ N $a = ?$	$a=\frac{F}{m}$	$a=\frac{300\text{ N}}{60\text{ kg}}=5\frac{m}{s^2}$	$a=5\frac{m}{s^2}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Un cuerpo de 40 g es acelerado a razón de $12\frac{cm}{s^2}$, calcula la magnitud de la fuerza que acelera a dicho cuerpo.

a) 4 800 dinas b) 48 N c) 480 N d) 480 dinas

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 40$ g $a = 12\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ $F = ?$	$F = m \cdot a$	$F = (40\text{ g})\left(12\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right) = 480$ dinas	$F = 480$ dinas

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Sobre un cuerpo de masa m actúa una fuerza de magnitud F que le imprime una aceleración de $4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Si la magnitud de la fuerza se reduce a la mitad y la masa se reduce a una cuarta parte. ¿Cuál es la nueva aceleración del cuerpo?

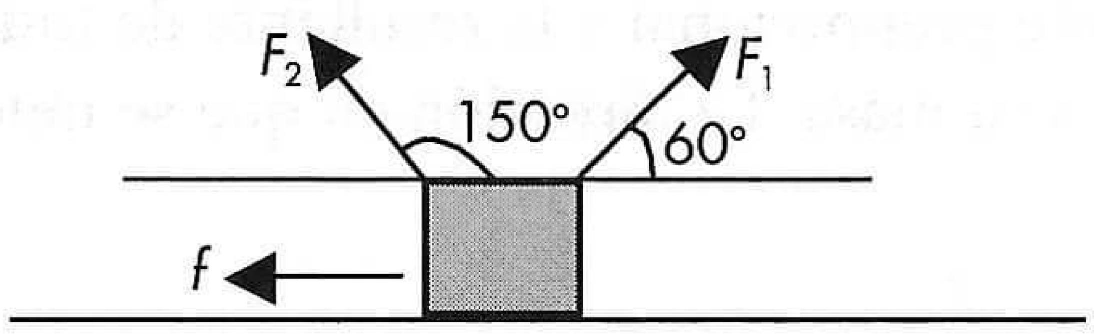
a) $8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ b) $4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ c) $16\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ d) $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\frac{F}{m} = 4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $F' = \frac{F}{2}$ $m' = \frac{m}{4}$ $a' = ?$	$a' = \frac{F'}{m'}$	$a' = \frac{\frac{F}{2}}{\frac{m}{4}} = \frac{4F}{2m} = 2\frac{F}{m}$ $a' = 2\left(4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$a' = 8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. Una fuerza f actúa entre la superficie y el cuerpo que se ilustra en la figura. ¿Cuál es la magnitud de f si el cuerpo se mueve con velocidad constante?



a) $f = F_1 \cos 60° + F_2 \cos 30°$

b) $f = F_1 \cos 60° - F_2 \cos 30°$

c) $f = -F_1 \cos 60° - F_2 \cos 30°$

d) $f = -F_1 \cos 60° + F_2 \text{ sen } 30°$

Solución:

Se descomponen los vectores en sus componentes:

$$F_{1x} = F_1 \cos 60° \qquad F_{2x} = F_2 \cos 150° = -F_2 \cos 30°$$
$$F_{1y} = F_1 \text{sen } 60° \qquad F_{2y} = F_2 \text{sen} 150° = F_2 \text{sen} 30°$$

Como el cuerpo se mueve con velocidad constante, la aceleración es cero, por consiguiente:

$$\sum \vec{F} = 0, \text{ lo cual implica que: } \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

Al aplicar $\sum F_x = 0$

$$-F_{2x} + F_{1x} - f = 0 \quad \rightarrow \quad -F_2 \cos 30° + F_1 \cos 60° - f = 0$$

Al despejar f se obtiene:

$$f = F_1 \cos 60° - F_2 \cos 30°$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

▼ Concepto de masa

Es la cantidad de materia que forma un cuerpo o es la medida de su inercia. Las unidades de masa son los kilogramos (kg), gramos (g), slugs, etcétera.

▼ Concepto de peso

Es la fuerza ejercida por la Tierra sobre los cuerpos.

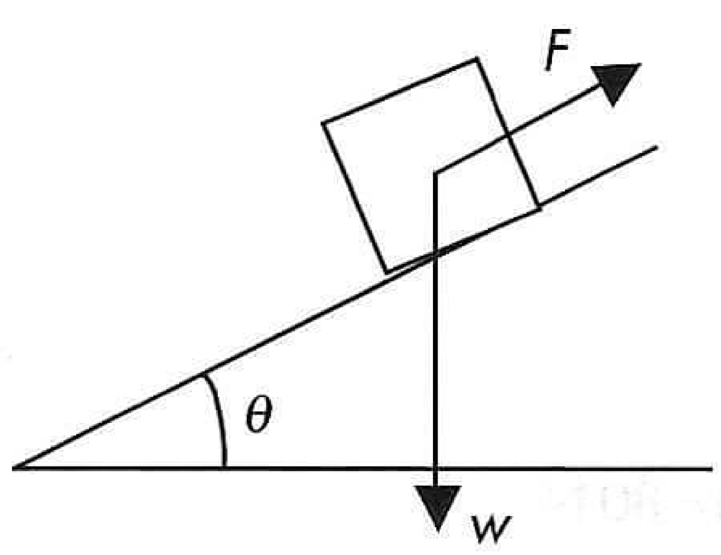
$$w = m \cdot g$$

Donde:

m = masa	[kg, g, slugs]
g = gravedad	$\left[9.81\frac{m}{s^2}, 981\frac{cm}{s^2}, 32\frac{ft}{s^2}\right]$
w = peso	[N, dinas, lb]

La magnitud de la fuerza F requerida para subir un cuerpo de peso w, con velocidad constante por un plano inclinado un ángulo θ con respecto a la horizontal y sin fricción es:

$$F = w \text{ sen } \theta$$



Donde:

w = peso del cuerpo	[N, dinas, lb, kp]
θ = ángulo de inclinación del plano con respecto a la horizontal	
F = magnitud de la fuerza	[N, dinas, lb, kp]

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es el peso de una masa de 200 gramos?

a) 1 962 000 dinas b) 196 200 dinas c) 19 620 dinas d) 1 962 dinas

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 200$ g $g = 981\frac{cm}{s^2}$ $w = ?$	$w = m \cdot g$	$w = (200\text{ g})\left(981\frac{cm}{s^2}\right)$ $w = 196\,200$ dinas	$w = 196\,200$ dinas

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. El peso de un cuerpo es de 392.4 N. ¿Cuál es su masa?

a) 392.4 kg b) 20 kg c) 80 kg d) 40 kg

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$w = 392.4$ N $g = 9.81\frac{m}{s^2}$ $m = ?$	$w = m \cdot g$ Despeje $m = \frac{w}{g}$	$m = \dfrac{392.4\text{ N}}{9.81\frac{m}{s^2}} = 40$ kg	$m = 40$ kg

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Se desea subir una carreta de 4 000 kp por un plano inclinado a 35° de la horizontal. Si la fuerza de fricción entre la carreta y el plano es nula, ¿cuál es la magnitud de la fuerza paralela al plano que debe aplicarse a la carreta para poder subirla con velocidad constante?

sen 35° = 0.573   cos 35° = 0.819   tan 35° = 0.700

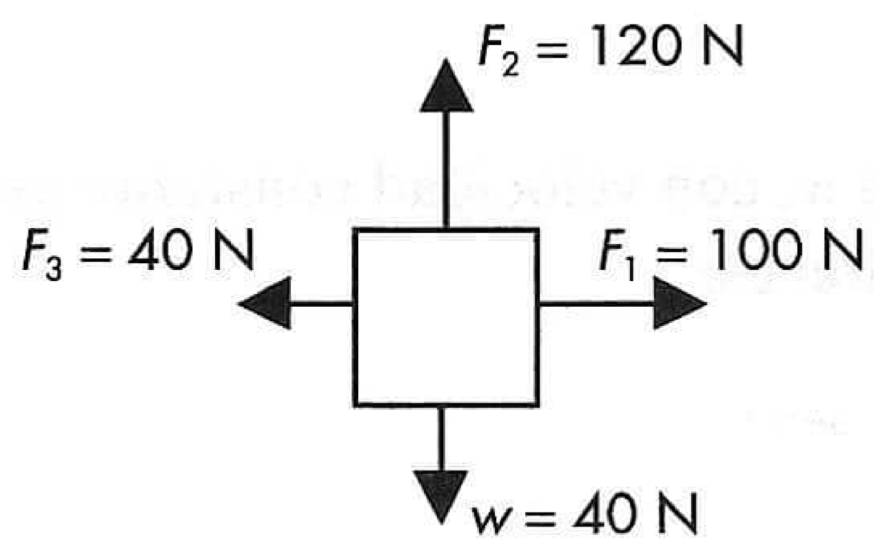
a) 3 276 kp   b) 2 292 kp   c) 2 800 kp   d) 4 000 kp

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$w = 4000$ kp $\theta = 35°$ sen 35° = 0.573 F = ?	$F = w \text{ sen } \theta$	$F = 4000$ kp sen 35° $= 4000$ kp (0.573) $= 2292$ kp	$F = 2292$ kp

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

4. En la siguiente figura, ¿cuál es la magnitud de la aceleración del cuerpo? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.



a) $25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) $100\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) $4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

d) $10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Solución:

Se obtiene la magnitud de la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo:

$$\vec{F} = (F_x, F_y)$$

$$F_x = 100\text{ N} - 40\text{ N} = 60\text{ N} \qquad F_y = 120\text{ N} - 40\text{ N} = 80\text{ N}$$

$$F = \sqrt{(60\text{ N})^2 + (80\text{ N})^2} = \sqrt{3600\text{ N}^2 + 6400\text{ N}^2} = \sqrt{10000\text{ N}^2} = 100\text{ N}$$

Se obtiene la masa del cuerpo con la fórmula:

$$m = \frac{w}{g} \qquad m = \frac{40\text{ N}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4\text{ kg}$$

Al sustituir la magnitud de la fuerza y la masa en la fórmula $a = \frac{F}{m}$, se obtiene:

$$a = \frac{F}{m} \qquad a = \frac{100\text{ N}}{4\text{ kg}} = 25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Por consiguiente, la respuesta correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 9 a 20 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Tercera ley de Newton (ley de la acción y la reacción)

Esta ley establece que a toda fuerza de acción le corresponde una fuerza de reacción de igual magnitud, pero de sentido opuesto.

Estática

Es la rama de la mecánica que estudia los cuerpos en reposo.

Equilibrio rotacional y traslacional, fuerza y torca

Se dice que un cuerpo se encuentra en equilibrio si:

- El cuerpo se encuentra en reposo con respecto a un marco de referencia.
- El cuerpo se encuentra en movimiento rectilíneo uniforme (equilibrio traslacional).

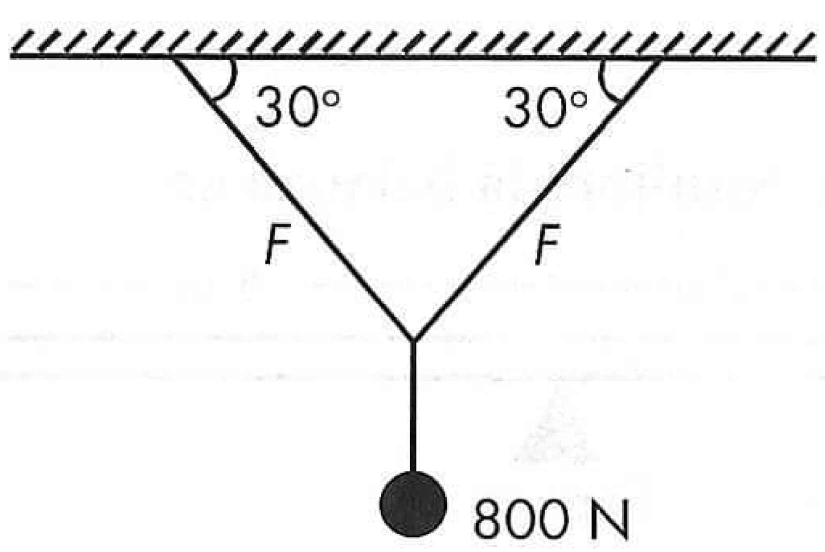
Primera condición de equilibrio

Un cuerpo se encuentra en *equilibrio* si la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

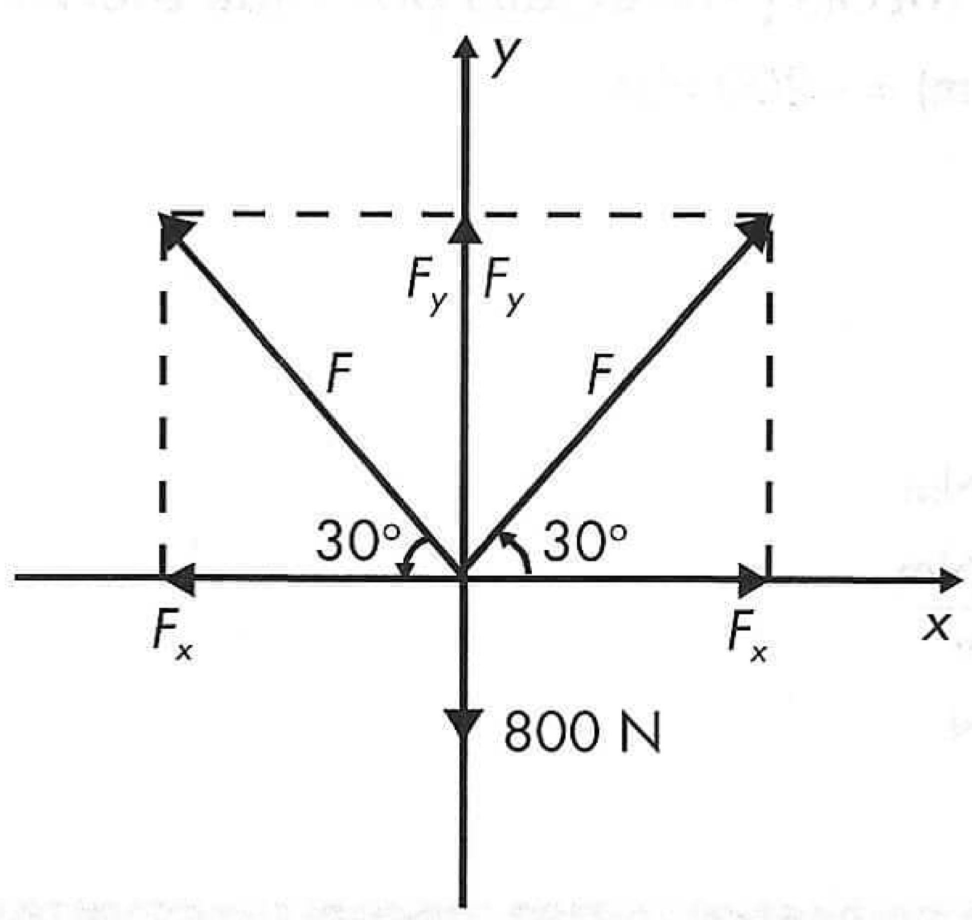
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_N = \vec{0}$$
$$\sum F_x = 0 \quad \text{y} \quad \sum F_y = 0$$

Ejemplo de reactivo

La magnitud necesaria de la fuerza $\vec{F}$ para que el cuerpo que se ilustra se encuentre en equilibrio es:



a) $200\sqrt{3}$ N b) 400 N c) 800 N d) $400\sqrt{3}$ N



Solución:

Diagrama de cuerpo libre.

Se descomponen las fuerzas en sus componentes y se aplica la primera condición de equilibrio.

$$F_x = F \cdot \cos 30° = F\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}F$$
$$F_y = F \text{ sen } 30° = F\frac{1}{2} = \frac{1}{2}F$$
$$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_x + F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_y + F_y - 800 \text{ N} = 0$$
$$2F_y - 800 \text{ N} = 0$$
$$2\left(\frac{1}{2}F\right) = 800 \text{ N}$$
$$F = 800 \text{ N}$$

Por tanto, la opción correcta es c.

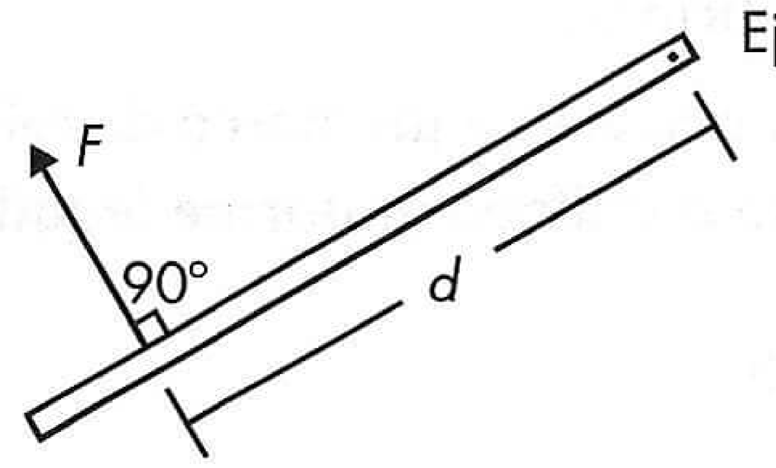
Segunda condición de equilibrio (equilibrio rotacional)

Para que un cuerpo se encuentre en *equilibrio rotacional,* la suma de todas las torcas o momentos que actúan sobre él debe ser igual a cero.

$$\sum \tau = 0 \text{ donde } \tau = \text{torca o momento}$$

Se define a la *torca* o momento que produce una fuerza con respecto a un eje de giro, como el producto de la magnitud de la fuerza por el brazo de palanca (distancia del punto donde actúa la fuerza al eje de rotación).

$$\tau = F \cdot d$$



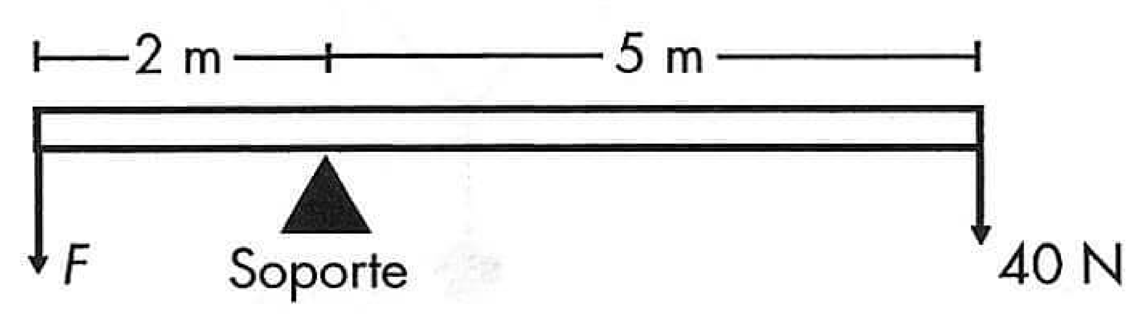
Donde:

F = fuerza	[N, dinas, lb]
d = brazo de palanca	[m, cm, ft]
τ = torca o momento	[Nm, dinas · cm, lb · ft]

- La torca se considera *positiva* si la fuerza tiende a hacer girar al cuerpo con respecto al eje de rotación en sentido opuesto al giro de las manecillas del reloj.
- La torca se considera *negativa* si la fuerza tiende a hacer girar al cuerpo con respecto al eje de rotación en el mismo sentido en que giran las manecillas del reloj.

Ejemplo de reactivo

La magnitud de la fuerza F que equilibra la balanza es:



a) 100 N b) 200 N c) 80 N d) 16 N

Solución:

En la barra, el eje de rotación se localiza en el soporte. Las torcas producidas por cada fuerza son:

$$\tau_1 = (F)(2\text{ m}) = (2\text{ m})F \text{ y } \tau_2 = -(40\text{ N})(5\text{ m}) = -200\text{ Nm}$$

Se aplica la segunda condición de equilibrio:

$$\sum \tau = 0 \rightarrow \tau_1 + \tau_2 = 0$$

$$(2\text{ m})F + (-200\text{ Nm}) = 0$$

$$(2\text{ m})F = 200\text{ Nm}$$

$$F = \frac{200\text{ Nm}}{2\text{ m}}$$

$$F = 100\text{ N}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 21 a 24 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Ley de la fuerza en un resorte (ley de Hooke)

Cuando se comprime o estira un resorte dentro de su límite elástico, la fuerza que ejerce es directamente proporcional a su deformación.

$$F = K \cdot x$$

Donde:

F = fuerza	[N, dinas, lb]
K = constante del resorte	$\left[\frac{N}{m}, \frac{dinas}{cm}, \frac{lb}{ft}\right]$
x = estiramiento	[m, cm, ft]

La *fuerza de restitución de un resorte* es aquella que le permite recobrar su forma original después de haber sido deformado por una fuerza externa.

Ejemplos de reactivos

1. Un resorte se deforma una longitud x bajo la acción de una fuerza F. Si la fuerza se incrementa al triple, ¿cuál es la nueva deformación del resorte?

a) $\frac{x}{3}$ b) $3x$ c) $9x$ d) $6x$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$x=\frac{F}{K}$ $F'=3F$ $x'=?$	$F'=K\cdot x'$ Despeje $x'=\frac{F'}{K}$	$x'=\frac{(3F)}{K}=3\frac{F}{K}=3x$	$x'=3x$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que comprime 20 cm a un resorte de constante $565\frac{\text{N}}{\text{m}}$?

a) 11.3 N b) 282.5 N c) 2 825 N d) 113 N

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$x=20\text{ cm}=0.20\text{ m}$ $K=565\frac{N}{m}$ $F=?$	$F=K\cdot x$	$F=\left(565\frac{N}{m}\right)(0.20\text{ m})=113\text{ N}$	$F=113\text{ N}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 25 a 27 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Ley de gravitación universal. Movimiento de planetas

▼ Ley de gravitación universal

La fuerza de atracción que experimentan dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

$$F=G\frac{m_1\cdot m_2}{d^2}$$

Donde:

m_1 y m_2 = masas de los cuerpos [kg]
G = constante de gravitación universal
d = distancia [m]
F = fuerza [N]

$$G=6.67\times10^{-11}\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Ejemplos de reactivos

1. Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas 2 m. ¿Cuál es la fuerza de atracción que experimentan las masas?

a) 6.67×10^{-5} N b) 6.67×10^{-8} N c) 6.67×10^{-6} N d) 6.67×10^{-4} N

Solución:

Datos

$m_1 = 800\text{ kg} = 8\times10^2\text{ kg}$

$m_2 = 500\text{ kg} = 5\times10^2\text{ kg}$

$d = 2\text{ m}$

$G = 6.67\times10^{-11}\dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

$F = ?$

Fórmula

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Sustitución

$$F = \left(6.67\times10^{-11}\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\right)\frac{(8\times10^2\text{ kg})(5\times10^2\text{ kg})}{(2\text{ m})^2}$$

$$F = \left(6.67\times10^{-11}\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\right)\left(\frac{40\times10^4\text{ kg}^2}{4\text{ m}^2}\right)$$

$$F = (6.67\times10^{-11}\text{ N})(10\times10^4) = (6.67\times10^{-11}\text{ N})(1\times10^5)$$

$$F = 6.67\times10^{-6}\text{ N}$$

Resultado

$F = 6.67\times10^{-6}$ N

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La fuerza de atracción entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 que se encuentran separados una distancia d es F. Si la distancia se incrementa al doble, ¿qué sucede con la magnitud de la nueva fuerza de atracción?

a) se incrementa al doble b) se reduce a la mitad c) se incrementa al cuádruplo d) se reduce a la cuarta parte

Solución:

Datos

$F = G\dfrac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$

$d' = 2d$

m_1 y m_2 son constantes

$F = ?$

Fórmula

$$F' = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d'^2}$$

Sustitución

$$F' = G\frac{m_1 \cdot m_2}{(2d)^2}$$

$$F' = G\frac{m_1 \cdot m_2}{4d^2}$$

$$F' = \frac{1}{4}G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} = \frac{1}{4}F$$

Resultado

$F' = \dfrac{1}{4}F$

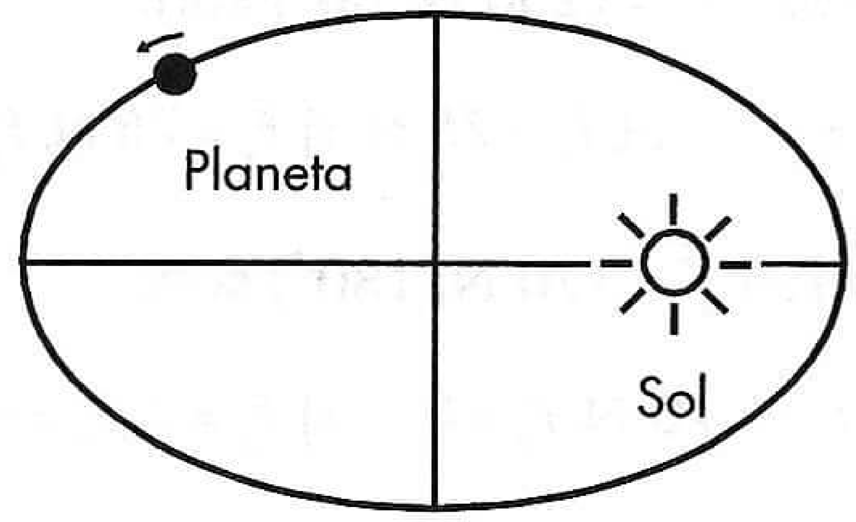
Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✐ Resuelve los reactivos 28 a 31 correspondientes al ejercicio 6 de esta unidad.

▼ Movimiento de planetas (leyes de Kepler)

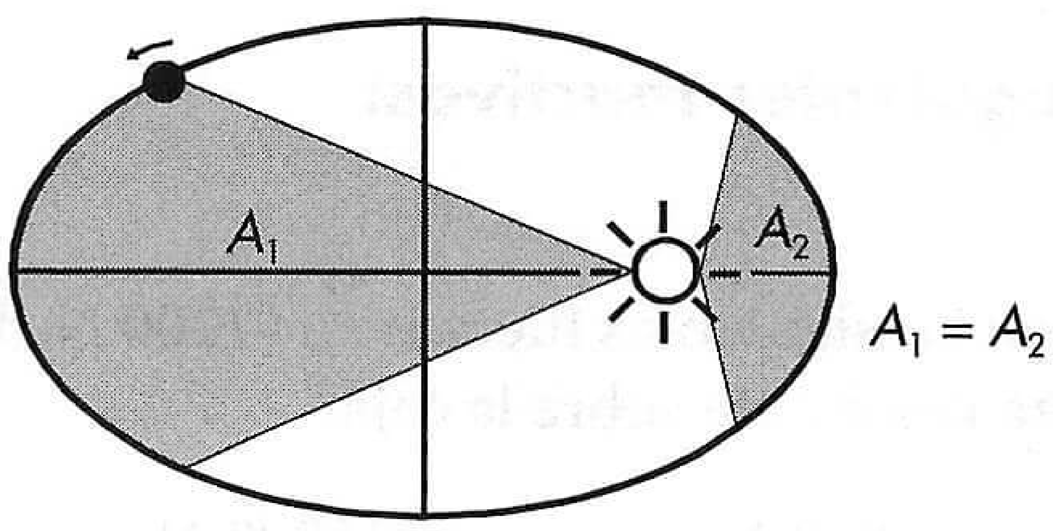
➤ Primera ley de Kepler

Los planetas giran alrededor del Sol y describen una órbita elíptica, en la cual el Sol ocupa uno de los focos.



➤ Segunda ley de Kepler

El radio focal que une a cualquier planeta con el Sol describe áreas iguales en tiempos iguales.



➤ Tercera ley de Kepler

Los cuadrados de los periodos de revolución de los planetas son directamente proporcionales a los cubos de los radios de sus órbitas.

$$T^2 = K \cdot r^3$$

Donde:

T = periodo

r = radio de la órbita

K = constante de proporcionalidad

✎ Resuelve los reactivos 32 a 38 correspondientes al ejercicio 7 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Las componentes de la fuerza $\vec{F} = (150\text{ N}, 60°)$ son:

a) $F_x = 75\sqrt{3}$ N, $F_y = 75$ N b) $F_x = 75$ N, $F_y = 75$ N c) $F_x = 75$ N, $F_y = 75\sqrt{3}$ N d) $F_x = 75\sqrt{3}$ N, $F_y = 75\sqrt{3}$ N

2. Las componentes de la fuerza $\vec{F} = (70\text{ N}, 180°)$ son:

a) $F_x = 70$ N, $F_y = 0$ b) $F_x = -70$ N, $F_y = 0$ c) $F_x = 0$, $F_y = -70$ N d) $F_x = 0$, $F_y = 70$ N

3. La magnitud del vector $\vec{F} = (40\text{ N}, 30\text{ N})$ es:

a) 50 N b) 70 N c) 40 N d) 30 N

4. La magnitud del vector $\vec{F} = (-60\text{ N}, -40\text{ N})$ es:

a) $10\sqrt{13}$ N b) $40\sqrt{13}$ N c) $100\sqrt{13}$ N d) $20\sqrt{13}$ N

2 Resuelve los siguientes reactivos:

5. Sobre una caja se aplican las siguientes fuerzas $\vec{F}_1 = (200\text{ N}, 30°)$ y $\vec{F}_2 = (200\text{ N}, 150°)$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante sobre la caja?

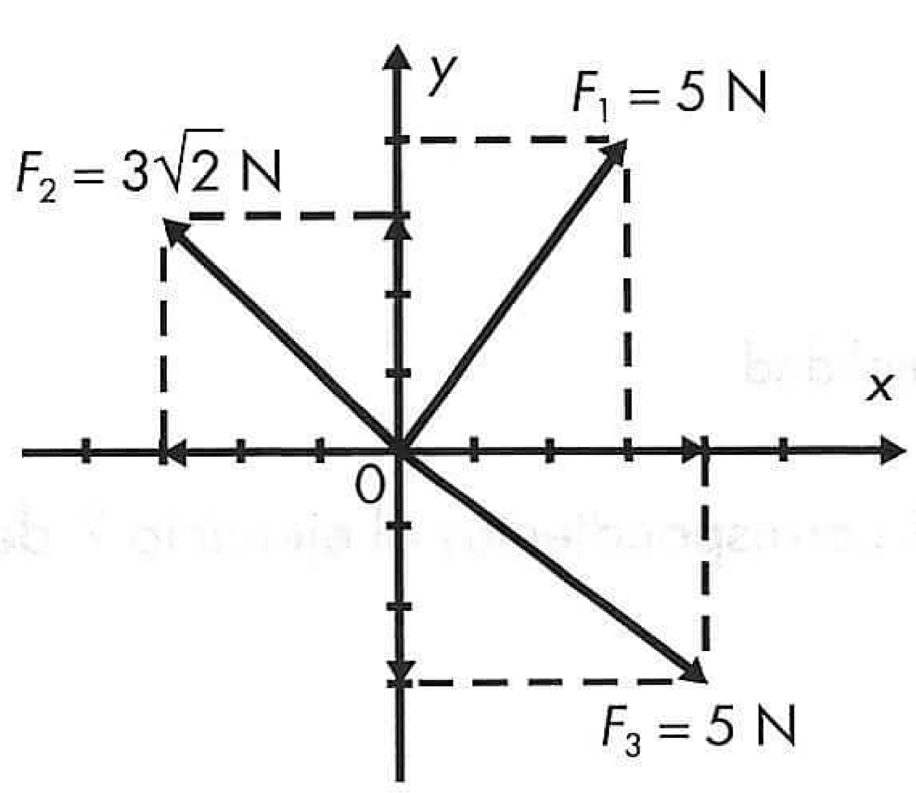
a) 200 N b) $200\sqrt{3}$ N c) $100\sqrt{3}$ N d) 100 N

6. Sobre un cuerpo actúan las fuerzas $\vec{F}_1 = (150\text{ N}, 90°)$ y $\vec{F}_2 = (80\text{ N}, 0°)$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante sobre el cuerpo?

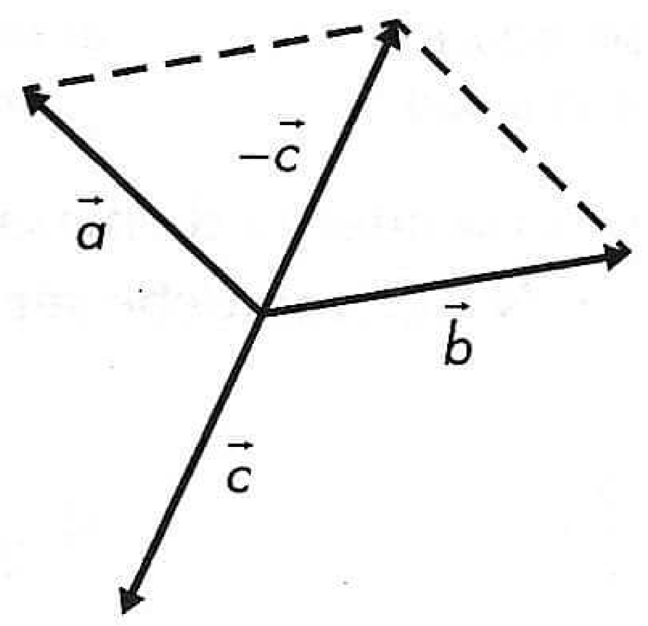
a) 230 N b) 70 N c) 170 N d) 80 N

7. La magnitud de la fuerza resultante del siguiente sistema de fuerzas es:

a) $4\sqrt{2}$ N b) 4 N c) 8 N d) 32 N



8. En la figura se representan los vectores $\vec{a}, \vec{b}$ y $\vec{c}$



El vector $\vec{c}$ es igual a:

a) $\vec{a}-\vec{b}=\vec{c}$ b) $-(\vec{a}+\vec{b})=\vec{c}$ c) $\vec{b}-\vec{a}=\vec{c}$ d) $\frac{1}{\vec{a}}+\frac{1}{\vec{b}}=\vec{c}$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

9. Un cuerpo de 12 kg es acelerado a un ritmo de $1.8\frac{m}{s^2}$, calcula la magnitud de la fuerza que acelera al cuerpo.

a) 21.6 N b) 216 N c) 6.66 N d) 2.16 N

10. Sobre una masa de 50 kg actúa una fuerza de 200 N. ¿Qué aceleración le proporciona dicha fuerza a la masa?

a) $100\frac{m}{s^2}$ b) $1\,000\frac{m}{s^2}$ c) $4\frac{m}{s^2}$ d) $0.25\frac{m}{s^2}$

11. Se aplica una fuerza de 1 000 N para acelerar una caja a un ritmo de $25\frac{m}{s^2}$. ¿Cuál es la masa de la caja?

a) 40 kg b) 400 kg c) 250 000 kg d) 0.25 kg

12. La masa de un cuerpo cuyo peso es de 873.09 N es:

a) 89 kg b) 89 g c) 89 slugs d) 8.9 kg

13. Un automóvil de 650 kg es acelerado por una fuerza a razón de $4.5\frac{m}{s^2}$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre el automóvil?

a) 292.5 N b) 2 925 N c) 144.4 N d) 3 000 N

14. Se empuja un cuerpo de 2 500 N por un plano con inclinación de 20° respecto a la horizontal y sin fricción. ¿Cuál es la magnitud, en newtons, de la fuerza paralela al plano requerida para subir el cuerpo con velocidad constante?

sen 20° = 0.342 cos 20° = 0.939 tan 20° = 0.363

a) 2 347.5 N b) 907.5 N c) 2 500 N d) 855 N

15. Sobre un cuerpo de masa m actúa una fuerza de magnitud F que le imprime una aceleración de $6\frac{m}{s^2}$. Si la magnitud de la fuerza se incrementa al doble y la masa se reduce a la mitad. ¿Cuál es la nueva aceleración del cuerpo?

a) $3\frac{m}{s^2}$ b) $6\frac{m}{s^2}$ c) $12\frac{m}{s^2}$ d) $24\frac{m}{s^2}$

16. Se aplica una fuerza F a una masa m para imprimirle una aceleración a. Si la masa se reduce a la mitad y la aceleración se incrementa al doble. ¿Qué pasa con la magnitud de la fuerza?

a) se incrementa al doble b) se reduce a la mitad c) se reduce a una cuarta parte d) permanece constante

17. Una fuerza de 200 N acelera a un cuerpo de masa m a una aceleración a. Si al mismo cuerpo se le aplica una fuerza de 300 N. ¿Cómo debe ser la nueva masa para que la aceleración permanezca constante?

a) m b) $\frac{3}{2}m$ c) $\frac{1}{2}m$ d) $\frac{2}{3}m$

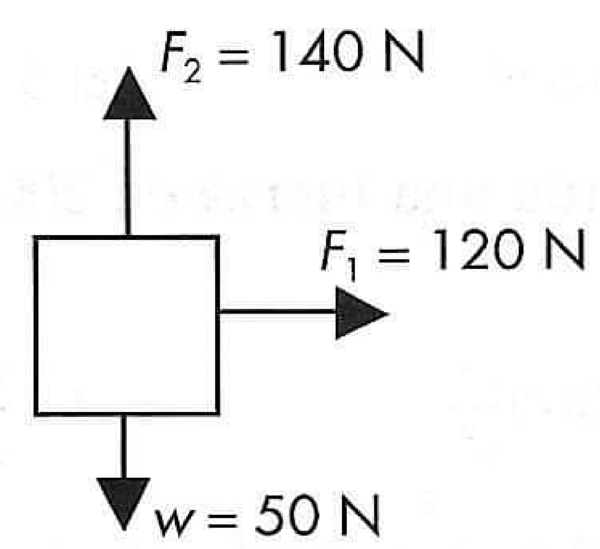
18. Una fuerza de 200 N actúa sobre un cuerpo de 80 kg que se encuentra en reposo, calcula la distancia que recorre el cuerpo bajo la acción de la fuerza 6 segundos después.

a) 20 m b) 45 m c) 40 m d) 7.5 m

19. Un auto de 1 500 kg se mueve a razón de $8\frac{\text{m}}{\text{s}}$, 4 segundos después su velocidad es de $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que acelera al automóvil?

a) 4 500 N b) 10 500 N c) 500 N d) 9 000 N

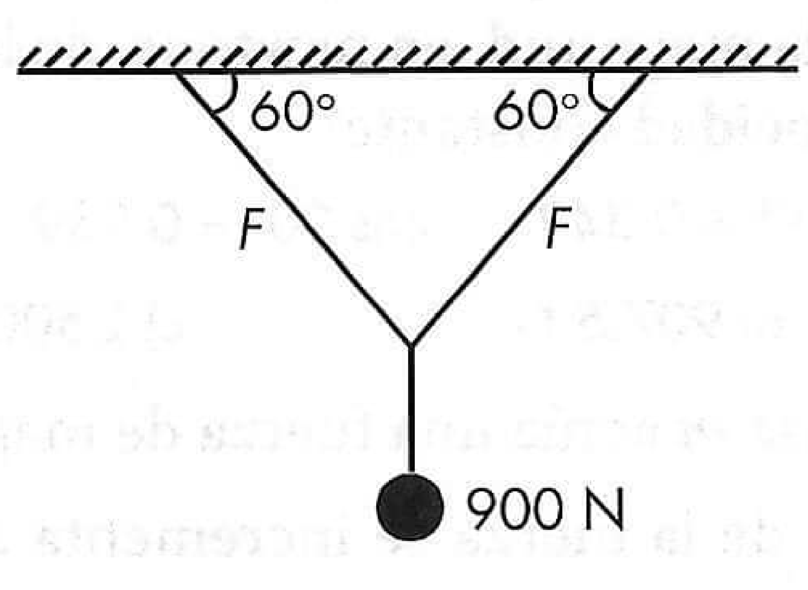
20. En la siguiente figura, ¿cuál es la magnitud de la aceleración del cuerpo? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.



a) $15\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ b) $30\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ c) $150\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ d) $10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4 Resuelve los siguientes reactivos:

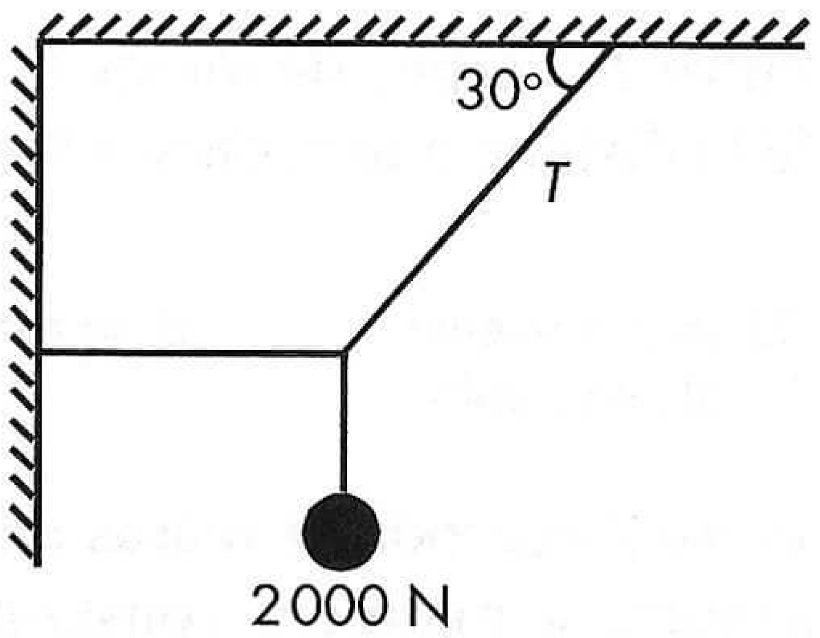
21. La magnitud necesaria de la fuerza $\vec{F}$, para que el cuerpo que se ilustra se encuentre en equilibrio es:



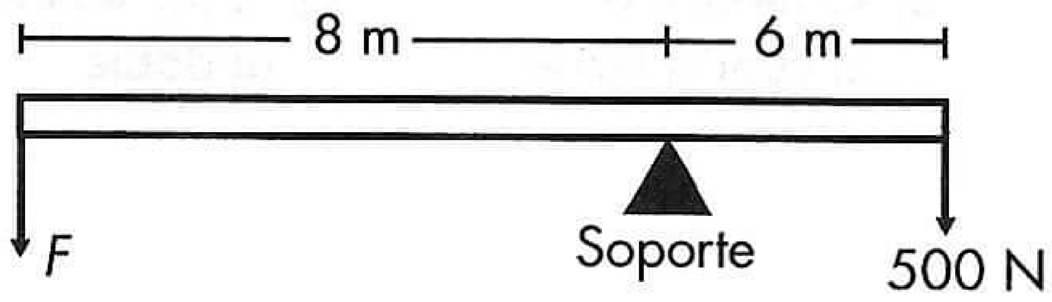
a) $900\sqrt{3}$ N b) 300 N c) 900 N d) $300\sqrt{3}$ N

22. ¿Cuál es la magnitud de la tensión T del cable para que el cuerpo que se muestra en la figura se encuentre en equilibrio?

a) 2 000 N b) 1 000 N c) 4 000 N d) 1 500 N

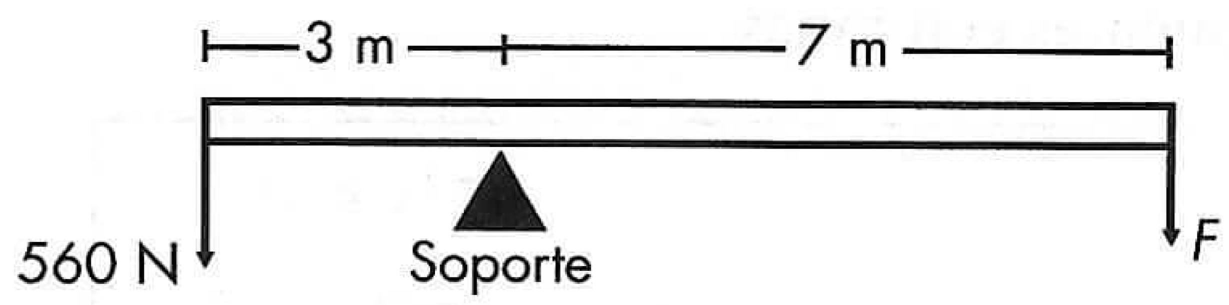


23. La magnitud de la fuerza F que equilibra la balanza es:



a) 666.6 N b) 375 N c) 187.5 N d) 500 N

24. La magnitud de la fuerza F que equilibra la balanza es:



a) 1 680 N b) 120 N c) 1 306.6 N d) 240 N

5 Resuelve los siguientes reactivos:

25. Un resorte se deforma una longitud x bajo la acción de una fuerza F. Si la fuerza se incrementa al cuádruplo, ¿cuál es la nueva deformación del resorte?

a) $\frac{x}{2}$ b) x c) $\frac{x}{4}$ d) $4x$

26. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que comprime 50 cm a un resorte de constante $800\frac{N}{m}$?

a) 200 N b) 800 N c) 1 600 N d) 400 N

27. Un resorte se estira 25 cm bajo la acción de una fuerza de 700 N. ¿Cuál es la constante del resorte?

a) $2\,800\frac{N}{m}$ b) $175\frac{N}{m}$ c) $1\,400\frac{N}{m}$ d) $5\,600\frac{N}{m}$

6 Resuelve los siguientes reactivos:

28. Una masa de 500 kg y otra de 250 kg se encuentran separadas 5 m. ¿Cuál es la fuerza de atracción que experimentan los cuerpos?

a) $3\,335 \times 10^{-5}$ N b) 3.335×10^{-8} N c) 333.5×10^{-7} N d) 33.35×10^{-8} N

29. Una masa de 3 toneladas y otra de 4 toneladas se encuentran separadas 10 m. ¿Cuál es la fuerza de atracción que experimentan las masas?

a) 8004×10^{-5} N b) 800.4×10^{-6} N c) 8.004×10^{-6} N d) 80.04×10^{-6} N

30. La fuerza de atracción entre 2 cuerpos de masas m_1 y m_2 que se encuentran separados una distancia d es 1000 N. Si la distancia se reduce a la mitad. ¿Qué sucede con la magnitud de la fuerza de atracción?

a) se incrementa al doble b) se incrementa al cuádruplo c) se reduce a la mitad d) se reduce a la cuarta parte

31. La fuerza de atracción entre 2 cuerpos de masas m_1 y m_2 que se encuentran separados una distancia d es F, si la distancia se mantiene constante y la masa m_1 se reduce a dos terceras partes y m_2 se incrementa al triple. ¿Qué sucede con la magnitud de la fuerza de atracción?

a) se reduce a la mitad b) se reduce a la cuarta parte c) se incrementa al doble d) se incrementa al cuádruplo

7 Resuelve los siguientes reactivos:

32. Relaciona las siguientes columnas:

I. Aceleración.	a) $T^2 = K \cdot r^3$
II. Segunda condición de equilibrio.	b) $\sum \vec{F} = 0$
III. Tercera ley de Kepler.	c) $a = \frac{v_f - v_i}{t}$
IV. Segunda ley de Newton.	d) $\sum \tau = 0$
V. Primera condición de equilibrio.	e) $a = \frac{F}{m}$

a) I-a, II-d, III-e, IV-c, V-b c) I-c, II-d, III-a, IV-e, V-b

b) I-a, II-b, III-c, IV-e, V-d d) I-b, II-c, III-a, IV-e, V-d

33. El enunciado: "todo cuerpo en movimiento experimenta una aceleración que es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él", corresponde a:

a) primera ley de Newton c) tercera ley de Newton

b) segunda ley de Newton d) ley de gravitación universal

34. ¿Qué ley mecánica explica el estado de reposo de un objeto?

a) Ley de la gravitación universal.

b) Tercera ley de Newton.

c) Segunda ley de Newton.

d) Primera ley de Newton.

35. **Relaciona las siguientes columnas.**

I. La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a cero.	a) Segunda ley de Kepler
II. El radio focal que une a cualquier planeta con el Sol describe áreas iguales en tiempos iguales.	b) Tercera ley de Newton
III. Cuando se comprime o estira un resorte, la fuerza que ejerce es directamente proporcional a su deformación.	c) Ley de Hooke
IV. A toda fuerza de acción corresponde una de reacción de igual magnitud, pero de sentido opuesto.	d) Primera condición de equilibrio

a) I-d, II-a, III-b, IV-c   b) I-d, II-a, III-c, IV-b   c) I-a, II-c, III-b, IV-d   d) I-a, II-d, III-c, IV-b

36. **El enunciado: "la fuerza de atracción que experimentan dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa", corresponde a:**

a) ley de Hooke
b) segunda ley de Newton
c) tercera ley de Newton
d) ley de gravitación universal

37. **La masa se define como:**

a) la medida de la inercia de un cuerpo
b) la fuerza que a todo cuerpo le imprime una aceleración igual a la gravedad
c) el espacio que ocupa un cuerpo
d) una cantidad vectorial

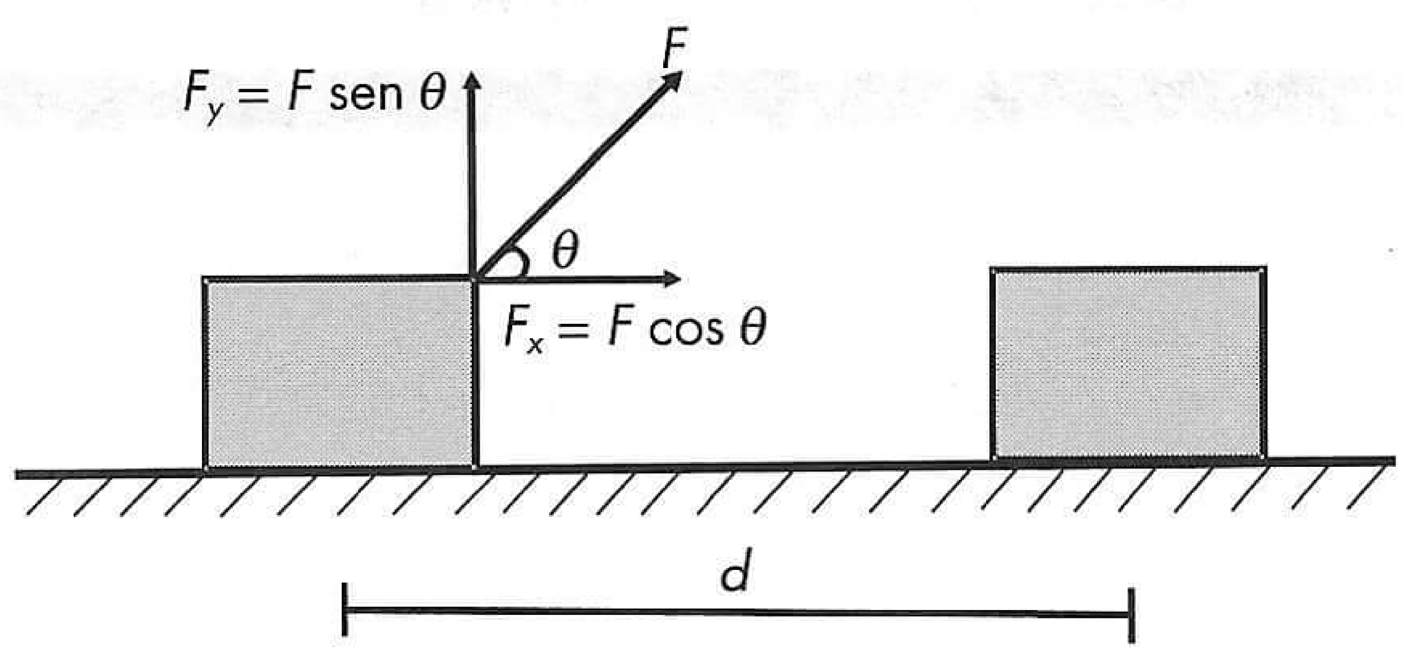
38. **¿Cómo se llama a la fuerza gravitacional que actúa sobre un cuerpo?**

a) Gravedad   b) Inercia   c) Masa   d) Peso

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

Concepto de trabajo mecánico

El *trabajo* es energía en movimiento y es una magnitud **escalar**, igual al producto de la componente de la fuerza que actúa en la misma dirección en que se efectúa el movimiento del cuerpo, por la distancia que se desplaza el cuerpo.



$$T = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Donde:

F = fuerza [N, dinas, lb]
d = desplazamiento [m, cm, ft]
θ = ángulo que forma la fuerza con la horizontal
T = trabajo [joules(J), ergios, lb · ft]

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ N}\cdot\text{m} = 1 \text{ kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \;\; y \;\; 1 \text{ ergio} = 1 \text{ dina}\cdot\text{cm} = 1 \text{ g}\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}$$

De la figura anterior:

Si $\theta = 0°$, la fuerza aplicada al cuerpo es paralela a la dirección del movimiento y la magnitud del trabajo es:

$$T = F \cdot d$$

Si $\theta = 90°$, la fuerza aplicada al cuerpo es perpendicular a la dirección del movimiento; por tanto, la magnitud del trabajo es:

$$T = 0$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es el trabajo efectuado sobre un cuerpo, si al aplicarle una fuerza horizontal de 10 N se desplaza 3 m?

a) 15 J b) 30 J c) 60.5 J d) 45 J

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$F = 10$ N $d = 3$ m $T = ?$	$T = F \cdot d$	$T = (10\text{ N})(3\text{ m}) = 30\text{ N}\cdot\text{m}$ $T = 30$ J	$T = 30$ J

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una fuerza de 6 N forma un ángulo de 60° con la horizontal. Si esta fuerza se aplica a un cuerpo para desplazarlo 5 m. ¿Qué trabajo realiza?

a) 60 J b) 3 J c) 15 J d) 30 J

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$F = 6$ N $d = 5$ m $\theta = 60°$ $T = ?$	$T = F \cdot d \cdot \cos\theta$	$T = (6\text{ N})(5\text{ m})\cos 60°$ $T = (6\text{ N})(5\text{ m})\left(\frac{1}{2}\right) = 15\text{ N}\cdot\text{m} = 15\text{ J}$	$T = 15$ J

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Una fuerza levanta un cuerpo de 1 530 N desde el suelo hasta una altura de 1.3 m. ¿Qué trabajo realiza la fuerza?

a) 1 650 J b) 1 989 J c) 9 030 J d) 12 540 J

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$F = w = 1\,530$ N $d = 1.3$ m $T = ?$	$T = F \cdot d = w \cdot d$	$T = (1\,530\text{ N})(1.3\text{ m})$ $T = 1\,989\text{ N}\cdot\text{m}$ $T = 1\,989$ J	$T = 1\,989$ J

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 5 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Concepto de potencia

Rapidez con que se realiza un trabajo mecánico. La *magnitud de la potencia* es la razón del trabajo mecánico que se realiza en la unidad de tiempo, las fórmulas de la potencia son:

$$P=\frac{T}{t} \qquad P=\frac{F\cdot d}{t} \qquad P=F\cdot V$$

Donde:

T = trabajo	[joules(J), ergios, lb · ft]	v = velocidad	$\left[\frac{m}{s},\frac{cm}{s},\frac{ft}{s}\right]$
t = tiempo	[s]	d = distancia	[m, cm, ft]
F = fuerza	[N, dinas, lb]	P = potencia	$\left[\text{watts}, \frac{\text{ergios}}{s}, \text{hp}\right]$

$$1 \text{ watt} = 1\frac{J}{s};\ 1 \text{ hp} = 1\frac{lb\cdot ft}{s}\ \ 1 \text{ hp} = 746 \text{ watts};\ 1 \text{ kW} = 1000 \text{ watts}$$

Ejemplos de reactivos

1. Halla la potencia que desarrolla una grúa que levanta un cuerpo de 2 000 kg hasta una altura de 15 m en un tiempo de 3 segundos. $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 0.1 kW b) 1 kW c) 10 kW d) 100 kW

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultado
$m = 2000$ kg	$F = w = m\cdot g$	$F=(2000\text{ kg})\left(10\frac{m}{s^2}\right)=20000\text{ N}$	$P = 100$ kW
$g=10\frac{m}{s^2}$	$P=\frac{F\cdot d}{t}$	$P=\frac{(20000\text{ N})(15\text{ m})}{3\text{ s}}=\frac{300000\text{ N}\cdot\text{m}}{3\text{ s}}$	
$d = 15$ m		$P = 100000$ watts $= 100$ kW	
$t = 3$ s			
F = ?			
P = ?			

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Calcula la potencia que desarrolla un motor eléctrico que eleva una carga de 10 000 N a razón de $4\frac{m}{s}$.

a) 50 000 watts b) 40 000 watts c) 4 500 watts d) 40 500 watts

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$F = 10000$ N	$P = F\cdot v$	$P=(10000\text{ N})\left(4\frac{m}{s}\right)$	$P = 40000$ watts
$v=4\frac{m}{s}$		$P = 40000$ watts	
P = ?			

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✐ Resuelve los reactivos 6 a 9 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Energía cinética

La *energía* es la capacidad que tiene todo cuerpo para desarrollar un trabajo. La *energía cinética* es aquella que tiene todo cuerpo en movimiento:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Donde:

m = masa	[kg, g, slugs]
v = velocidad	$\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{ft}{s}\right]$
E_c = energía cinética	[joules, ergios, lb · ft]

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la energía cinética de un cuerpo de 0.009 kg si su velocidad es de $420\frac{m}{s}$?

a) 793.8 J b) 900.5 J c) 650.3 J d) 4000 J

Solución:

Datos

$m = 0.009$ kg

$v = 420\frac{m}{s}$

$E_c = ?$

Fórmula

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Sustitución

$E_c = \frac{1}{2}(0.009\text{ kg})\left(420\frac{m}{s}\right)^2$

$E_c = \frac{1}{2}(0.009\text{ kg})\left(176400\frac{m^2}{s^2}\right)$

$E_c = 793.8$ J

Resultado

$E_c = 793.8$ J

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Determina la velocidad de un cuerpo cuya masa es de 4 kg y su energía cinética es de 340 J.

a) $15\frac{m}{s}$ b) $20.5\frac{m}{s}$ c) $13.03\frac{m}{s}$ d) $3.03\frac{m}{s}$

Solución:

Datos

$m = 4$ kg

$E_c = 340$ J

$v = ?$

Fórmula

$E_c = \frac{1}{2} mv^2$

Despeje

$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$

Sustitución

$v = \sqrt{\frac{2(340\text{ J})}{4\text{ kg}}} = \sqrt{\frac{680\text{ J}}{4\text{ kg}}}$

$v = \sqrt{170\frac{m^2}{s^2}} = 13.03\frac{m}{s}$

Resultado

$v = 13.03\frac{m}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Resuelve los reactivos 10 a 13 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Energía potencial

Es aquella que tiene todo cuerpo en virtud de su posición con respecto a un sistema de referencia.

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad \text{o} \quad E_p = w \cdot h$$

Donde:

m = masa	[kg, g, slugs]
g = gravedad	$\left[9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, 981\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}, 32\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}\right]$
h = altura	[m, cm, ft]
w = peso	[N, dinas, lb]
E_p = energía potencial	[joules, ergios, lb · ft]

Ejemplos de reactivos

1. Calcula la energía potencial de un cuerpo de 4.2 kg que se eleva hasta una altura de 3 m.

a) 12.6 J b) 231.6 J c) 213.6 J d) 123.6 J

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 4.2$ kg $h = 3$ m $E_p = ?$	$E_p = m \cdot g \cdot h$	$E_p = (4.2\text{ kg})\left(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3\text{ m})$ $E_p = 123.6$ J	$E_p = 123.6$ J

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. ¿A qué altura se debe colocar una masa de 2.5 kg para que su energía potencial sea de 150 J? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

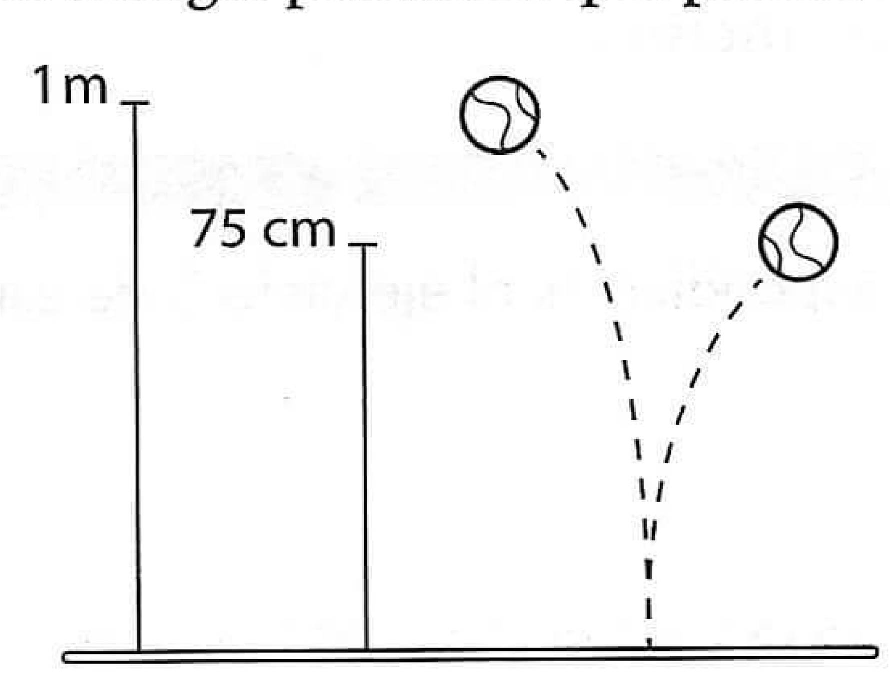
a) 5 m b) 6 m c) 10 m d) 45 m

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 2.5$ kg $E_p = 150$ J $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $h = ?$	$E_p = m \cdot g \cdot h$ Despeje $h = \frac{E_p}{m \cdot g}$	$h = \frac{150\text{ J}}{(2.5\text{ kg})\left(10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}$ $h = 6$ m	$h = 6$ m

La respuesta es el inciso b.

3. Una pelota de tenis se deja caer desde una altura de 1 metro, si al rebotar alcanza una altura de 75 cm. ¿Cuál es el porcentaje de energía potencial que pierde el objeto?



a) 75% b) 0.75% c) 5% d) 25%

Solución:
La energía potencial de la pelota depende de su masa y de la posición, es decir, la altura de 1 metro a la que se encuentra con respecto al piso, después de dejarla caer, la masa de la pelota continua-siendo la misma, pero la altura es 25% menor a la altura original. En consecuencia esa proporción es la energía que pierde el objeto o la porción que se convierte en algún otro tipo de energía. Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Conservación de la energía mecánica

Principio de conservación de la energía

La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

Conservación de la energía mecánica

Si sobre un cuerpo en movimiento sólo actúan fuerzas conservativas, la suma de su energía cinética y su energía potencial permanece constante y se llama: *conservación de la energía mecánica.*

$$E = E_c + E_p$$

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$$

Donde:

E_c = energía cinética	[joules, ergios, lb · ft]	v = velocidad	$\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{ft}{s}\right]$
E_p = energía potencial	[joules, ergios, lb · ft]	g = gravedad	$\left[9.81\frac{m}{s^2}, 981\frac{cm}{s^2}, 32\frac{ft}{s^2}\right]$
E = energía mecánica	[joules, ergios, lb · ft]	h = altura	[m, cm, ft]
m = masa	[kg, g, slugs]		

Cuando sobre un sistema la suma de la energía cinética y potencial es constante, se dice que actúan fuerzas conservativas.

En un sistema de fuerzas conservativas la energía cinética de un cuerpo se puede transformar en energía potencial y viceversa, el cambio en la energía mecánica es cero, es decir, la energía mecánica inicial es igual a la energía mecánica final.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_o^2 + m \cdot g \cdot h_o = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 + m \cdot g \cdot h_f$$

Donde:

v_o = velocidad inicial	$\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{ft}{s}\right]$	h_o = altura inicial	[m, cm, ft]
v_f = velocidad final	$\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{ft}{s}\right]$	h_f = altura final	[m, cm, ft]
m = masa	[kg, g, slugs]	g = gravedad	$\left[9.81\frac{m}{s^2}, 981\frac{cm}{s^2}, 32\frac{ft}{s^2}\right]$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la energía mecánica de un cuerpo de 2 kg que se deja caer desde una cierta altura y alcanza una velocidad de 20 $\frac{m}{s}$, cuando se encuentra a 5 m de altura? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 1 200 J b) 500 J c) 300 J d) 5 000 J

Solución:

Datos

$m = 2$ kg

$v = 20\frac{m}{s}$

$g = 10\frac{m}{s^2}$

$h = 5$ m

$E = ?$

Fórmula

$$E = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$$

Sustitución

$$E = \frac{1}{2}(2\text{ kg})\left(20\frac{m}{s}\right)^2 + (2\text{ kg})\left(10\frac{m}{s^2}\right)(5\text{ m})$$

$$E = \frac{1}{2}(2\text{ kg})\left(400\frac{m^2}{s^2}\right) + 100\text{ kg}\frac{m^2}{s^2}$$

$$E = 400\text{ J} + 100\text{ J} = 500\text{ J}$$

Resultado

$E = 500$ J

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Desde una altura de 35 m se deja caer un cuerpo de 20 N. ¿Cuál es su velocidad después de haber descendido 20 m? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) $2000\frac{m}{s}$ b) $200\frac{m}{s}$ c) $20\frac{m}{s}$ d) $2\frac{m}{s}$

Solución:

Datos

$w = 20$ N

$m = \frac{w}{g} = \frac{20\text{ N}}{10\frac{m}{s^2}} = 2$ kg

$h_o = 35$ m

$v_o = 0$

$g = 10\frac{m}{s^2}$

$h_f = 15$ m

$v_f = ?$

Fórmula y sustitución

$$\frac{1}{2}m \cdot v_o^2 + m \cdot g \cdot h_o = \frac{1}{2}m \cdot v_f^2 + m \cdot g \cdot h_f$$

$$\frac{1}{2}(2\text{ kg})(0)^2 + (2\text{ kg})\left(10\frac{m}{s^2}\right)(35\text{ m}) = \frac{1}{2}(2\text{ kg})v_f^2 + (2\text{ kg})\left(10\frac{m}{s^2}\right)(15\text{ m})$$

$$0 + 700\text{ J} = (1\text{ kg})v_f^2 + 300\text{ J}$$

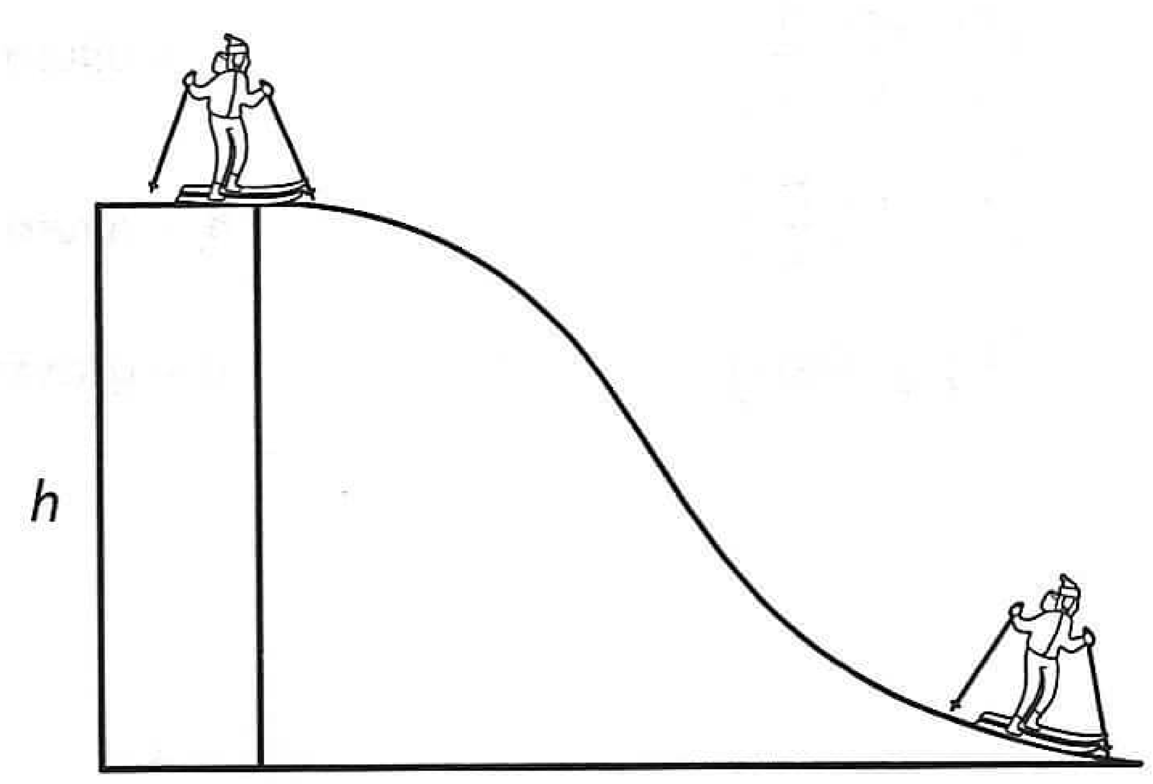
$$\frac{700\text{ J} - 300\text{ J}}{1\text{ kg}} = v_f^2$$

$$400\frac{m^2}{s^2} = v_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{400\frac{m^2}{s^2}} = 20\frac{m}{s}$$

Resultado $v_f = 20\frac{m}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Un alpinista se desliza por una colina sin fricción, si llega al punto más bajo con una velocidad de $12.64\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la altura desde la que se lanza la persona? (Considera la gravedad $g = 10\frac{m}{s^2}$ y desprecia la fricción del aire).



a) 14 m b) 12.5 m c) 8 m d) 6.5 m

Solución:

El alpinista cuando se encuentra en la colina posee una energía potencial que es igual a la energía cinética en la parte baja de la colina, ya que el problema enuncia que el deslizamiento se realiza sin fricción, es decir, que se trata de un sistema conservativo.

Datos

$v_0 = 0$

$v_f = 12.64\ \frac{m}{s}$

$g = 10\ \frac{m}{s^2}$

$h_f = 0$

$h_0 = ?$

Fórmula

$$\frac{1}{2}m\cdot v_0^2 + m\cdot g\cdot h_0 = \frac{1}{2}m\cdot v_f^2 + m\cdot g\cdot h_f$$

$v_0 = 0;\ h_f = 0$, entonces:

$$m\cdot g\cdot h_0 = \frac{1}{2}m\cdot v_f^2$$

Se despeja "h_0"

$$h_0 = \frac{v_f^2}{2g}$$

Sustitución y resultado

$$h_0 = \frac{\left(12.64\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)}$$

$$h_0 = \frac{159.7696\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}}$$

$$h_0 = 7.98\ m \approx 8\ m$$

La altura desde la que se deja caer el alpinista es de aproximadamente 8 metros, en consecuencia, la respuesta correcta es el inciso c.

✎ Resuelve los reactivos 14 a 17 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Conservación del ímpetu (cantidad de movimiento)

Impulso

Se llama *impulso* al producto de la magnitud de la fuerza aplicada a un cuerpo, por el tiempo en que ésta actúa sobre dicho cuerpo.

$$I = F\cdot t$$

Donde:

F = fuerza	[N]
t = tiempo	[s]
I = impulso	[N · s]

Ejemplo de reactivo

¿Qué impulso recibe un cuerpo al aplicarle una fuerza de 45 N durante 5 s?

a) 125 N · s b) 225 N · s c) 325 N · s d) 305 N · s

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$F = 45$ N $t = 5$ s $I = ?$	$I = F\cdot t$	$I = (45\ N)(5\ s)$ $I = 225$ N · s	$I = 225$ N · s

La respuesta correcta corresponde al inciso b.

▼ Cantidad de movimiento o momento cinético (ímpetu)

Es el producto de la masa de un cuerpo por la velocidad con que se mueve.

$$p = m \cdot v$$

Donde:

m = masa [kg, g, slugs]

v = velocidad $\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{ft}{s}\right]$

p = ímpetu [N · s, dinas · s, lb · s]

Ejemplo de reactivo

Calcula la cantidad de movimiento de un cuerpo cuya masa es de 8 kg y que se mueve a razón de $4\frac{m}{s}$.

a) 12 N · s b) 16 N · s c) 28 N · s d) 32 N · s

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 8$ kg $v = 4\frac{m}{s}$ $p = ?$	$p = m \cdot v$	$p = (8\text{ kg})\left(4\frac{m}{s}\right)$ $p = \text{kg}\frac{m}{s} = 32\text{ N}\cdot\text{s}$	$p = 32$ N · s

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ El impulso que recibe un cuerpo es igual al cambio en su cantidad de movimiento

$$F \cdot t = m \cdot v_f - m \cdot v_o$$

Donde:

F = fuerza [N] v_f = velocidad final $\left[\frac{m}{s}\right]$

t = tiempo [s] v_o = velocidad inicial $\left[\frac{m}{s}\right]$

m = masa [kg]

Ejemplo de reactivo

A un cuerpo de 0.70 kg que se encuentra en reposo, se le aplica una fuerza durante 2 segundos para imprimirle una velocidad de $15\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza aplicada al cuerpo?

a) 2.25 N b) 3 N c) 5.25 N d) 10 N

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 0.70$ kg $v_o = 0$ $t = 2$s $v_f = 15\frac{m}{s}$ $F = ?$	$F \cdot t = m \cdot v_f - m \cdot v_o$ Despeje $F = \frac{m \cdot v_f - m \cdot v_o}{t}$	$F = \frac{(0.70\text{ kg})\left(15\frac{m}{s}\right) - (0.70\text{ kg})(0)}{2\text{ s}}$ $F = \frac{10.5\text{ N}\cdot\text{s} - 0}{2\text{ s}} = \frac{10.5\text{ N}\cdot\text{s}}{2\text{ s}} = 5.25\text{ N}$	$F = 5.25$ N

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Colisiones entre partículas en una dimensión (choques)

▼ Choque elástico

Es aquel en el que la energía cinética total del sistema, antes y después del impacto, es la misma; es decir, los cuerpos no sufren deformaciones durante el impacto.

▼ Choque inelástico

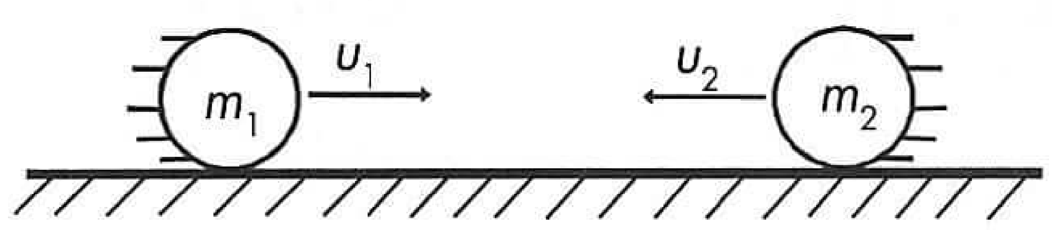
Es aquel en el que la energía cinética del sistema, antes y después del choque, cambia; es decir, cuando el choque de los cuerpos presenta una deformación permanente.

▼ Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

En la colisión de dos cuerpos la cantidad de movimiento, antes y después del impacto, no varía.

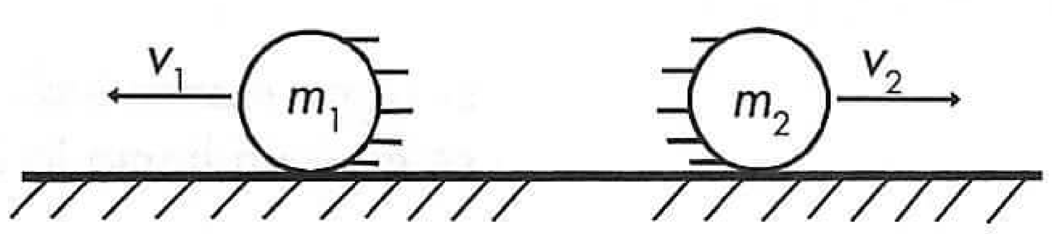
Cantidad de movimiento antes de la colisión

$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$



Cantidad de movimiento después de la colisión

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$



Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$

Donde:

m_1, m_2 = masas [kg, g, slugs]

u_1, u_2 = velocidades antes del choque $\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{ft}{s}\right]$

v_1, v_2 = velocidades después del choque $\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{ft}{s}\right]$

Ejemplos de reactivos

1. Una bala de 0.01 kg es disparada por un revólver cuya masa es de 0.4 kg. Si el proyectil sale con una velocidad de 450 $\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la velocidad de retroceso del revólver?

a) $-11.25\ \frac{m}{s}$ b) $11.25\ \frac{m}{s}$ c) $-25.11\ \frac{m}{s}$ d) $25.11\ \frac{m}{s}$

Solución:

El proyectil y el revólver se encuentran en reposo; por consiguiente, la cantidad de movimiento inicial es cero $m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = 0$.

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultado
$m_1 = 0.01$ kg $m_2 = 0.4$ kg $u_1 = 0\ \frac{m}{s}$ $u_2 = 0\ \frac{m}{s}$ $v_1 = 450\ \frac{m}{s}$ $v_2 = ?$	$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$ $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0$ Despeje $v_2 = -\frac{m_1 \cdot v_1}{m_2}$	$v_2 = -\frac{(0.01\,\text{kg})\left(450\ \frac{m}{s}\right)}{0.4\,\text{kg}}$ $v_2 = -11.25\ \frac{m}{s}$ El signo menos indica que el revólver se mueve en sentido contrario al movimiento del proyectil.	$v_2 = -11.25\ \frac{m}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Dos cuerpos con masa similar se mueven en direcciones opuestas; uno de ellos se mueve hacia la derecha con una velocidad de $3\ \frac{m}{s}$, y el otro hacia la izquierda con una velocidad de $4\ \frac{m}{s}$; al colisionarse quedan unidos y se mueven en la misma dirección. ¿Cuál es la velocidad y dirección de los dos cuerpos después del choque?

a) $-3.5\ \frac{m}{s}$ b) $-2.5\ \frac{m}{s}$ c) $-1.5\ \frac{m}{s}$ d) $-0.5\ \frac{m}{s}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m_1 = m_2 = m$ $u_1 = 3\ \frac{m}{s}$ $u_2 = -4\ \frac{m}{s}$ $v_1 = v_2 = v = ?$	$m \cdot u_1 + m \cdot u_2 = m \cdot v_1 + m \cdot v_2$ Despeje $m \cdot (u_1 + u_2) = m \cdot (v_1 + v_2)$ $u_1 + u_2 = v + v$ $u_1 + u_2 = 2v$ $v = \frac{u_1 + u_2}{2}$	$v = \frac{3\frac{m}{s} + \left(-4\frac{m}{s}\right)}{2} = -0.5\ \frac{m}{s}$ El signo menos indica que los cuerpos se mueven hacia la izquierda.	$v = -0.5\ \frac{m}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 18 a 23 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Cuando dos cuerpos se impactan y quedan unidos y en reposo, entonces se dice que su ímpetu, cantidad de movimiento, o momento antes del choque es casi nulo.

Procesos disipativos

▼ Fuerza de fricción

Fuerza que se opone al movimiento o deslizamiento de un cuerpo sobre una superficie o sobre otro cuerpo. La *fuerza de fricción* siempre es paralela a la superficie sobre la que se mueve el cuerpo.

➤ Fuerza de fricción estática

Es la fuerza que se opone al movimiento de un cuerpo, cuando éste se encuentra en reposo.

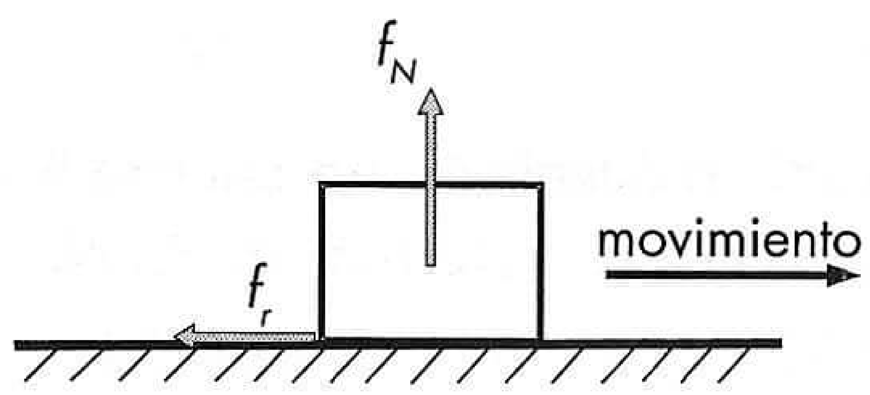
➤ Fuerza de fricción cinética

Es la fuerza que se opone al movimiento de un cuerpo, cuando éste se encuentra en movimiento.

La fricción estática es mayor que la fricción cinética; se necesita una fuerza mayor para empezar a mover el cuerpo, que para mantenerlo en movimiento uniforme.

▼ Coeficiente de fricción

El *coeficiente de fricción* entre 2 superficies es la razón entre la fuerza de fricción y la fuerza normal entre las superficies.



$$\eta = \frac{f_r}{F_N}$$

Donde:

η = coeficiente de fricción
f_r = fuerza de fricción [N]
F_N = fuerza normal [N]

Ejemplos de reactivos

1. Al deslizar un bloque de madera de 300 N sobre una superficie horizontal, aparece una fuerza de fricción entre las superficies de 90 N. Halla el valor del coeficiente η de fricción estático.

a) 0.03 b) 0.003 c) 0.3 d) 3

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$f_r = 90$ N $F_N = 300$ N $\eta = ?$	$\eta = \frac{f_r}{F_N}$	$\eta = \frac{90\text{ N}}{300\text{ N}} = 0.3$	$\eta = 0.3$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. ¿Qué fuerza de fricción aparece entre una superficie cuyo coeficiente de fricción cinético es de 0.25 y un cuerpo de 730 N que se desliza sobre ella?

a) 182.5 N b) 193 N c) 200 N d) 340 N

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\eta = 0.25$ $F_N = 730$ N $f_r = ?$	$\eta = \frac{f_r}{F_N}$ Despeje $f_r = \eta \cdot F_N$	$f_r = (0.25)(730\text{ N})$ $f_r = 182.5$ N	$f_r = 182.5$ N

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✐ Resuelve los reactivos 24 a 26 correspondientes al ejercicio 6 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Una persona levanta un cuerpo de 50 N hasta una altura de 1 m. ¿Qué trabajo realiza?

   a) 150 J b) 50 J c) 30 J d) 20 J

2. Del problema anterior: si la persona mantiene el cuerpo a la misma altura y camina 2 m. ¿Qué trabajo ha realizado?

   a) 0 b) 50 J c) 70 J d) 100 J

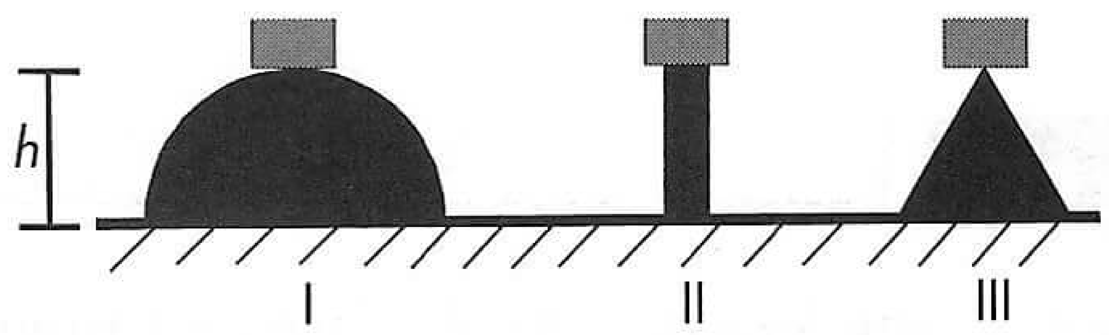
3. Determina el trabajo realizado al desplazar un cuerpo 5 m, sobre una superficie horizontal, si se le aplica una fuerza paralela a la superficie de 35 N.

   a) 150 J b) 165 J c) 175 J d) 180 J

4. Un levantador de pesas levanta 800 N desde el suelo hasta una altura de 2 m, desde el punto de vista de la física, el atleta desarrolló:

   a) una potencia b) un trabajo c) un esfuerzo d) un ejercicio

5. En la parte superior de las figuras, que tienen una altura h, se colocan bloques de masa igual, como se muestra en la figura. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



   a) en el caso III se efectúa un trabajo nulo
   b) en el caso I se efectúa un trabajo mayor
   c) en el caso II y III se realiza el mismo trabajo que en el I
   d) en el caso II se efectúa menor trabajo que en el caso III y mayor que en el caso I

2 Resuelve los siguientes reactivos:

6. Se define como la velocidad con que se realiza un trabajo:

   a) trabajo b) aceleración c) fuerza d) potencia

7. Calcula el tiempo que requiere el motor de un elevador cuya potencia es de 42 000 watts para elevar una carga de 4 500 N hasta una altura de 30 m.

   a) 10.34 s b) 9.17 s c) 5.2 s d) 3.2 s

8. Una persona de 45 kg de masa sube por las escaleras de un edificio de 25 m de altura en 30 s. ¿Qué potencia ha desarrollado la persona? $\left(\text{Considera } g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

   a) 225 watts b) 375 watts c) 450 watts d) 500 watts

9. La potencia de un motor eléctrico es de 35 200 watts. ¿A qué velocidad puede elevar una carga de 8 500 N?

   a) $3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $5.3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $4.14\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

10. Un cuerpo cuyo peso es de 29.43 N lleva una velocidad de 15 $\frac{m}{s}$. ¿Cuál es su energía cinética?

a) 201.32 J b) 337.5 J c) 410.45 J d) 675.12 J

11. Halla la velocidad de un cuerpo cuya masa es de 2.5 kg y tiene una energía cinética de 80 J.

a) 8 $\frac{m}{s}$ b) 5.5 $\frac{m}{s}$ c) 9.23 $\frac{m}{s}$ d) 13 $\frac{m}{s}$

12. La energía cinética de un cuerpo de masa m que se mueve con una velocidad v es de 500 J. Si la velocidad se incrementa al doble y la masa permanece constante. ¿Cuál es el valor de la nueva energía cinética del cuerpo?

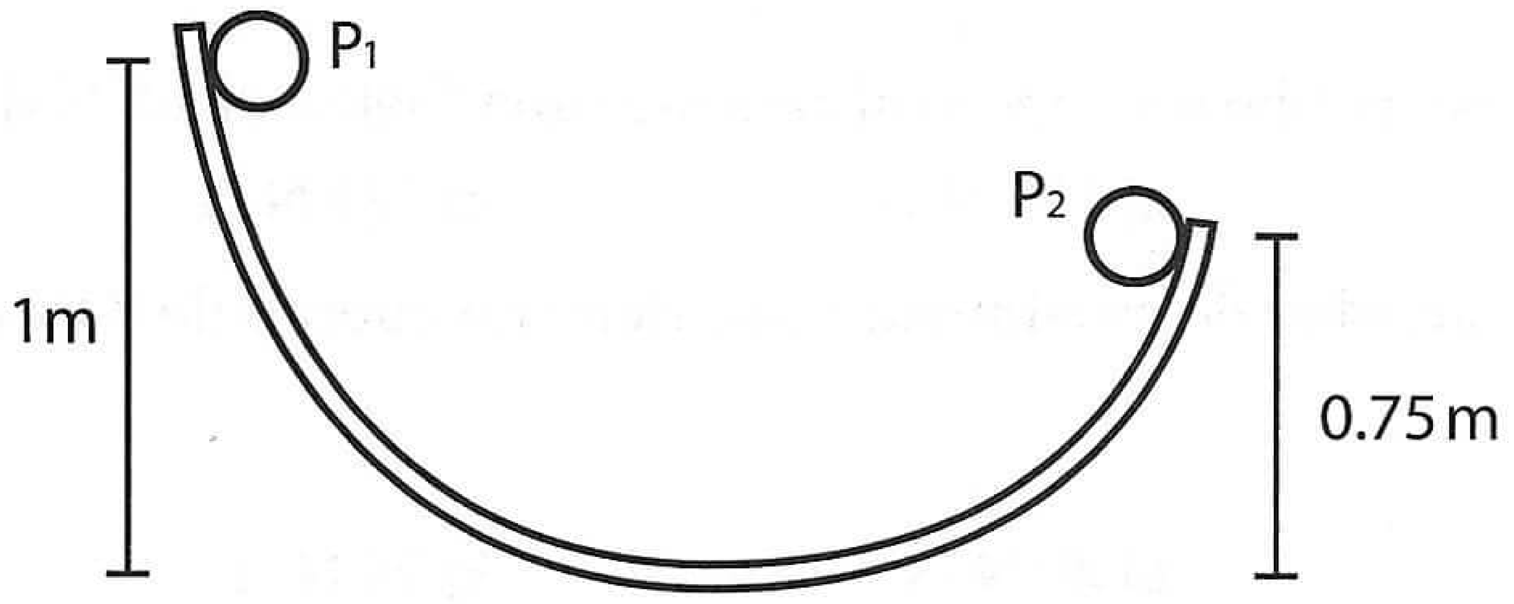
a) 1 000 J b) 2 000 J c) 4 000 J d) 8 000 J

13. Se lanza un objeto hacia arriba, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Cuando llega a su altura máxima la E_c y E_p tiene el mismo valor.
b) La E_c y E_p están a su valor máximo al momento de lanzar el cuerpo.
c) Cuando alcanza su altura máxima, la E_c desaparece y la E_p está en su valor máximo.
d) La E_c llega a su valor máximo en el momento que el cuerpo alcanza su altura máxima.

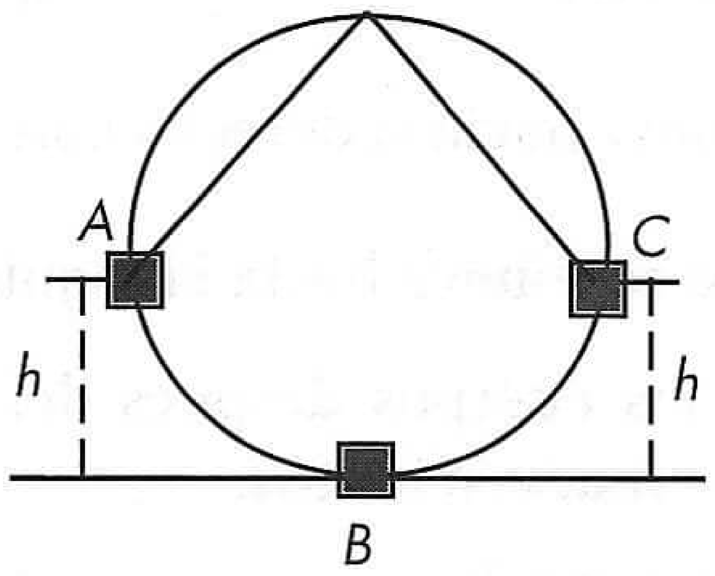
4 Resuelve los siguientes reactivos:

14. Se deja caer un balín de una posición 1 que se encuentra a un metro de altura, ¿qué cantidad de energía se convierte a otro tipo de energía al llegar a la posición 2?



a) 0.25% b) 25% c) 0.75% d) 75%

15. En la siguiente figura se observa a un cuerpo columpiándose, se puede afirmar que:

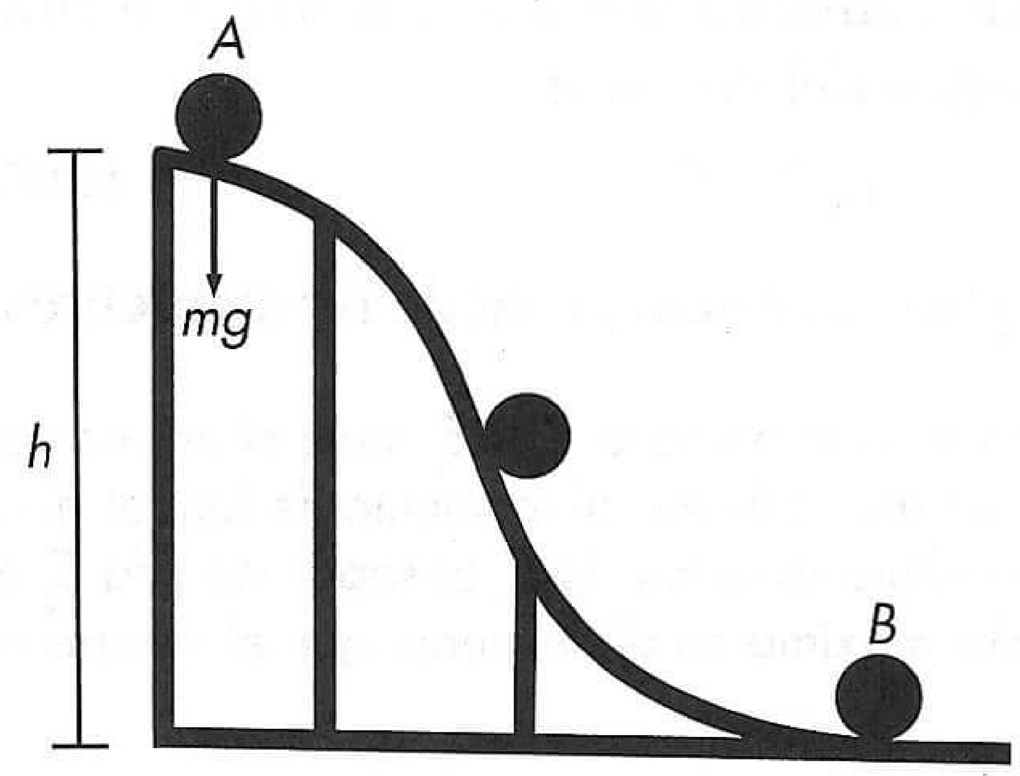


a) La energía potencial en *A*, *B* y *C* es la igual a *mgh*
b) La energía potencial en *A* y *B* es igual a $\frac{1}{2}mv^2$
c) En *A* y *C* la energía potencial del cuerpo es *mgh* y en *B* la energía cinética es $\frac{1}{2}mv^2$
d) La energía potencial del cuerpo en *A* y *C* es diferente

16. Un cuerpo de 8 kg se deja rodar desde la parte más alta de una colina de 80 m de altura y que tiene una inclinación de 30° con respecto a la horizontal, si desprecia los efectos producidos por la fricción. ¿Cuál es la velocidad con que el cuerpo llega al pie de la colina? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

a) $800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $1\,600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

17. Un cuerpo situado en el punto *A*, se desliza (sin fricción) como se muestra en la figura. ¿Con qué velocidad llegará al punto más bajo *B*?



a) $\sqrt{2gh}$ b) $\frac{\sqrt{2g}}{h}$ c) $h\sqrt{\frac{g}{2}}$ d) $\frac{2g}{\sqrt{h}}$

5 Resuelve los siguientes reactivos:

18. ¿Qué impulso recibe un cuerpo al aplicarle una fuerza de 65 N durante 5 s?

a) 87 N · s b) 110 N · s c) 135 N · s d) 325 N · s

19. Calcula la cantidad de movimiento que tiene un cuerpo de 8 kg de masa y cuya velocidad es de $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) 65 N · s b) 40 N · s c) 28 N · s d) 18 N · s

20. Determina el tiempo durante el cual una fuerza de 90 N debe actuar sobre un cuerpo de 12 kg para que éste cambie su velocidad de $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) 0.066 s b) 0.5 s c) 0.66 s d) 2 s

21. Un cuerpo de 4 kg se mueve hacia la derecha con una velocidad de $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y choca de frente con otro cuerpo de 6 kg que se mueve hacia la izquierda con una velocidad de $1\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calcula la velocidad que llevarán los cuerpos después del choque si se considera que el choque es inelástico y, por tanto, se mueven juntos.

a) $0.012 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $0.025 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $0.35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

22. Un camión de carga de 5 toneladas impacta de frente con un automóvil compacto de 1.5 toneladas. Si después del choque ambos quedan unidos y en reposo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
    a) Sucede debido a que la energía del automóvil es mayor que la del camión.
    b) Es consecuencia de que el automóvil viaja a menor velocidad que el camión.
    c) Sucede debido a que la cantidad de movimiento de ambos es casi nulo.
    d) Se debe a que las energías cinéticas de ambos vehículos es igual.

23. Un niño de 25 kg se encuentra parado sobre su patineta de 2 kg, ambos se encuentran en reposo, si el niño se impulsa hacia adelante con una velocidad de $0.4\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de la patineta?

    a) $12.5\frac{m}{s}$ b) $0.4\frac{m}{s}$ c) $10\frac{m}{s}$ d) $5\frac{m}{s}$

6 Resuelve los siguientes reactivos:

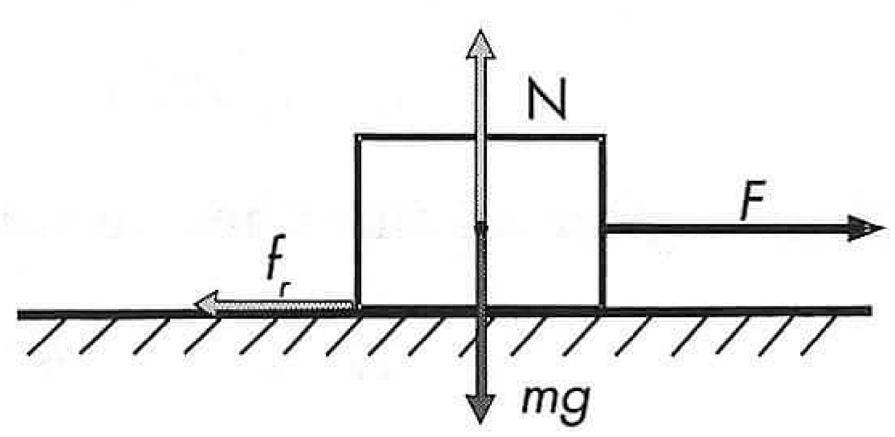
24. Un bloque de madera de 470 N descansa sobre un piso horizontal de cemento, si la fuerza de fricción estática entre el bloque y la superficie es de 72 N. ¿Cuál es valor del coeficiente de fricción estática de la superficie?

    a) 0.51 b) 0.3 c) 0.25 d) 0.15

25. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de fricción de un cuerpo de 980 N, que se desliza horizontalmente sobre una superficie cuyo coeficiente de fricción cinético es de 0.32?

    a) 510 N b) 313.6 N c) 238.5 N d) 149.3 N

26. En la siguiente figura, el bloque está en reposo, si se aplica una fuerza y se aumenta su valor al doble y el bloque sigue en reposo se concluye que:



    a) la fuerza de fricción estática es menor que la nueva fuerza.
    b) la fuerza de fricción estática es mayor que la nueva fuerza.
    c) la fuerza de fricción estática desaparece.
    d) la fuerza de fricción estática se incrementa al aumentar la fuerza.

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

Calor y temperatura

▼ Escalas termométricas absolutas

Se define al *cero absoluto* como la temperatura en la cual la energía cinética de las moléculas del agua es cero.

- Para convertir grados Celsius a escala Kelvin se emplea la fórmula:

$$T_K = T_C + 273$$

- Para convertir escala Kelvin a grados Celsius se emplea la fórmula:

$$T_C = T_K - 273$$

- Para convertir grados Celsius a grados Fahrenheit se emplea la fórmula:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32 \quad o \quad T_F = 1.8\,T_C + 32$$

- Para convertir grados Fahrenheit a grados Celsius se emplea la fórmula:

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) \quad o \quad T_C = \frac{T_F - 32}{1.8}$$

Ejemplos de reactivos

1. Al convertir 50°F a grados Celsius se obtiene:

a) 122°C b) 45.5°C c) 10°C d) 100°C

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$T_F = 50°F$ $T_C = ?$	$T_C = \frac{T_F - 32}{1.8}$	$T_C = \frac{50 - 32}{1.8} = \frac{18}{1.8} = 10°C$	$T_C = 10°C$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Al convertir 38°C a escala Kelvin se obtiene:

a) 311 K b) 235 K c) 100.4 K d) 100 K

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$T_C = 38°C$	$T_K = T_C + 273$	$T_K = 38 + 273 = 311$ K	$T_K = 311$ K
$T_K = ?$			

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. Al convertir 40°C a grados Fahrenheit se obtiene:

a) 4.4°F b) 10.4°F c) 44°F d) 104°F

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$T_C = 40°C$	$T_F = 1.8\ T_C + 32$	$T_F = 1.8(40) + 32$	$T_F = 104°F$
$T_F = ?$		$T_F = 72 + 32 = 104°F$	

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Resuelve los reactivos 1 a 4 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Diferencia entre el calor y la temperatura

El *calor* es una forma de energía que se transfiere de un cuerpo de mayor temperatura a otro de menor temperatura, también se define como la suma de las energías cinéticas de todas las moléculas de un cuerpo.

Cuando se sirve agua fría en un vaso de vidrio, en la superficie exterior del vaso se forman gotas de agua, esto se debe a la **diferencia de temperatura** entre el agua y el ambiente, este fenómeno también se conoce como *condensación*.

Equilibrio térmico (ley cero de la termodinámica)

Un sistema se encuentra en equilibrio térmico cuando el intercambio neto de energía calorífica entre sus elementos es cero, en consecuencia, los cuerpos se encuentran a la misma temperatura.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es una condición necesaria para que exista la transferencia de calor entre dos sustancias?

a) Masas idénticas b) Volúmenes distintos
c) Distintas temperaturas d) Calores específicos distintos

Solución:

El calor es energía, la cual se transfiere entre dos cuerpos o sustancias que tienen diferente temperatura y esa energía se transmite del cuerpo de mayor temperatura al de menor temperatura. En consecuencia, la respuesta correcta es el inciso c.

2. Cuando las masas m_1 y m_2 se encuentran a diferente temperatura y se ponen en contacto, el calor cedido por la masa de mayor temperatura (T_1) es igual al calor que gana la masa que tiene una temperatura menor (T_2) y la temperatura de equilibrio del sistema de masas es T_E. El modelo matemático que representa este fenómeno es:

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (T_1 - T_E) = m_2 \cdot c_2 \cdot (T_E - T_2)$$

¿Cuál es la temperatura de equilibrio de una mezcla de 4 litros de agua a 10°C con 1 litro de agua a 80°C?

a) 24°C b) 35°C c) 45°C d) 60°C

Solución:

En este ejemplo $c_1 = c_2$, debido a que se mezcla agua a 10°C con agua a 80°C, y se trata de una misma sustancia entonces, tienen el mismo calor específico, en consecuencia se pueden omitir. Además, 1 litro de agua pesa aproximadamente 1 kilogramo.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m_1 = 4$ kg $T_1 = 10°C$ $m_2 = 1$ kg $T_2 = 80°C$ $T_E = ?$	$m_1 \cdot (T_1 - T_E) = m_2 \cdot (T_E - T_2)$ Se despeja "T_E" $T_E = \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{m_1 + m_2}$	$T_E = \frac{(4\text{ kg})(10°C) + (1\text{ kg})(80°C)}{4\text{ kg} + 1\text{ kg}}$ $T_E = \frac{120\text{ kg}\cdot°C}{5\text{ kg}}$ $T_E = 24°C$	$T_E = 24°C$

La temperatura de equilibrio de la mezcla es de 24°C, por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

▼ Conductividad calorífica (transferencia de calor) y capacidad térmica específica

El calor se transfiere o conduce de tres formas diferentes.

- **Conducción.** Es la forma en que el calor se conduce o propaga en los sólidos, debido al choque de las moléculas del cuerpo sin que éste modifique su forma.

Ejemplo

Cuando uno de los extremos de una varilla metálica se pone en contacto con el fuego, después de cierto tiempo el otro extremo también se calienta. Esto se debe a que las moléculas del extremo expuesto al fuego vibran con mayor energía y parte de esa energía se transfiere a las moléculas cercanas las cuales, a su vez, transfieren ese exceso de energía a las otras moléculas. Así, la temperatura del cuerpo aumenta de manera uniforme y se distribuye en todo el cuerpo.

- **Convección.** El calor se propaga a través del movimiento de un fluido.

Ejemplo

Al calentar agua en un recipiente se observa que, después de un cierto tiempo, se produce un movimiento en el líquido. Esto se debe a que al recibir calor el agua del fondo del recipiente aumenta su temperatura y volumen, en consecuencia, disminuye su densidad y esta agua tiende a ser reemplazada por agua a menor temperatura (más fría) y de mayor densidad. Al proceso de circulación de masas de agua caliente hacia arriba y fría hacia abajo se le conoce como *corrientes de convección*. Este fenómeno se presenta también con el aire y es lo que permite a algunas aves como las águilas poder alcanzar grandes alturas.

- **Radiación.** El calor se transfiere a través de ondas electromagnéticas.

Ejemplo

Un ejemplo cotidiano de la transferencia de calor por radiación es el calor que nos llega del Sol, también conocido como *rayos infrarrojos*.

➤ Caloría (cal)

Cantidad de calor necesaria para elevar en un grado Celsius la temperatura de un gramo de agua (de 14.5 °C a 15.5 °C). El equivalente del calor en joules es **1 cal = 4.2 J**.

Otra equivalencia empleada con frecuencia es **1 kcal = 1 000 cal**.

➤ Capacidad calorífica

Se define como la *razón* que existe entre la cantidad de calor que recibe un cuerpo y su incremento de temperatura.

$$c = \frac{Q}{\Delta T} \qquad \Delta T = T_f - T_i$$

Donde:

Q = cantidad de calor [cal] T_f = temperatura final [°C]
ΔT = incremento de la temperatura [°C] T_i = temperatura inicial [°C]
c = capacidad calorífica $\left[\frac{cal}{°C}\right]$

➤ Calor específico

Es la razón que existe entre la capacidad calorífica de una sustancia y su masa. También se define como la cantidad de calor empleada para aumentar en un grado centígrado la temperatura de un gramo de una sustancia.

$$c_e = \frac{c}{m} \qquad c_e = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \qquad Q = mc_e\Delta T$$

Donde:

Q = cantidad de calor [cal]
m = masa [g]
ΔT = incremento de la temperatura [°C]
c_e = calor específico $\left[\frac{cal}{g°C}\right]$

➤ Calor latente

El *calor latente* es la energía que un cuerpo o sustancia necesita para cambiar su estado de agregación; calor latente de vaporización (de líquido a gaseoso), de fusión (de sólido a líquido). En este fenómeno el calor no se traduce como una variación de la temperatura mientras se desarrolla el cambio de estado, porque parece estar escondido (de ahí viene el nombre de latente); ya que se añade calor a la sustancia sin que cambie su temperatura. El modelo matemático del calor latente es:

$$Q = m \cdot L$$

Donde:

Q = calor [cal]
m = masa de la sustancia [g]
L = calor latente $\left[\frac{cal}{g}\right]$

Tabla de calor específico de algunas sustancias

Sustancia	Calor específico C_e en $\frac{cal}{g°C}$	Calor latente de fusión L en $\frac{cal}{g}$
Agua	1	80
Hierro	0.113	6
Aluminio	0.217	90
Cobre	0.093	42
Hielo	0.50	–
Mercurio	0.033	2.8

Ejemplos de reactivos

1. Es la cantidad de calor requerida para elevar en un grado centígrado la temperatura de un gramo de una sustancia:

a) caloría b) temperatura c) calor específico d) capacidad calorífica

Solución:

El calor específico es la razón que existe entre la capacidad calorífica de una sustancia y su masa. También se define como la cantidad de calor empleada para aumentar en un grado centígrado la temperatura de un gramo de sustancia. En consecuencia, la respuesta correcta es el inciso c.

2. Relaciona las siguientes columnas:

I. Calor	a) °C b) $\frac{J}{kg}$ c) J
II. Temperatura	d) $\frac{cal}{g°C}$ e) K

a) I-a, c II-d b) I-c II-a, e c) I-a, e II-b, c d) I-b II-a, d

Solución:
Las escalas termométricas absolutas son la escala Celsius o Centígrada (°C), Fahrenheit (°F) y Kelvin (K), mientras que el calor es una forma de energía que se transfiere de un cuerpo de mayor temperatura a otro de menor temperatura y sus unidades son los Joules (J) o las calorías (cal), por tanto, la respuesta correcta corresponde al inciso b.

3. ¿Qué cantidad de calor se debe aplicar a 500 g de agua para elevar su temperatura de 35°C a 100°C?

a) 3 250 cal b) 325 000 cal c) 32 500 cal d) 325 cal

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 500$ g $c_e = 1\frac{cal}{g°C}$ $T_i = 35°C$; $T_f = 100°C$ $T = 100°C - 35°C = 65°C$	$c_e = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$ Despeje $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$	$Q = (500\ g)\left(1\frac{cal}{g°C}\right)(65°C)$ $Q = 32500$ cal	$Q = 32500$ cal

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

4. Dos balines metálicos con la misma cantidad de masa, uno de cobre y otro de plomo son calentados simultáneamente con la misma fuente de calor. Se observa que después de cierto tiempo el balín de plomo comienza a derretirse, esto se debe a que:

a) la capacidad térmica específica del plomo es menor que la del cobre.
b) la capacidad térmica específica del plomo es mayor que la del cobre.
c) el calor latente de fusión del plomo es menor que el del cobre.
d) el calor latente de fusión del plomo es mayor que el del cobre.

Solución:
El calor latente de fusión es la energía que se necesita para que una cantidad de sustancia cambie de fase, de sólido a líquido. Esta energía en forma de calor se emplea para realizar el cambio de fase y no para un aumento de la temperatura. Esto quiere decir que si a ambos balines se les aplica la misma cantidad de calor de manera simultánea el balín de plomo empieza a derretirse (cambiando de fase), ya que su calor latente de fusión es menor que el del cobre. El calor latente de fusión del plomo es de aproximadamente $5.7\frac{cal}{g}$, mientras que el del cobre es de $42\frac{cal}{g}$. En otras palabras se necesita menos calor para derretir el balín de plomo que el balín de cobre. En consecuencia, la respuesta correcta es el inciso c.

5. A 300 g de una sustancia se le aplican 742.5 cal para elevar su temperatura de 15°C a 90°C. ¿Cuál es la sustancia?

a) hierro (0.113) b) cobre (0.093) c) aluminio (0.217) d) mercurio (0.033)

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 300$ g $Q = 742.5$ cal $T_i = 15°C$; $T_f = 90°C$ $\Delta T = 90°C - 15°C = 75°C$ $c_e = ?$	$c_e = \dfrac{Q}{m \cdot \Delta T}$	$c_e = \dfrac{742.5 \text{ cal}}{(300 \text{ g})(75°C)} = \dfrac{742.5 \text{ cal}}{22500 \text{ g°C}}$ $c_e = 0.033\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}$	$c_e = 0.033\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}$

La sustancia de calor específico igual a $0.033\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}$ es el mercurio, por tanto, la opción correcta es el inciso d.

6. Una pieza metálica está compuesta por 1.2 kg de hierro $\left(0.113\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)$ y 0.8 kg de cobre $\left(0.093\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)$, si incrementa su temperatura en 100°C. ¿Cuánto calor se le suministra a la pieza?

a) 13 560 cal b) 21 000 cal c) 7 440 cal d) 6 120 cal

Solución:

Se calcula el calor que se suministra a cada metal y posteriormente se suman para obtener la cantidad de calor suministrado a la pieza.

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultado
Hierro $m_1 = 1.2$ kg $= 1\,200$ g $c_1 = 0.113\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}$ $Q_1 = ?$ $\Delta T = 100°C$ Cobre $m_2 = 0.8$ kg $= 800$ g $c_2 = 0.093\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}$ $\Delta T = 100°C$ $Q_2 = ?$ $Q_T = ?$	$Q_1 = m_1c_1\Delta T$ $Q_2 = m_2c_2\Delta T$ $Q_T = Q_1 + Q_2$	$Q_1 = (1\,200 \text{ g})\left(0.113\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)(100°C)$ $Q_1 = 13\,560$ cal $Q_2 = (800 \text{ g})\left(0.093\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)(100°C)$ $Q_2 = 7\,440$ cal $Q_T = 13\,560 \text{ cal} + 7\,440 \text{ cal}$ $Q_T = 21\,000$ cal	$Q_T = 21\,000$ cal

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✐ Resuelve los reactivos 5 a 11 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

▼ Leyes de la termodinámica

La *termodinámica* es la rama de la física que estudia la transformación del calor en trabajo y viceversa.

➤ Primera ley

El calor suministrado a un sistema es igual a la suma del incremento en la energía interna de éste y el trabajo realizado por el sistema sobre sus alrededores, esto significa que la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$$

Donde

ΔQ = calor suministrado al sistema [cal, joules]
ΔU = incremento en la energía del sistema [cal, joules]
ΔW = trabajo realizado por el sistema [cal, joules]

El signo ΔQ es positivo cuando al sistema se le suministra calor y es negativo si el sistema cede calor; el signo ΔW es positivo cuando el sistema realiza trabajo y negativo cuando el trabajo se realiza sobre él. Si el sistema incrementa su temperatura, el signo ΔU es positivo, y si disminuye su temperatura es negativo.

Un proceso térmico es **adiabático** si el sistema no recibe ni cede calor.

$$\Delta Q = 0 \rightarrow \Delta W = -\Delta U$$

Un proceso térmico es *isocórico* cuando el volumen del sistema permanece constante y no se realiza trabajo alguno.

$$\Delta V = \text{constante} \rightarrow \Delta W = 0 \rightarrow \Delta Q = \Delta U$$

Un proceso térmico es *isobárico* cuando la presión del sistema permanece constante. Un proceso térmico es *isotérmico* cuando la temperatura del sistema permanece constante.

$$\Delta T = \text{constante} \rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow \Delta Q = \Delta W$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es el incremento en la energía interna de un sistema si se le suministran 600 cal de calor y se le aplica un trabajo de 450 joules?

a) 2 970 J b) 2 070 J c) −2 970 J d) −2 070 J

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\Delta Q = 600\text{ cal} \times \frac{4.2\text{ J}}{1\text{ cal}} = 2520\text{ J}$ $\Delta W = -450\text{ J}$ $\Delta U = ?$	$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$ Despeje $\Delta U = \Delta Q - \Delta W$	$\Delta U = 2520\text{ J} - (-450\text{ J})$ $\Delta U = 2520\text{ J} + 450\text{ J}$ $\Delta U = 2970\text{ J}$	$\Delta U = 2970\text{ J}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Un sistema realiza un trabajo de 1 500 cal para incrementar su energía interna en 2 000 cal. ¿Cuánto calor en joules se le suministró?

a) 2 100 J b) −2 100 J c) 14 700 J d) −14 700 J

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\Delta W = 1500\text{ cal}$ $\Delta U = 2000\text{ cal}$ $\Delta Q = ?$	$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$	$\Delta Q = 2000\text{ cal} + 1500\text{ cal}$ $\Delta Q = 3500\text{ cal}$ $\Delta Q = 3500\text{ cal} \times \frac{4.2\text{ J}}{1\text{ cal}} = 14700\text{ J}$	$\Delta Q = 14700\text{ J}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Segunda ley

Es imposible construir una máquina térmica que transforme en su totalidad el calor en energía y viceversa. Esto implica que no existe una máquina térmica que opere al 100 por ciento.

La *eficiencia de una máquina térmica* es la relación entre el trabajo mecánico producido y el calor suministrado.

$$e = \frac{T}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Donde:

T = trabajo mecánico	[cal, joules]	T_1 = trabajo de entrada	[cal, joules]
Q_1 = calor suministrado	[cal, joules]	T_2 = trabajo de salida	[cal, joules]
Q_2 = calor obtenido	[cal, joules]	e = eficiencia	[%]

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es la eficiencia de una máquina térmica a la cual se le suministran 8 000 cal para obtener 25 200 joules de calor de salida?

a) 75% b) 25% c) 50% d) 20%

Solución:

Datos

$Q_1 = 8\,000$ cal

$Q_2 = 25\,200 \text{ J} \times \dfrac{1 \text{ cal}}{4.2 \text{ J}}$

$Q_2 = 6\,000$ cal

$e = ?$

Fórmula

$e = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$

Sustitución

$e = \dfrac{8\,000 \text{ cal} - 6\,000 \text{ cal}}{8\,000 \text{ cal}}$

$e = \dfrac{2\,000 \text{ cal}}{8\,000 \text{ cal}} = 0.25$ o 25%

Resultado

$e = 25\%$

La respuesta correcta corresponde al inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 12 a 17 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Teoría cinética de los gases

Esta teoría supone que las moléculas de un gas están muy separadas y se mueven en línea recta hasta encontrarse con otras y colisionarse con ellas o con las paredes del recipiente que las contiene.

▼ Estructura de la materia

La *materia* está formada por protones, electrones y neutrones, partículas que forman átomos.

Los *átomos* son las partículas más pequeñas de la materia. A las sustancias que contienen átomos de una misma clase se les llama *elementos*, y las que están formadas por átomos de distintas clases se les llama *compuestos*.

En la naturaleza, la materia se presenta en tres estados de agregación: sólido, líquido y gaseoso.

Ejemplo de reactivo

De acuerdo con la teoría cinética molecular, al aumentar el volumen de un gas contenido en un recipiente la disminución de la presión del gas se debe a que las partículas:

a) chocan con menor frecuencia contra las paredes internas.
b) chocan con mayor frecuencia contra las paredes internas.
c) se golpean entre sí mismas con menor rapidez.
d) tienen menor movilidad dentro del recipiente.

Solución:

La teoría cinética de los gases supone que las moléculas de un gas están muy separadas y se mueven en línea recta hasta encontrarse con otras y colisionarse con ellas o con las paredes del recipiente que las contiene. Si se aumenta el volumen del gas, la presión disminuye y las partículas del fluido chocan con menor frecuencia contra las paredes del contenedor, en consecuencia, la respuesta correcta es el inciso a.

➤ Propiedades generales de la materia

Estas propiedades son las que poseen todos los cuerpos, por ejemplo: la masa, el peso, el volumen, la porosidad, la impenetrabilidad, la elasticidad, la divisibilidad, etc. Se definen algunas:

- **Porosidad.** Es el espacio vacío que existe entre las partículas de un cuerpo.
- **Impenetrabilidad.** Propiedad de la materia que establece que dos cuerpos no pueden ocupar simultáneamente un mismo espacio.
- **Elasticidad.** Propiedad de los cuerpos para recuperar su forma original después de que las fuerzas que los deforman dejan de actuar sobre ellos.
- **Divisibilidad.** Esta propiedad indica que la materia puede ser dividida en partículas o fragmentos con las mismas propiedades antes de dividirse.

➤ Propiedades específicas de la materia

Estas propiedades permiten identificar a unas sustancias de otras, ya que tienen propiedades diferentes a las demás, por ejemplo: densidad, punto de fusión, punto de ebullición, etc. Se definen algunas:

- **Densidad.** Es la masa por unidad de volumen de un cuerpo.

$$\rho=\frac{m}{V}$$

Donde:

m = masa	[kg, g, slugs]
V = volumen	$\left[m^3, cm^3, ft^3\right]$
ρ = densidad	$\left[\frac{kg}{m^3}, \frac{g}{cm^3}, \frac{slugs}{ft^3}\right]$

Ejemplos de reactivos

1. Un cuerpo de 850 kg ocupa un volumen de 0.25 m^3. ¿Cuál es su densidad?

a) $212.5\frac{kg}{m^3}$ b) $340\frac{kg}{m^3}$ c) $3\,400\frac{kg}{m^3}$ d) $2125\frac{kg}{m^3}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$m = 850$ kg $V = 0.25$ m^3 ρ = ?	$\rho=\frac{m}{V}$	$\rho=\frac{850\text{ kg}}{0.25\text{ m}^3}=3\,400\frac{kg}{m^3}$	$\rho=3\,400\frac{kg}{m^3}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La densidad del agua es de $1\,000\frac{kg}{m^3}$. ¿Qué volumen ocupan 300 kg de agua?

a) 0.03 m^3 b) 33.3 m^3 c) 3.33 m^3 d) 0.3 m^3

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\rho=1\,000\frac{kg}{m^3}$ $m = 300$ kg V = ?	$\rho=\frac{m}{V}$ Despeje $V=\frac{m}{\rho}$	$V=\frac{300\text{ kg}}{1\,000\frac{kg}{m^3}}=0.3\text{ m}^3$	$V = 0.3\text{ m}^3$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

- **Punto de fusión**. Temperatura a la cual un sólido comienza a licuarse, estando en contacto con el estado líquido resultante.
- **Punto de ebullición**. Temperatura a la cual un líquido comienza a hervir.

Temperatura según la teoría cinética

La temperatura de una sustancia es la medida de las energías cinéticas promedio de sus moléculas.

Ecuación de estado de los gases ideales

Los *gases ideales* son aquellos que tienen un número pequeño de moléculas, por consiguiente, su densidad es baja y la fuerza de cohesión entre sus moléculas es casi nula. Satisfacen la ecuación general de los gases.

Ley general del estado gaseoso

Para una masa de gas dada, siempre será verdadera la relación:

$$\frac{P \cdot V}{T} = C \quad \text{o} \quad \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Donde:

V = volumen	[m^3, cm^3]	P_1 = presión inicial	[Pa, atm, mm de Hg]
T = temperatura	[K]	P_2 = presión final	[Pa, atm, mm de Hg]
P = presión	[Pa, atm, mm de Hg]	T_1 = temperatura inicial	[K]
C = constante		T_2 = temperatura final	[K]
		V_1 = volumen inicial	[m^3, cm^3]
		V_2 = volumen final	[m^3, cm^3]

Ley de Boyle

Para una masa de gas dada a una temperatura constante, el volumen del gas varía de manera inversamente proporcional a la presión absoluta que recibe.

$$T = \text{Constante} \rightarrow P \cdot V = C \quad \text{o} \quad P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

Ley Charles

Para una masa de gas dada a presión constante, el volumen del gas varía de manera directamente proporcional a su temperatura absoluta.

$$P = \text{Constante} \rightarrow \frac{V}{T} = C \quad \text{o} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Ley de Gay-Lussac

Para una masa de gas dada a un volumen constante, la presión absoluta del gas varía de manera directamente proporcional a su temperatura absoluta.

$$V = \text{Constante} \rightarrow \frac{P}{T} = C \quad \text{o} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Ejemplos de reactivos

1. Se tiene un gas a una presión constante de 800 mm de Hg, el gas ocupa un volumen de 50 cm^3 a una temperatura de 40°C. ¿Qué volumen ocupará el gas a una temperatura de 0°C?

a) 40 cm^3 b) 43.61 cm^3 c) 57.32 cm^3 d) 640 cm^3

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$V_1 = 50\ cm^3$ $T_1 = 40°C = 40 + 273 = 313\ K$ $T_2 = 0°C = 0 + 273 = 273\ K$ $V_2 = ?$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ Despeje $V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1}$	$V_2 = \frac{(50\ cm^3)(273\ K)}{313\ K}$ $V_2 = 43.61\ cm^3$	$V_2 = 43.61\ cm^3$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Un gas se encuentra a una temperatura constante de 30°C, bajo una presión de 750 mm de Hg y ocupa un volumen de 60 cm^3. ¿Cuál será la nueva presión para que el gas ocupe un volumen de 40 cm^3?

a) 1 125 mm de Hg b) 500 mm de Hg c) 3.2 mm de Hg d) 375 mm de Hg

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$P_1 = 750$ mm de Hg $V_1 = 60\ cm^3$ $V_2 = 40\ cm^3$ $P_2 = ?$	$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$ Despeje $P_2 = \frac{P_1 \cdot V_1}{V_2}$	$P_2 = \frac{(750\ \text{mm de Hg})(60\ cm^3)}{40\ cm^3}$ $P_2 = 1\,125$ mm de Hg	$P_2 = 1\,125$ mm de Hg

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. Una masa de 800 g se encuentra en las siguientes condiciones: temperatura de 35°C, 75 atm de presión y un volumen de 60 cm^3. Si la temperatura se incrementa a 50°C y el volumen a 80 cm^3. ¿Cuál es la nueva presión del gas?

a) 104.87 atm b) 53.63 atm c) 589.8 atm d) 58.98 atm

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$T_1 = 35°C = 35 + 273 = 308\ K$ $P_1 = 75$ atm $V_1 = 60\ cm^3$ $T_2 = 50°C = 50 + 273 = 323\ K$ $V_2 = 80\ cm^3$ $P_2 = ?$	$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$ Despeje $P_2 = \frac{P_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot V_2}$	$P_2 = \frac{(75\ atm)(60\ cm^3)(323\ K)}{(308\ K)(80\ cm^3)}$ $P_2 = 58.98$ atm	$P_2 = 58.98$ atm

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 18 a 26 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Al convertir 60°F a grados Celsius se obtiene:

a) 155°C b) 15.5°C c) 140°C d) 14°C

2. Al convertir 45°C a grados Kelvin se obtiene:

a) 49 K b) 113 K c) 318 K d) 228 K

3. El cuerpo humano mantiene una temperatura de 37°C, en grados Fahrenheit esta temperatura es:

a) 98.6 °F b) 66.6 °F c) 52.5°F d) 2.77 °F

4. Al convertir 1074.15 K a grados Celsius, se obtiene:

a) 39.95°C b) 801.15°C c) 1005.45°C d) 1347.15°C

2 Resuelve los siguientes reactivos:

5. Durante un experimento se ponen en contacto 200 g de un determinado material a una temperatura de 20°C con otros 100 g del mismo material a 50°C. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio entre los materiales?

a) 30°C b) 35°C c) 40°C d) 45°C

6. Las águilas son aves que para poder volar a grandes alturas necesitan corrientes de aire caliente. Este fenómeno se conoce como:

a) conducción b) convección c) radiación d) propagación

7. Para hacer hervir un litro de agua, ésta tiene que pasar de una temperatura inicial T_i hasta 100°C. ¿Cuál es la expresión que te permite obtener la cantidad de calor Q para tal fin?

a) $Q = mce\ (100°C + T_i)$
b) $Q = mce\ T_i + 100°C$
c) $Q = mce + (T_i + 100°C)$
d) $Q = mce\ (100°C - T_i)$

8. Se aplican 3 000 cal a una barra de hierro para que incremente su temperatura en 300°C. ¿Cuál es la masa de la barra?

a) 88.5 g b) 885 g c) 10 170 g d) 1 017 g

9. ¿Cuáles son las características del calor específico (c_e) y del calor latente (c_L)?

a) Calor específico cambia de estado la sustancia y el calor latente aumenta la temperatura sin modificar la estructura de la sustancia.
b) Calor específico sólo aumenta la temperatura sin modificar la estructura de la sustancia y el calor latente cambia de estado la sustancia.
c) Calor específico depende de la masa y el calor latente depende de la temperatura.
d) Calor específico depende de la temperatura y el calor latente depende de la masa.

10. ¿Qué cantidad de calor se debe aplicar a 1.2 kg de mercurio para elevar su temperatura de 20°C a 125°C?

a) 41 580 cal b) 4.158 cal c) 415.8 cal d) 4 158 cal

11. Una vasija metálica está compuesta por 1.8 kg de cobre $\left(0.093\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)$ y 0.5 kg de aluminio $\left(0.217\dfrac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)$, si incrementa su temperatura de 20° a 100°C. ¿Cuánto calor recibe la pieza?

a) 13 392 cal b) 22 072 cal c) 8 680 cal d) 27 590 cal

3 Resuelve los siguientes reactivos:

12. En el enunciado: "es imposible construir una máquina térmica que transforme en su totalidad el calor en energía y viceversa". ¿A qué ley de la termodinámica se refiere?

a) primera ley b) ley cero c) segunda ley d) ninguna

13. El enunciado de la ley cero de la termodinámica afirma que:

I. Para una masa de gas dada a temperatura constante, el volumen del gas varía de manera inversamente proporcional a la presión absoluta que recibe.
II. El calor suministrado a un sistema es igual a la suma del incremento en la energía interna de éste y el trabajo realizado por el sistema sobre sus alrededores.
III. Es imposible construir una máquina térmica que transforme en su totalidad el calor en energía y viceversa.
IV. Un sistema de cuerpos se encuentra en equilibrio térmico cuando el intercambio neto de energía entre sus elementos es cero.

a) I b) III c) II d) IV

14. Relaciona las siguientes columnas:

I. Proceso térmico en el cual el volumen del sistema permanece constante y no se realiza trabajo alguno.	a) Adiabático
II. Proceso térmico en el cual la temperatura del sistema permanece constante.	b) Isocórico
III. Proceso térmico en el que el sistema no recibe ni cede calor.	c) Isobárico
IV. Proceso térmico en el cual la presión del sistema permanece constante.	d) Isotérmico

a) I-b, II-a, III-d, IV-c b) I-b, II-d, III-c, IV-a c) I-a, II-d, III-b, IV-c d) I-b, II-d, III-a, IV-c

15. La eficiencia de una máquina térmica se define como:

I. La temperatura de una sustancia es la suma de las energías cinéticas promedio de sus moléculas.
II. La masa por unidad de volumen de un cuerpo.
III. La temperatura a la cual un líquido comienza a hervir.
IV. La relación entre el trabajo mecánico producido y el calor suministrado.

a) III b) II c) IV d) I

16. ¿Cuál es el incremento en la energía interna de un sistema si se le suministran 8 000 cal de calor para que realice un trabajo de 20 000 joules?

a) 13 600 J b) 53 600 J c) 12 000 J d) 28 000 J

17. Se realiza un trabajo de 48 000 cal sobre un sistema para incrementar su energía interna en 50 000 cal. ¿Cuánto calor en joules se le suministró?

a) 23 333.33 J b) 2 000 J c) 98 000 J d) 8 400 J

4 Resuelve los siguientes reactivos:

18. De acuerdo con la teoría cinética de los gases, ¿qué sucede si un gas aumenta su temperatura?

a) Se expande.
b) Disminuye su presión.
c) Aumenta la energía cinética de sus moléculas.
d) Disminuye la energía cinética de sus moléculas.

19. Es una propiedad específica de la materia:

a) densidad b) porosidad c) divisibilidad d) masa

20. Propiedad de los cuerpos de recuperar su forma original después de que las fuerzas que los deforman dejan de actuar.

a) porosidad b) peso c) densidad d) elasticidad

21. La ley de los gases afirma que la energía cinética media de las moléculas es directamente proporcional a la temperatura (T) absoluta del gas. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones relaciona la afirmación de la teoría? Recuerda que k es la constante de Boltzmann (k).

a) $\frac{3k}{m \cdot T}$ b) $\frac{3}{2}k \cdot T$ c) $\frac{k}{T^2}$ d) $\frac{k}{T}$

22. Un gas a una presión constante de 600 mm de Hg ocupa un volumen de 100 cm^3 a una temperatura de 50°C. ¿Qué volumen ocupará el gas a una temperatura de 10°C?

a) 20 cm^3 b) 114.13 cm^3 c) 876.1 cm^3 d) 87.61 cm^3

23. Un gas se encuentra a una temperatura constante de 50°C y bajo una presión de 600 mm de Hg ocupa un volumen de 40 cm^3. ¿Cuál será la nueva presión para que el gas ocupe un volumen de 10 cm^3?

a) 2400 mm de Hg b) 150 mm de Hg c) 0.66 mm de Hg d) 1.5 mm de Hg

24. Si una masa de 400 g de un cierto gas se encuentra en las siguientes condiciones, temperatura de 50°C, presión 90 atm y volumen de 75 cm^3. Si la temperatura se incrementa a 70°C y el volumen a 100 cm^3. ¿Cuál es la nueva presión del gas?

a) 63.56 atm b) 71.68 atm c) 127.43 atm d) 6.09 atm

25. Se tiene un volumen de gas constante a una presión absoluta de 450 mm de Hg y una temperatura de 40°C. Si la presión de gas se aumenta a 600 mm de Hg. ¿Cuál es la nueva temperatura del gas?

a) 144.33°C b) 144.33 K c) 53.33°C d) 53.33 K

26. Relaciona las siguientes columnas:

I. Ley general del estado gaseoso	a) $\Delta Q = \Delta U + \Delta W$
II. Ley de Gay-Lussac	b) $\frac{P \cdot V}{T} = C$
III. Primera ley de la termodinámica	c) $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
IV. Ley Charles	d) $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

a) I-b, II-d, III-c, IV-a b) I-b, II-a, III-d, IV-c c) I-b, II-d, III-a, IV-c d) I-a, II-b, III-c, IV-d

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

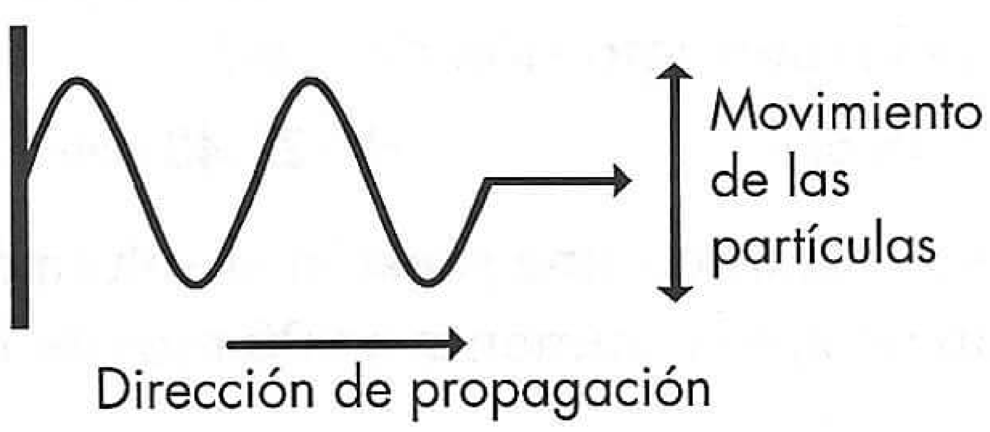
Caracterización de ondas mecánicas

Una *onda* es una perturbación que se propaga en la materia. Existen dos tipos de ondas.

▼ Transversales

Son aquellas en que las partículas vibran de manera perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

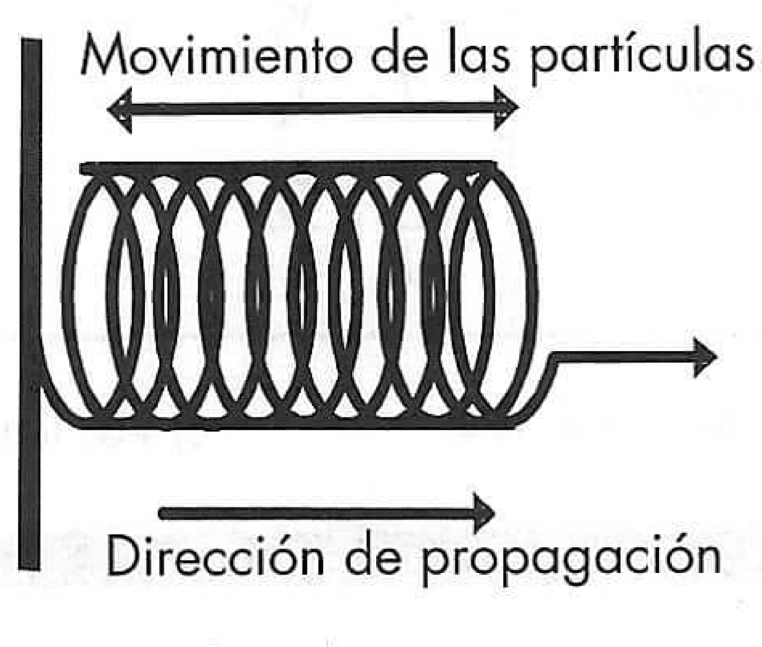
Ejemplo
Una onda transversal es aquella provocada por un cuerpo que cae en el agua tranquila de un estanque, o la que se forma al hacer vibrar una cuerda.



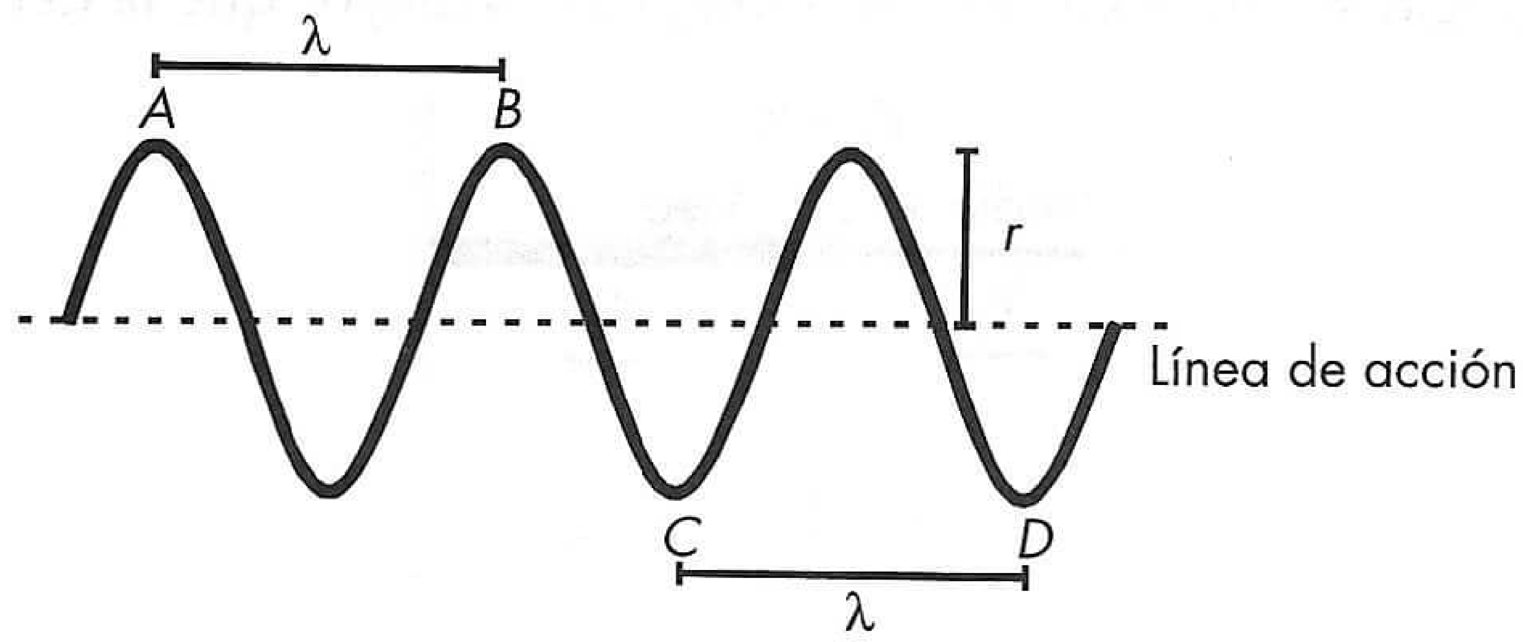
▼ Longitudinales

Son aquellas en las que las partículas se mueven en la misma dirección en que se propaga la onda.

Ejemplo
Una onda longitudinal se forma al hacer vibrar un resorte, también el sonido es una onda longitudinal.



➤ Elementos de una onda



Donde:

A, B = crestas
C, D = valles
r = amplitud
λ = longitud de onda

➤ Características

- **Frecuencia (f).** Es el número de ondas que pasan por un punto en la unidad de tiempo.

$$f = \frac{1}{T}$$

Donde:

f = frecuencia $\left[\text{hertz}, \frac{\text{vib}}{\text{s}}, \frac{\text{ciclos}}{\text{s}}, \frac{1}{\text{s}}\right]$

T = periodo $[\text{s}]$

- **Periodo (T).** Es el tiempo que tarda una onda en pasar por un punto.

$$T = \frac{1}{f}$$

Donde:

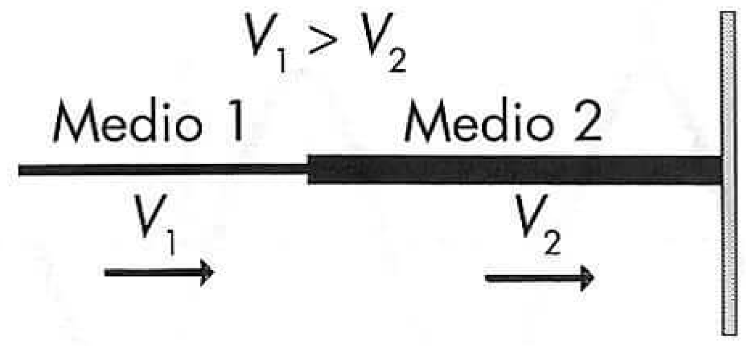
f = frecuencia $\left[\text{hertz}, \frac{\text{vib}}{\text{s}}, \frac{\text{ciclos}}{\text{s}}, \frac{1}{\text{s}}\right]$

T = periodo $[\text{s}]$

- **Longitud de onda (λ).** Es la distancia que hay entre dos crestas, dos valles o dos partículas en fase consecutiva.
- **Amplitud.** Es el máximo desplazamiento de las partículas de una onda.
- **Velocidad de propagación (v).** Es la velocidad con que se mueve una onda a través de un medio y es igual al producto de la longitud de onda por su frecuencia.

La velocidad de una onda puede ser baja, como la velocidad de una onda en un estanque; puede ser moderada como la del sonido que viaja a 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ aproximadamente y dependiendo de la temperatura, o una velocidad muy alta como las de las ondas de radio que viajan a 3×10^8 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. La velocidad de propaga-

ción en un medio es diferente a otro, por ejemplo, en una cuerda con un extremo más delgado que el otro, la velocidad de propagación del extremo más delgado es mayor que la del extremo más grueso.



$$v = \lambda \cdot f \quad \text{o} \quad v = \frac{\lambda}{T}$$

Donde:

v = velocidad de propagación $\left[\frac{m}{s}, \frac{cm}{s}, \frac{km}{s}\right]$

f = frecuencia $\left[\text{hertz}, \frac{vib}{s}, \frac{ciclos}{s}\right]$

T = periodo $[s]$

λ = longitud de onda $[m, cm, km]$

Ejemplos de reactivos

1. Las ondas mecánicas para propagarse necesitan un medio, si una campana se encuentra en una habitación en la que se ha generado un vacío y se hace vibrar, ¿por qué razón no se escucha?

a) Porque no le pegan fuerte.
b) Porque está cerrada la habitación.
c) Porque el material del que está hecha la campana no produce ruido.
d) Porque no existe un medio para que se propaguen las ondas sonoras.

Solución:
Las ondas mecánicas a diferencia de las ondas electromagnéticas, necesitan un medio elástico (aire, agua o algún fluido) para propagarse. Si la campana se hace vibrar, se genera una perturbación (sonido), pero al no haber medio en el cual se pueda propagar (ya que en la habitación hay un vacío), no se pueden propagar las ondas sonoras. En consecuencia, la respuesta correcta es el inciso d.

2. ¿A qué velocidad se propagan sobre la superficie del agua unas ondas transversales, de 0.5 m de longitud de onda, que son emitidas con una frecuencia de 3 hertz?

a) $5\frac{m}{s}$ b) $1.5\frac{m}{s}$ c) $1.05\frac{m}{s}$ d) $0.15\frac{m}{s}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\lambda = 0.5$ m $f = 3$ hertz $v = ?$	$v = \lambda \cdot f$	$v = (0.5\ m)(3\ Hz)$ $v = (0.5\ m)(3\frac{1}{s})$ $v = 1.5\frac{m}{s}$	$v = 1.5\frac{m}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Se desea conocer la profundidad de una caverna, para esto se emite una onda de 15 Hz de frecuencia y 30 m de longitud de onda. Si la señal es captada 4 segundos después de haber sido emitida. ¿Cuál es la profundidad de la caverna?

a) 900 m b) 1 800 m c) 112.5 m d) 90 m

Solución:
Primero se obtiene la velocidad con la que viaja la onda, posteriormente se calcula la profundidad de la cueva con la fórmula:

$$d = vt$$

Tomando a t como la mitad del tiempo que tarda en ir y regresar la señal.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$f = 15$ Hz $\lambda = 30$ m $v = ?$ $t = 2$ s $d = ?$	$v = \lambda \cdot f$ $d = vt$	$v = (30\text{ m})(15\text{ Hz})$ $v = 450\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $d = \left(450\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(2\text{ s})$ $d = 900$ m	$d = 900$ m

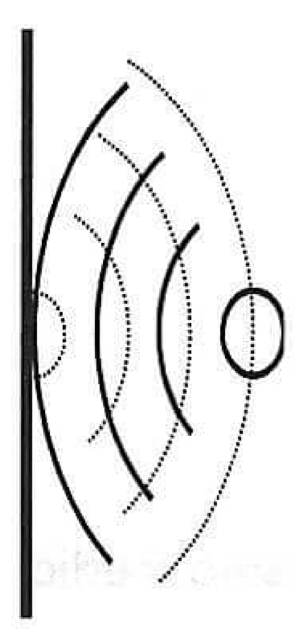
Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los ejercicios 1 a 8 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

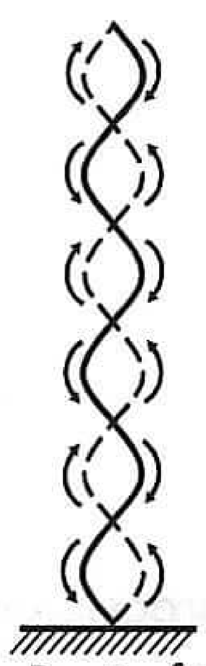
Reflexión y refracción de ondas

Reflexión

Es el cambio en la dirección de una onda cuando choca con un medio que impide su propagación.



Reflexión de las ondas sobre una pared plana.



Reflexión de ondas en el extremo de una cuerda.

La *reflexión* es un fenómeno ondulatorio empleado por los murciélagos para poder volar sin chocar contra objetos, ya que su visión es casi nula.

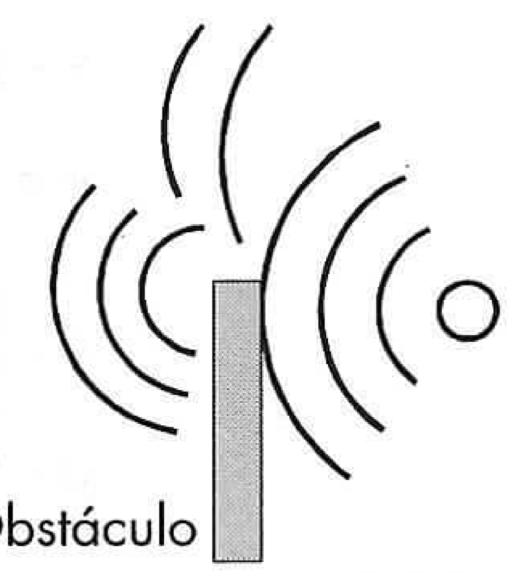
Refracción

Es el cambio en la velocidad que experimenta una onda al pasar de un medio a otro.

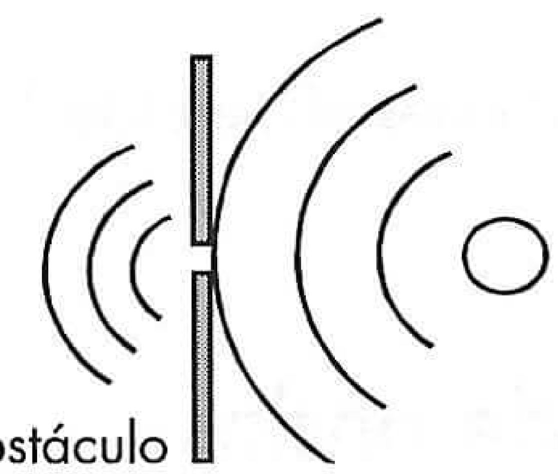
Difracción e interferencia de ondas

Difracción

Es la propiedad que tienen las ondas de rodear un obstáculo al ser interrumpida su propagación.

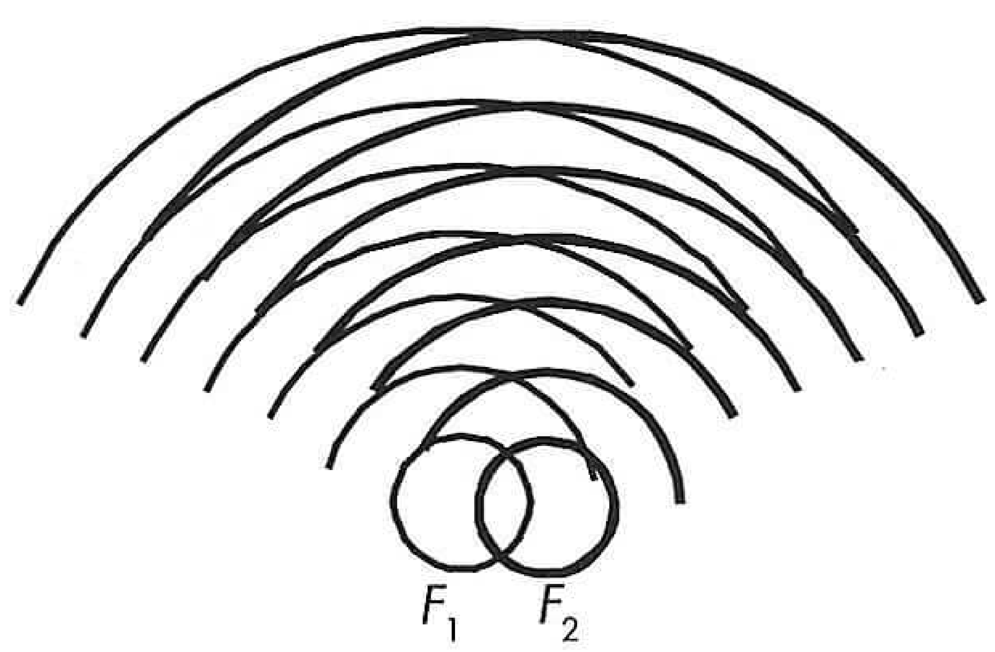


Difracción por un orificio



Interferencia

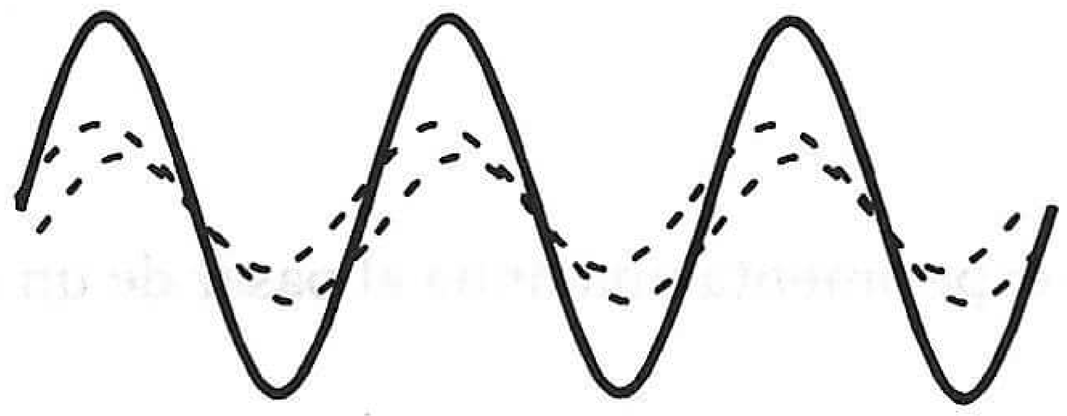
Es la superposición de dos o más ondas que se mueven simultáneamente.



Superposición de dos ondas que se propagan en un mismo medio.

Interferencia positiva o constructiva

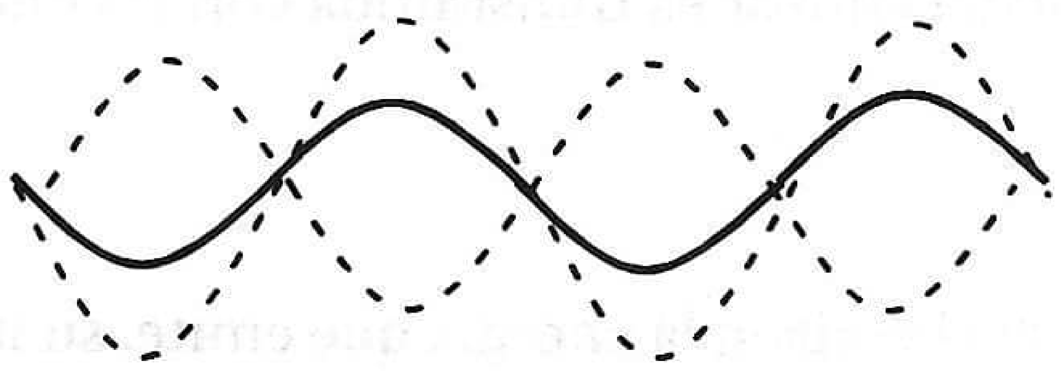
Es el fenómeno que ocurre cuando se superponen dos crestas o dos valles; cuando se encuentran dos crestas se suman sus amplitudes y su cresta crece; cuando se encuentran dos valles, de la suma de sus amplitudes resulta un valle más profundo.



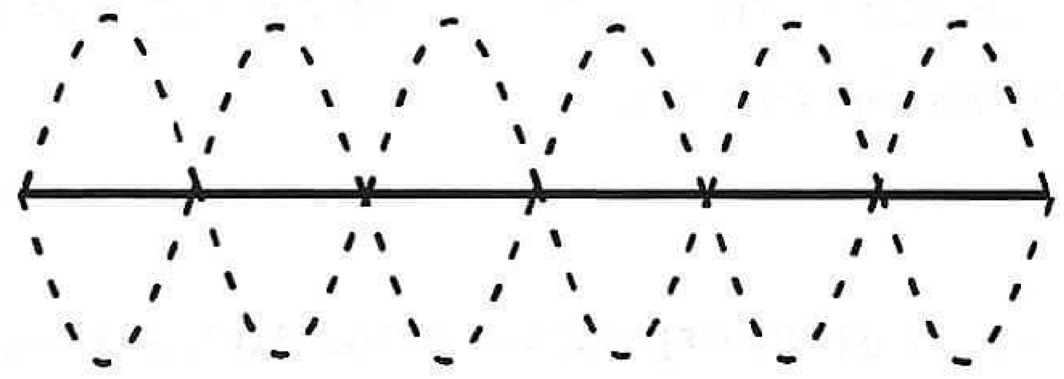
Crestas y valles coincidentes

➤ Interferencia negativa o destructiva

Es el fenómeno que ocurre cuando se superponen una cresta y un valle, se suman sus amplitudes opuestas y resulta una amplitud menor, cuando las amplitudes de la cresta y del valle son iguales y opuestas la suma es igual a cero.



Amplitudes distintas y opuestas.



Amplitudes iguales y opuestas.

Ejemplos de reactivos

1. Cuando dos ondas se combinan, de tal forma que las crestas de una coinciden con las de la otra. ¿Qué tipo de interferencia se obtiene?

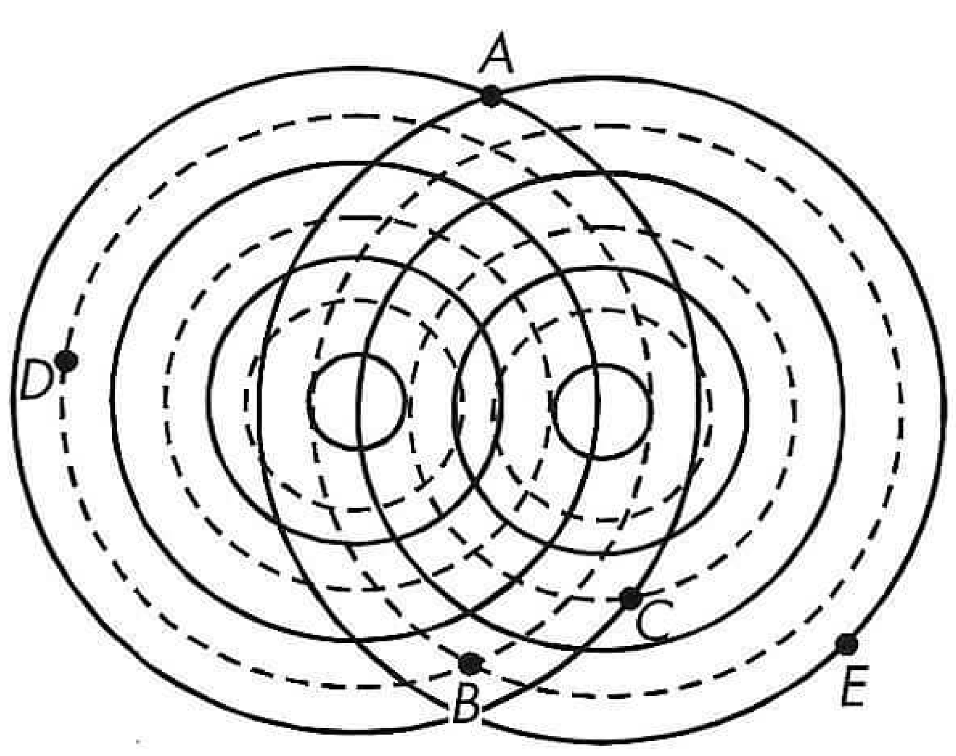
a) Constructiva b) Destructiva c) De menor frecuencia d) De mayor frecuencia

Solución:

La interferencia positiva o constructiva es el fenómeno que ocurre cuando se superponen dos crestas o dos valles; cuando se encuentran dos crestas se suman sus amplitudes y su cresta crece; cuando se encuentran dos valles, de la suma de sus amplitudes resulta un valle más profundo. Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

2. En la siguiente figura las circunferencias continuas representan a las crestas y las circunferencias punteadas a los valles, en un instante dado, de dos ondas producidas en la superficie de un líquido. En los puntos A y B las ondas interfieren constructivamente y en C interfieren destructivamente, si las amplitudes de cada onda son de 6 cm. ¿Cuál es la amplitud de la onda resultante en los puntos A, B y C?

a) 0, 18 cm, 12 cm b) 12 cm, 12 cm, 12 cm c) 12 cm, 12 cm, 0 d) 6 cm, 12 cm, 0



Solución:

Existe interferencia constructiva en:

el punto A, entonces la amplitud de la onda resultante es:

$$6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

el punto B, entonces la amplitud de la onda resultante es:

$$6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

En el punto C existe interferencia destructiva, entonces la amplitud de la onda resultante es:

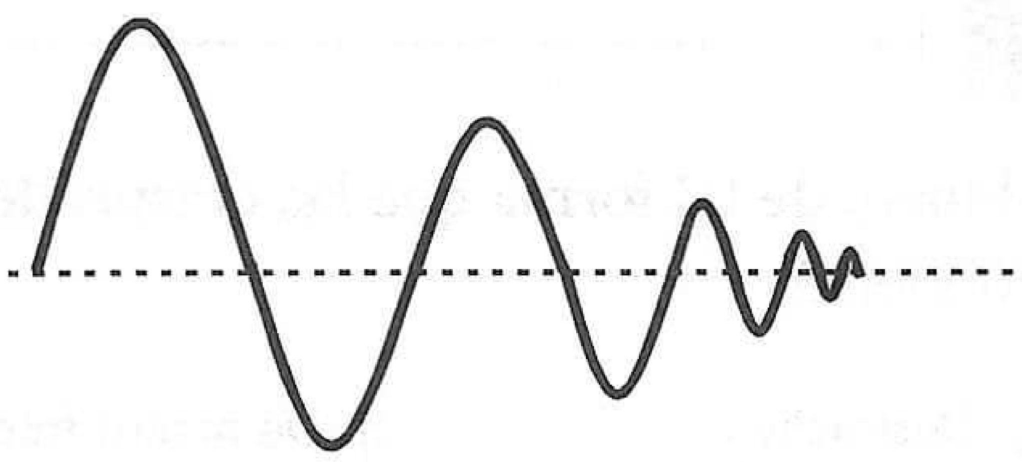
$$6 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 0$$

Por tanto, el inciso c es la respuesta correcta.

Energía de una onda incidente y de las ondas transmitidas y reflejadas

En un movimiento ondulatorio, la *energía de vibración* del emisor es transmitida con las ondas a través de las partículas del medio.

Ejemplo
Cuando se arroja un cuerpo a un estanque, si no cambia el emisor, la energía que emite, su movimiento oscilatorio se amortigua rápidamente, pero no cambia su frecuencia ni su periodo hasta que se anula por completo.



Movimiento ondulatorio amortiguado.

Resuelve los ejercicios 9 a 12 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Una onda tiene una frecuencia de 70 Hz y una longitud de onda de 3 m. ¿Cuál es su velocidad de propagación?

a) $340\frac{m}{s}$ b) $210\frac{m}{s}$ c) $73\frac{m}{s}$ d) $23.3\frac{m}{s}$

2. Una persona parada en la orilla de un muelle, ve que la cresta de una ola pasa cada 2 s. Si la distancia entre crestas es de 5.2 m. ¿Cuál es la velocidad de las ondas superficiales?

a) $2.6\frac{m}{s}$ b) $3\frac{m}{s}$ c) $4.21\frac{m}{s}$ d) $6.8\frac{m}{s}$

3. Un buque se encuentra en cierta región del océano, donde realiza investigación que requiere el conocimiento de la profundidad del mar en ese punto, para ello emite una señal de 40 m de longitud de onda y 30 Hz de frecuencia, si la señal es captada por el radar del buque 8 segundos después. ¿Qué profundidad tiene el mar en esa región?

a) 9600 m b) 2400 m c) 4800 m d) 1200 m

4. Se arroja una piedra a un estanque y se forma una onda cada 2 segundos, si la longitud de la onda es de 8 cm, ¿cuál es la velocidad de propagación?

a) $4\frac{cm}{s}$ b) $8\frac{cm}{s}$ c) $16\frac{cm}{s}$ d) $64\frac{cm}{s}$

5. Desde cierta altura se deja caer una piedra en un estanque. ¿Cómo son las ondas que se forman en el agua?

a) Las ondas son transversales, pues se desplazan de forma perpendicular con respecto a la dirección del movimiento.
b) Las ondas estacionarias, formando un ángulo perpendicular y al mismo tiempo tienen vibración.
c) Las ondas son circulares, formando un ángulo agudo y tienen vibración.
d) Las ondas son paralelas, formando un ángulo agudo y tienen vibración.

6. Relaciona las siguientes columnas:

I. Onda transversal	a) Onda en la cual las partículas vibran en la misma dirección en que se propaga la onda.
II. Velocidad de propagación	b) Es la distancia que existe entre valles o crestas.
III. Frecuencia	c) Onda en la cual las partículas vibran perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.
IV. Longitud de onda	d) Velocidad con la que se mueve una onda en un medio.
V. Onda longitudinal	e) Número de ondas que pasan por un punto en un segundo.

a) I-a, II-d, III-c, IV-e, V-b
b) I-c, II-d, III-e, IV-a, V-b
c) I-c, II-e, III-d, IV-a, V-b
d) I-c, II-d, III-e, IV-b, V-a

7. ¿Cuál es la propiedad que tienen las ondas de rodear un obstáculo al ser interrumpida su propagación?

   a) Reflexión b) Refracción c) Dispersión d) Difracción

8. Una radiodifusora de F.M. transmite a 88 MHz, esto significa que:

   a) la frecuencia de señal a la que se transmite es de 88 000 000 hertz.

   b) la velocidad de la propagación de las ondas es de $88\frac{m}{s}$.

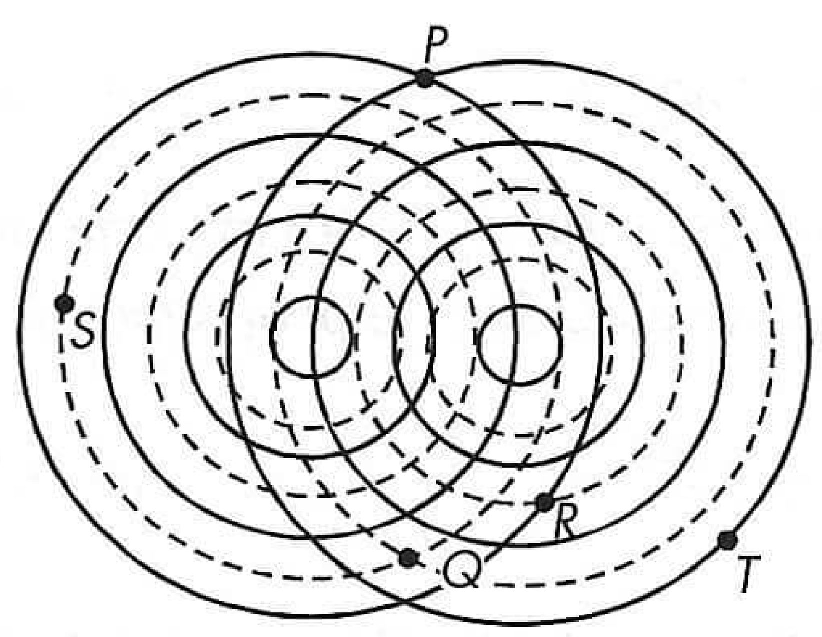
   c) el periodo de transmisión es de 88 segundos.

   d) la frecuencia de transmisión es de 88 hertz.

2 Resuelve los siguientes reactivos:

Las preguntas 9, 10, 11 y 12 se refieren al siguiente planteamiento:

En la figura, las circunferencias continuas representan las crestas y las circunferencias punteadas los valles, en un instante dado, de dos ondas producidas en la superficie de un líquido.



9. ¿En qué punto interfieren constructivamente las crestas?

   a) *P* b) *R* c) *S* d) *P* y *Q*

10. ¿En qué punto interfieren constructivamente dos valles?

    a) *R* b) *P* y *S* c) *Q* d) *R* y *S*

11. ¿En qué punto interfieren destructivamente un valle y una cresta?

    a) *S* b) *R* y *Q* c) *P* d) *R*

12. Si la amplitud de cada onda es de 3.2 cm. ¿Cuál es la amplitud de la vibración en los puntos *P*, *Q*, *R*?

    a) 3.2 cm, 6.4 cm, 3.2 cm b) 6.4 cm, 6.4 cm, 0 cm c) 0 cm, 6.4 cm, 0 cm d) 3.2 cm, 3.2 cm, 0 cm

Unidad 6 Electromagnetismo

Unidad 7 Fluidos

Unidad 8 Óptica

Unidad 9 Física contemporánea

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

Efectos cuantitativos entre cuerpos cargados eléctricamente

La materia está formada por átomos, que a su vez están constituidos por electrones, protones y neutrones.

Los electrones y protones tienen una propiedad conocida como *carga eléctrica*. Los *neutrones* son partículas eléctricamente neutras, los *electrones* poseen una carga eléctrica negativa y la carga de los *protones* es positiva. La unidad fundamental de carga en el sistema internacional es el **coulomb** [C].

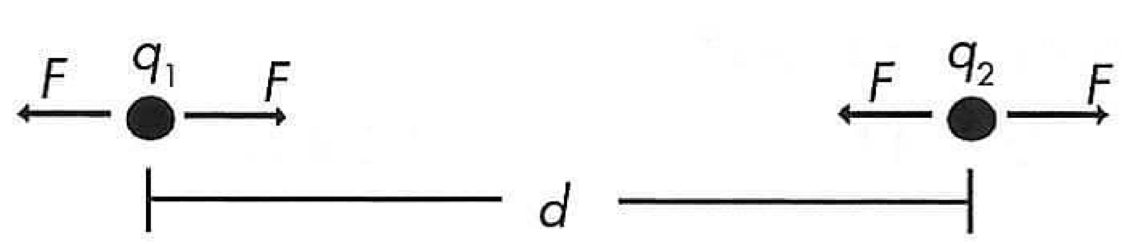
$$\text{Carga del electrón } [e^-] = -1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}$$
$$\text{Carga del protón } [e^+] = 1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}$$

Ley de Coulomb. Campo eléctrico

Ley de Coulomb

La magnitud de la fuerza de atracción o repulsión que experimentan dos cargas eléctricas, es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Cuando las cargas eléctricas son del mismo signo la fuerza es repulsiva y cuando son de signos opuestos la fuerza es atractiva.



$$F = K\frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

Donde:

q_1, q_2 = cargas eléctricas	[C]	d = distancia	[m]
F = fuerza	[N]	K = constante de Coulomb	
		$K = 9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$	

Ejemplos de reactivos

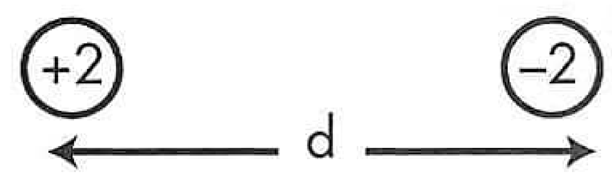
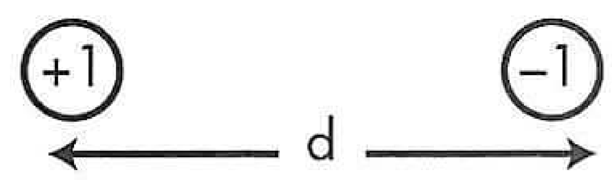
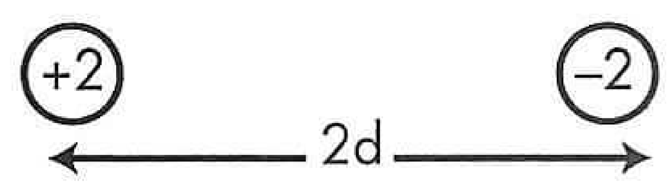
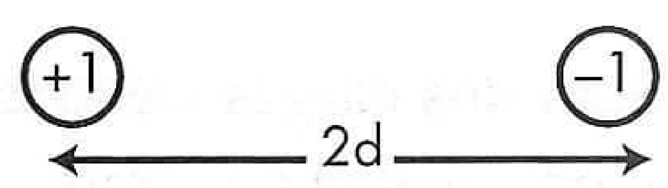
1. La distancia entre dos cargas está representada por "d". ¿En cuál de los siguientes diagramas, la fuerza atractiva entre las cargas es máxima?



Solución:

La ley de Coulomb enuncia que la magnitud de la fuerza de atracción o repulsión que experimentan dos cargas eléctricas, es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, y su modelo matemático es $F = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$

Entonces, se analiza cada uno de los reactivos para identificar en dónde se encuentra la fuerza atractiva mínima:

Inciso	Diagrama	Sustitución en la ley de Coulomb	Resultado de la fuerza
a)		$F = K\dfrac{2q_1 \cdot 2q_2}{d^2}$	$F = K\dfrac{4q_1 \cdot q_2}{d^2} = 4K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$
b)		$F = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$	$F = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$
c)		$F = K\dfrac{2q_1 \cdot 2q_2}{(2d)^2}$	$F = K\dfrac{4q_1 \cdot q_2}{4d^2} = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$
d)		$F = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{(2d)^2}$	$F = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{4d^2} = \dfrac{1}{4}K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$

Al comparar los coeficientes obtenidos, el más grande es el de la opción del inciso a.

2. Una carga de 3×10^{-6} C se encuentra a 2 m de una carga de -8×10^{-6} C. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de atracción entre las cargas?

a) 0.54 N b) 0.054 N c) 5.4 N d) 54 N

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$q_1 = 3 \times 10^{-6}$ C $q_2 = -8 \times 10^{-6}$ C $d = 2$ m $K = 9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ $F = ?$	$F = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$	$F = \left(9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)\dfrac{(3 \times 10^{-6}\ \text{C})(8 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(2\ \text{m})^2}$ $F = \left(9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)\left(\dfrac{24 \times 10^{-12}\ \text{C}^2}{4\ \text{m}^2}\right)$ $F = \left(9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)\left(6 \times 10^{-12}\ \dfrac{\text{C}^2}{\text{m}^2}\right)$ $F = 54 \times 10^{-3}\ \text{N} = 0.054\ \text{N}$	$F = 0.054$ N

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Dos cargas eléctricas q_1 y q_2 se encuentran separadas una distancia d y experimentan una fuerza de repulsión de 40 N. Si la distancia entre las cargas se duplica. ¿Cuál es la magnitud de la nueva fuerza de repulsión?

a) 10 N   b) 80 N   c) 160 N   d) 320 N

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$40\text{ N} = K\frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$ $d' = 2d$ $F' = ?$	$F' = K\frac{q_1 \cdot q_2}{d'^2}$	$F' = K\frac{q_1 \cdot q_2}{(2d)^2} = K\frac{q_1 \cdot q_2}{4d^2}$ $F = \frac{1}{4}K\frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} = \frac{1}{4}(40\text{ N})$ $F = 10\text{ N}$	$F = 10\text{ N}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Resuelve los reactivos 1 a 4 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Campo eléctrico

Región del espacio que rodea a una carga eléctrica.

- La **magnitud del campo eléctrico** producido por un campo de fuerza ***F*** sobre una carga de prueba ***q*** se obtiene con la fórmula:

$$E = \frac{F}{q}$$

Donde:

F = magnitud del campo de fuerza [N]
q = carga de prueba [C]
E = magnitud del campo eléctrico $\left[\frac{N}{C}\right]$

Ejemplo de reactivo

Una carga de 5×10^{-6} C se introduce a una región donde actúa un campo de fuerza de 0.04 N. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en esa región?

a) $80\,\frac{N}{C}$ b) $80000\,\frac{N}{C}$ c) $800\,\frac{N}{C}$ d) $8000\,\frac{N}{C}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$q = 5 \times 10^{-6}$ C $F = 0.04$ N $E = ?$	$E = \frac{F}{q}$	$E = \frac{0.04\text{ N}}{5 \times 10^{-6}\text{ C}} = \frac{4 \times 10^{-2}\text{ N}}{5 \times 10^{-6}\text{ C}}$ $E = 0.8 \times 10^{-2-(-6)}\,\frac{N}{C}$ $E = 0.8 \times 10^{4}\,\frac{N}{C} = 8000\,\frac{N}{C}$	$E = 8000\,\frac{N}{C}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

- La **magnitud del campo eléctrico** producido por una carga puntual ***q*** a una distancia ***d***, de ella se obtiene con la fórmula:

$$E = K\frac{q}{d^2}$$

Donde:

q = carga eléctrica [C]
d = distancia [m]
E = campo eléctrico $\left[\frac{N}{C}\right]$

$K = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

Ejemplos de reactivos

1. El campo eléctrico a una distancia *d*, de un carga *q* es *E*. Si la distancia se reduce a una cuarta parte. ¿Cuál es la nueva magnitud del campo eléctrico?

a) $4\,E$ b) $16\,E$ c) $\frac{E}{4}$ d) $\frac{E}{16}$

Solución:

Datos

$E = K\frac{q}{d^2}$

$d' = \frac{1}{4}d$

$E = ?$

Fórmula

$E' = K\frac{q}{d'^2}$

Sustitución

$E' = K\frac{q}{\left(\frac{1}{4}d\right)^2} = K\frac{q}{\frac{1}{16}d^2}$

$E' = K\frac{16q}{d^2} = 16\,K\frac{q}{d^2} = 16\,E$

Resultado

$E' = 16\,E$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La magnitud del campo eléctrico producido por una carga de 4×10^{-9} C a una distancia de 30 cm de su centro es:

a) $40\,\frac{N}{C}$ b) $400\,\frac{N}{C}$ c) $4000\,\frac{N}{C}$ d) $40000\,\frac{N}{C}$

Solución:

Datos

$q = 4 \times 10^{-9}$ C

$d = 30$ cm $= 30 \times 10^{-2}$ m

$E = ?$

Fórmula

$E = K\frac{q}{d^2}$

Sustitución

$E = \left(9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{4 \times 10^{-9}\text{ C}}{(30 \times 10^{-2}\text{ m})^2}$

$E = \left(9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\left(\frac{4 \times 10^{-9}\text{ C}}{900 \times 10^{-4}\text{ m}^2}\right)$

$E = \frac{36 \times 10^0\text{ Nm}^2\text{C}}{900 \times 10^{-4}\text{ C}^2\text{m}^2} = 4 \times 10^2\,\frac{N}{C} = 400\,\frac{N}{C}$

Resultado

$E = 400\,\frac{N}{C}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✐ Resuelve los reactivos 5 a 11 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Ley de Ohm y potencia eléctrica

▼ Ley de Ohm

La intensidad de corriente eléctrica que circula por un conductor es directamente proporcional al voltaje aplicado en sus extremos e inversamente proporcional a su resistencia.

$$I = \frac{V}{R} \quad \text{o} \quad V = I \cdot R$$

Donde:

I = intensidad de corriente eléctrica [ampere = A]
V = diferencia de potencial o voltaje [volts = V]
R = resistencia del conductor [ohms = Ω]

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la intensidad de la corriente que circula por un conductor de 30 Ω de resistencia, cuando en sus extremos se aplica una diferencia de potencial de 120 volts?

a) 3 A b) 4 A c) 0.25 A d) 2.5 A

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$R = 30\ \Omega$ $V = 120\ V$ $I = ?$	$I = \frac{V}{R}$	$I = \frac{120\ V}{30\ \Omega} = 4\ A$	$I = 4\ A$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Una intensidad de corriente de 4.5 A circula por un conductor de 18 Ω. ¿Cuál es la diferencia de potencial aplicado en los extremos del conductor?

a) 0.25 volts b) 4 volts c) 8.1 volts d) 81 volts

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$I = 4.5\ A$ $R = 18\ \Omega$ $V = ?$	$V = I \cdot R$	$V = (4.5\ A)(18\ \Omega)$ $V = 81$ volts	$V = 81$ volts

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

✎ Resuelve los reactivos 12 a 15 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

▼ Potencia eléctrica

Es la cantidad de energía que consume un dispositivo eléctrico por unidad de tiempo.

$$P = V \cdot I$$

Donde:

V = diferencia de potencial [volts = V]
I = intensidad de corriente [A]
P = potencia eléctrica [watts, kilowatts = kW]

Con base en la ley de Ohm, se sabe que: $V = I \cdot R$ y $I = \frac{V}{R}$ con estas relaciones se obtienen otras fórmulas para la potencia eléctrica.

$$P = I^2 \cdot R \quad \text{o} \quad P = \frac{V^2}{R}$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Qué potencia desarrolla un motor eléctrico si se conecta a una diferencia de potencial de 150 volts para que genere una intensidad de corriente de 6 A?

a) 0.04 watts b) 25 watts c) 900 watts d) 90 watts

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$V = 150$ volts $I = 6$ A $P = ?$	$P = V \cdot I$	$P = (150\ \text{V})(6\ \text{A})$ $P = 900$ watts	$P = 900$ watts

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Un calentador eléctrico de resistencia R se conecta a una diferencia de potencial V y genera una potencia eléctrica P. Si la diferencia de potencial se reduce a la mitad. ¿Qué sucede con la potencia generada por el calentador?

a) se reduce a una cuarta parte b) se incrementa al doble c) se reduce a la mitad d) se incrementa al cuádruplo

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$P = \frac{V^2}{R}$ $V' = \frac{1}{2}V$ $P' = ?$	$P' = \frac{V'^2}{R}$	$P' = \frac{\left(\frac{1}{2}V\right)^2}{R} = \frac{\frac{1}{4}V^2}{R}$ $P' = \frac{V^2}{4R} = \frac{1}{4}\frac{V^2}{R} = \frac{1}{4}P$	$P' = \frac{1}{4}P$ La potencia se reduce a una cuarta parte.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

✐ Resuelve los reactivos 16 a 19 correspondientes al ejercicio 4 de esta unidad.

Circuitos

Circuitos de resistencias

Circuitos en serie

Todos los circuitos conectados en serie presentan las siguientes características:

- La intensidad de corriente en cada resistencia es la misma.

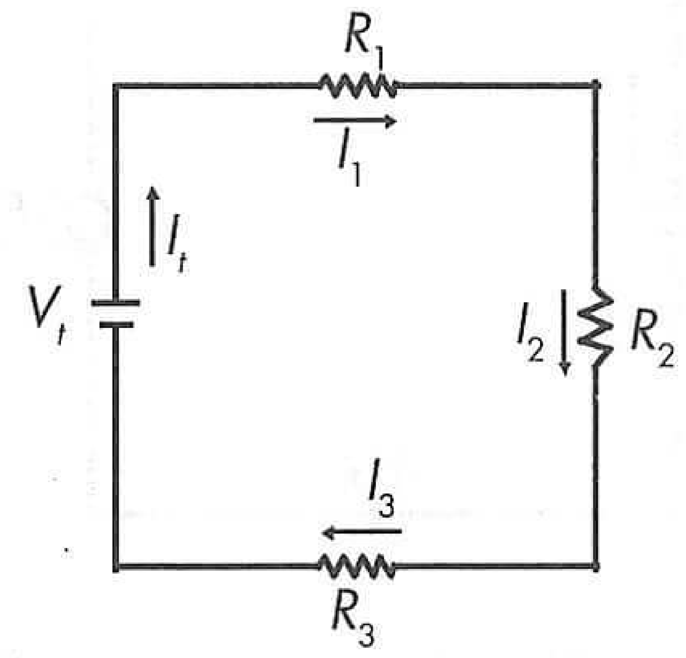
$$I_t = I_1 = I_2 = I_3 = \dots I_n$$

- La resistencia total del circuito es igual a la suma de todas las resistencias.

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

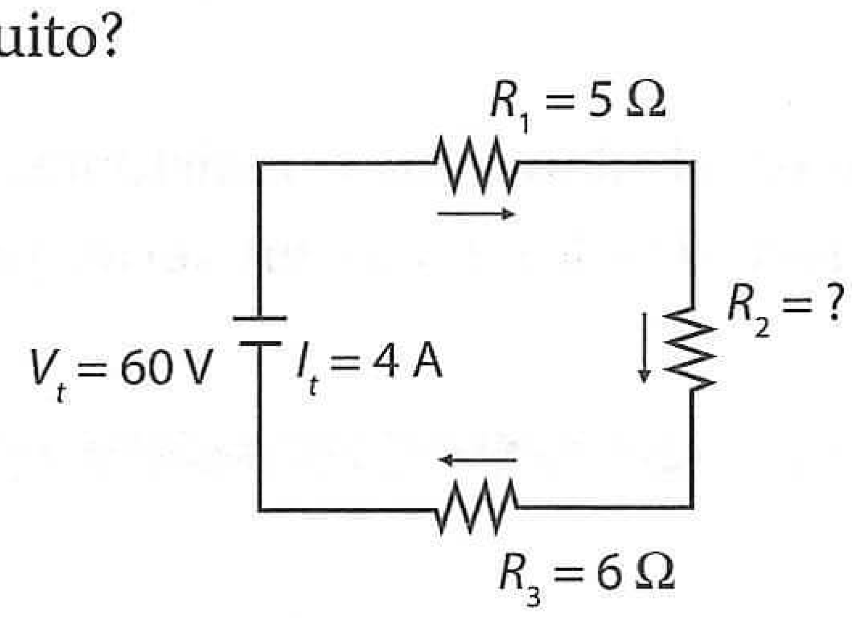
- La diferencia de potencial total es igual a la suma de las diferencias de potenciales de cada resistencia.

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$



Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es el valor de R_2 en el circuito?



a) 90 Ω b) 26 Ω c) 15 Ω d) 4 Ω

Primero haciendo uso de la ley de Ohm se determina la resistencia equivalente o total del circuito, posteriormente, se observa que las tres resistencias se encuentran conectadas en serie, para determinar el valor de la resistencia R_2.

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$V_T = 60$ V	$I = \frac{V}{R}$	$R_T = \frac{60\,V}{4\,A} = 15\,\Omega$	$R_2 = 4\,\Omega$
$I_T = 4$ A	Se despeja la resistencia	$R_2 = 15\,\Omega - 5\,\Omega - 6\,\Omega = 4\,\Omega$	
$R_1 = 5\,\Omega$	$R = \frac{V}{I}$		
$R_3 = 6\,\Omega$	El arreglo en serie		
$R_T = ?$	$R_T = R_1 + R_2 + R_3$		
$R_2 = ?$	Se despeja R_2		
	$R_2 = R_T - R_1 - R_3$		

El valor de la resistencia 2, es de 4 Ω, entonces la respuesta correcta corresponde al inciso d.

2. Dos resistencias de 6 Ω y 4 Ω se encuentran conectadas en serie a una diferencia de potencial de 120 volts. ¿Cuál es la intensidad de corriente que circula por las resistencias?

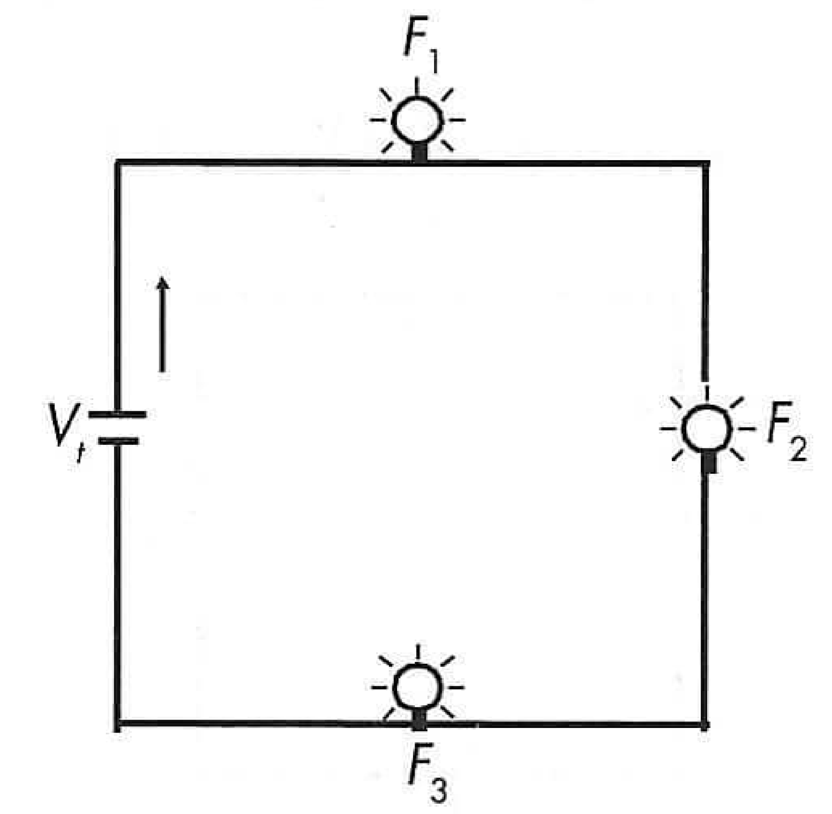
a) 12 A b) 20 A c) 40 A d) 30 A

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultado
$R_1 = 6\,\Omega$	$R_t = R_1 + R_2$	$R_t = 6\,\Omega + 4\,\Omega$	Las resistencias se encuentran conectadas en serie, por lo tanto, $I_t = I_1 = I_2 = 12$ A
$R_2 = 4\,\Omega$	$I_t = \frac{V_t}{R_t}$	$R_t = 10\,\Omega$	
$V_t = 120$ volts		$I_t = \frac{120 \text{ volts}}{10\,\Omega} = 12$ A	
$R_t = ?$			
$I_t = ?$			

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

3. En el siguiente circuito:



si el filamento del foco 2 se funde. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) todos los focos se apagan
b) se apagan F_2 y F_3 únicamente
c) permanece encendido F_3 únicamente
d) permanecen encendidos F_1 y F_3

Solución:

Al interrumpirse la corriente en el filamento o resistencia de F_2 automáticamente F_1 y F_3 ya no encienden, porque están conectados los focos en serie, por consiguiente, la respuesta correcta corresponde al inciso a.

▼ Circuitos en paralelo

Todos los circuitos conectados en paralelo presentan las siguientes características:

La intensidad de corriente total es igual a la suma de todas las intensidades en cada resistencia.

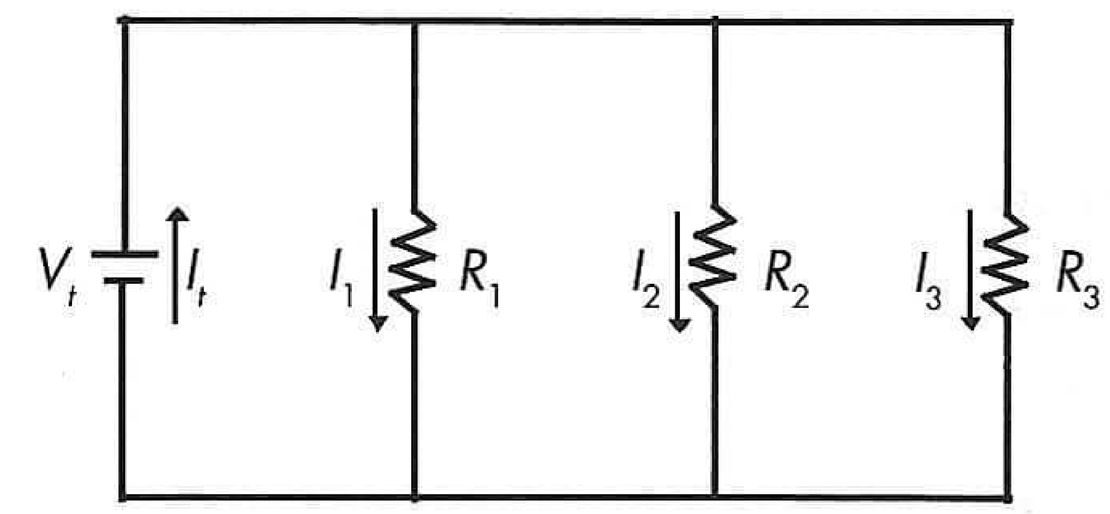
$$I_t = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n$$

La resistencia total del circuito se obtiene con la fórmula:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

La diferencia de potencial total es igual a la diferencia de potencial de cada resistencia.

$$V_t = V_1 = V_2 = V_3 = \ldots = V_n$$



Ejemplos de reactivos

1. Una resistencia de 6 Ω se conecta en paralelo con otra de 3 Ω. ¿Cuál es la resistencia total o equivalente del circuito?

a) 3 Ω b) 9 Ω c) 2 Ω d) 1 Ω

Solución:

Datos

$R_1 = 6\ \Omega$

$R_2 = 3\ \Omega$

$R_t = ?$

Fórmula

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Sustitución

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega} = \frac{1+2}{6\ \Omega} = \frac{3}{6\ \Omega} = \frac{1}{2\ \Omega}$$

$$\frac{R_t}{1} = \frac{2\ \Omega}{1} \rightarrow R_t = 2\ \Omega$$

Resultado

$R_t = 2\ \Omega$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Tres resistencias de 6 Ω, 3 Ω y 4 Ω se conectan en paralelo y una corriente total de 30 A se distribuye entre las tres. ¿Cuál es la diferencia de potencial aplicada al circuito?

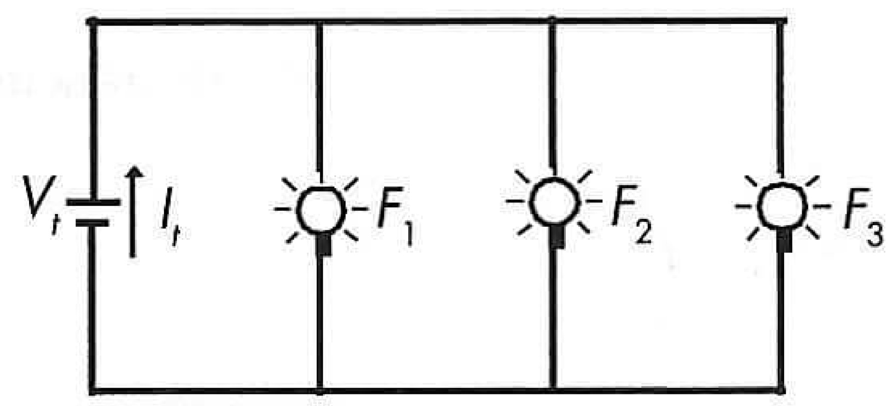
a) 270 volts b) 3.33 volts c) 400 volts d) 40 volts

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultado
$R_1 = 6\,\Omega$	$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$	$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{6\,\Omega} + \frac{1}{3\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} = \frac{2+4+3}{12\,\Omega} = \frac{9}{12\,\Omega} = \frac{3}{4\,\Omega}$	$V_t = 40$ volts
$R_2 = 3\,\Omega$	$V_t = I_t \cdot R_t$	$\frac{R_t}{1} = \frac{4\,\Omega}{3} \rightarrow R_t = \frac{4}{3}\,\Omega$	
$R_3 = 4\,\Omega$		$V_t = (30\text{ A})\left(\frac{4}{3}\,\Omega\right) = 40$ volts	
$I_t = 30$ A			
$R_t = ?$			
$V_t = ?$			

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. El siguiente circuito ilustra tres focos iguales conectados a una batería:



si se funde el filamento del foco 1. ¿Qué sucede con los focos restantes?

a) los focos 2 y 3 dejan de encender
b) sólo enciende el foco 3
c) permanecen encendidos los focos 2 y 3
d) se apagan todos

Solución:

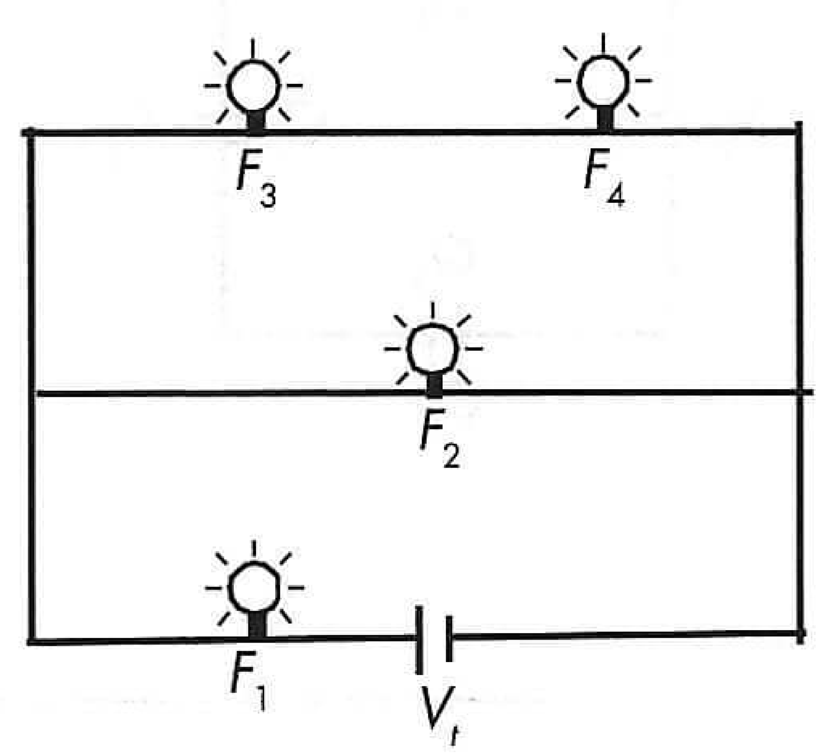
Los focos se encuentran conectados en paralelo, por tanto, al fundirse el filamento del foco 1, la corriente total se distribuye en los focos restantes; en consecuencia, éstos permanecen encendidos. Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Circuitos mixtos

Estos circuitos se forman por la combinación de circuitos en serie y paralelo.

Ejemplo de reactivo

El siguiente circuito ilustra cuatro focos iguales conectados a una batería:



si el filamento del foco 2 se funde, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) sólo encienden los focos 3 y 4
b) sólo enciende el foco 1
c) sólo enciende el foco 3
d) sólo encienden los focos 1, 3 y 4

Solución:
En el circuito los focos 3 y 4 se encuentran en serie, que a su vez están en paralelo con los focos 1 y 2; al interrumpirse la corriente en el foco 2, el circuito que forman los focos 1, 3 y 4 es un circuito en serie; por consiguiente, estos focos permanecen encendidos y la respuesta correcta corresponde al inciso d.

▼ Circuitos de capacitores o condensadores

Un *capacitor* o *condensador* es un dispositivo empleado para almacenar carga eléctrica. A esta propiedad de los cuerpos se le llama capacitancia, la cual se obtiene con la fórmula:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Donde:

Q = carga eléctrica [C] V = diferencia de potencial [volts]

C = capacitancia $\left[\frac{C}{\text{volts}} = \text{farad} = f\right]$

➤ Circuito de capacitores en serie

Todos los circuitos conectados en serie presentan las siguientes características:

La capacitancia total o equivalente del circuito es:

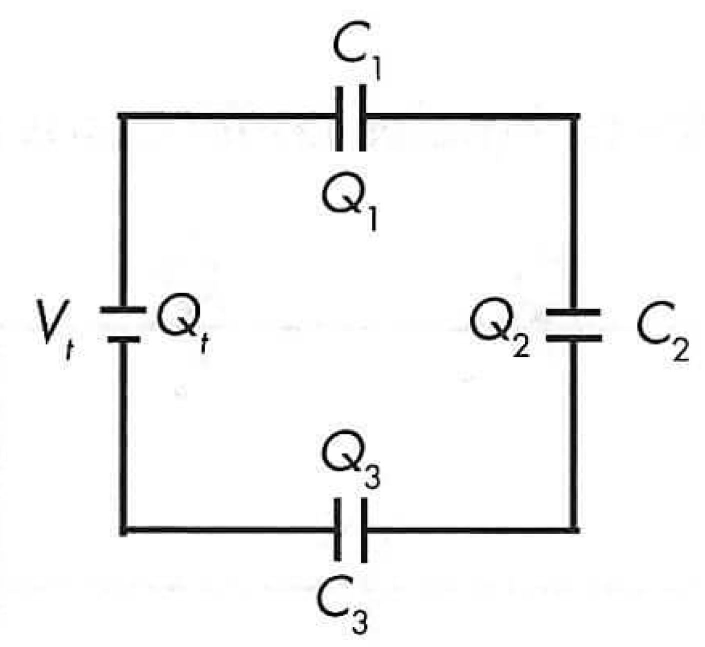
$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

La carga total del circuito es la misma en cada capacitor.

$$Q_t = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \ldots = Q_n$$

La diferencia de potencial total es igual a la suma de las diferencias de potenciales de cada capacitor.

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n$$



Ejemplo de reactivo

Los condensadores de 12 f, 4 f y 6 f se conectan en serie. ¿Cuál es la capacitancia total del circuito?

a) 0.05 f b) 0.5 f c) 20 f d) 2 f

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$C_1 = 12f$ $C_2 = 4f$ $C_3 = 6f$ $C_t = ?$	$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$	$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{12f} + \frac{1}{4f} + \frac{1}{6f}$ $\frac{1}{C_t} = \frac{1+3+2}{12f} = \frac{6}{12f}$ $\frac{1}{C_t} = \frac{1}{2f} \rightarrow C_t = 2f$	$C_t = 2\ f$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

➤ Circuito de capacitores en paralelo

Todos los circuitos conectados en paralelo presentan las siguientes características:

- La capacitancia total o equivalente del circuito es:

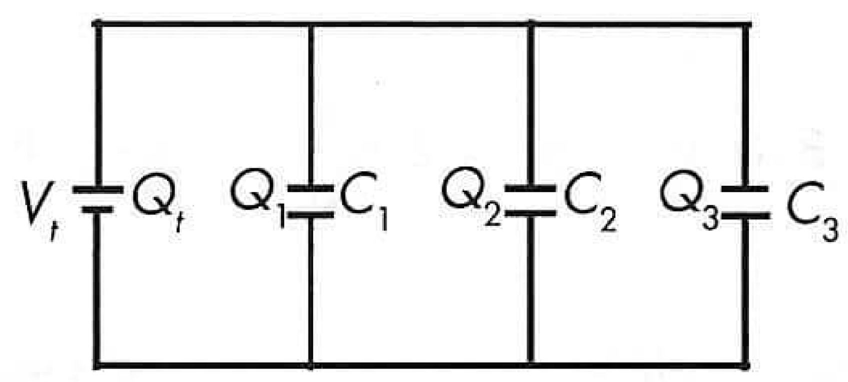
$$C_t = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n$$

- La carga total del circuito es la suma de las cargas de cada capacitor.

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n$$

- La diferencia de potencial total es igual a las diferencias de potenciales de cada capacitor.

$$V_t = V_1 = V_2 = V_3 = \ldots = V_n$$



Ejemplo de reactivo

Tres capacitores de $2.5 \times 10^{-6} f$, $1.5 \times 10^{-6} f$ y $1 \times 10^{-6} f$ se conectan en paralelo a una diferencia de potencial de 20 volts. ¿Cuál es la carga total del circuito?

a) 41.33×10^{-4} C b) 1×10^{-4} C c) 1×10^{-6} C d) 41.33×10^{-6} C

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultado
$C_1 = 2.5 \times 10^{-6}$ $C_2 = 1.5 \times 10^{-6}$ $C_3 = 1 \times 10^{-6}$ $C_t = 20$ volts $C_t = ?$; $Q_t = ?$	$C_t = C_1 + C_2 + C_3$ $C_t = \frac{Q_t}{V_t}$ Despeje $Q_t = C_t \cdot V_t$	$C_t = 2.5 \times 10^{-6} f + 1.5 \times 10^{-6} f + 1 \times 10^{-6} f$ $C_t = 5 \times 10^{-6} f$ $Q_t = (5 \times 10^{-6} f)(20 \text{ volts})$ $Q_t = 100 \times 10^{-6} C = 1 \times 10^{-4}$ C	$Q_t = 1 \times 10^{-4}$ C

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

✎ Resuelve los reactivos 20 a 37 correspondientes al ejercicio 5 de esta unidad.

Campo magnético

Se define como la región del espacio donde actúan las líneas de fuerza generadas por un imán.

Inducción electromagnética

En el año de 1831 el científico inglés Michael Faraday descubrió las corrientes eléctricas inducidas, a partir de experimentos que realizó con una bobina y un imán.

La inducción electromagnética da como resultado la producción de una corriente inducida y de una fuerza electromotriz (fem).

Relación entre el campo magnético y el campo eléctrico

Un campo magnético variable produce un campo eléctrico y un campo eléctrico variable produce un campo magnético.

La magnitud de la fuerza que actúa sobre una carga ***q*** que se mueve con una velocidad ***v***, producida por un campo magnético ***B***, perpendicular a la velocidad ***v***, es de la misma magnitud que la producida por un campo eléctrico ***E***, perpendicular tanto a ***v*** y a ***B***. Por tanto, los campos eléctricos y magnéticos se relacionan de la siguiente manera:

$$F = B \cdot q \cdot v \quad \text{y} \quad E = \frac{F}{q} \quad \rightarrow \quad E = B \cdot v$$

Donde:

F = fuerza sobre la carga eléctrica [N]

B = magnitud del campo magnético $\left[\text{teslas} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}\right]$

q = carga eléctrica [C]

v = velocidad de la carga eléctrica $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

E = magnitud del campo eléctrico $\left[\frac{\text{N}}{\text{C}}\right]$

Ejemplo de reactivo

Maxwell predijo que si en el espacio vacío se produce un campo magnético, éste inducirá:

a) otro campo magnético.

b) un campo eléctrico.

c) una carga eléctrica.

d) un polo magnético.

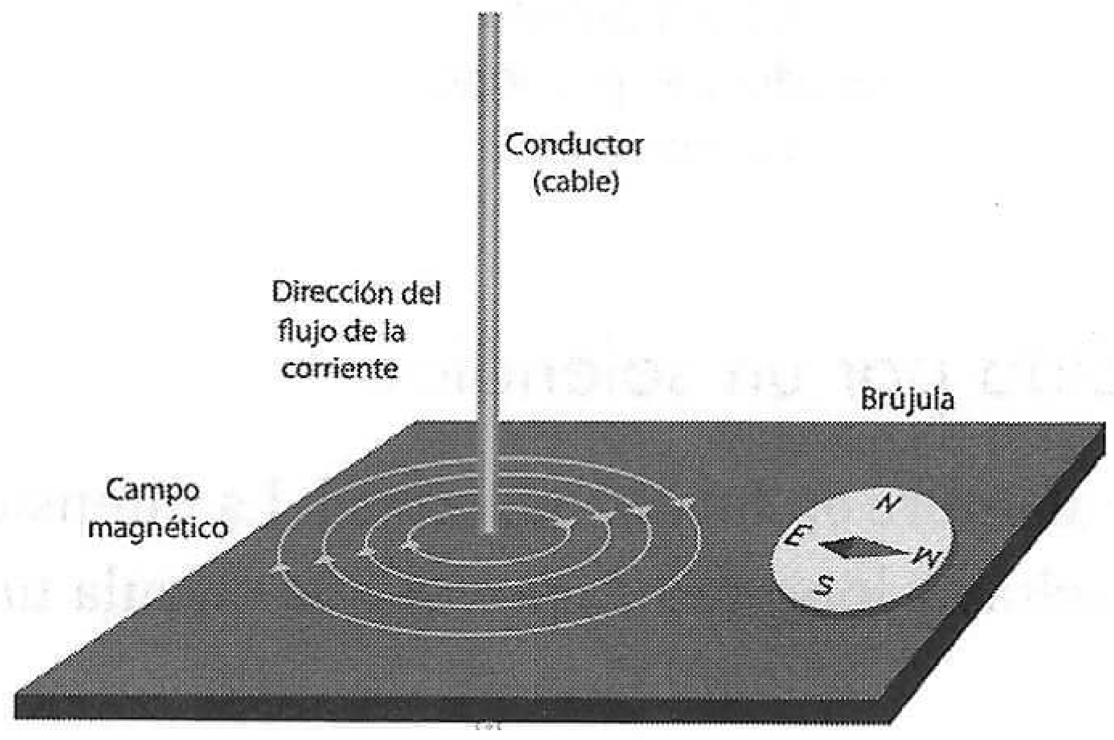
Solución:

James Clerk Maxwell fue quien reunió en cuatro ecuaciones, los resultados experimentales y el trabajo obtenido a lo largo de los años por Coulomb, Gauss, Ampere, Faraday y otros científicos, introduciendo los conceptos de campo y corriente de desplazamiento, además de unificar los campos eléctricos y magnéticos en un solo concepto: el campo electromagnético. Por tanto, la respuesta es el inciso b.

Inducción de campos

Campo magnético inducido por un conductor recto

La magnitud del campo magnético ***B*** inducido por un conductor recto, por el que circula una intensidad de corriente ***I*** a una determinada distancia ***d*** del conductor, se obtiene con la fórmula:



$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot d}$$

Donde:

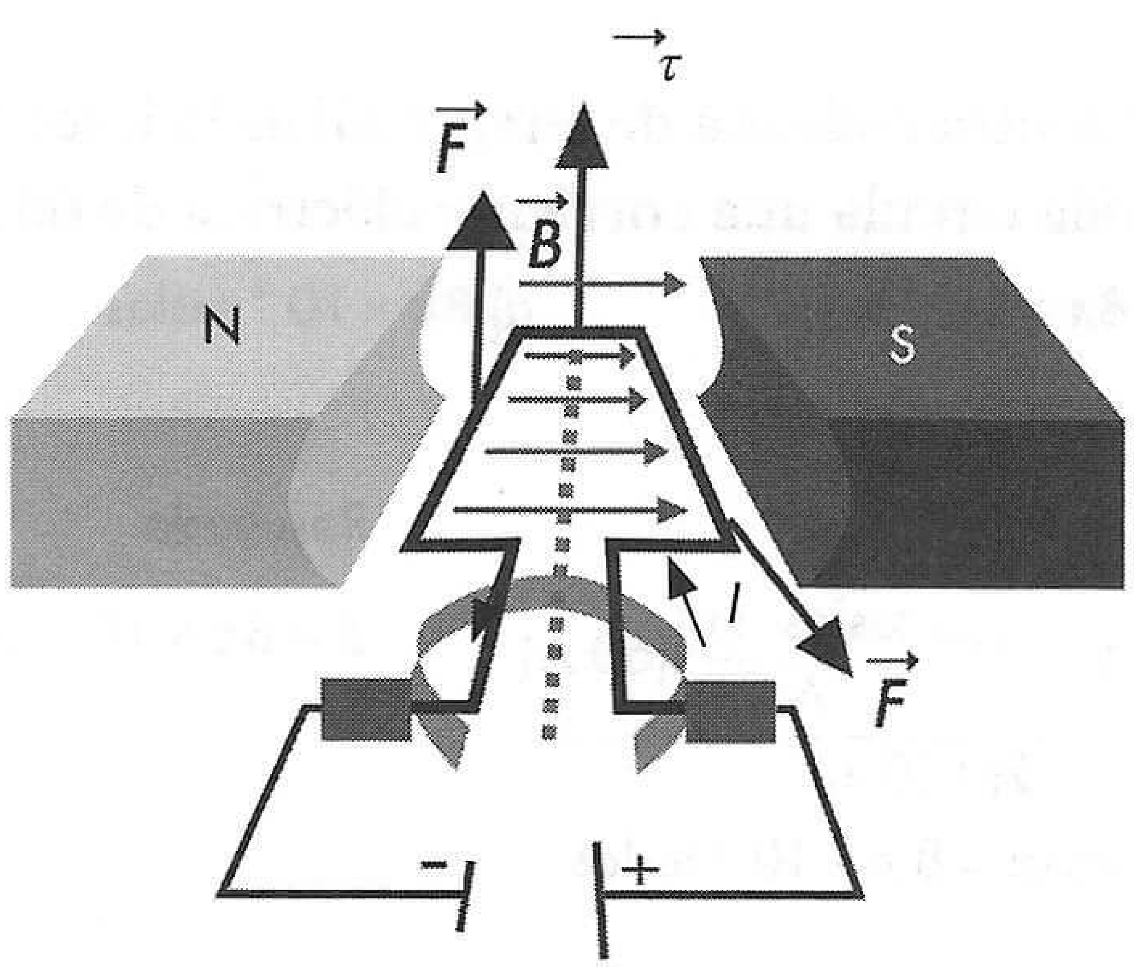
I = intensidad de corriente eléctrica	[A]	μ = permeabilidad del medio	$\left[\frac{\text{teslas} \cdot \text{m}}{\text{A}}\right]$
d = distancia	[m]	π = 3.1416	
B = magnitud del campo magnético	[teslas]		

Si el medio que rodea al conductor es aire, entonces $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{teslas} \cdot \text{m}}{\text{A}}$

Campo magnético inducido por una espira

Una *espira* se obtiene al doblar en forma circular un conductor recto. La intensidad del campo magnético ***B*** producido por la espira de radio ***r*** por la que circula una corriente eléctrica ***I*** es:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2r}$$



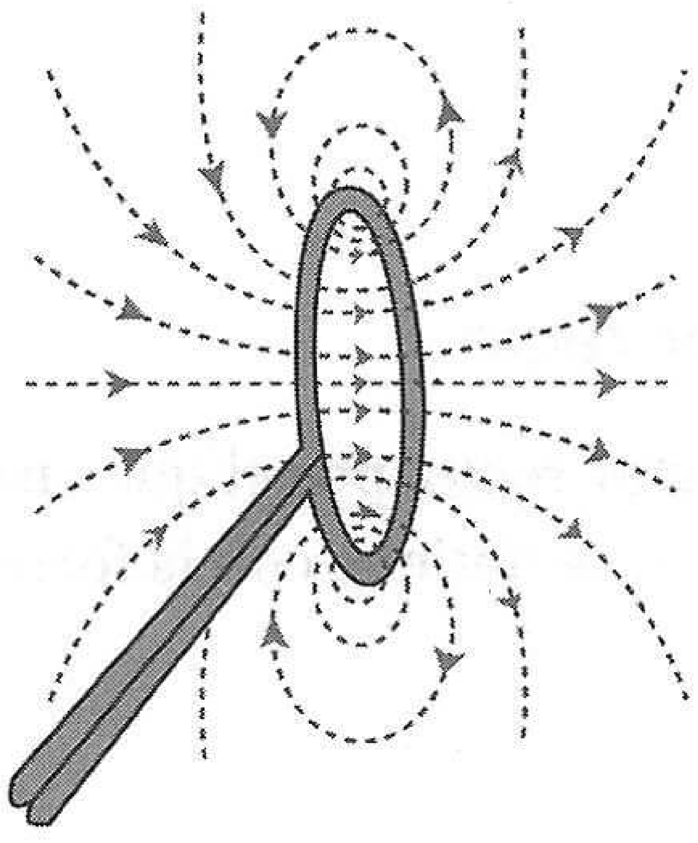
Donde:

I = intensidad de corriente eléctrica	[A]
μ = permeabilidad del medio	$\left[\frac{\text{teslas} \cdot \text{m}}{\text{A}}\right]$
r = radio de la espira	[m]
B = magnitud del campo magnético	[teslas]

Campo magnético producido por una bobina

Una bobina resulta de enrollar un alambre un cierto número de veces (vueltas), la intensidad del campo magnético ***B*** producido por una bobina de ***N*** vueltas y radio ***r*** por la que circula una intensidad de corriente ***I*** se obtiene con la fórmula:

$$B = \frac{N \cdot \mu \cdot I}{2r}$$



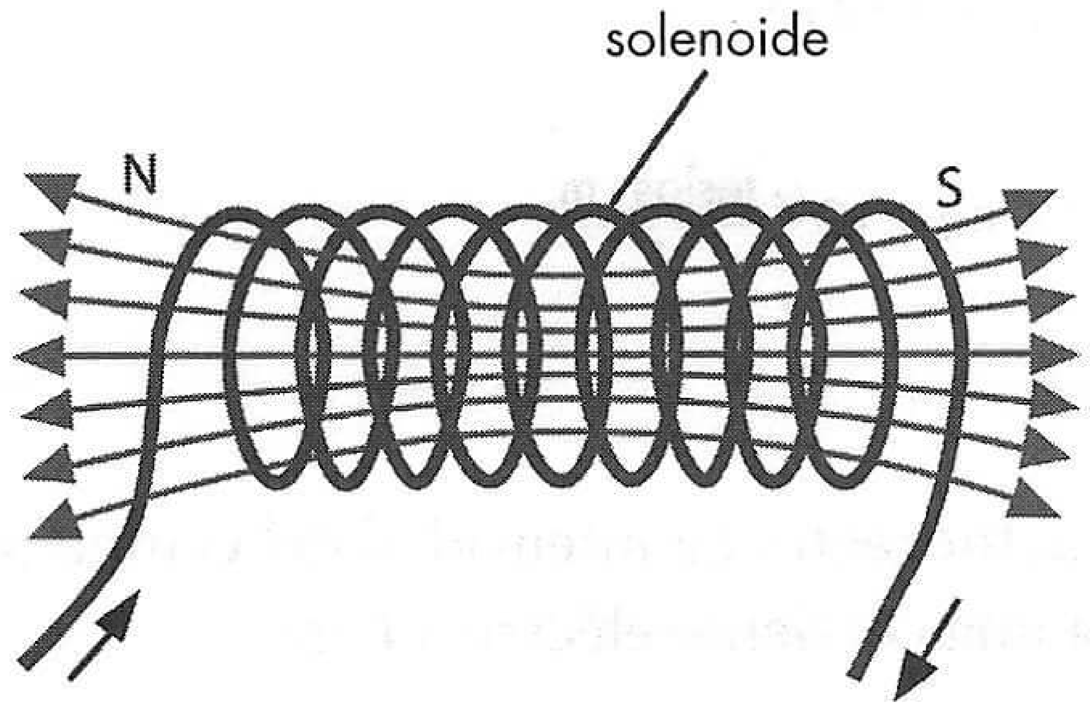
Donde:

N = número de vueltas de la bobina

▼ Campo magnético inducido por un solenoide

Un *solenoide* se forma al enrollar un alambre en forma helicoidal. La intensidad del campo magnético $\boldsymbol{B}$ producido por un solenoide de $\boldsymbol{N}$ vueltas y longitud $\boldsymbol{L}$, por el que circula una intensidad de corriente $\boldsymbol{I}$ se obtiene con la fórmula:

$$B = \frac{N \cdot \mu \cdot I}{L}$$



Donde:

L = longitud del solenoide

Ejemplos de reactivos

1. Una bobina de 200 vueltas y radio de 30 cm se encuentra rodeada de aire, ¿cuál es la intensidad del campo magnético inducido por la bobina, si por ella circula una corriente eléctrica de 60 A?

a) $8\pi \times 10^{-5}$ teslas b) 8×10^{-3} teslas c) $8\pi \times 10^{-3}$ teslas d) $8\pi \times 10^{-4}$ teslas

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$N = 200$ vueltas $r = 30$ cm $= 0.30$ m $I = 60$ A $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{teslas} \cdot \text{m}}{\text{A}}$ $B = ?$	$B = \frac{N \cdot \mu \cdot I}{2r}$	$B = \frac{(200)\left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{teslas} \cdot \text{m}}{\text{A}}\right)(60\text{ A})}{2(0.30\text{ m})}$ $B = 0.008\,\pi$ teslas $= 8\,\pi \times 10^{-3}$ teslas	$B = 8\pi \times 10^{-3}$ teslas

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. La intensidad del campo magnético inducido en el centro de una espira de 20 cm de radio que se encuentra en aire y por la cual circula una intensidad de corriente de $\frac{25}{\pi}$ A es:

a) 2.5×10^{-5} teslas b) 25×10^{-5} teslas c) 2.5×10^{-4} teslas d) 2.5×10^{-3} teslas

Solución:

Datos

$r = 20 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \dfrac{\text{teslas} \cdot \text{m}}{\text{A}}$

$I = \dfrac{25}{\pi} \text{ A}$

$B = ?$

Fórmula

$B = \dfrac{\mu \cdot I}{2r}$

Sustitución

$$B = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7} \dfrac{\text{teslas} \cdot \text{m}}{\text{A}}\right)\left(\dfrac{25}{\pi} \text{A}\right)}{2(0.20 \text{ m})}$$

$B = 2.5 \times 10^{-5}$ teslas

Resultado

$B = 2.5 \times 10^{-5}$ teslas

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

La luz como onda electromagnética

En 1865, James Clerk Maxwell propuso que la luz estaba formada por ondas electromagnéticas. Esta constitución le permite a la luz propagarse en el vacío a una velocidad de 300 000 $\dfrac{\text{km}}{\text{s}}$ o $3 \times 10^8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

Espectro electromagnético

El *espectro electromagnético* está formado por los siguientes tipos de rayos:

- **Rayos infrarrojos**. Son emitidos por cualquier cuerpo que esté a una temperatura mayor que los 0°K, también son conocidos como rayos térmicos. Un ejemplo son los rayos emitidos por el Sol.
- **Luz visible**. Son aquellos que pueden ser percibidos por el ojo humano. Este tipo de rayos son una porción de los distintos rayos que conforman el espectro electromagnético.
- **Rayos X**. Este tipo de rayo se genera cuando un haz de electrones, que viaja a gran velocidad y en alto vacío, se frena bruscamente al chocar con un obstáculo. Estos rayos son muy penetrantes por lo que son empleados para obtener radiografías.
- **Rayos ultravioleta**. Este tipo de rayos también son conocidos como "luz negra", ya que el ojo humano no los advierte, sólo algunos insectos los pueden distinguir.
- **Ondas de radio**. Son las empleadas para transmitir señales a grandes distancias; estas ondas se crean por electrones que oscilan en una antena.
- **Rayos gamma**. Son los producidos durante las transformaciones nucleares.

Espectro electromagnético

Tipo de radiación	Frecuencia en $\dfrac{\text{Ciclos}}{\text{s}}$	Longitud de onda en el vacío en $\dfrac{\text{m}}{\text{Ciclos}}$
Rayos gamma	Mayor que 1×10^{18}	Menor que 1×10^{-10}
Rayos X	Mayor que 3×10^{16}	Menor que 1×10^{-8}
Rayos ultravioleta	De 8×10^{14} a 3×10^{16}	De 1×10^{-8} a 3.8×10^{-7}
Rayos de luz visible	De 4×10^{14} a 8×10^{14}	De 3.8×10^{-7} a 7.5×10^{-7}
Rayos infrarrojos	De 3×10^{11} a 4×10^{14}	De 7.5×10^{-7} a 1×10^{-13}
Inverso	Menor que 1×10^{13}	Varía de milímetros hasta miles de metros

Ley de Ampere

La corriente que circula por un conductor induce un campo magnético.

Ley de Faraday

En un circuito la fuerza electromotriz inducida por un conductor o una bobina es directamente proporcional a la rapidez con que cambia el flujo magnético.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Donde:

ε =	fem inducida	[volts]
$\Delta\varphi$ =	flujo magnético	[webers]
Δt =	variación de tiempo	[s]

✎ Resuelve los reactivos 38 a 45 correspondientes al ejercicio 6 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. Una carga de 6×10^{-6} C se encuentra a 4 m de una carga de 8×10^{-6} C. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de repulsión entre las cargas?

a) 0.27 N b) 0.027 N c) 2.7 N d) 27 N

2. Dos cargas eléctricas q_1 y q_2 se encuentran separadas una distancia d y experimentan una fuerza de repulsión de 60 N. Si la distancia entre las cargas se reduce a la mitad. ¿Cuál es la magnitud de la nueva fuerza de repulsión?

a) 120 N b) 180 N c) 30 N d) 240 N

3. Una carga de 5×10^{-6} C se encuentra a 0.5 cm de una carga de -3×10^{-6} C. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de atracción entre las cargas?

a) 5400 N b) 540 N c) 54 N d) 5.4 N

4. La fuerza de repulsión que experimentan dos electrones es de 1.44×10^{-25} N. ¿Cuál es la distancia de separación que existe entre ellos?

a) 40 cm b) 4 cm c) 0.4 cm d) 0.04 cm

2 Resuelve los siguientes reactivos:

5. Espacio que rodea a una carga eléctrica y que se manifiesta cuando otra carga se acerca a éste.

a) Campo de electrones.
b) Campo magnético.
c) Campo eléctrico
d) Campo de fuerza.

6. El campo eléctrico en una cierta región es de $5 \times 10^{20}\ \frac{N}{C}$. Calcula la intensidad de la fuerza que actúa sobre un electrón inmerso en este campo.

a) 800 N b) 0.8 N c) 8 N d) 80 N

7. La intensidad del campo eléctrico en una cierta región es de $3 \times 10^{6}\ \frac{N}{C}$. ¿Cuál es la magnitud de la carga que experimenta una fuerza de 12 N?

a) 4×10^{-6} C b) 4×10^{-5} C c) 4×10^{-3} C d) 4×10^{-7} C

8. El campo eléctrico a una distancia d de una carga q es E. Si la distancia se incrementa al triple. ¿Cuál es la nueva magnitud del campo eléctrico?

a) $3\,E$ b) $9\,E$ c) $\frac{E}{9}$ d) $\frac{E}{3}$

9. La magnitud del campo eléctrico producida por una carga de 5×10^{-6} C a una distancia de 1.5 m de su centro es:

a) $20\ \frac{N}{C}$ b) $200\ \frac{N}{C}$ c) $2000\ \frac{N}{C}$ d) $20000\ \frac{N}{C}$

10. ¿A qué distancia de un protón la intensidad del campo eléctrico es de $4 \times 10^{-7}\ \frac{N}{C}$?

a) 60 cm b) 6 cm c) 0.6 cm d) 0.06 cm

11. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico producida por una carga eléctrica de 3×10^{-7} C a una distancia de 2 m de su centro?

a) $6.75 \frac{N}{C}$ b) $6750 \frac{N}{C}$ c) $675 \frac{N}{C}$ d) $67.5 \frac{N}{C}$

3 Resuelve los siguientes reactivos:

12. De acuerdo con la Ley de Ohm en un circuito conectado a una diferencia de potencial, ¿qué enunciado es correcto?
    a) Al aumentar la resistencia disminuye la intensidad.
    b) Al aumentar la resistencia la intensidad no cambia.
    c) Al disminuir la resistencia la intensidad no cambia.
    d) Al aumentar la resistencia aumenta la intensidad.

13. Una intensidad de corriente de 3 A circula por un conductor de 35 Ω. ¿Cuál es la diferencia de potencial aplicada en los extremos del conductor?

a) 1.05 volts b) 1 050 volts c) 10.5 volts d) 105 volts

14. Por un conductor de 5 Ω circula una intensidad de corriente de 32 A. ¿Cuál es la diferencia de potencial aplicada en los extremos del conductor?

a) 160 volts b) 16 volts c) 1 600 volts d) 1.6 volts

15. ¿Cuál es la resistencia de un conductor por el que circula una intensidad de corriente de 6 A, cuando se conecta a una diferencia de potencial de 90 volts?

a) 540 Ω b) 96 Ω c) 15 Ω d) 0.066 Ω

4 Resuelve los siguientes reactivos:

16. ¿Qué potencia desarrolla un motor eléctrico si se conecta a una diferencia de potencial de 120 volts para que genere una intensidad de corriente de 18 A?

a) 2 160 watts b) 6.66 watts c) 216 watts d) 138 watts

17. Un calentador eléctrico de resistencia R se conecta a una diferencia de potencial V y genera una potencia eléctrica P. Si la diferencia de potencial se duplica. ¿Qué sucede con la potencia generada por el calentador?

a) se reduce a una cuarta parte b) se incrementa al doble c) se reduce a la mitad d) se incrementa al cuádruplo

18. La potencia que produce un horno de microondas es de 1 200 W, si la diferencia de potencial es de 120 V, ¿cuánta corriente circula?

a) 0.0010 A b) 0.10 A c) 1 A d) 10 A

19. Un aparato eléctrico tiene una resistencia de 5 Ω y desarrolla una potencia de 2000 watts. ¿Qué diferencia de potencial necesita el aparato para poder trabajar?

a) 1 000 volts b) 20 volts c) 100 volts d) 200 volts

5 Resuelve los siguientes reactivos:

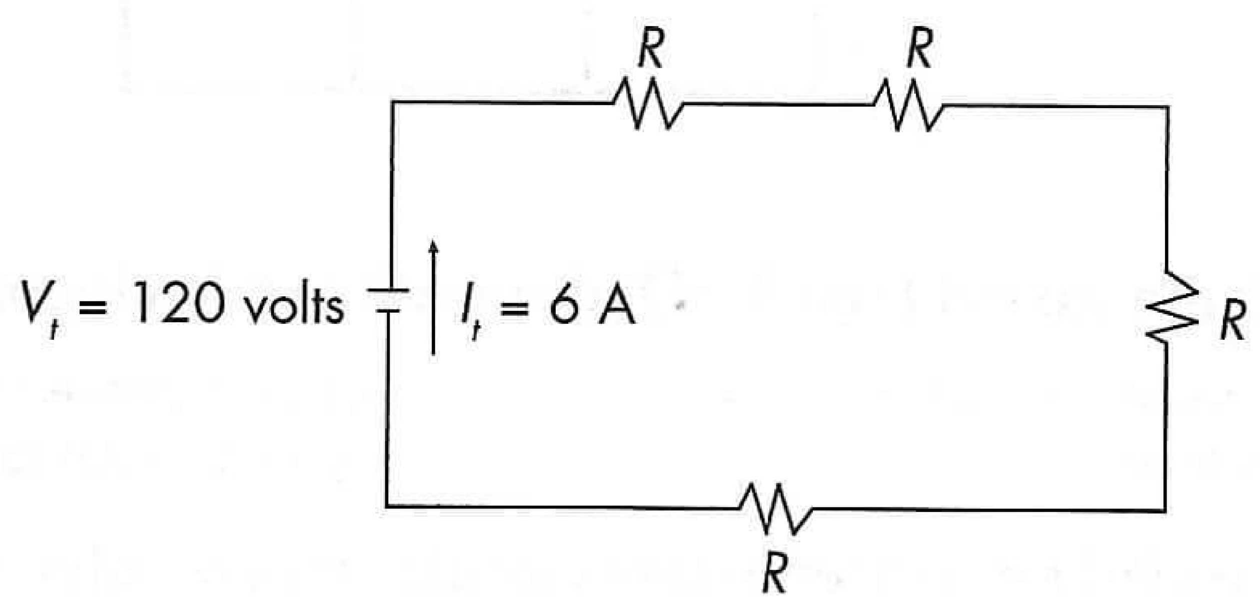
20. Tres resistencias de 5 Ω, 2 Ω y 10 Ω se conectan en serie. ¿Cuál es la resistencia total del circuito?

a) 3 Ω b) 17 Ω c) 1.25 Ω d) 0.8 Ω

21. Dos resistencias de 8 Ω y 4 Ω se encuentran conectadas en serie a una diferencia de potencial de 96 volts. ¿Cuál es la intensidad de corriente que circula por las resistencias?

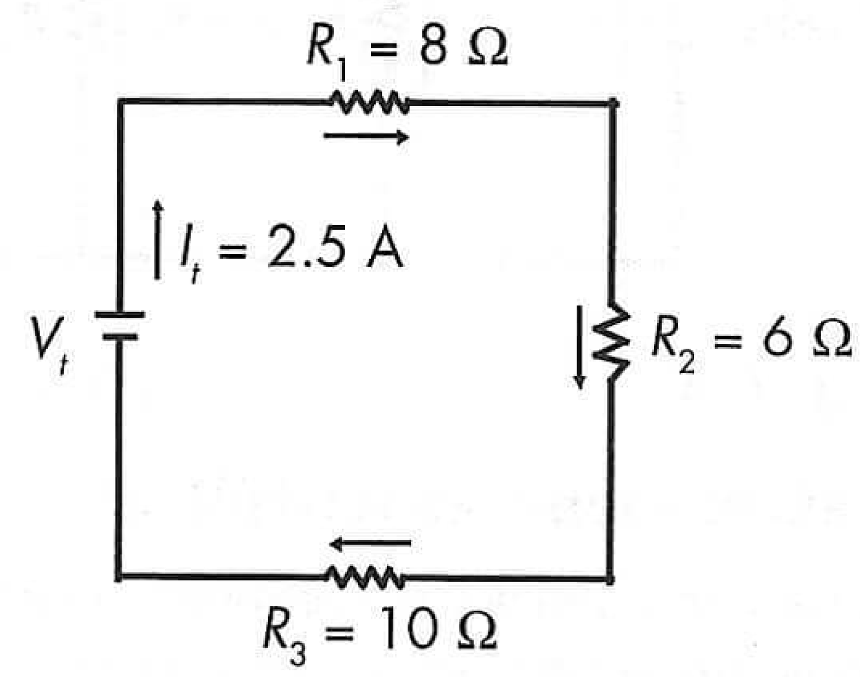
a) 8 A b) 256 A c) 0.125 A d) 24 A

22. En el siguiente circuito obtener el valor de R.



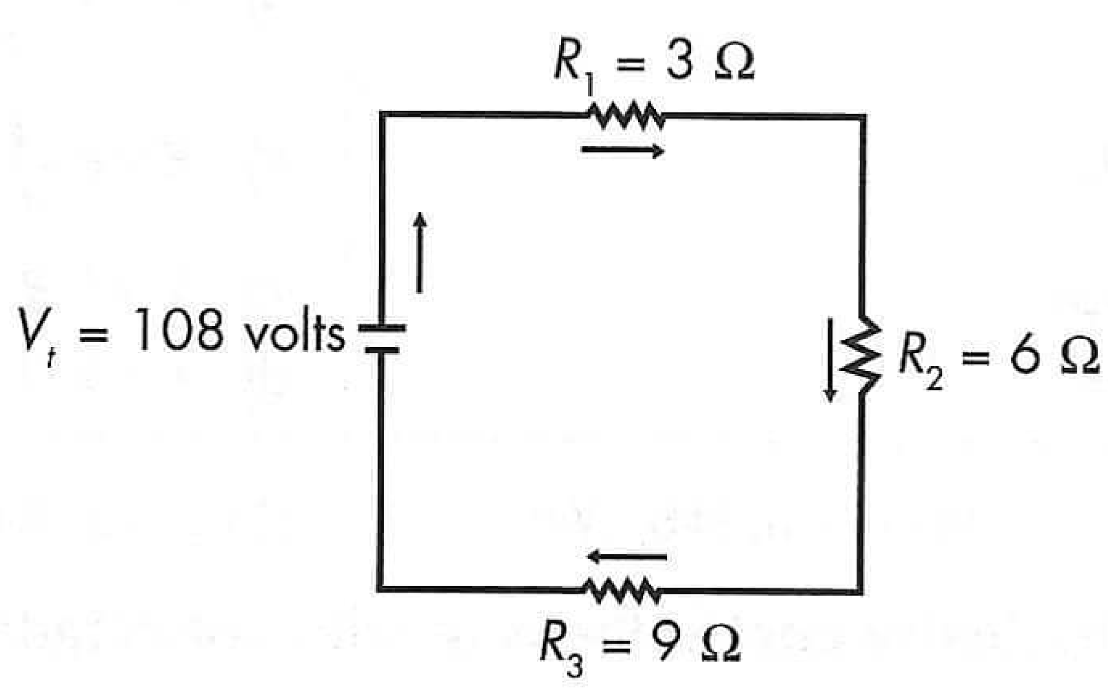
a) 5 Ω b) 20 Ω c) 24 Ω d) 4 Ω

23. ¿Cuál es el voltaje total aplicado al circuito?



a) 60 volts b) 11.1 volts c) 0.97 volts d) 120 volts

24. En el siguiente circuito. ¿Cuál es la corriente en cada resistencia?



a) 66 A b) 6 A c) 1944 A d) 0.16 A

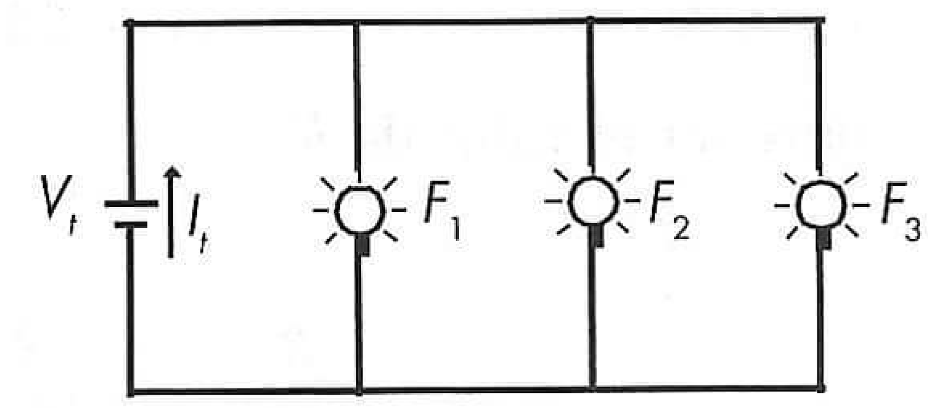
25. Se tienen 4 resistencias conectadas en paralelo de 2, 4, 5 y 7 Ω respectivamente, calcula la resistencia total del circuito.

a) 0.915 Ω b) 2.142 Ω c) 18 Ω d) 280 Ω

26. Tres resistencias de 8 Ω, 4 Ω y 4 Ω se conectan en paralelo y una corriente total de 20 A se distribuye entre las tres. ¿Cuál es la diferencia de potencial aplicada al circuito?

a) 12.5 volts b) 1.25 volts c) 320 volts d) 32 volts

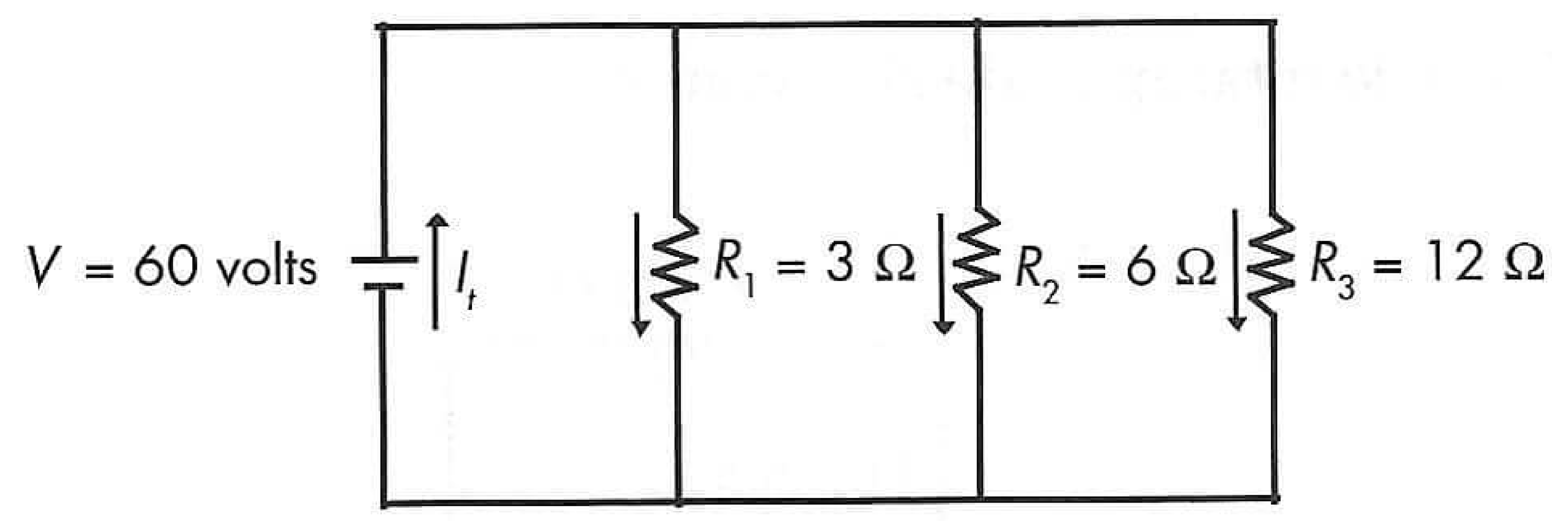
27. El siguiente circuito ilustra a tres focos iguales conectados a una batería:



Si se funde el filamento del foco 3. ¿Qué sucede con los focos restantes?

a) los focos 1 y 2 dejan de encender
b) sólo enciende el foco 1
c) permanecen encendidos los focos 1 y 2
d) se apagan todos

28. ¿Cuál es la intensidad de corriente que circula en la resistencia R_2?



a) 20 A b) 10 A c) 5 A d) 2.9 A

29. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

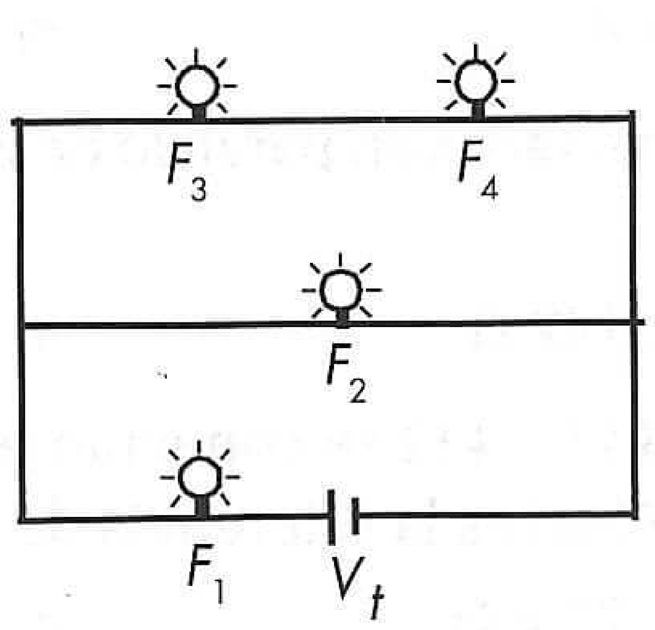
a) En un circuito de resistencias en paralelo, la corriente en cada resistencia es la misma
b) El voltaje total de un circuito de resistencias en serie es el mismo en cada resistencia
c) La resistencia total de un circuito en serie es igual a la suma de todas las resistencias
d) La corriente total en un circuito en serie es igual a la suma de todas las corrientes

30. Relaciona las siguientes columnas:

I. Ley de Ohm	a) $F = K\dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$
II. Ley de Coulomb	b) $E = K\dfrac{q}{d^2}$
III. Potencia eléctrica	c) $V = I \cdot R$
IV. Campo eléctrico	d) $P = V \cdot I$

a) I-c, II-a, III-d, IV-b b) I-c, II-a, III-b, IV-d c) I-c, II-b, III-d, IV-a d) I-c, II-d, III-a, IV-b

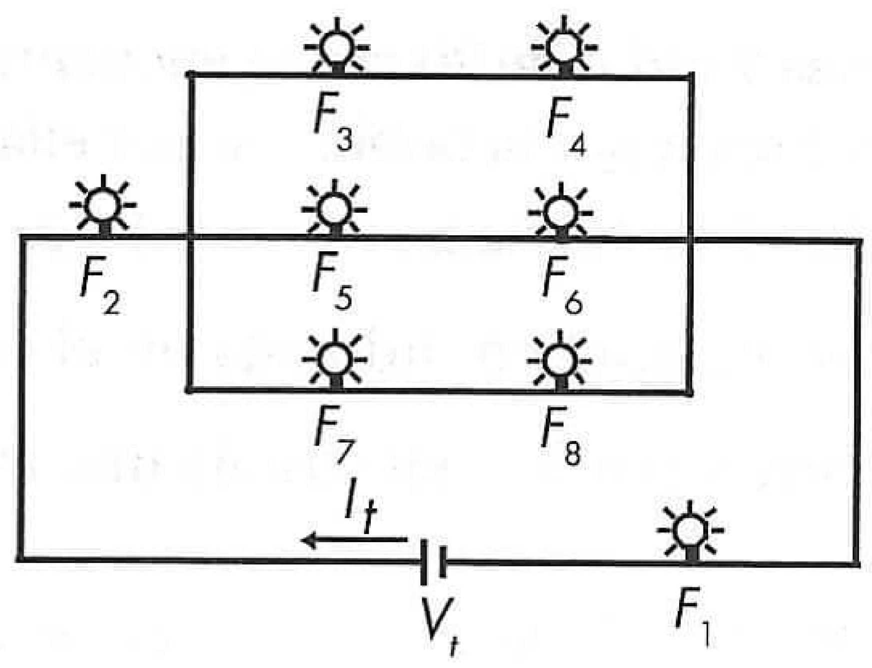
31. El siguiente circuito ilustra cuatro focos iguales conectados a una batería:



Si el filamento del foco 3 se funde. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) sólo encienden los focos 1, 2 y 4
b) sólo encienden los focos 1 y 2
c) sólo enciende el foco 4
d) sólo enciende el foco 1

32. El siguiente dibujo ilustra focos iguales conectados a una batería, si los filamentos de los focos 6 y 8 se funden simultáneamente, ¿qué afirmaciones son verdaderas?



I. Quedan encendidos los focos 1, 2, 3 y 4.
II. Sólo queda encendido el foco 2.
III. Sólo encienden los focos 1 y 2, los demás se apagan.
IV. Los focos 3 y 4 quedan en serie con los focos 1 y 2.

a) I y II b) II y III c) III y IV d) I y IV

33. Los condensadores de 12 *f*, 6 *f* y 1 *f* se conectan en serie. ¿Cuál es la capacitancia total del circuito?

a) 1.25 *f* b) 0.8 *f* c) 19 *f* d) 0.05 *f*

34. Se conectan los capacitores de 8 *f*, 6 *f* y 10 *f* en paralelo. ¿Cuál es la capacitancia total del circuito?

a) 0.4 *f* b) 2.5 *f* c) 0.041 *f* d) 24 *f*

35. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) En un circuito de capacitores en paralelo la carga de cada capacitor es igual a la carga total del circuito.
b) El voltaje total de un circuito de capacitores en serie es igual a los voltajes de cada capacitor.
c) La capacitancia total de un circuito de capacitores en paralelo es igual a la suma de las capacitancias de cada capacitor.
d) El voltaje total de un circuito de capacitores en paralelo es igual a la suma de los voltajes de cada capacitor.

36. Relaciona las siguientes columnas:

<table>
<tr>
<td>I. Resistencia total de un circuito en paralelo.
II. Carga total de un circuito de capacitores en paralelo.
III. Voltaje total de un circuito de resistencias conectadas en serie.
IV. Capacitancia total de un circuito de capacitores en serie.</td>
<td>a) $\frac{1}{C_t}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots$
b) $V_t=V_1+V_2+V_3+\ldots$
c) $Q_t=Q_1+Q_2+Q_3+\ldots$
d) $\frac{1}{R_t}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\ldots$</td>
</tr>
</table>

a) I-d, II-c, III-a, IV-b b) I-d, II-c, III-b, IV-a c) I-d, II-a, III-b, IV-c d) I-a, II-c, III-b, IV-d

37. Tres capacitores de 3×10^{-6}, 4×10^{-6} y 1×10^{-6} farads se conectan en paralelo a una diferencia de potencial de 0.2 volts. ¿Cuál es la carga total del circuito?

a) 1.6×10^{-3} C b) 1.6×10^{-6} C c) 1.6×10^{-5} C d) 1.6×10^{-4} C

6 Resuelve los siguientes reactivos:

38. El enunciado: "es la región del espacio donde actúan las líneas de fuerza generadas por un imán", corresponde a la definición de:

a) campo eléctrico b) diferencia de potencial c) capacitancia d) campo magnético

39. Una bobina de 300 vueltas y radio de 20 cm se encuentra rodeada de aire. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético inducida por la bobina, si por ella circula una corriente eléctrica de 40 A?

a) $12\pi \times 10^{-4}$ teslas b) $12\pi \times 10^{-5}$ teslas c) $1.2\pi \times 10^{-3}$ teslas d) $12\pi \times 10^{-3}$ teslas

40. La intensidad del campo magnético inducida en el centro de una espira de 10 cm de radio que se encuentra en el aire y por la cual circula una intensidad de corriente de $\frac{8}{\pi}$ A es:

a) 16×10^{-5} teslas b) 1.6×10^{-5} teslas c) 1.6×10^{-4} teslas d) 1.6×10^{-6} teslas

41. El campo magnético inducido por un solenoide de 40 cm de longitud y 500 vueltas, que se encuentra rodeado por aire y por el cual circula una corriente de 200 A es:

a) 0.1π teslas b) π teslas c) 0.01π teslas d) 10π teslas

42. Relaciona las siguientes columnas:

I. Campo magnético inducido por un conductor recto.	a) $B = \frac{\mu \cdot I}{2r}$
II. Campo magnético producido por una bobina.	b) $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot d}$
III. Campo magnético inducido por una espira.	c) $B = \frac{N \cdot \mu \cdot I}{L}$
IV. Campo magnético inducido por un solenoide.	d) $B = \frac{N \cdot \mu \cdot I}{2r}$

a) I-b, II-c, III-a, IV-d b) I-d, II-b, III-a, IV-c c) I-b, II-d, III-a, IV-c d) I-b, II-d, III-c, IV-a

43. Ordena de menor a mayor longitud de onda, los siguientes tipos de radiaciones.

a) Gamma, rayos X, UV, visible, infrarrojo, microondas.
b) Infrarrojo, microondas, visible, gamma, rayos X, UV.
c) Visible, microondas, infrarrojo, UV, rayos X, gamma.
d) Rayos X, UV, gamma, infrarrojo, microondas, visible.

44. Un campo magnético es inducido en un circuito cerrado, por el cual circula una corriente eléctrica. ¿Qué ley lo establece?

a) Ley de Ohm.
b) Ley de Gauss.
c) Ley de Ampere.
d) Ley de Coulomb.

45. Enunció que la luz era una onda electromagnética:

a) Newton b) Einstein c) Faraday d) Maxwell

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

Fluidos en reposo

La *hidráulica* es la rama de la física que estudia los fenómenos relacionados con los fluidos. Se divide en *hidrostática* que estudia los fluidos en reposo y en *hidrodinámica* que los estudia en movimiento.

Presión atmosférica

Es la presión que la atmósfera ejerce en todas direcciones sobre los cuerpos sumergidos en ella. La presión atmosférica varía con la altura; a mayor altitud la presión disminuye y su valor es igual a:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm de Hg} = 1.013 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Se define a la *presión* como la razón que existe entre la fuerza aplicada por unidad de área o superficie.

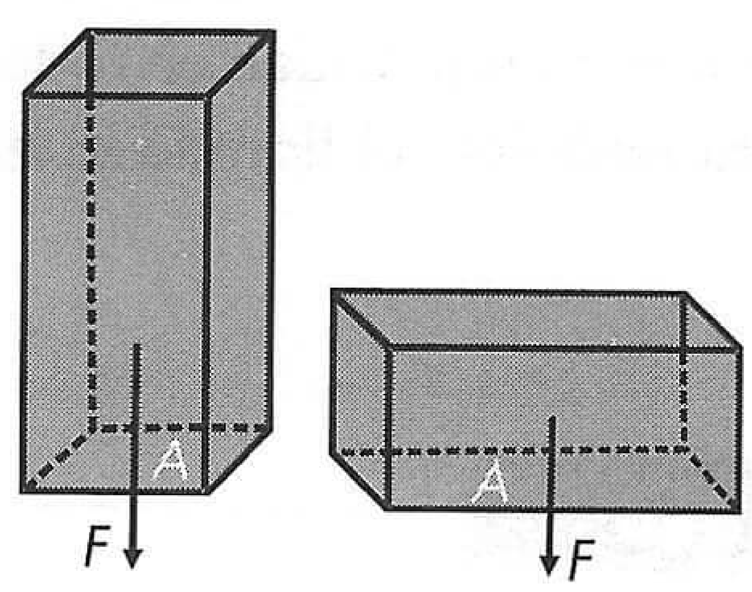
$$P = \frac{F}{A}$$

Donde:

P = presión $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{pascal} = \text{Pa}\right]$

F = fuerza [N]

A = área [m^2]



La fórmula indica que la presión es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la superficie. Si se disminuye el área sobre la que actúa una fuerza constante, la presión aumenta; si el área sobre la que actúa la fuerza constante aumenta la presión disminuye, como se observa en las figuras.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es la presión ejercida por una fuerza de 120 N que actúa sobre una superficie de 0.040 m^2?

a) 4.8 Pa b) 3 000 Pa c) 300 Pa d) 480 Pa

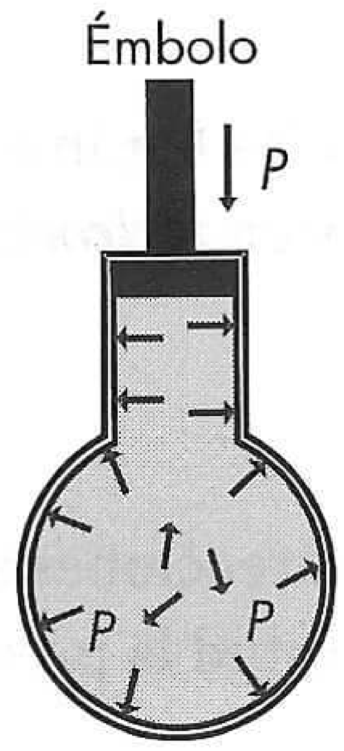
Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$F = 120$ N $A = 0.040$ m^2 $P = ?$	$P = \frac{F}{A}$	$P = \frac{120\text{ N}}{0.040\text{ m}^2} = 3000\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 3000$ Pa	$P = 3000$ Pa

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Principio de Pascal

La presión ejercida sobre un fluido encerrado en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos de las paredes del recipiente.



Un ejemplo del principio de Pascal es la jeringa de Pascal: un recipiente lleno con un líquido y sellado con un émbolo; si al émbolo se le aplica una fuerza, ésta se transmitirá íntegra al líquido, que a su vez ejercerá una presión de la misma intensidad en todas direcciones.

Si el recipiente tuviera orificios, el líquido saldría con la misma presión producida por la fuerza aplicada al émbolo.

Ejemplo de reactivo

Al pisar el pedal del freno de un automóvil, ¿cómo se desplaza el líquido de los frenos?

a) Perpendicular a la acción del pistón del líquido para frenos.
b) En sentido contrario al pisón del líquido para frenos.
c) En dirección del pistón del sistema de frenos.
d) Igual y en todas direcciones.

Solución:
El sistema de frenado de un vehículo es un contenedor cerrado en el cual el líquido de frenos obedece al principio de Pascal, transmitiendo con la misma intensidad y en todas las direcciones la presión ejercida al pisar el freno. En consecuencia, la respuesta correcta es el inciso d.

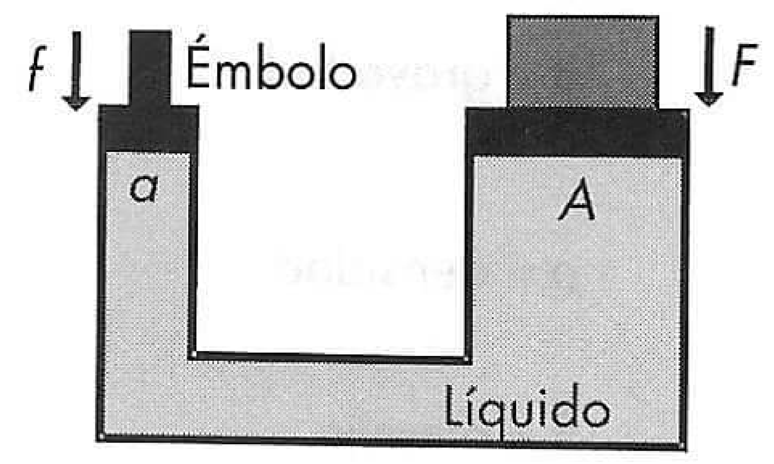
➤ Prensa hidráulica

Es un dispositivo que emplea el principio de Pascal para su funcionamiento; está formada por dos recipientes cilíndricos comunicados que contienen un fluido, la sección transversal de uno de ellos es mayor que la del otro y cada recipiente tiene un émbolo, si se ejerce una presión $P_1 = \frac{f}{a}$ en el émbolo más pequeño, se obtiene una presión $P_2 = \frac{F}{A}$ en el émbolo mayor, de tal forma que $P_1 = P_2$; por consiguiente,

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$$

Donde:

f = fuerza aplicada en el émbolo menor	[N; dinas]
F = fuerza en el émbolo mayor	[N; dinas]
a = área del émbolo menor	[m²; cm²]
A = área del émbolo mayor	[m²; cm²]



Ejemplos de reactivos

1. El émbolo menor de una prensa hidráulica tiene un área de 0.008 m² y se le aplica una fuerza de 240 N. ¿Cuál es el área del émbolo mayor si en él se obtiene una fuerza de salida de 3 000 N?

a) 1 m² b) 0.1 m² c) 0.01 m² d) 10 m²

Solución:

Datos

$a = 0.008$ m²
$f = 240$ N
$F = 3000$ N
$A = ?$

Fórmula

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$$

Despeje

$$A = \frac{F \cdot a}{f}$$

Sustitución

$$A = \frac{(3000\text{ N})(0.008\text{ m}^2)}{240\text{ N}}$$

$A = 0.1$ m²

Resultado

$A = 0.1$ m²

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. En una prensa el émbolo mayor tiene un diámetro de 42 cm y el menor de 2.1 cm. ¿Qué fuerza se necesita ejercer en el émbolo menor para levantar un bloque de 50 000 N?

a) 125 N b) 2 500 N c) 250 N d) 1 250 N

Solución:

Datos

$F = 50000$ N
$D = 42$ cm
$d = 2.1$ cm
$f = ?$

Fórmula

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \rightarrow \frac{f}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4}} \rightarrow \frac{f}{d^2} = \frac{F}{D^2}$$

Despeje: $f = \frac{F \cdot d^2}{D^2}$

Sustitución

$$f = \frac{(50000\text{ N})(2.1\text{ cm})^2}{(42\text{ cm})^2}$$

$$f = \frac{(50000\text{ N})(4.41\text{ cm}^2)}{1764\text{ cm}^2} = 125\text{ N}$$

Resultado

$f = 125$ N

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

▼ Principio de Arquímedes

Este principio establece que cualquier cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido, experimenta un empuje o fuerza de flotación igual al peso del volumen desalojado del fluido.

$$E = P_e \cdot V \quad \text{o} \quad E = \rho \cdot g \cdot V$$

Donde:

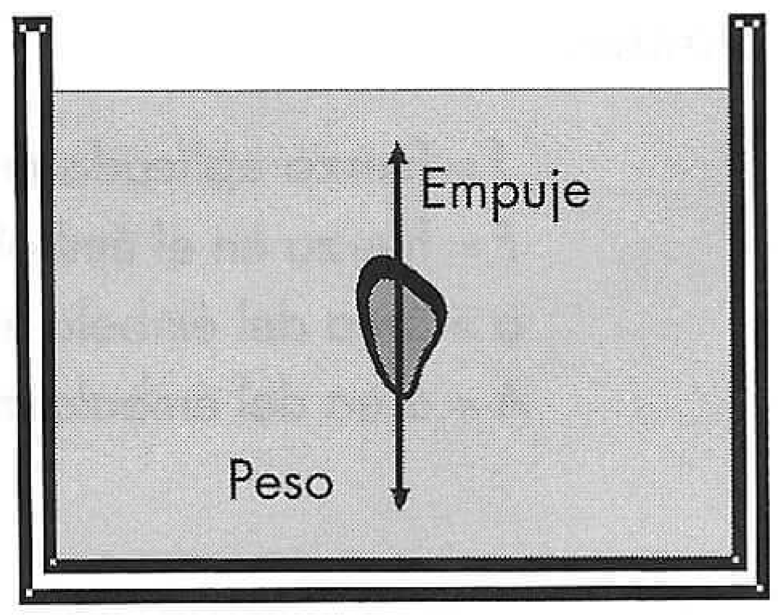
P_e = peso específico del fluido $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3}, \frac{\text{dinas}}{\text{cm}^3}\right]$

V = volumen desalojado $[\text{m}^3, \text{cm}^3]$

g = gravedad $\left[9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, 981\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right]$

ρ = densidad $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right]$

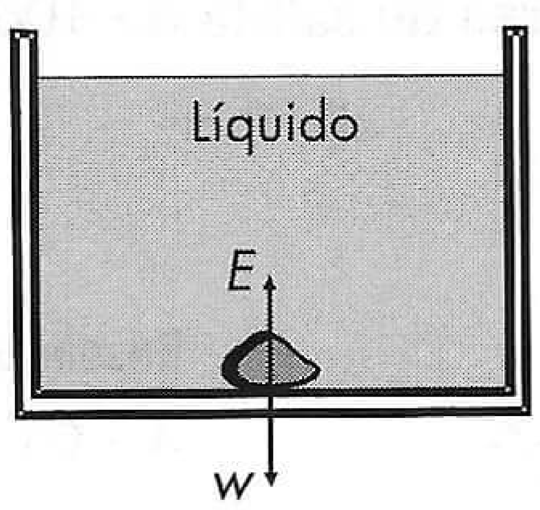
E = empuje $[\text{N, dinas}]$



Si $E > w$

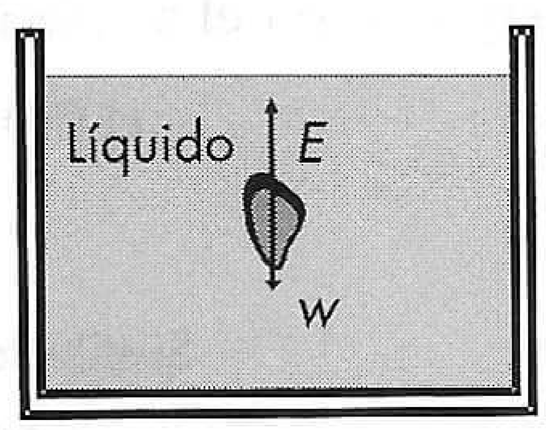
Relación entre el empuje y el peso de un cuerpo:

Si $E < w$

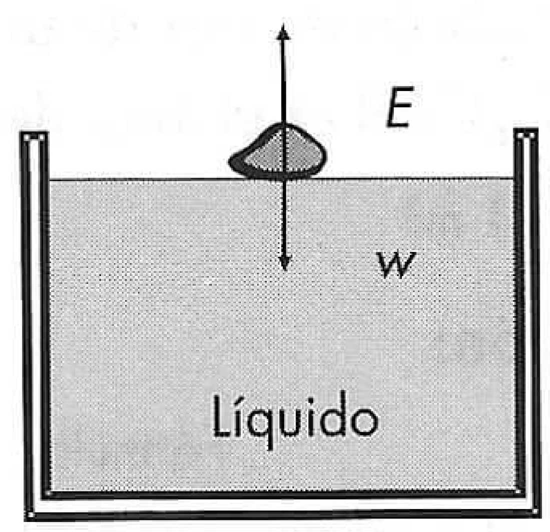


1) Si el empuje es menor que el peso, el cuerpo se hunde.

Si $E = w$



2) Si el empuje es igual al peso, el cuerpo estará sumergido dentro del líquido.



3) Si el empuje es mayor que el peso, el cuerpo flota y parte de él queda sobre la superficie del líquido.

Cuando se sumerge una porción k del volumen de un cuerpo de densidad ρ en un fluido de densidad ρ_f, la relación entre las densidades es:

$$\rho = k \cdot \rho_f$$

Donde:

k = porción del volumen sumergido del cuerpo [%]

ρ = densidad del cuerpo $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$

ρ_f = densidad del fluido $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$

Ejemplos de reactivos

1. Un cubo de 0.3 m de arista se sumerge en agua. Calcular el empuje que recibe.

$\left(\rho_{\text{agua}} = 1\,000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ y } g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

a) 2 700 N b) 27 N c) 270 N d) 27 000 N

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\rho_{agua} = 1000\frac{kg}{m^3}$	$E = \rho \cdot g \cdot V$	$E = \rho \cdot g \cdot V$	$E = 270$ N
$a = 0.3$ m		$E = \left(1000\frac{kg}{m^3}\right)\left(10\frac{m}{s^2}\right)(0.027\ m^3)$	
$V_{cubo} = V_{agua\ desalojada} = V = a^3$			
$V = a^3 = (0.3\ m)^3 = 0.027\ m^3$		$E = 270$ N	
$E = ?$			

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Un cilindro de 60 cm de longitud se sumerge en agua salada que tiene una densidad igual a $1050\frac{kg}{m^3}$, del cilindro quedan 20 cm de su longitud fuera de la superficie. ¿Cuál es la densidad del cilindro?

a) $157.5\frac{kg}{m^3}$ b) $7000\frac{kg}{m^3}$ c) $1575\frac{kg}{m^3}$ d) $700\frac{kg}{m^3}$

Solución:
Para resolver el problema sólo necesitamos la porción de volumen sumergido del cilindro y la densidad del fluido (agua salada): la longitud del cilindro no interfiere en la solución del problema.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$k = \frac{2}{3}$	$\rho = k \cdot \rho_f$	$\rho = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(1050\frac{kg}{m^3}\right)$	$\rho = 700\frac{kg}{m^3}$
$\rho_f = 1050\frac{kg}{m^3}$		$\rho = 700\frac{kg}{m^3}$	
$\rho = ?$			

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Un cubo de madera se sumerge en agua. Si la densidad de la madera es de $0.3 \times 10^3\frac{kg}{m^3}$ y la del agua de $1 \times 10^3\frac{kg}{m^3}$. ¿Qué porción del cubo se encuentra sumergido?

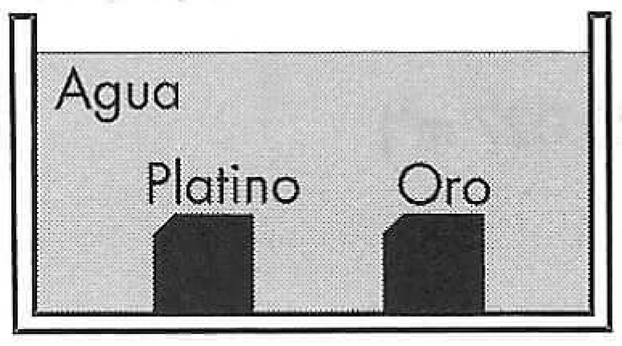
a) 0.3 b) 3 c) 3.33 d) 0.333

Solución:
Para resolver el problema sólo necesitamos la porción de volumen sumergido del cilindro y la densidad del fluido (agua salada); la longitud del cilindro no interfiere en la solución del problema.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\rho = 0.3 \times 10^3\frac{kg}{m^3}$	$\rho = k \cdot \rho_f$	$k = \dfrac{0.3 \times 10^3\frac{kg}{m^3}}{1 \times 10^3\frac{kg}{m^3}}$	$k = 0.3$
$\rho_f = 1 \times 10^3\frac{kg}{m^3}$	Despeje		
	$k = \frac{\rho}{\rho_f}$		
$k = ?$		$k = 0.3$	

El resultado indica que se sumerge 30% del volumen del cubo, por tanto, la opción correcta es el inciso a.

4. En la figura se observan dos cubos del mismo tamaño, uno es de oro y el otro de platino; ambos cubos se sumergen en agua hasta el fondo del recipiente. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



a) El empuje es cero en ambos cubos.
b) El cubo de oro recibe un empuje mayor que el de platino.
c) No existe empuje porque los cubos desalojan toda el agua.
d) El empuje que recibe cada cubo es el mismo.

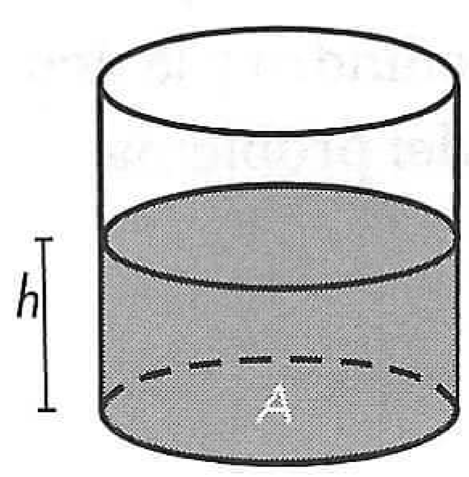
La opción correcta es el inciso d, ya que al tener el mismo volumen ambos cubos desalojan la misma cantidad de agua, por tanto, reciben el mismo empuje.

Presión hidrostática

Es la presión que ejerce un líquido sobre el fondo del recipiente que lo contiene y es directamente proporcional a la altura de la columna del fluido.

$$P_h = P_e \cdot h \quad \text{o} \quad P_h = \rho \cdot g \cdot h$$

Donde:



P_e = peso específico $\left[\frac{N}{m^3}, \frac{dinas}{cm^3}\right]$ $\quad g$ = gravedad $\left[9.81\frac{m}{s^2}, 981\frac{cm}{s^2}\right]$

ρ = densidad $\left[\frac{kg}{m^3}, \frac{g}{cm^3}\right]$ $\quad P_h$ = presión hidrostática $\left[Pa, \frac{dinas}{cm^2}\right]$

h = profundidad [m, cm]

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la presión en el fondo de un pozo de agua de 10 m de profundidad?
$\left(\rho_{agua} = 1000\frac{kg}{m^3} \text{ y } g = 10\frac{m}{s^2}\right)$

a) 10000 Pa b) 100000 Pa c) 1000000 Pa d) 10000000 Pa

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$h = 10$ m $\rho = 1000\frac{kg}{m^3}$ $g = 10\frac{m}{s^2}$ $P_h = ?$	$P_h = \rho \cdot g \cdot h$	$P_h = \left(1000\frac{kg}{m^3}\right)\left(10\frac{m}{s^2}\right)(10\text{ m})$ $P_h = 100000\frac{N}{m^2} = 100000$ Pa	$P_h = 100000$ Pa

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Un buzo se encuentra sumergido a 20 m de profundidad. ¿Qué sucede con la presión si el buzo reduce la profundidad a 10 m?

a) aumenta al doble b) permanece constante c) disminuye a la mitad d) aumenta al cuádruplo

Solución:
Puesto que la presión es directamente proporcional a la profundidad o altura de la columna del fluido, entonces si la altura disminuye a la mitad, también la presión disminuye a la mitad. Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Tensión superficial y capilaridad

➤ Tensión superficial

Es la superficie libre de los líquidos que se comporta como una membrana elástica tensa.

➤ Adherencia

Es la fuerza de cohesión entre un líquido y un sólido.

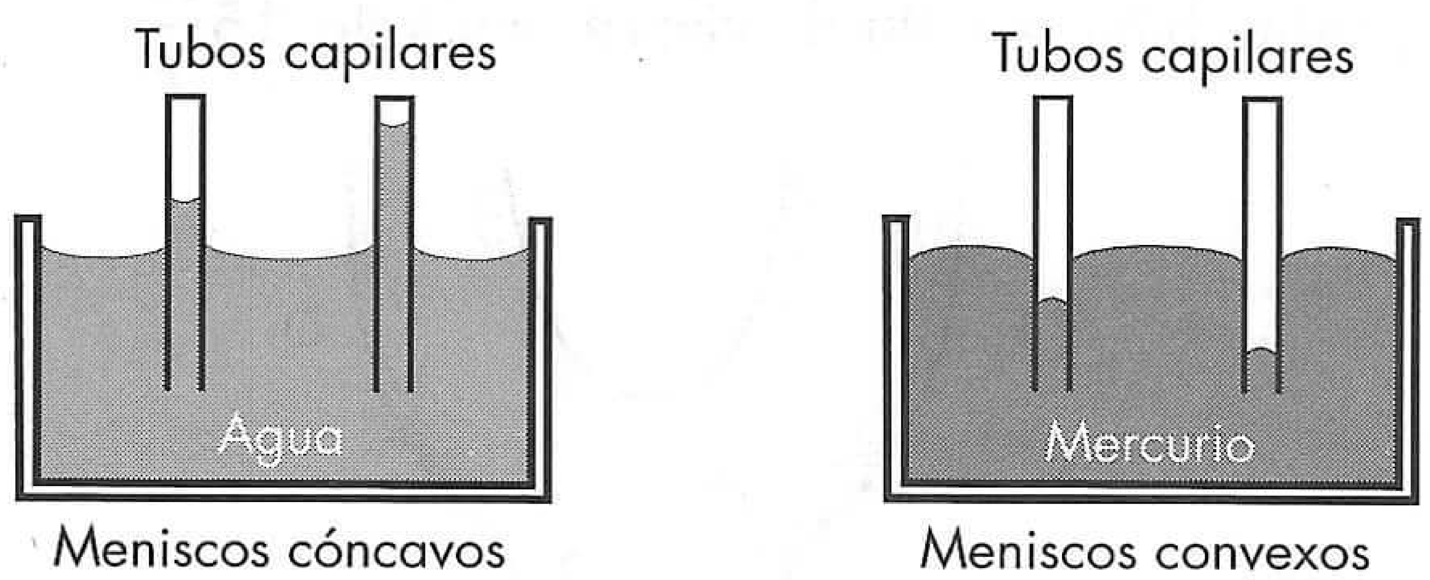
➤ Relación entre adherencia y tensión superficial

Esta relación se establece en dos formas:

- Un líquido moja una superficie cuando su adherencia es mayor que su tensión superficial.
- Un líquido no moja una superficie cuando su adherencia es menor que su tensión superficial.

➤ Capilaridad

Propiedad de los líquidos para guardar un nivel diferente al de los vasos comunicantes, cuando están comunicados a tubos capilares.



Ejemplo de reactivo

Al hecho de que un mosquito pueda reposar sobre un estanque de agua se conoce como:

a) peso b) adherencia c) capilaridad d) tensión superficial

Solución:

La tensión superficial en un líquido hace que la parte superior del fluido se comporte como una membrana elástica tensa, por esa razón el mosquito puede descansar sobre el estanque de agua. En consecuencia, la respuesta correcta es el inciso d.

✐ Resuelve los reactivos 1 a 17 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

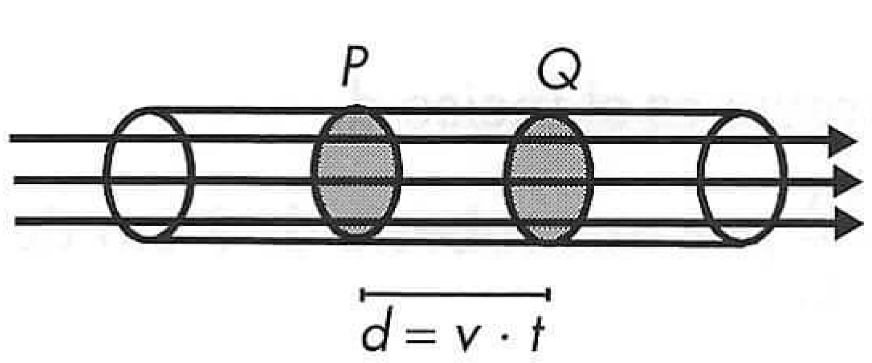
Fluidos en movimiento

▼ Hidrodinámica

Parte de la hidráulica que estudia los fluidos en movimiento.

Si un líquido fluye con una velocidad v por un tubo, el volumen del líquido es igual al producto del área A de la sección transversal, la velocidad v y el tiempo t que tarda el líquido en fluir.

$$V = A \cdot v \cdot t$$



Donde:

V = volumen $[m^3]$

A = área de la sección transversal del tubo $[m^2]$

v = velocidad $\left[\frac{m}{s}\right]$

t = tiempo $[s]$

▼ Gasto

Es la razón entre el volumen del líquido que fluye en la unidad de tiempo.

$$G = \frac{V}{t} = A \cdot v$$

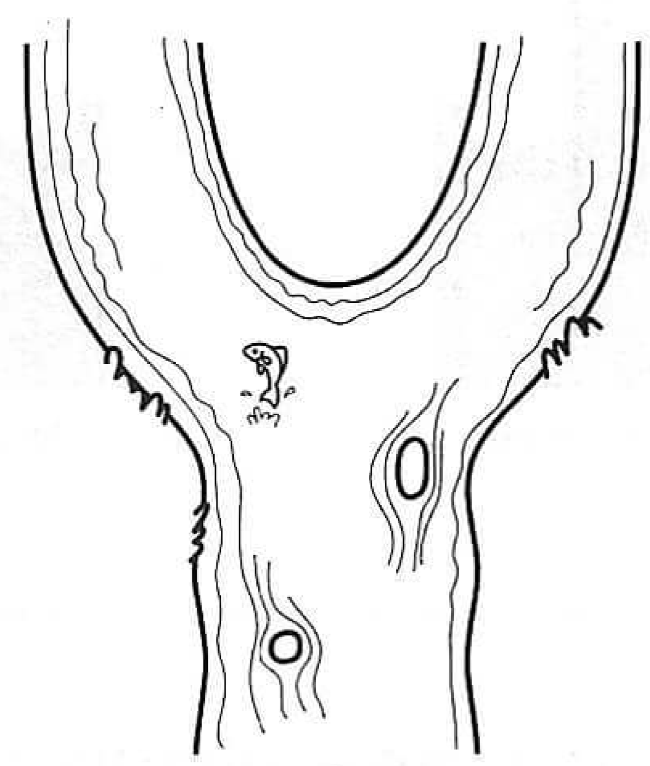
Donde:

G = gasto $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ v = velocidad $\left[\frac{m}{s}\right]$ t = tiempo [s]

A = área de la sección transversal del tubo [m^2] V = volumen [m^3]

Ejemplos de reactivos

1. Determina el gasto en el punto P, si en la rama izquierda del río, éste tiene 6 m de ancho y 8 m de profundidad y la velocidad del agua es de $2\frac{m}{s}$. Mientras que en la rama, derecha el ramal tiene 6 m de ancho, 3 m de profundidad y el fluido viaja a razón de $2.5\frac{m}{s}$.



a) $45\frac{m^3}{s}$ b) $51\frac{m^3}{s}$ c) $96\frac{m^3}{s}$ d) $141\frac{m^3}{s}$

Se encuentra la superficie de cada una de las ramas, multiplicando el ancho por la profundidad y posteriormente se determina el gasto de cada una de las ramas y al final el gasto total es la suma de los mismos.

Solución:

Datos	Fórmula	Sustituciones y resultados
$a_I = 6$ m	$A = a \cdot p$	$A_I = (6\text{ cm})(8\text{ cm}) = 48\text{ cm}^2$
$p_I = 8$ m	$G = A \cdot v$	$A_D = (6\text{ cm})(3\text{ cm}) = 18\text{ cm}^2$
$A_I = ?$	$G_T = G_I + G_D$	$G_T = (48\text{ m}^2)\left(2\frac{m}{s}\right) + (18\text{ m}^2)\left(2.5\frac{m}{s}\right)$
$v_I = 2\frac{m}{s}$		$G_T = 96\frac{m^3}{s} + 45\frac{m^3}{s} = 141\frac{m^3}{s}$
$a_D = 6$ m		
$p_D = 3$ m		
$A_D = ?$		
$v_D = 2.5\frac{m}{s}$		
$G_T = ?$		

El gasto en el punto P es $141\frac{m^3}{s}$, en consecuencia, la respuesta correcta es el inciso d.

2. ¿Cuál es el gasto de un líquido que fluye con una velocidad de $5\frac{m}{s}$ por una tubería de 8 cm de diámetro?

a) $8\pi\frac{m^3}{s}$ b) $1.8\pi\frac{m^3}{s}$ c) $1.008\pi\frac{m^3}{s}$ d) $0.008\pi\frac{m^3}{s}$

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustitución	Resultado
$v = 5\frac{m}{s}$ $D = 8\text{ cm} = 0.08\text{ m}$ $G = ?$	$G = A \cdot v$ $G = \frac{\pi D^2}{4}v$	$G = \frac{\pi(0.08\text{ m})^2}{4}\left(5\frac{m}{s}\right) = 0.008\pi\frac{m^3}{s}$	$G = 0.008\pi\frac{m^3}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ Flujo

Es la razón que existe entre la masa del líquido que fluye y la unidad de tiempo.

$$F = \frac{m}{t} = \rho \cdot G = \rho\frac{V}{t}$$

Donde:

m = masa	[kg]	G = gasto	$\left[\frac{m^3}{s}\right]$
ρ = densidad del líquido	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	t = tiempo	[s]
V = volumen	[m³]	F = flujo	$\left[\frac{kg}{s}\right]$

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es el flujo de una tubería por la que fluyen 2.5 m³ de agua en 50 s?

a) $500\frac{kg}{s}$ b) $150\frac{kg}{s}$ c) $50\frac{kg}{s}$ d) $0.050\frac{kg}{s}$

Solución:

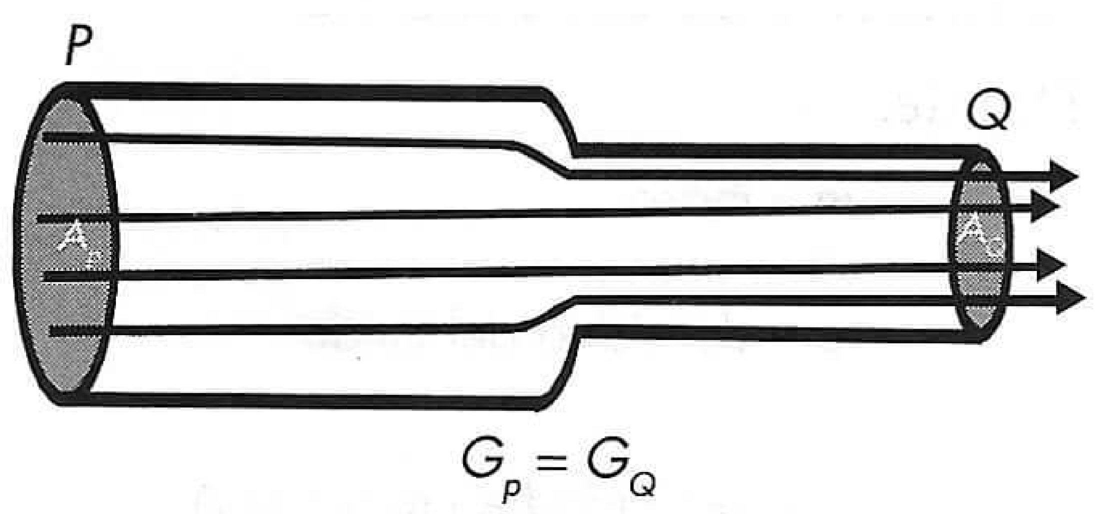
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$V = 2.5\text{ m}^3$ $t = 50\text{ s}$ $F = ?$	$F = \rho\frac{V}{t}$	$F = \left(1000\frac{kg}{m^3}\right)\left(\frac{2.5\text{ m}^3}{50\text{ s}}\right) = 50\frac{kg}{s}$	$F = 50\frac{kg}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Ecuación de continuidad

En un tubo de secciones transversales diferentes, como el que se muestra en la figura, el gasto que fluye por la sección transversal *P*, es igual al gasto que fluye por la sección transversal *Q*; es decir, la cantidad de líquido que pasa por *P* y *Q* es la misma.

$$A_P \cdot v_P = A_Q \cdot v_Q$$

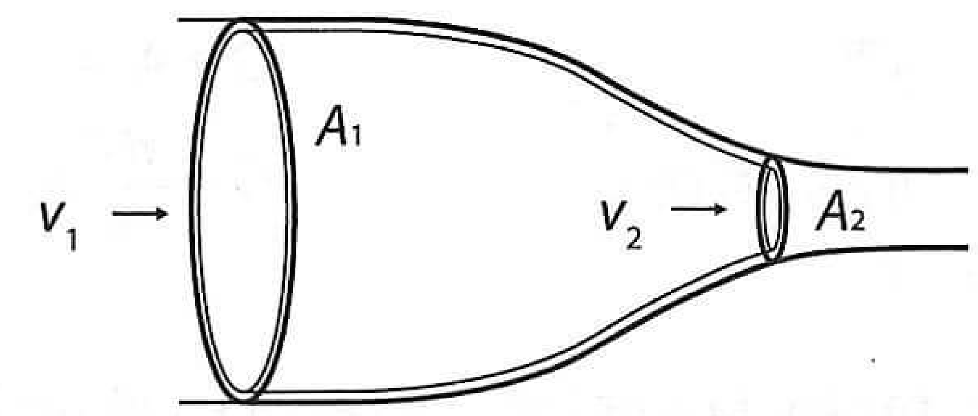


Donde:

A_P = área de la sección transversal en el punto P	[m²]
A_Q = área de la sección transversal en el punto Q	[m²]
v_P = velocidad del líquido en el punto P	$\left[\frac{m}{s}\right]$
v_Q = velocidad del líquido en el punto Q	$\left[\frac{m}{s}\right]$

Ejemplo de reactivo

Si la velocidad en A_2 es $v_2 = 5v_1$, la razón $\frac{A_1}{A_2}$ es:



a) 25 b) 5 c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{25}$

Solución:

La ecuación de continuidad establece que en un tubo de secciones transversales diferentes, el gasto que fluye por la sección transversal menor, es igual al gasto que fluye por la sección transversal mayor, es decir, la cantidad de líquido que pasa por ambas secciones es la misma, su representación matemática es:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Entonces, si establecen las razones entre las áreas de las secciones y la relación entre las velocidades se obtiene:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Si se sabe que $v_2 = 5v_1$, entonces:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{5v_1}{v_1} = 5$$

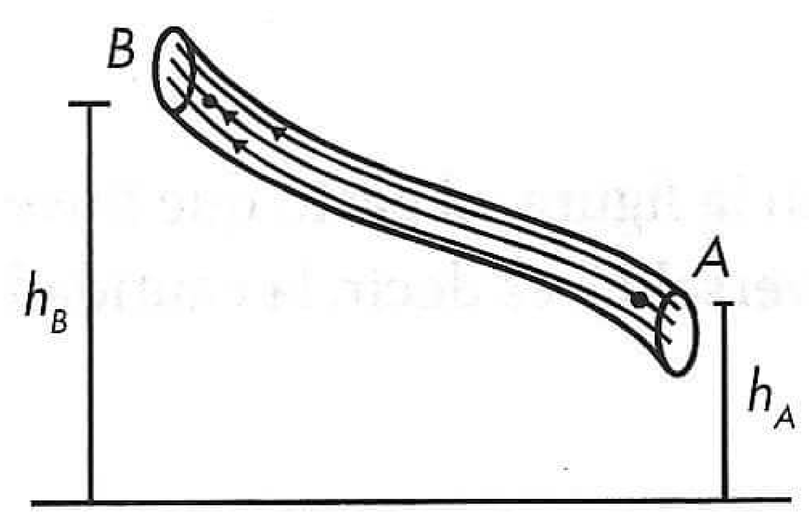
La razón entre el área de la sección transversal 1 con respecto al área de la sección transversal 2 es igual a 5, en consecuencia, la respuesta correcta es el inciso b.

Flujo estacionario

Si un flujo se mueve de tal manera que en ningún punto cambia su velocidad, presión ni densidad con el transcurrir el tiempo, entonces se dice que el flujo es estacionario.

Ecuación de Bernoulli

En un fluido cuyo flujo es estacionario, la suma de la energía cinética, potencial y la energía de presión que tiene el líquido en el punto A es igual a la suma de las mismas energías en el punto B.



$$E_{CA} + E_{PA} + E_{\text{presión } A} = E_{CB} + E_{PB} + E_{\text{presión } B}$$

$$\frac{1}{2}\rho \cdot v_A{}^2 + \rho \cdot g \cdot h_A + P_A = \frac{1}{2}\rho \cdot v_B{}^2 + \rho \cdot g \cdot h_B + P_B$$

$$\frac{v_A{}^2}{2} + gh_A + \frac{P_A}{\rho} = \frac{v_B{}^2}{2} + gh_B + \frac{P_B}{\rho}$$

Donde:

m = masa [kg]

ρ = densidad del fluido $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

v_A = velocidad en el punto A $\left[\frac{m}{s}\right]$

v_B = velocidad en la sección transversal B $\left[\frac{m}{s}\right]$

h_A = altura de la sección transversal A [m]

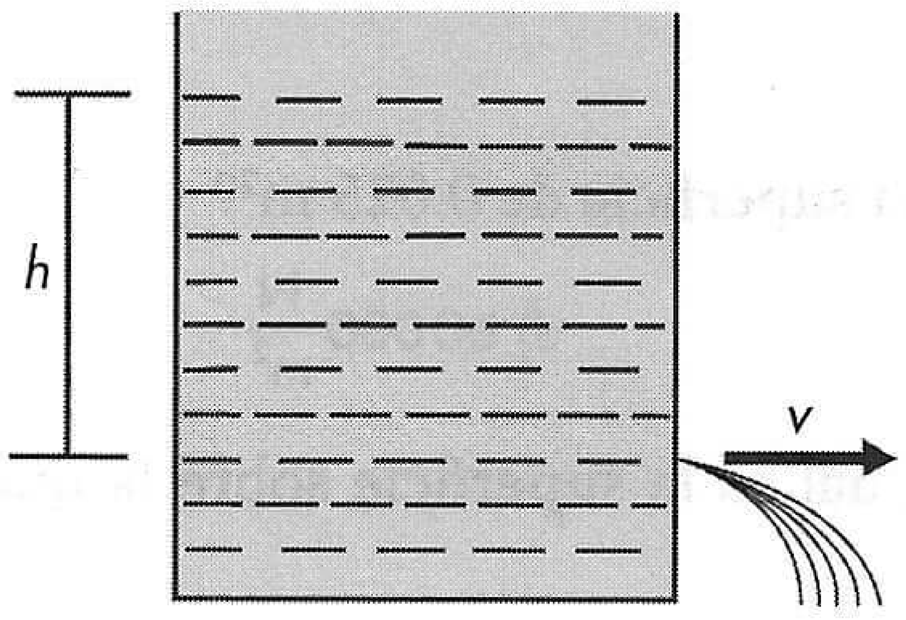
h_A = altura de la sección transversal B [m]

P_A = presión en la sección transversal A $\left[\frac{N}{m^2}\right]$

P_B = presión en la sección transversal B $\left[\frac{N}{m^2}\right]$

➤ Teorema de Torricelli

La velocidad de salida de un fluido por el orificio de un recipiente es la misma que adquiriría un cuerpo que se dejara caer desde una altura igual a la superficie libre del fluido, hasta el nivel del orificio.



$$v=\sqrt{2g\cdot h}$$

Donde:

h = altura de la superficie del fluido [m, cm, ft]

g = gravedad $\left[9.81\frac{m}{s^2},\ 981\frac{cm}{s^2},\ 32\frac{ft}{s^2}\right]$

v = velocidad $\left[\frac{m}{s},\frac{cm}{s},\frac{ft}{s}\right]$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la velocidad de salida de un fluido que se encuentra contenido en un recipiente de 1.55 m de altura y al cual se le hace un orificio a 30 cm arriba de su base? $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) $1\frac{m}{s}$ b) $5\frac{m}{s}$ c) $25\frac{m}{s}$ d) $10\frac{m}{s}$

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$g=10\frac{m}{s^2}$ $h=1.55\,m-0.3\,m=1.25\,m$ $v=?$	$v=\sqrt{2g\cdot h}$	$v=\sqrt{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)(1.25\,m)}$ $v=\sqrt{25\frac{m}{s^2}}=5\frac{m}{s}$	$v=5\frac{m}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. La velocidad con que sale un fluido por un orificio de un recipiente es de $6\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la altura que tiene la columna del fluido por encima del orificio? $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 3.6 m b) 18 m c) 0.3 m d) 1.8 m

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v=6\frac{m}{s}$ $g=10\frac{m}{s^2}$ $h=?$	$v=\sqrt{2g\cdot h}$ Despeje $h=\frac{v^2}{2g}$	$h=\frac{\left(6\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)}=\frac{36\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}}=1.8\,m$	$h=1.8$ m

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ Viscosidad

Es la resistencia que opone un líquido a fluir; es la fricción que se produce en el interior y depende de su temperatura.

La *fricción* es una fuerza que se aplica a la superficie de deslizamiento paralela y en sentido contrario al movimiento. Su magnitud depende de la naturaleza de las capas deslizantes o de la viscosidad del líquido.

✎ Resuelve los reactivos 18 a 28 correspondientes al ejercicio 2 de esta unidad.

Ejercicios

1 Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Qué presión ejerce una fuerza de 150 N al actuar sobre una superficie de 0.025 m^2?

   a) $6\,000 \frac{N}{m^2}$ b) $600 \frac{N}{m^2}$ c) $60 \frac{N}{m^2}$ d) $60\,000 \frac{N}{m^2}$

2. Una fuerza de 2 000 N produce una presión de 10 kPa. ¿Cuál es la superficie sobre la que actúa la fuerza?

   a) 5 m^2 b) 0.02 m^2 c) 0.2 m^2 d) 50 m^2

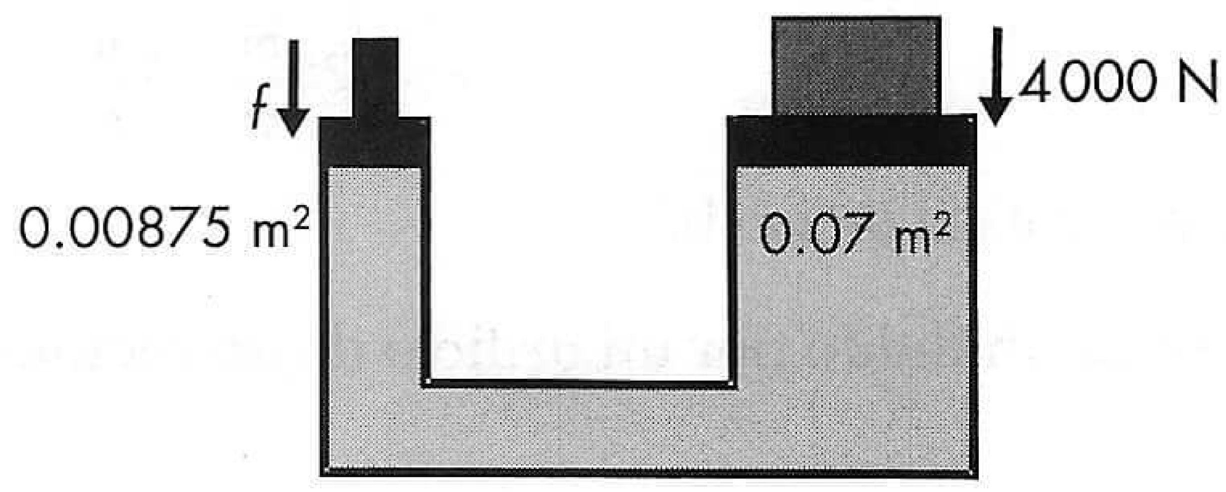
3. Si se comprime el émbolo de un pistón con un gas encerrado, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

   a) El volumen aumenta igual que la energía cinética de las moléculas.
   b) El volumen disminuye igual que la energía cinética de las moléculas.
   c) El volumen disminuye y aumenta la energía cinética de las moléculas.
   d) El volumen aumenta y disminuye la energía cinética de las moléculas.

4. ¿Cómo se llama al fenómeno en el cual, un cuerpo a ser sumergido en un fluido desplaza el mismo volumen de fluido que su volumen sumergido?

   a) Peso b) Empuje c) Impulso d) Inercia

5. Observa la figura y a partir de ella calcula la fuerza aplicada en el émbolo menor.



   a) 500 N b) 400 N c) 3 569 N d) 250 N

6. Un gato hidráulico tiene un tanque de aceite al cual se aplica una fuerza de 80 N en una área de 5 cm^2. ¿Qué peso puede levantar en el otro extremo cuya superficie es de 25 cm^2?

   a) 400 N b) 160 N c) 80 N d) 16 N

7. Se sumergen dos cuerpos de diferente material e igual volumen en un par de recipientes iguales que contienen la misma cantidad de fluido. Suponiendo que en el primer recipiente sólo se sumerge la mitad de uno de los cuerpos y en el segundo se sumerge el otro cuerpo completamente, ¿cuál es el relación que existe entre los empujes que experimentan los cuerpos?

   a) El empuje que reciben ambos cuerpos es el mismo.
   b) El cuerpo sumergido en el primer recipiente experimenta un empuje mayor al del cuerpo sumergido en el segundo recipiente.
   c) Sólo el segundo cuerpo experimenta un empuje porque se sumerge totalmente.
   d) El empuje que experimenta el primer cuerpo es menor al que experimenta el segundo cuerpo.

8. Un prisma rectangular, con 25 cm^2 de base y 15 cm de altura, se sumerge hasta la mitad en un recipiente que contiene gasolina. ¿Cuál es la densidad del prisma?
$\left(\text{Considera } \rho_{\text{gasolina}} = 700\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$.

a) $7000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ b) $500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ c) $350\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ d) $1400\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

9. Dos quintas partes de un cilindro se sumergen en un fluido cuya densidad es de $1200\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. ¿Cuál es la densidad del cilindro?

a) $3000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ b) $480\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ c) $720\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ d) $2000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

10. Un cubo de hielo se sumerge en agua, si la densidad del hielo es de $0.92 \times 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ y la del agua de $1 \times 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. ¿Qué porción del volumen del cubo se sumerge?

a) 0.80 b) 0.92 c) 9.2 d) 0.092

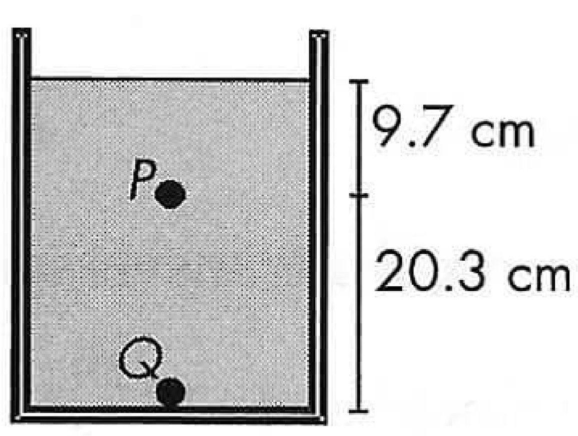
11. Un trozo de madera se sumerge en aceite, si la densidad de la madera es de $500\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ y la del aceite de $850\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. ¿Qué porcentaje del volumen del trozo de madera se encuentra sumergido?

a) 58.8% b) 41.2% c) 4.12% d) 0.588%

12. ¿Cuál es la presión hidrostática en el fondo de un estanque de 3 m de profundidad que contiene agua? $\left(\rho_{\text{agua}} = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$.

a) $430\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ b) $2430\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ c) $19430\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ d) $29430\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

13. ¿Cuál es la presión que ejerce el fluido sobre el cuerpo Q de la figura?
$\left(\text{Considera } \rho_{\text{fluido}} = 790\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$.



a) $751.74\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ b) $6071.56\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ c) $3542.8\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ d) $2324.97\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

14. Con una presión de $3 \times 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ se bombea agua, si desprecias las pérdidas de presión. ¿Cuál es la altura máxima a la que sube el agua por una tubería? $\left(\text{Considera } g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

a) 10 m b) 25 m c) 30 m d) 45 m

15. Un buceador experimenta una presión P cuando se encuentra a una profundidad h, si se sumerge a una profundidad 3 h. ¿Cuál es la nueva presión que experimenta?

a) $\frac{P}{3}$ b) $3P$ c) $9P$ d) $\frac{P}{9}$

16. El enunciado: "todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta un empuje o fuerza de flotación igual al peso del volumen desalojado del fluido", corresponde al:

a) principio de Pascal b) ecuación de Bernoulli c) principio de Arquímedes d) teorema de Torricelli

17. Relaciona las siguientes columnas:

I. La fuerza ejercida sobre un fluido encerrado en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos de las paredes del recipiente.	a) adherencia
II. Es la superficie libre de los líquidos que se comporta como una membrana elástica tensa.	b) principio de Pascal
III. Propiedad de los líquidos para guardar un nivel diferente al de los vasos comunicantes, cuando están comunicados a tubos capilares.	c) capilaridad
IV. Es la fuerza de cohesión entre un líquido y un sólido.	d) tensión superficial

a) I-b, II-d, III-a , IV-c b) I-d, II-b, III-c , IV-a c) I-b, II-c, III-d , IV-a d) I-b, II-d, III-c, IV-a

2 Resuelve los siguientes reactivos:

18. ¿Cuál es el gasto de agua por una tubería si por ella circulan 0.5 m^3 en 10 s?

a) $0.05\frac{m^3}{s}$ b) $0.5\frac{m^3}{s}$ c) $1.5\frac{m^3}{s}$ d) $2\frac{m^3}{s}$

19. ¿Cuál es el tiempo que tarda en llenarse un tanque cuya capacidad es de 15 m^3 al suministrarle un gasto de $0.05\frac{m^3}{s}$?

a) 300 minutos b) 5 segundos c) 70 minutos d) 5 minutos

20. ¿Cuál debe ser el área de la sección transversal de una tubería para que su gasto sea de $0.54\frac{m^3}{s}$ y el fluido tenga una velocidad de $10\frac{m}{s}$?

a) 0.054 cm^2 b) 540 cm^2 c) 54 cm^2 d) 5.4 cm^2

21. Por una tubería fluyen 2 m^3 de agua en 25 s. ¿Cuál es el gasto?

a) $2\frac{m^3}{s}$ b) $1.4\frac{m^3}{s}$ c) $0.08\frac{m^3}{s}$ d) $0.054\frac{m^3}{s}$

22. Por una tubería fluyen 1.2 m^3 de gasolina en 35 s. ¿Cuál es el flujo? $\left(\text{Considera } \rho = 700\frac{kg}{m^3}\right)$.

a) $50\frac{kg}{s}$ b) $32\frac{kg}{s}$ c) $20\frac{kg}{s}$ d) $24\frac{kg}{s}$

23. En uno de sus extremos una tubería tiene un área de sección transversal de 0.0065 m^2 y el agua circula con una velocidad de $5\frac{m}{s}$, en el otro extremo hay un estrechamiento y el área de la sección transversal es de 0.0013 m^2. ¿Qué velocidad lleva el agua en este punto?

a) $5\frac{m}{s}$ b) $10\frac{m}{s}$ c) $18\frac{m}{s}$ d) $25\frac{m}{s}$

24. Relaciona las siguientes columnas:

I. Presión	a) $E=\rho \cdot g \cdot V$
II. Empuje	b) $G=A \cdot v$
III. Presión hidrostática	c) $P=\frac{F}{A}$
IV. Gasto	d) $P=\rho \cdot g \cdot h$

a) I-c, II-a, III-b, IV-d b) I-c, II-a, III-d, IV-b c) I-a, II-c, III-d, IV-b d) I-b, II-a, III-d, IV-c

25. Por una tubería circula agua a una velocidad v, si el diámetro de la tubería disminuye entonces:

a) la velocidad y la presión aumentan.
b) baja la velocidad y la presión del agua.
c) la velocidad disminuye y la presión aumenta.
d) aumenta la presión entre las moléculas del agua.

26. A la oposición que tiene un líquido para fluir se le llama:

a) flujo b) gasto c) viscosidad d) presión

27. El principio de Bernoulli supone que:

a) En un fluido cuyo flujo es estacionario, la suma de la energía cinética, potencial y la energía de presión que tiene el líquido en un punto es igual a la suma de las mismas energías en otro punto diferente al primero.
b) La velocidad de salida de un fluido por un orificio de un recipiente, es la misma que la que adquiriría un cuerpo que se dejase caer desde una altura igual a la de la superficie libre del fluido, hasta el nivel del orificio.
c) Todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido, experimenta un empuje o fuerza de flotación igual al peso del volumen desalojado del fluido.
d) La fuerza ejercida sobre un fluido encerrado en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos de las paredes del recipiente.

28. La velocidad con la que sale un fluido por un orificio de un recipiente es de $9\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la altura que tiene la columna del fluido por encima del orificio? $\left(\text{Considera } g=10\frac{m}{s^2}\right)$.

a) 45 m b) 0.45 m c) 4.05 m d) 8.10 m

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

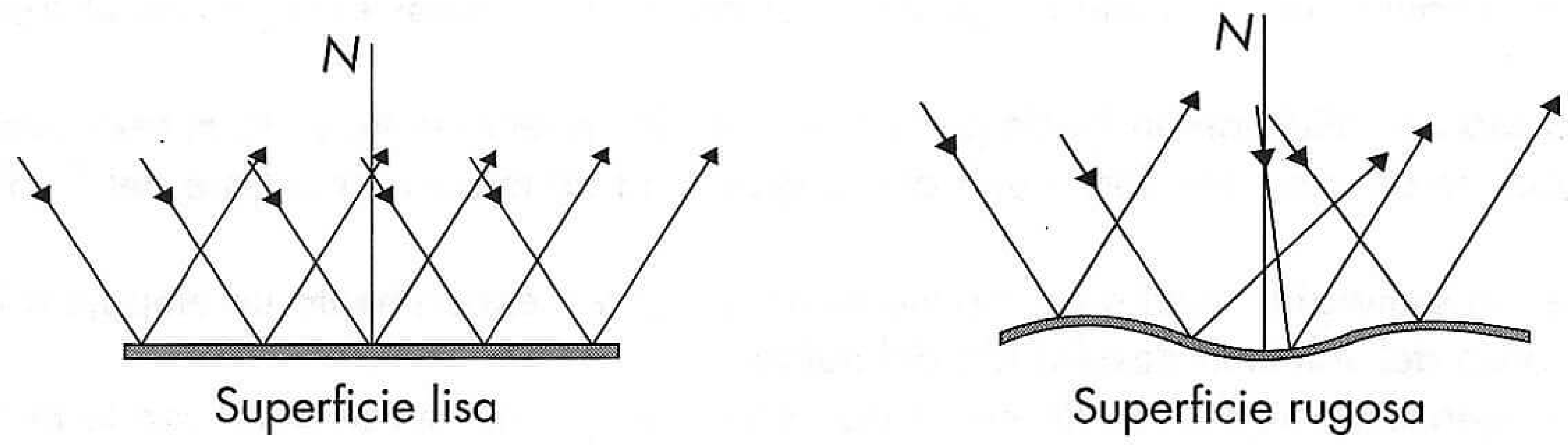
Reflexión y refracción de la luz

La *óptica* es parte de la física que estudia la luz y aquellos fenómenos que impresionan el sentido de la vista.

Reflexión de la luz

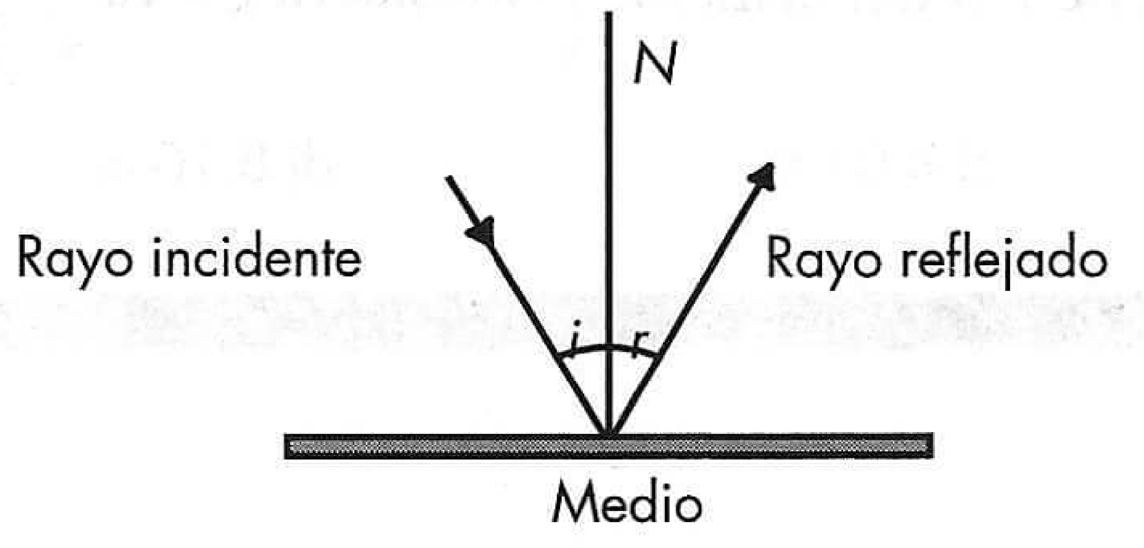
En este fenómeno un rayo luminoso experimenta un cambio de dirección y sentido al chocar contra la superficie de separación entre dos medios. Y se expresa en dos formas:

- Una reflexión regular ocurre cuando la superficie reflectora es lisa.
- Una reflexión irregular ocurre cuando la superficie reflectora es rugosa.



Leyes de la reflexión

I. El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado se encuentran en un mismo plano.
II. El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión $i = r$.



Donde:

i = Ángulo de incidencia
r = Ángulo de reflexión

Ejemplo de reactivo

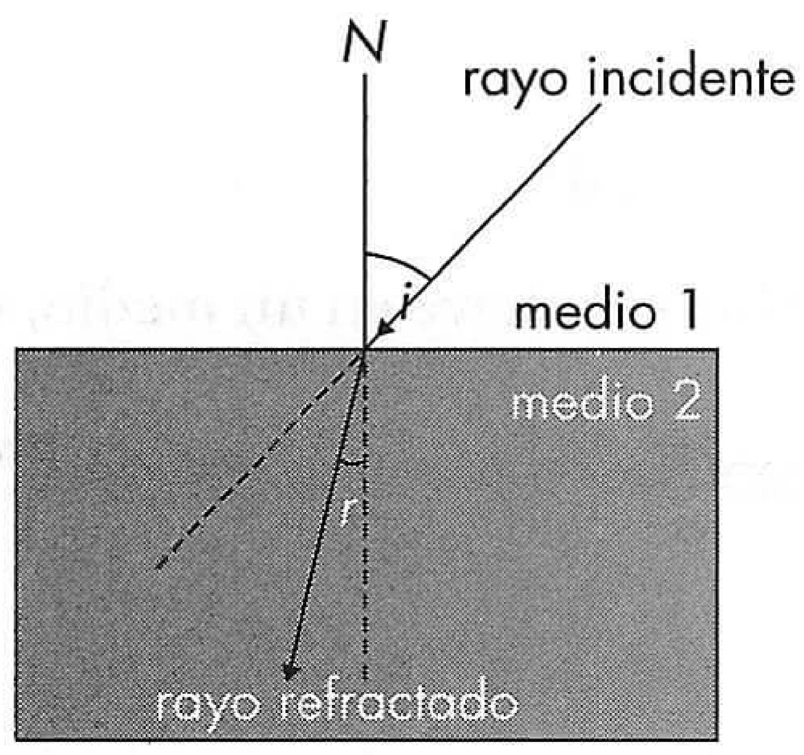
Un rayo luminoso incide sobre una superficie plana de vidrio desde el aire. Si el ángulo de incidencia que forma el rayo con la normal es de 45°, ¿a qué ángulo se reflejará?

a) 30° b) 45° c) 90° d) 180°

Solución:
La reflexión de un rayo de luz es un fenómeno que se presenta cuando el haz luminoso choca con una superficie, se desvía y regresa al medio del cual salió formando un ángulo igual al de la luz incidente. Dicho cambio de dirección, se presenta en el mismo medio. Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Refracción de la luz

Un rayo luminoso experimenta un cambio de dirección cuando atraviesa en sentido oblicuo la superficie entre dos medios de naturaleza diferente.



Leyes de la refracción

I. **Primera ley**. El rayo incidente, la normal y el rayo refractado se encuentran en un mismo plano.
II. **Ley de Snell**. la relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es constante para dos medios dados, esta razón es el *índice de refracción* entre los medios.

$$\eta = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$$

Índice de refracción

Es la razón que existe entre la velocidad con la que viaja la luz en el vacío y la velocidad con que viaja en un medio.

$$\eta = \frac{c}{v}$$

Donde:

η = índice de refracción

i = ángulo de incidencia

r = ángulo de refracción

c = velocidad de la luz en el vacío $\left[\frac{km}{s}, \frac{m}{s}\right]$

v = velocidad de la luz en el medio $\left[\frac{km}{s}, \frac{m}{s}\right]$

velocidad de la luz en el vacío $= 300\,000\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ o $3\times10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Índice de refracción de algunos medios

Sustancia	Índice de refracción
Vidrio	1.5
Aire	1.003
Alcohol	1.36
Agua	1.33

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es el índice de refracción de un material si en él la velocidad de la luz es de $200\,000\,\frac{km}{s}$?

a) 3.05 b) 2.33 c) 1.66 d) 1.5

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$c = 300\,000\,\frac{km}{s}$ $v = 200\,000\,\frac{km}{s}$ $\eta = ?$	$\eta = \frac{c}{v}$	$\eta = \frac{300\,000\,\frac{km}{s}}{200\,000\,\frac{km}{s}} = 1.5$	$\eta = 1.5$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. ¿Cuál es la velocidad con que la luz se mueve en un medio, si su índice de refracción es de 1.2?

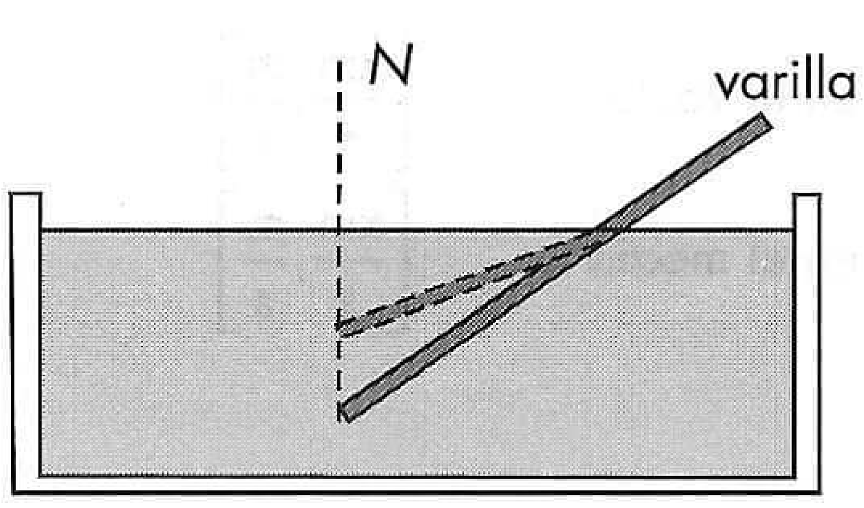
a) $360\,000\,\frac{km}{s}$ b) $200\,000\,\frac{km}{s}$ c) $300\,000\,\frac{km}{s}$ d) $250\,000\,\frac{km}{s}$

Solución:

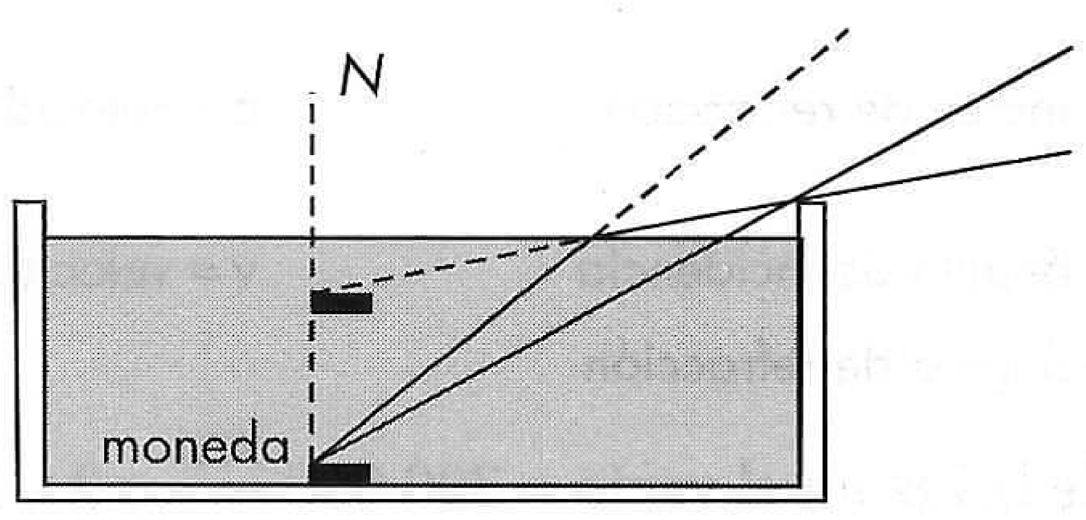
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$c = 300\,000\,\frac{km}{s}$ $\eta = 1.2$ $v = ?$	$\eta = \frac{c}{v}$ Despeje $v = \frac{c}{\eta}$	$v = \frac{300\,000\,\frac{km}{s}}{1.2} = 250\,000\,\frac{km}{s}$	$v = 250\,000\,\frac{km}{s}$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Ejemplos de ilusión óptica debida a la refracción.



Al introducir una parte de una varilla en agua, la parte sumergida parece estar flexionada hacia arriba.



Al dejar caer una moneda en el fondo de un recipiente con agua, la moneda aparenta estar a una profundidad menor.

Espejos planos y esféricos

- Un *espejo* es una superficie lisa y pulida que refleja la luz.
- Una *imagen* es la forma de un cuerpo producida por el cambio de dirección de los rayos luminosos.

▼ Espejos planos

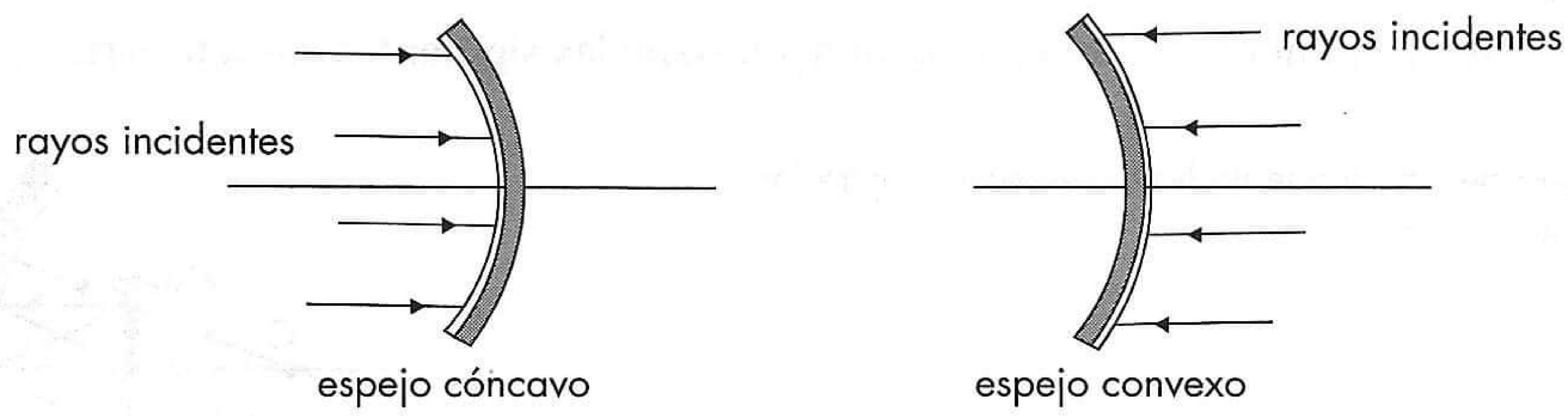
Los *espejos planos* son aquellos cuya superficie reflejante es lisa. En ellos se forman imágenes reales, es decir, de igual tamaño de los objetos, simétricas, porque se encuentran a la misma distancia del espejo, lo que genera la inversión de su lateralidad, lo que significa que conserva la misma orientación que el objeto.

▼ Espejos esféricos

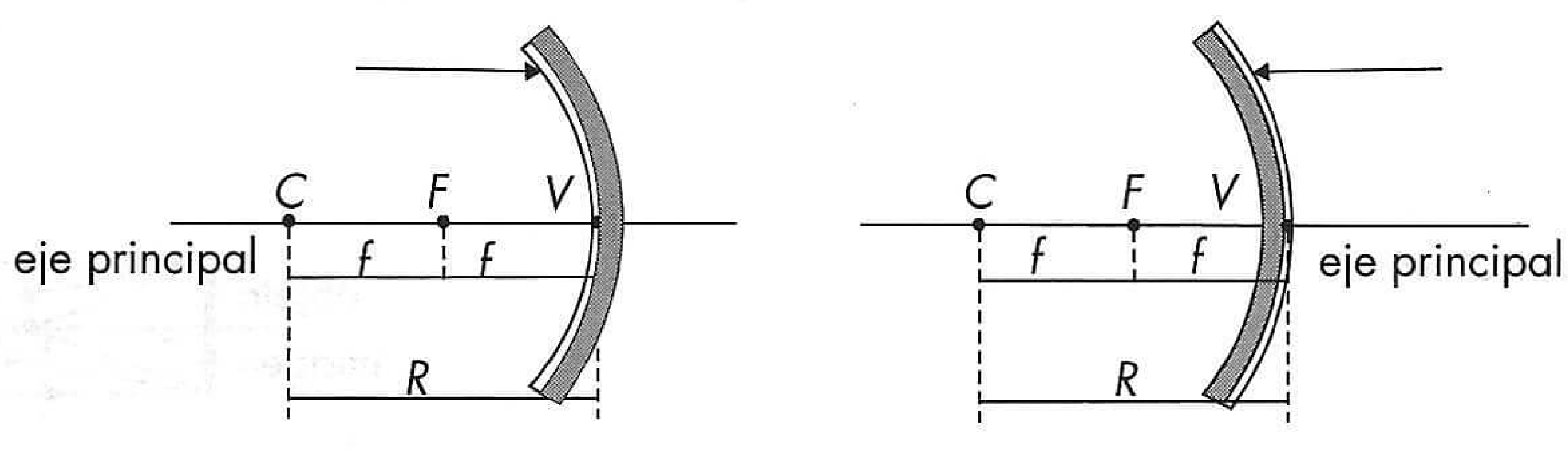
Son casquetes esféricos pulidos por una de sus caras.

➤ Clasificación de los espejos esféricos

- Si la cara pulida es la interna el espejo es cóncavo.
- Si la cara pulida es la externa el espejo es convexo.



Elementos de los espejos esféricos:



Donde:

C = centro de curvatura
V = vértice
R = radio de curvatura
F = foco
f = distancia focal

➤ Espejos esféricos cóncavos

Los rayos notables de los espejos esféricos cóncavos son:

- Si el rayo incidente es paralelo al eje de un espejo esférico, el rayo reflejado pasa por el foco (figura 1).
- Si el rayo incidente pasa por el centro de un espejo esférico, se refleja en sí mismo (figura 2).
- Si el rayo incidente pasa por el foco de un espejo esférico, su reflejo es paralelo a su eje (figura 3).

Figura 1

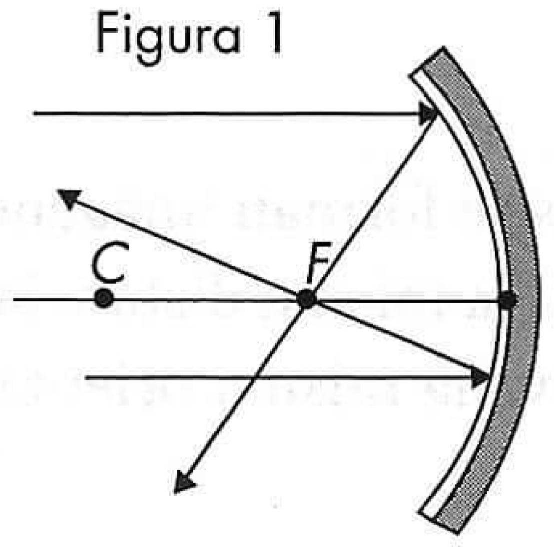


Figura 2

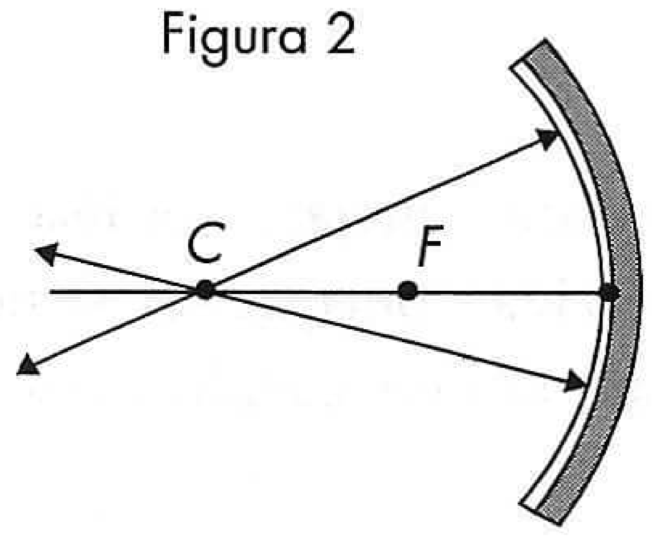
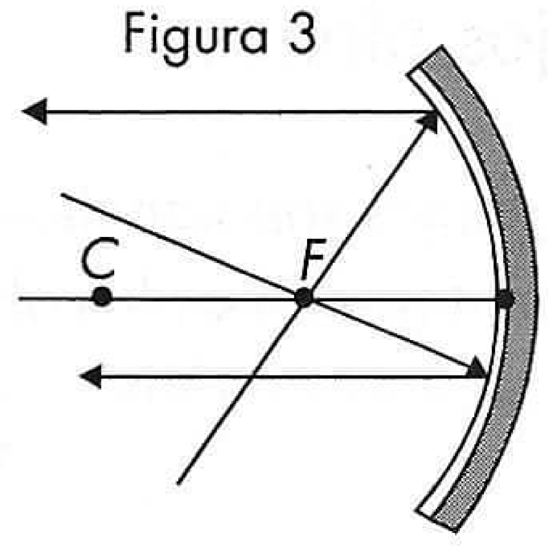


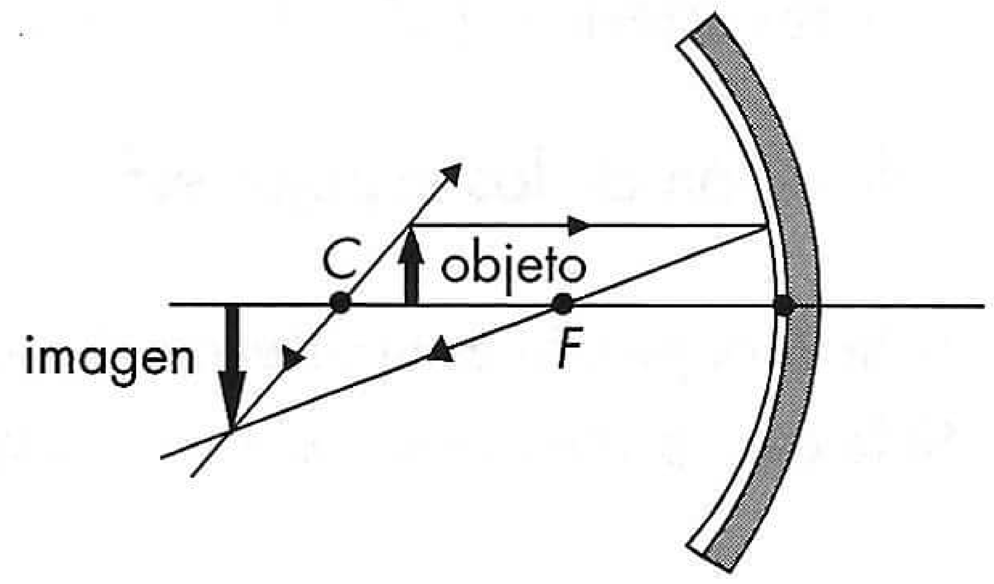
Figura 3



Tipos de imágenes formadas por los espejos esféricos cóncavos

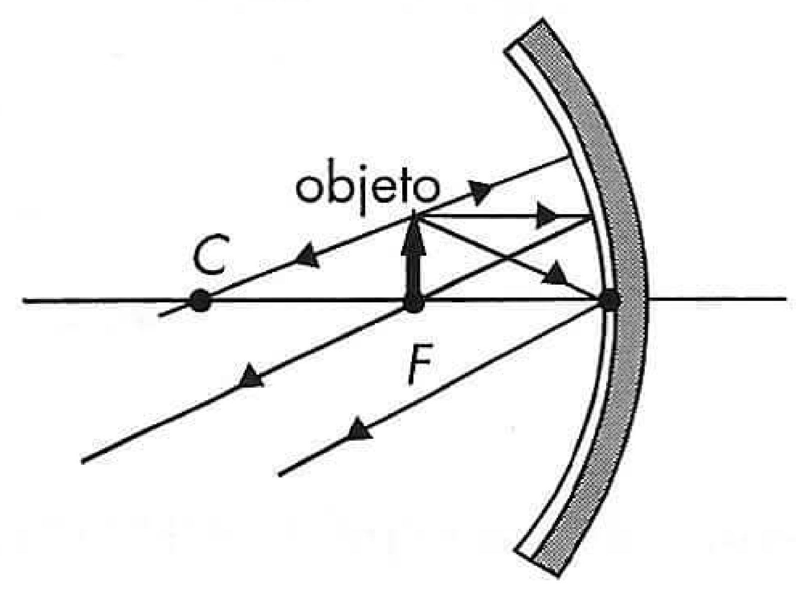
I. Cuando el objeto se encuentra entre el centro y el foco la imagen tiene las siguientes características:

a) Es invertida
b) Es real
c) Es mayor que el objeto
d) Está situada más allá del centro de curvatura



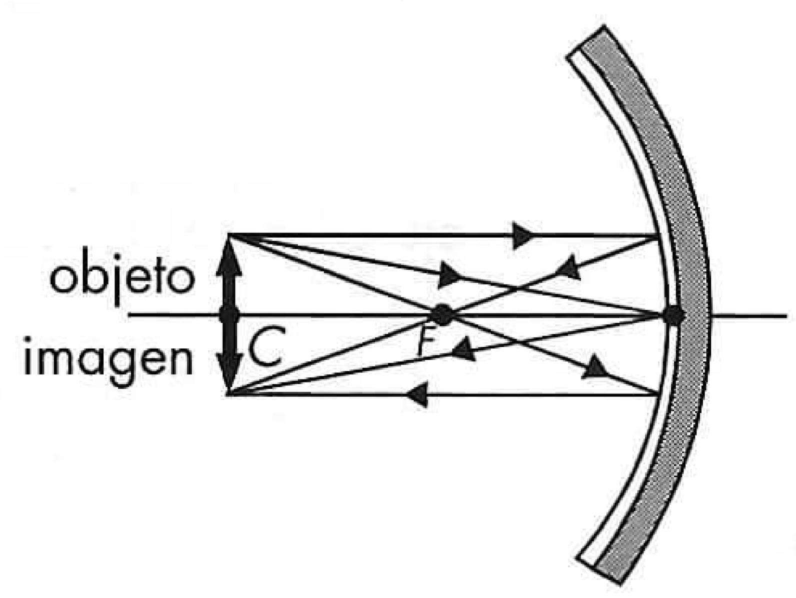
II. Cuando el objeto se encuentra en el foco, la imagen tiene las siguientes características:

a) No existe imagen debido a que no hay intersección entre los rayos que llegan al espejo



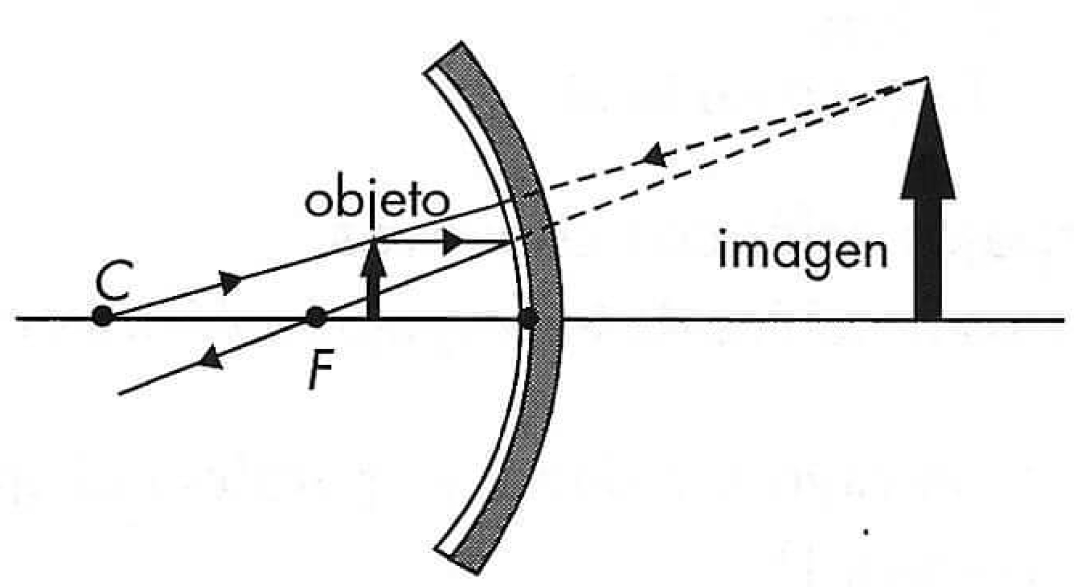
III. Cuando el objeto se encuentra en el centro, la imagen tiene las siguientes características:

a) Es invertida
b) Es real
c) Es igual al objeto
d) Está situada en el mismo centro



IV. Cuando el objeto se encuentra entre el foco y el espejo, la imagen tiene las siguientes características:

a) Es virtual
b) Es de mayor tamaño que el objeto



➤ Espejos esféricos convexos

Los rayos notables de los espejos esféricos convexos son:

- Si el rayo incidente es paralelo al eje de un espejo esférico, se refleja y su prolongación pasa por el foco del espejo (figura 1).
- Si el rayo incidente pasa por el centro de un espejo esférico, se refleja sobre sí mismo (figura 2).
- Si el rayo incidente pasa por el foco de un espejo esférico, se refleja paralelo al eje del espejo (figura 3).

Figura 1

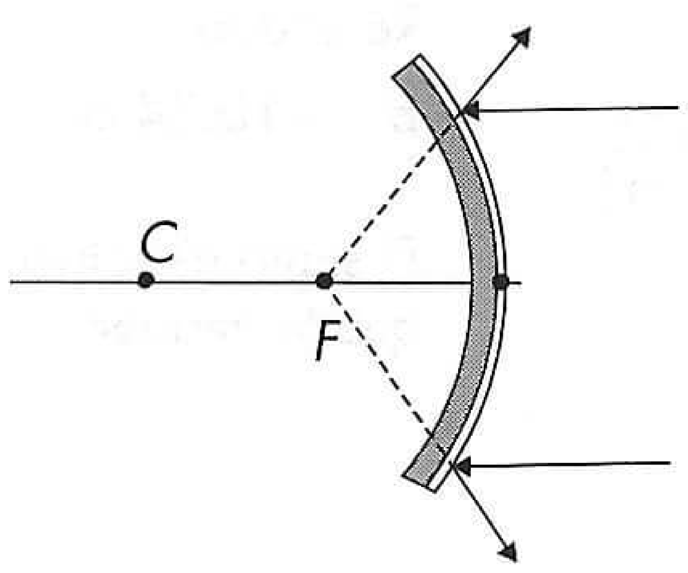


Figura 2

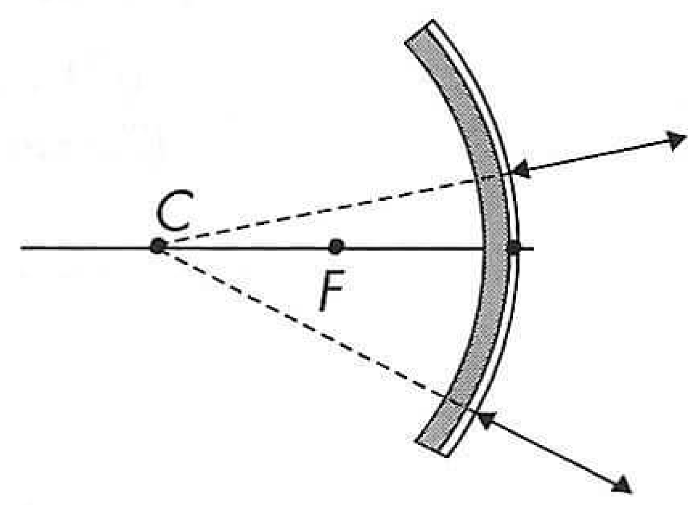


Figura 3

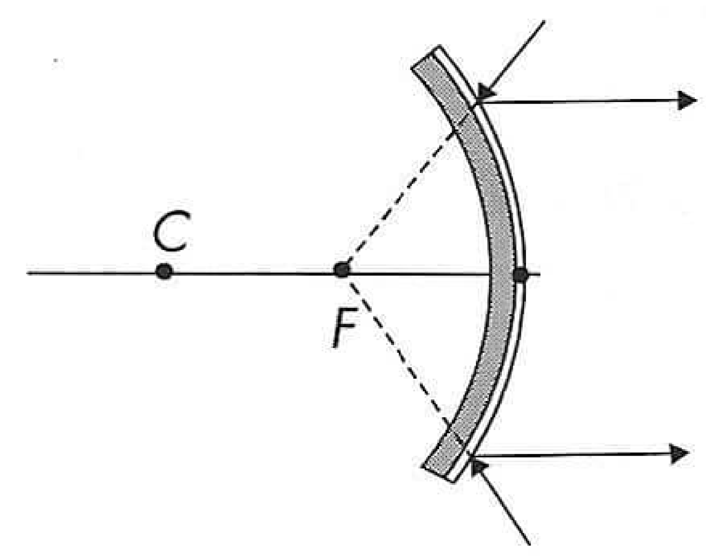
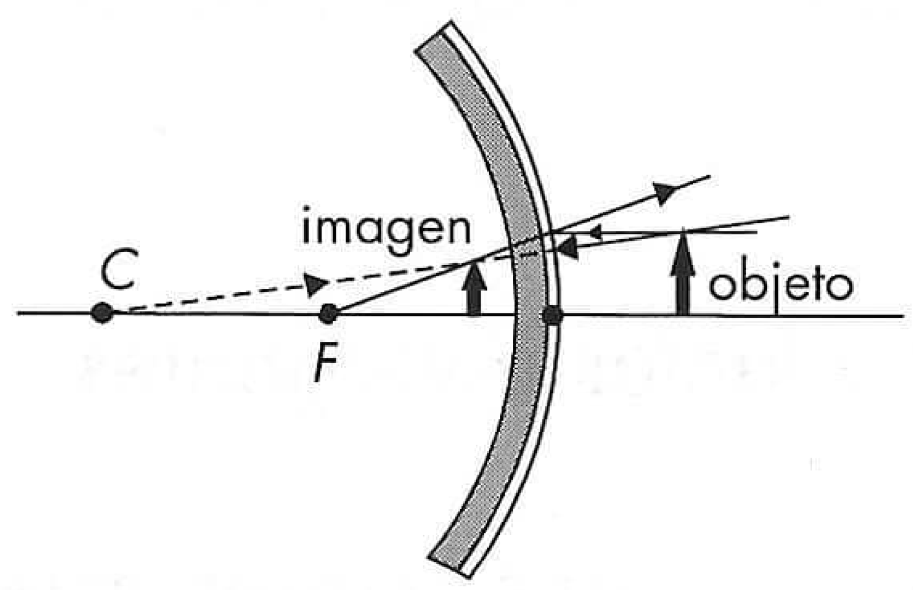


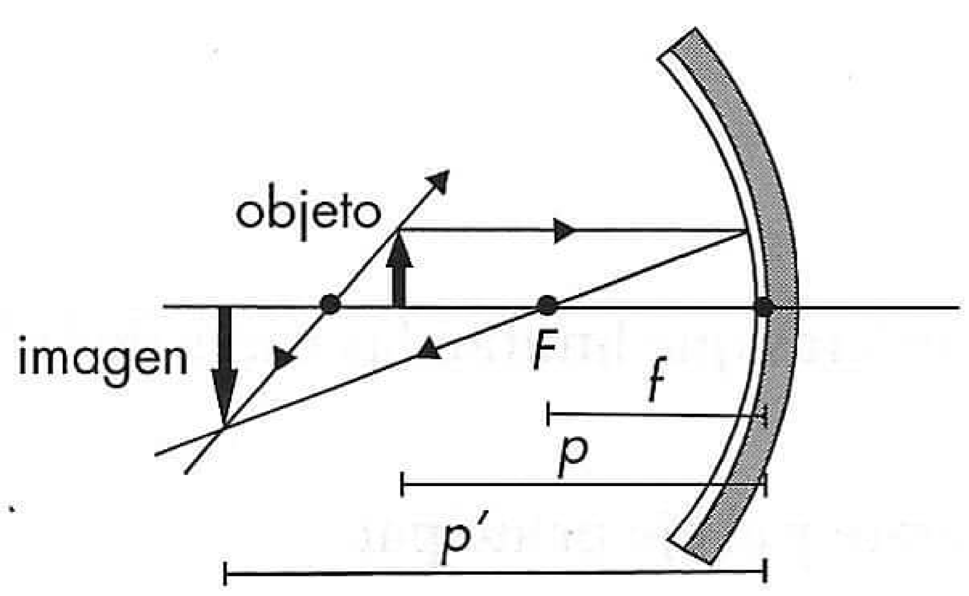
Imagen formada por un espejo esférico convexo:



En los espejos esféricos convexos sólo se forman imágenes virtuales derechas y más pequeñas que el objeto.

➤ Ecuación de los espejos esféricos

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$$



Donde:

f = distancia focal [m, cm]
p = distancia del objeto al espejo [m, cm]
p' = distancia de la imagen al espejo [m, cm]

Donde los signos p', f y p, si los espejos son cóncavos o convexos:

- La distancia p siempre es positiva.
- La distancia p' es negativa si la imagen es virtual y positiva si la imagen es real.
- La distancia f es positiva si el espejo esférico es cóncavo y es negativa si es convexo.

Ejemplo de reactivo

Un objeto se coloca a 70 cm de un espejo convexo de distancia focal igual a 12 cm. ¿Cuál es la distancia a la que se forma la imagen?

a) −20 cm b) 15.73 cm c) −10.24 cm d) 5.4 cm

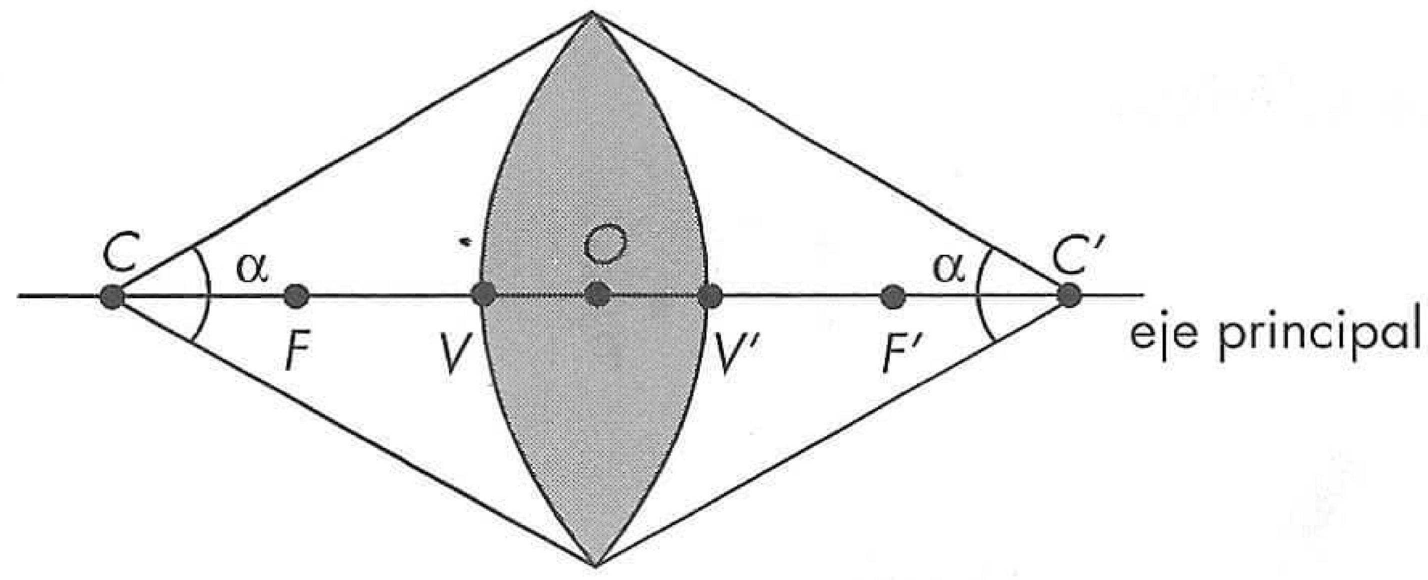
Solución:
La distancia focal del espejo es negativa porque el espejo es convexo.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$f = -12$ cm $p = 70$ cm $p' = ?$	$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ Despeje $p' = \frac{p \cdot f}{p - f}$	$p' = \frac{(70\text{ cm})(-12\text{ cm})}{(70\text{ cm}) - (-12\text{ cm})}$ $p' = -10.24$ cm	$p' = -10.24$ cm El signo negativo indica que la imagen es virtual.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Lentes convergentes y lentes divergentes

Una *lente* es un cuerpo limitado por dos caras esféricas o por una cara plana y otra esférica. Los elementos de una lente son:

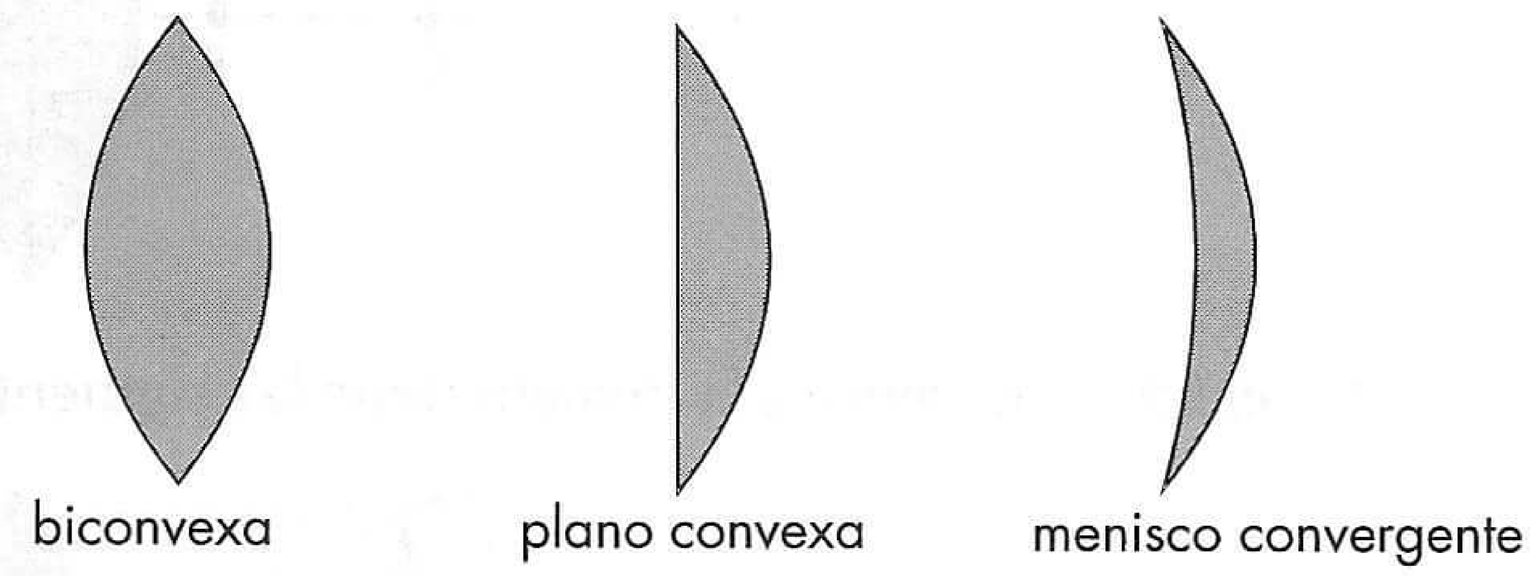


- Centros de curvatura (C, C'): son aquellos centros de las esferas que limitan las caras de la lente.
- Centro óptico (O): centro de la lente.
- Vértices (V, V'): son los puntos de intersección entre la lente y el eje principal.
- Eje principal: es aquella recta que pasa por los centros de curvatura.
- Ángulo de abertura (α) es el ángulo bajo el cual se ve la cara de la lente, desde el centro.
- Foco (F): es el punto que se encuentra entre el centro óptico y el centro de curvatura.

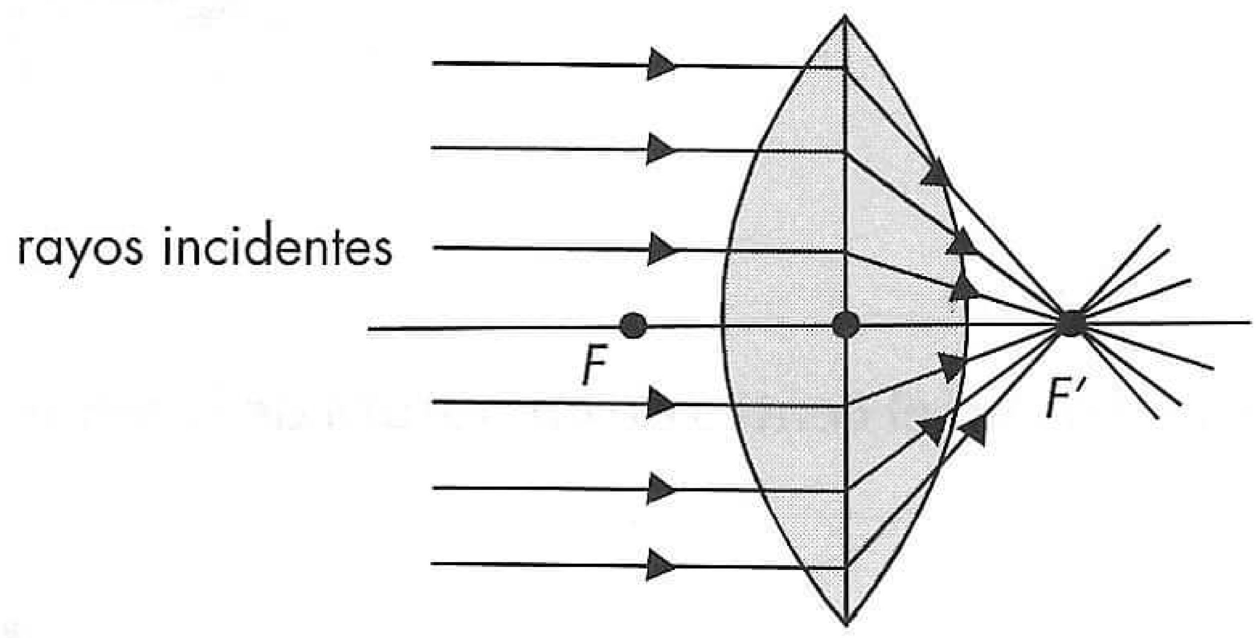
▼ Lentes convergentes

Son aquellas que son más gruesas en el centro, que en los bordes.

Ejemplos

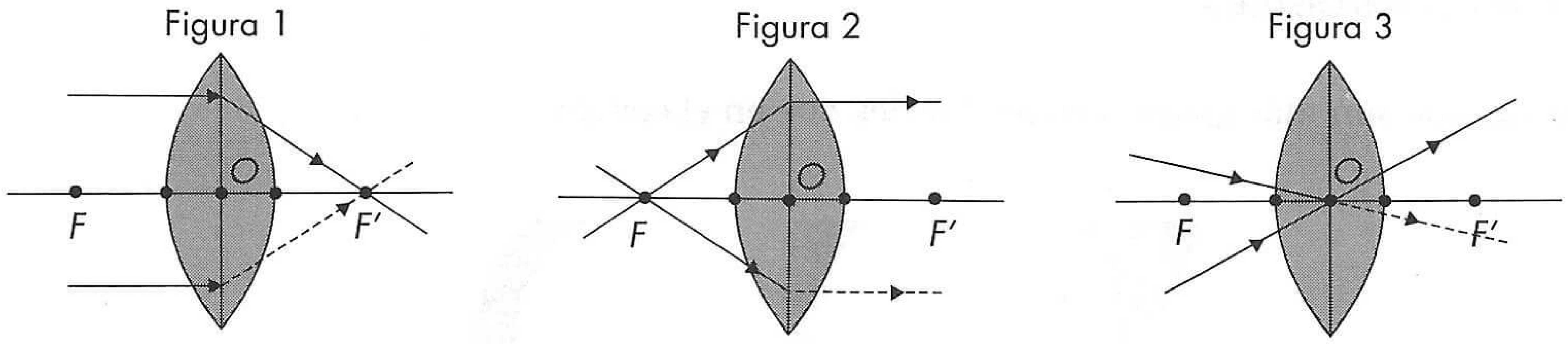


Los rayos que llegan paralelos al eje de una lente convergente se refractan y concurren en el foco.



Los rayos notables de las lentes convergentes son:

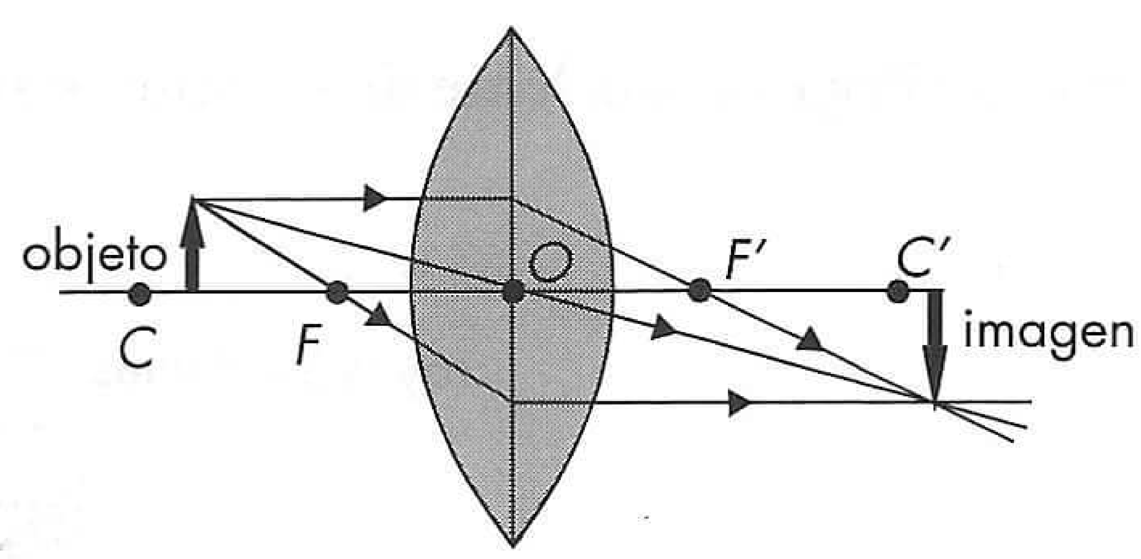
- Si el rayo incidente llega paralelo al eje de una lente, el rayo se refracta y pasa por el foco opuesto (figura 1).
- Si el rayo incidente pasa por el foco de una lente, el rayo se refracta paralelo al eje (figura 2).
- Si el rayo incidente pasa por el centro óptico de una lente, el rayo no cambia su dirección (figura 3).



➤ Tipos de imágenes formadas por las lentes convergentes

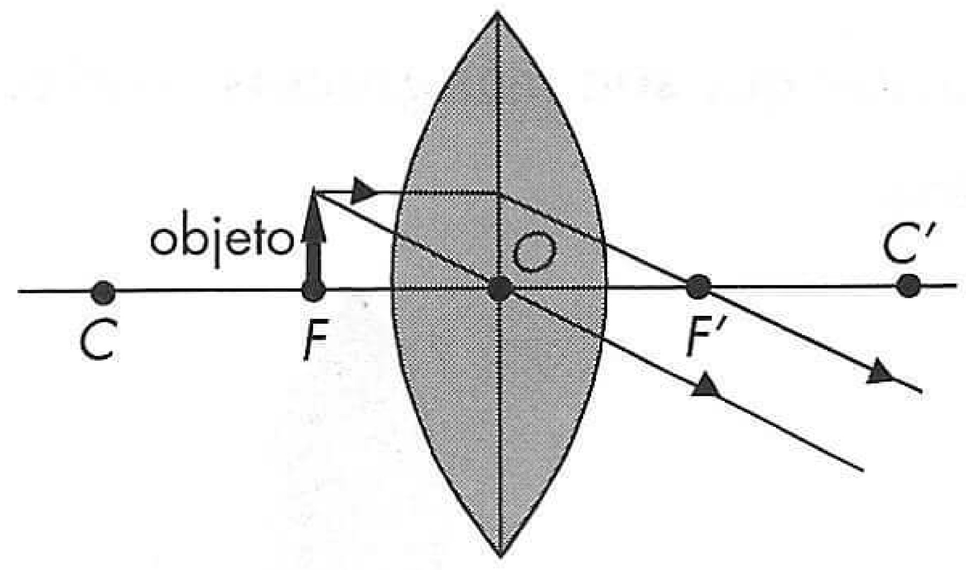
I. Cuando el objeto se encuentra entre el foco y el centro de curvatura, la imagen tiene las siguientes características:

a) Es real
b) Invertida
c) Es mayor que el objeto



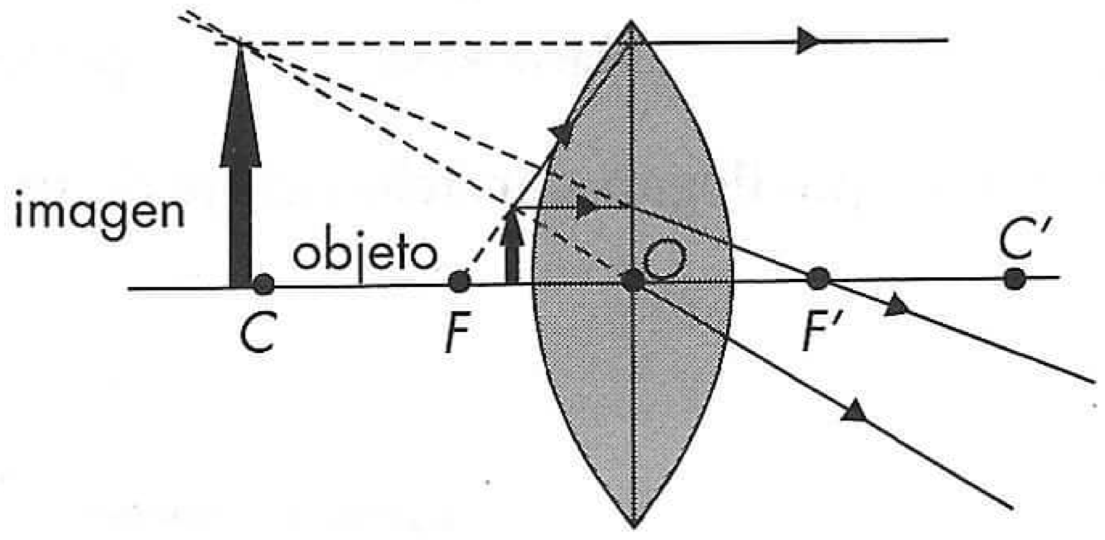
II. Cuando el objeto se encuentra colocado en el foco, la imagen tiene las siguientes características:

a) No hay imagen, ya que todos los rayos emergen paralelos



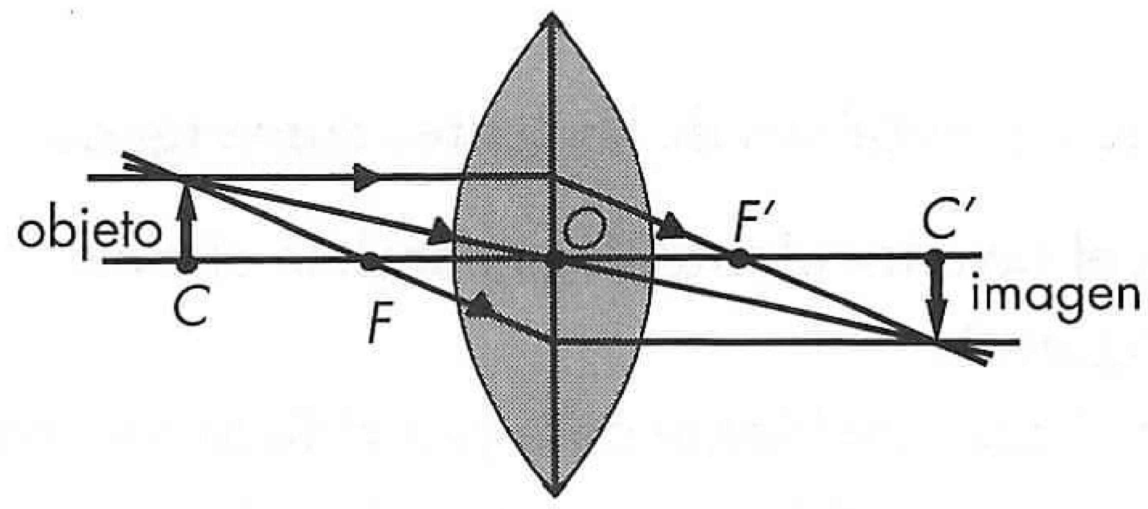
III. Si el objeto se encuentra entre el foco y el centro, la imagen tiene las siguientes características:

a) Es virtual
b) Es derecha
c) Es de mayor tamaño que el objeto
d) Se forma del mismo lado donde está colocado el objeto



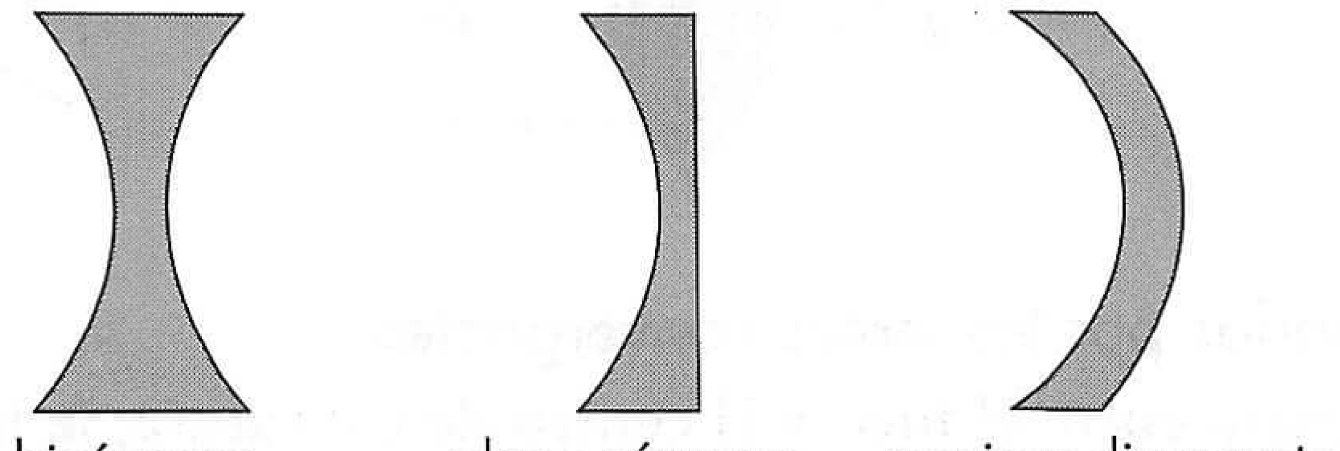
IV. Si el objeto se encuentra colocado en el centro de curvatura de la lente, la imagen tiene las siguientes características:

a) Es real
b) Invertida
c) Es del mismo tamaño que el objeto

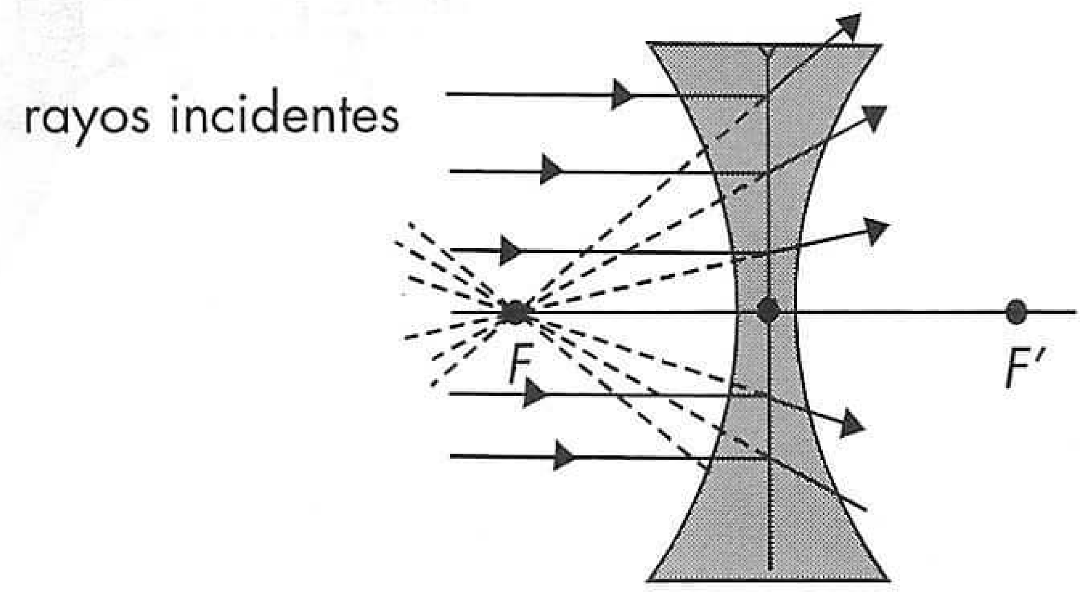


▼ Lentes divergentes

Son aquellas que son más gruesas en los bordes que en el centro.



Los rayos que llegan a una lente divergente se refractan y sus prolongaciones concurren en un foco.



Los rayos notables de las lentes divergentes son:

- Si el rayo incide paralelo al eje de una lente, el rayo se refracta y su prolongación pasa por el foco (figura 1).
- Si el rayo incidente pasa por el foco de una lente, el rayo refractado es paralelo al eje de la lente (figura 2).
- Si el rayo incidente pasa por el centro de una lente, el rayo no cambia su dirección (figura 3).

Figura 1

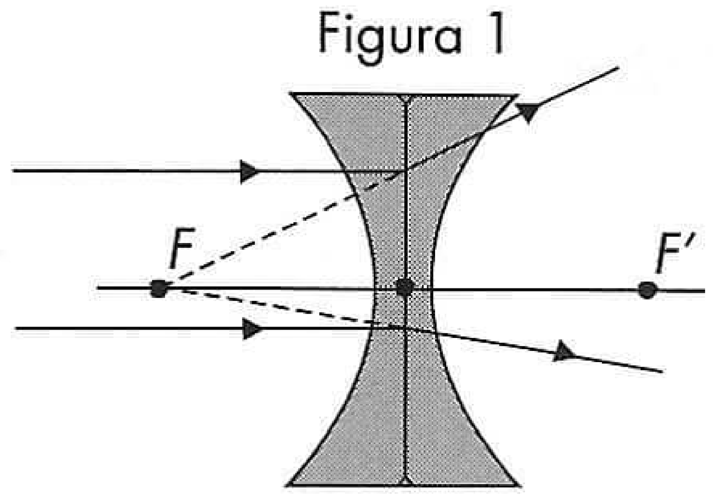


Figura 2

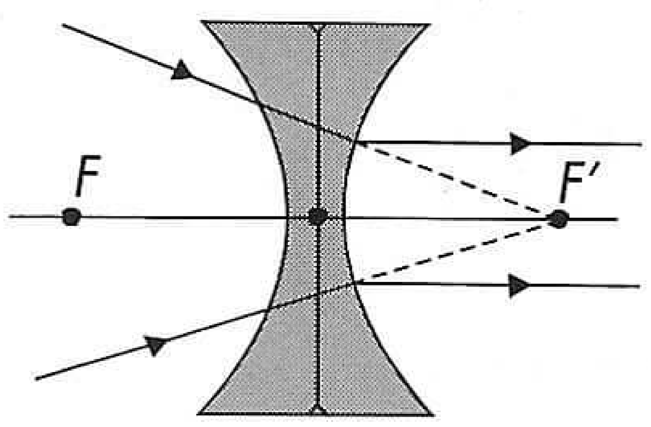
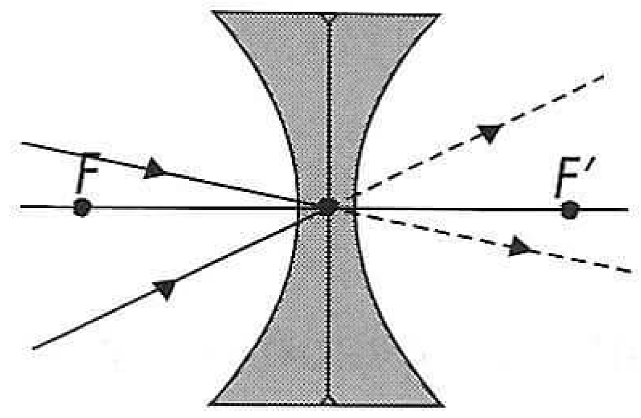


Figura 3



➤ Ecuación de las lentes

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$$

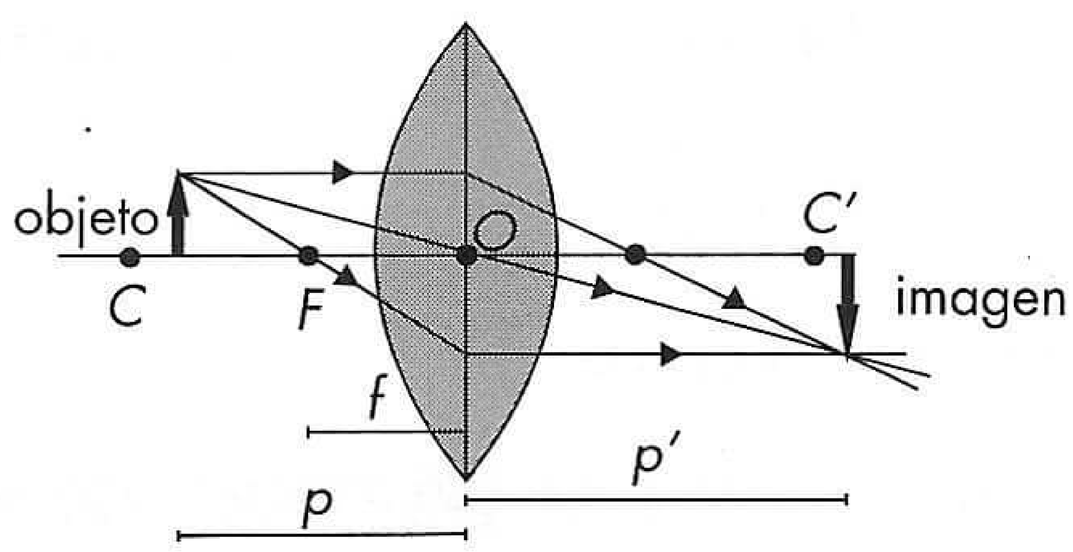
Cuando el foco está entre el objeto y la lente.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}-\frac{1}{p'}$$

Cuando el objeto se encuentra entre la lente y el foco.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}$$

Cuando las lentes son divergentes.



Donde:

f = distancia focal [m, cm]
p = distancia del objeto a la lente [m, cm]
p' = distancia de la imagen a la lente [m, cm]

Ejemplos de reactivos

1. Un objeto se coloca a 40 cm de una lente convergente que tiene una distancia focal de 25 cm. ¿A qué distancia de la lente se forma la imagen?

a) 66.6 cm b) 50 cm c) 30.5 cm d) 25.41 cm

Solución:

Datos
f = 25 cm
p = 40 cm
p' = ?

Fórmula
$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$$

Despeje
$$p'=\frac{p\cdot f}{p-f}$$

Sustitución
$$p'=\frac{(40\text{ cm})(25\text{ cm})}{(40\text{ cm})-(25\text{ cm})}$$

p' = 66.6 cm

Resultado
p' = 66.6 cm

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Un objeto se coloca a una distancia de 5 cm de una lente divergente cuya distancia focal es de 13 cm. ¿A qué distancia de la lente se forma la imagen?

a) 2.75 cm b) 5 cm c) 8.12 cm d) 13 cm

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$f = 13$ cm $p = 5$ cm $p' = ?$	$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}$ Despeje $p' = \frac{f \cdot p}{f - p}$	$p' = \frac{(13\text{ cm})(5\text{ cm})}{(13\text{ cm}) - (5\text{ cm})}$ $p' = 8.12$cm	$p' = 8.12$ cm

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. Un objeto se coloca a 8 cm de una lente divergente que tiene una distancia focal de 11 cm. ¿A qué distancia de la lente se forma la imagen?

a) 6 cm b) 4.6 cm c) 2.8 cm d) 1.05 cm

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$f = 11$ cm $p = 8$ cm $p' = ?$	$\frac{1}{f} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p}$ Despeje $p' = \frac{f \cdot p}{f + p}$	$p' = \frac{(11\text{ cm})(8\text{ cm})}{(11\text{ cm}) + (8\text{ cm})}$ $p' = 4.6$cm	$p' = 4.6$ cm

La respuesta correcta corresponde al inciso b.

La luz. Punto de vista contemporáneo

En la física clásica existen diferencias bien definidas entre onda y partícula. Una *onda* se extiende en el espacio caracterizándose por tener una velocidad definida y masa nula, mientras que una *partícula* tiene una posición definida en el espacio y la masa. A mediados del siglo XVII, surgen dos teorías en torno a la naturaleza de la luz:

Teoría corpuscular. Fue propuesta en 1671 por Isaac Newton, quien estableció que un objeto o cuerpo emisor de la luz produce corpúsculos o partículas luminosas diminutas. Los corpúsculos cruzan el espacio en línea recta describiendo un movimiento rectilíneo uniforme, desplazándose a altas velocidades y chocando con los objetos. Este choque de los corpúsculos con la retina es lo que permite ver directamente los cuerpos luminosos. Cuando los corpúsculos chocan con los objetos opacos se facilita ver éstos por la reflexión de la luz.

Teoría ondulatoria. Fue propuesta por Christian Huygens en 1690, quien argumentaba que la luz es una perturbación en forma de onda mecánica, y al igual que el sonido, ésta se propaga en el espacio en todas direcciones a través de los cuerpos transparentes y del espacio. Los cuerpos transparentes así como el espacio están ocupados por un medio continuo llamado *éter*; el éter es un fluido perfecto que no presenta oposición a su paso ni obstaculiza el movimiento de los cuerpos celestes.

Posteriormente, el físico Thomas Young en 1801, realizó el experimento de la doble rendija, con el cual buscaba comprender la naturaleza de la luz (ondulatoria o corpuscular). El experimento consistió en colocar un par de cajas sobre una mesa. La primera de ellas tenía un agujero de forma circular en uno de sus lados, la segunda tenía un par de agujeros también de forma circular, pero de menor tamaño. Young hizo incidir un haz de luz delante de la caja que tenía el mayor agujero, observando que la luz se propagaba en línea recta y hacia el lado opuesto de la caja al del agujero quedando iluminado por un círculo de luz del mismo tamaño que el agujero, esto se debió a que el tamaño del agujero era más grande que la longitud de onda descrita por el haz de luz, lo cual le permitió propagarse en línea recta sin problema. Después observó que donde se encontraban las dos rendijas de la otra caja, la luz se propagaba en todas direcciones al atravesar los agujeros y la zona iluminada fue mucho mayor que éstos, generando un patrón de interferencias, haciendo que la trayectoria recta se dividiese en múltiples haces de luz más pequeños con direcciones oblicuas a la original, quedando así bien establecida la naturaleza ondulatoria de la luz.

A mediados del siglo XIX, continuaba la duda de si la luz era una onda o material y sin poder explicar su ausencia de masa haciéndola compatible con la reflexión y la refracción. Maxwell fue quien en 1873, demostró teóricamente que los circuitos eléctricos oscilantes radiaban ondas electromagnéticas cuya velocidad era la misma que la de la luz. En 1887, Hertz lograría reproducir estas ondas y demostrar que obedecían a los mismos fenómenos que las ondas luminosas: reflexión, refracción, interferencia, difracción y polarización.

A principios del siglo XX, Max Planck y Albert Einstein, buscaban la explicación de la radiación del cuerpo negro y el efecto fotoeléctrico respectivamente, lo cual les llevó admitir que la luz se comporta como si estuviera formada por corpúsculos o cuantos de energía, los cuales en la actualidad se conocen como fotones. A partir de la teoría electromagnética de la luz, en 1923, Arthur Compton, investigó y demostró el aumento de la longitud de onda de un fotón de rayos X, cuando choca con un electrón libre y pierde parte de su energía. El desplazamiento de la longitud de onda de los fotones no depende de la naturaleza del medio en el que se produce la dispersión, sino únicamente de la masa de la partícula que deflecta el fotón (generalmente electrones) y de la dirección de deflexión; con lo que se asentaron las bases de la mecánica cuántica.

✎ Resuelve los reactivos 1 a 13 correspondientes al ejercicio de esta unidad.

Ejercicios

Resuelve los siguientes reactivos:

1. ¿Cuál es el índice de refracción de un medio en el que la velocidad de la luz alcanza 280 000 $\frac{km}{s}$?

   a) 1.07 b) 1.7 c) 1.3 d) 1.007

2. ¿Cuál es el índice de refracción del alcohol si en él la velocidad de la luz es de 220 000 $\frac{km}{s}$ aproximadamente?

   a) 2.3 b) 1.36 c) 1.036 d) 0.036

3. ¿Cuál es la velocidad de la luz en el agua? (Considera $\eta = 1.3$).

   a) 390 000 $\frac{km}{s}$ b) 249 000 $\frac{km}{s}$ c) 230 769 $\frac{km}{s}$ d) 175 532 $\frac{km}{s}$

4. La relación entre el seno del ángulo incidente y el seno del ángulo de refracción es igual a un valor constante llamado índice de refracción, esto se conoce como:

   a) Ley de Gauss b) Ley de Hooke c) Ley de Kepler d) Ley de Snell

5. Si el medio 1 y el medio 2 cumplen con la relación $\eta_1 > \eta_2$. ¿En qué medio es menor la velocidad de propagación?

   a) no se puede saber b) es igual en los dos medios c) medio 2 d) medio 1

6. Son características del espejo plano:

   a) imagen virtual, inversión lateral y simétrica.
   b) imagen real, inversión lateral, simétrica.
   c) imagen virtual, inferior e invertida.
   d) imagen real, cóncava y simétrica.

7. Un objeto se coloca a 24 cm de un espejo cóncavo de distancia focal igual a 12 cm. ¿Cuál es la distancia a la que se forma la imagen?

   a) 24 cm b) 20 cm c) 15 cm d) 12 cm

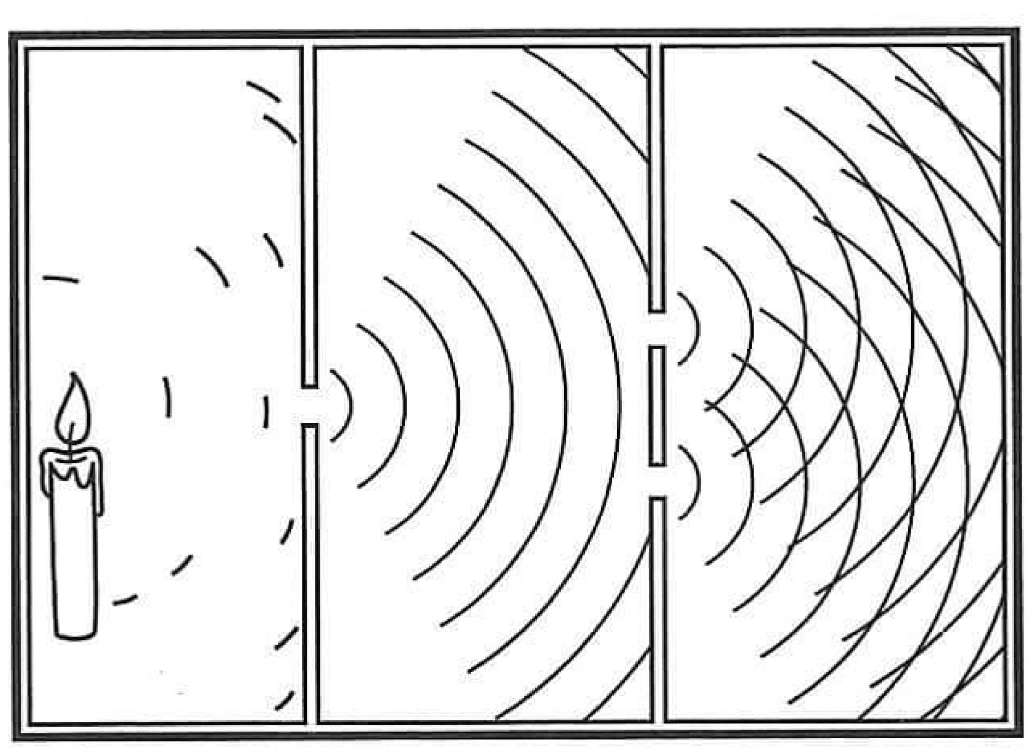
8. Punto donde inciden los rayos de luz en un espejo cóncavo:

   a) eje medio b) foco c) radio d) directriz

9. Un objeto está situado a 32 cm de un espejo cóncavo de 64 cm de radio en su curvatura. ¿A qué distancia del espejo se forma la imagen?

   a) 32 cm b) 6 cm c) no se forma imagen d) −32 cm

10. El experimento de proyectar un haz luminoso y hacerlo pasar por un par de pantallas que tienen una doble rendija, ayudó a Thomas Young a entender el fenómeno:



   a) Corpuscular de la luz.
   b) Magnético de la luz.
   c) Mecánico de la luz.
   d) Ondulatorio de la luz.

11. Actualmente, se dice que la luz tiene un comportamiento dual, ¿por qué razón?
    a) Porque se refleja.
    b) Porque se refracta.
    c) Porque su velocidad es constante.
    d) Porque se comporta como onda y partícula.

12. Selecciona la opción verdadera acerca de las propiedades de la luz.
    a) El efecto Doppler es un fenómeno donde la luz se comporta como partículas.
    b) El efecto corpuscular es un fenómeno de la luz que se comporta como ondas.
    c) El efecto corpuscular es un fenómeno de la luz que se comporta como partícula.
    d) El efecto fotoeléctrico es un fenómeno donde la luz se comporta como partículas.

13. El efecto Compton está basado en la:
    a) Teoría cuántica de la luz.
    b) Teoría cinética de los gases.
    c) Teoría electromagnética de la luz.
    d) Teoría conservatoria en alcohol.

Objetivo: el estudiante aplicará los conceptos teóricos desarrollados en la unidad, para la solución de los problemas propuestos.

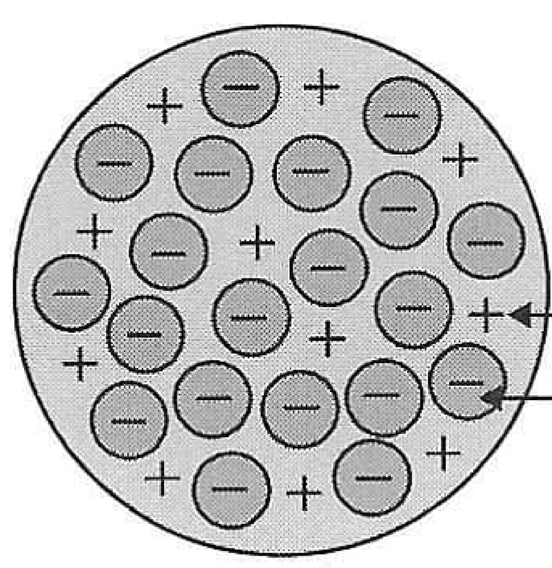
Estructura atómica de la materia

Modelo atómico

Átomo de Thomson

Thomson propuso un átomo esférico sobre cuya superficie se distribuye uniformemente la carga eléctrica positiva, con corpúsculos de electricidad negativa incrustados en la esfera.

Según Thomson todas las cargas positivas de un átomo se encuentran extendidas uniformemente en una esfera de un diámetro de 10^{-8} cm, aproximadamente, con los electrones como partículas menores distribuidas en capas. El átomo de Thomson también fue conocido como el átomo del "budín de pasas".



Experimento de Rutherford

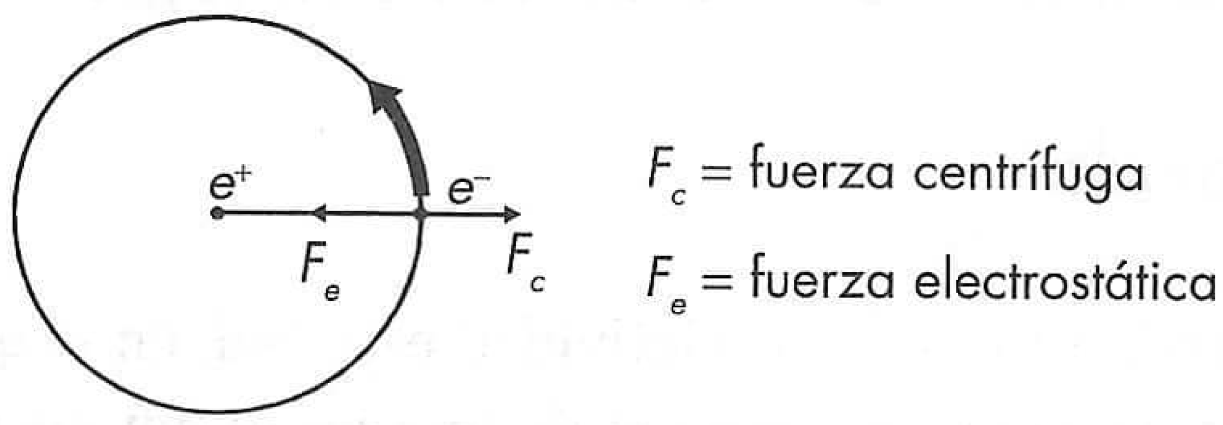
Rutherford y sus colaboradores descubrieron que los rayos Becquerel (hoy conocidos como radiaciones ionizantes o radiaciones nucleares) eran penetrantes y de tres clases, los rayos alfa (α), beta (β) y los rayos gamma (γ) o fotones.

Rutherford demostró que los rayos α eran un átomo de helio doblemente ionizado (átomo al que le faltan dos electrones), los rayos β son electrones ordinarios cuya masa es de $\frac{1}{1840}$ de la masa de un protón o $\frac{1}{7360}$ de la masa de una partícula α y los rayos γ son ondas electromagnéticas de frecuencia ligeramente mayor o igual a la de los rayos X.

▼ Espectroscopia y el modelo atómico de Bohr

Un *espectro* se define como una sucesión de diferentes colores o longitudes de ondas, y los espectros conocidos son los espectros de líneas de emisión, los espectros continuos de absorción y los espectros de rayos de absorción.

En 1913, Niels Bohr propuso la teoría del átomo de hidrógeno. Bohr supuso que el átomo de hidrógeno estaba formado por un núcleo con carga positiva (p^+) y un electrón (e^-) que giran en torno al núcleo en una órbita circular de radio *r*.



Bohr supuso que para mantener al electrón en su órbita la fuerza centrífuga F_c (dirigida hacia fuera), era igual a la fuerza electrostática F (dirigida hacia el centro), de manera que se contrarrestaban.

Física nuclear

▼ El descubrimiento de la radiactividad

La *radiactividad* es la desintegración del núcleo de dos o más átomos. Este fenómeno fue descubierto por Becquerel en el año 1896. Se puede considerar que todos los isótopos de los elementos con número atómico igual o mayor a 84 (el polonio es el primero de ellos) son radiactivos (radiactividad natural) pero que, actualmente, se pueden obtener en el laboratorio isótopos radiactivos de elementos cuyos isótopos naturales son estables (radiactividad artificial).

Becquerel descubrió que el uranio producía cierta cantidad de rayos que podrían cruzar varias placas de papel grueso de color negro, para después imprimir una placa fotográfica colocada detrás del papel.

En 1898 los esposos Curie trataron una tonelada de pechblenda (mineral emisor de energía radiactiva), esperando aislar a la sustancia emisora de los rayos Becquerel, así fue como descubrieron al polonio y posteriormente al radio. El radio es un elemento muy inestable que emite energía radiactiva de forma muy intensa.

▼ Decaimiento radiactivo

Es una secuencia de reacciones nucleares, por la cual un isótopo inestable se va transformando en núcleos de átomos de elementos diferentes hasta convertirse en un isótopo estable como $^{206}_{82}Pb$.

La *vida media* es el tiempo necesario para que una cantidad inicial de un isótopo inestable se reduzca a la mitad.

El decaimiento radiactivo tiene una utilidad si se desea encontrar la antigüedad de restos fósiles, en la datación radiométrica se emplean las proporciones de un isótopo del carbono–14 (^{14}C), esto se debe a que éste decae en forma exponencial, disminuyendo de forma proporcional al número de átomos restantes. Este es el procedimiento que se sigue para determinar la edad de rocas, minerales y restos orgánicos, que contienen carbono de hasta unos 50 000 años.

▼ Detectores de la radiactividad

Para detectar y medir los rayos Becquerel existen varios instrumentos, los más conocidos son la cámara de niebla de Wilson, el tubo contador de Geiger-Mueller, el contador de centelleos y la cámara de ionización.

Fisión y fusión nucleares

La *fisión nuclear* se produce cuando el núcleo de un uranio o plutonio se bombardea con una partícula α o neutrón que incide sobre el átomo y provoca una ruptura en dos fragmentos y rara vez en tres, cada fragmento constituye el núcleo de un elemento más ligero. Los elementos más empleados en la fisión son el uranio ($_{92}U^{235}$) y el plutonio ($_{94}Pu^{239}$).

La *fusión nuclear* se produce cuando núcleos ligeros se combinan a muy altas temperaturas para formar núcleos pesados más estables, lo que produce la emisión de grandes cantidades de energía.

La teoría de la relatividad

Albert Einstein en 1905 publicó la teoría de la relatividad especial, en la que se hace un tratamiento de la física del movimiento de los cuerpos en ausencia de fuerzas gravitatorias, haciendo compatibles las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell con una reformulación de las leyes del movimiento de Newton. Para 1915, Einstein publicó la teoría de la relatividad general, en donde se reemplaza la gravedad de Newton, y sólo coincide con ésta numéricamente para campos gravitatorios débiles y velocidades pequeñas.

Aplicaciones de la radiactividad y de la energía nuclear

Una *aplicación negativa de la radiactividad* es la creación de la bomba atómica o bomba de fisión nuclear, que es un arma devastadora. Después de la Segunda Guerra Mundial los físicos nucleares han construido reactores nucleares para poder explotar de manera positiva, más efectiva y controlada la energía nuclear.

La energía nuclear a través del uso de isótopos inestables también ha sido útil para las investigaciones en biología, bioquímica y medicina, para el tratamiento del cáncer, así como para generar energía eléctrica.

Otras formas de energía

En la unidad 3 se definió a la *energía* como la capacidad de un cuerpo para realizar trabajo y en las siguientes unidades se trataron a las diferentes energías: mecánica (cuerpos en movimiento), térmica (calor), eléctrica (generada por campos eléctricos y corrientes eléctricas), nuclear (fisión y fusión).

Otras formas de energía son:

- Energía química (reacciones químicas).
- Hidráulica (caída de agua almacenada en grandes depósitos).
- Solar (ondas electromagnéticas emitidas por el Sol).
- Eólica (producida por vientos).
- Mareomotriz (producida por mareas).
- Metabólica (producida por organismos vivos y debida a los procesos de oxidación).

✎ Resuelve los reactivos 1 a 10 correspondientes al ejercicio 1 de esta unidad.

Ejercicios

Resuelve los siguientes reactivos:

1. Descubrió que los rayos Becquerel eran penetrantes y de tres clases.
   a) Bohr   b) Thomson   c) Rutherford   d) Newton

2. Propuso un átomo esférico sobre cuya superficie se distribuye uniformemente la carga eléctrica positiva, con corpúsculos de electricidad negativa incrustados en la esfera.
   a) Thomson   b) Bohr   c) Rutherford   d) Newton

3. ¿Cuál es la técnica utilizada para la datación de restos fósiles?
   a) Medición del pH.
   b) El método radiométrico del carbono 14.
   c) Contar el número de anillos marcados en una sección transversal.
   d) Comparar la estructura del fósil con las rocas de las diferentes épocas.

4. Son electrones ordinarios cuya masa es de $\frac{1}{1840}$ de la masa de un protón o $\frac{1}{7360}$ de la masa de una partícula α.
   a) rayos μ b) rayos γ c) rayos α d) rayos β

5. Se define como la desintegración espontánea del núcleo de uno o más átomos. Este fenómeno fue descubierto por Becquerel en el año de 1896.
   a) radiactividad   b) ionización   c) transmutación   d) elasticidad

6. Proceso nuclear que se produce cuando el núcleo de un átomo pesado se bombardea con una partícula α o neutrón que incide sobre el átomo provocando una ruptura en dos fragmentos y rara vez en tres.
   a) decaimiento radiactivo   b) destrucción   c) fisión   d) fusión

7. ¿Quién postuló la teoría de la relatividad?
   a) Niels Bohr   b) Marie Curie   c) Ernest Rutherford   d) Albert Einstein

8. Un ejemplo donde se presenta la fisión nuclear es:
   a) El estallido de una bomba nuclear.
   b) La corriente eléctrica que circula por un conductor.
   c) La fuerza aplicada sobre el émbolo menor de una prensa hidráulica.
   d) El campo magnético generado por una corriente eléctrica que circula por un conductor.

9. Tipo de energía producida por la caída de agua almacenada en grandes depósitos:
   a) Nuclear   b) Solar   c) Química   d) Hidráulica

10. Tipo de energía que no produce contaminantes y que es generada por el viento.
    a) Nuclear   b) Eólica   c) Química   d) Cinética

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1		Unidad 2		Unidad 3	Unidad 4	Unidad 5	Unidad 6		Unidad 7
Ejercicio 1	Ejercicio 4	Ejercicio 1	Ejercicio 6	Ejercicio 1	Ejercicio 1	Ejercicio 1	Ejercicio 1	30. a	Ejercicio 1
1. c	31. d	1. c	28. d	1. b	1. b	1. b	1. b	31. b	1. a
2. d	32. c	2. b	29. c	2. a	2. c	2. a	2. d	32. d	2. c
3. a	33. a	3. a	30. b	3. c	3. a	3. c	3. a	33. b	3. c
4. b	34. d	4. d	31. c	4. b	4. b	4. a	4. b	34. d	4. b
5. b	35. b	Ejercicio 2	Ejercicio 7	5. c	Ejercicio 2	5. a	Ejercicio 2	35. c	5. a
5. b	36. d	5. a	32. c	Ejercicio 2	5. a	6. d	5. c	36. b	6. a
6. d	Ejercicio 5	6. c	33. b	6. d	6. b	7. d	6. d	37. b	7. d
7. c	37. b	7. a	34. d	7. d	7. d	8. a	7. a	Ejercicio 6	8. c
8. b	38. a	8. b	35. b	8. b	8. a	Ejercicio 2	8. c	38. d	9. b
9. c	39. c	Ejercicio 3	36. d	9. c	9. b	9. a	9. d	39. d	10. b
10. b	40. a	9. a	37. a	Ejercicio 3	10. d	10. c	10. b	40. b	11. a
11. d	41. c	10. c	38. d	10. b	11. b	11. d	11. c	41. a	12. d
12. a	42. d	11. a		11. a	Ejercicio 3	12. b	Ejercicio 3	42. c	13. d
13. d		12. a		12. b	12. c		12. a	43. a	14. c
Ejercicio 2		13. b		13. c	13. d		13. d	44. c	15. b
14. b		14. d		Ejercicio 4	14. d		14. a	45. d	16. c
15. a		15. d		14. b	15. c		15. c		17. d
16. c		16. d		15. c	16. a		Ejercicio 4		Ejercicio 2
17. c		17. b		16. d	17. d		16. a		18. a
18. b		18. b		17. a	Ejercicio 4		17. d		19. d
19. a		19. a		Ejercicio 5	18. c		18. d		20. b
20. d		20. b		18. d	19. a		19. c		21. c
21. a		Ejercicio 4		19. b	20. d		Ejercicio 5		22. d
22. a		21. d		20. c	21. b		20. b		23. d
23. d		22. c		21. c	22. d		21. a		24. b
24. c		23. b		22. c	23. a		22. a		25. a
25. b		24. d		23. d	24. b		23. a		26. c
Ejercicio 3		Ejercicio 5		Ejercicio 6	25. a		24. b		27. a
26. c		25. d		24. d	26. c		25. a		28. c
27. b		26. d		25. b			26. d		
28. a		27. a		26. b			27. c		
29. d							28. b		
30. c							29. c		

Unidad 8	Unidad 9								
Ejercicio	Ejercicios								
1. a	1. c								
2. b	2. a								
3. c	3. b								
4. d	4. d								
5. d	5. a								
6. b	6. c								
7. a	7. d								
8. b	8. a								
9. c	9. d								
10. d	10. b								
11. d									
12. c									
13. c									

Bibliografía

ALVARENGA B. y Antonio Máximo (1983). *Física general.* México: Harla.

BRAUN E. (1992). *Física.* México: Fondo de Cultura Económica.

CASTRILLÓN J. y Johannes Bulbulián (1989). *Física.* México: Enseñanza.

CETTO K. Domínguez A., Romilio Tambutti (1991). *El mundo de la física 1.* México: Trillas.

CLARENCE E. Bennett (1999). *Física sin matemáticas.* México: CECSA.

FRANK J. Blatt (1991). *Fundamentos de física.* México: Prentice-Hall.

GONZÁLEZ M., Víctor C. (1989). *Física fundamental.* México: Progreso.

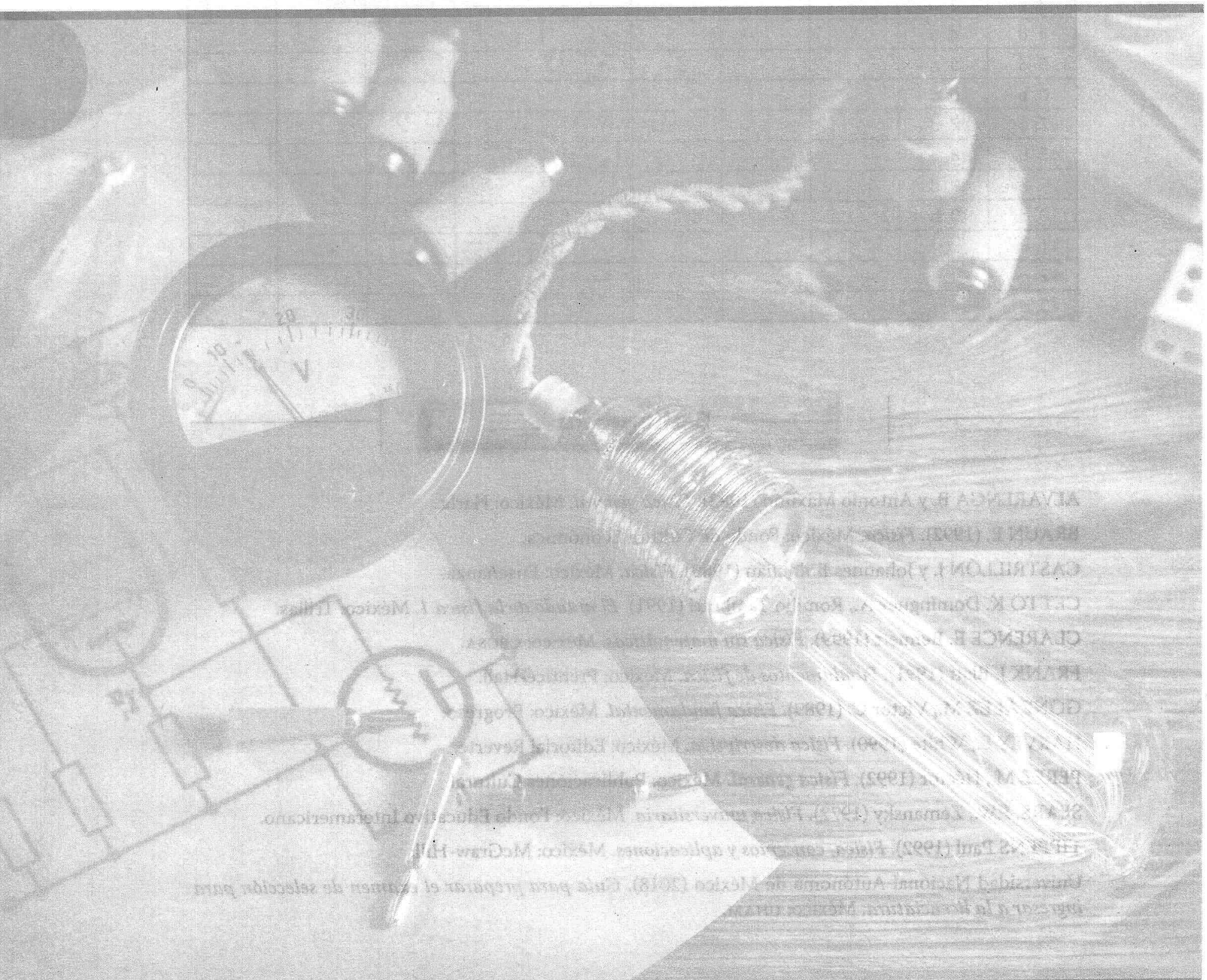
HARVEY E., White (1990). *Física descriptiva.* México: Editorial Reverte.

PÉREZ M., Héctor (1992). *Física general.* México: Publicaciones Cultural.

SEARS, F.W., Zemansky (1972). *Física universitaria.* México: Fondo Educativo Interamericano.

TIPPENS Paul (1992). *Física, conceptos y aplicaciones.* México: McGraw-Hill.

Universidad Nacional Autónoma de México (2018). *Guía para preparar el examen de selección para ingresar a la licenciatura.* México: UNAM.



ALVARENGA B. y Antonio Máximo [illegible]. México: Harla.

BRAUN E. (1992). *Física*. México: Fondo de Cultura Económica.

CASTRILLÓN I. y Johannes [illegible] (19[illegible]). *Física*. México: [illegible].

CETTO K. Domínguez A., Romo [illegible] (1991). *El mundo de la física I*. México: Trillas.

CLARENCE E. [illegible] (19[illegible]). *Física sin matemáticas*. México: [illegible].

FRANK [illegible] *Fundamentos de física*. México: Prentice-Hall.

GONZÁLEZ M., Víctor [illegible] (1989). *Física fundamental*. México: Progreso.

[illegible] (1990). *Física moderna*. México: Editorial Reverté.

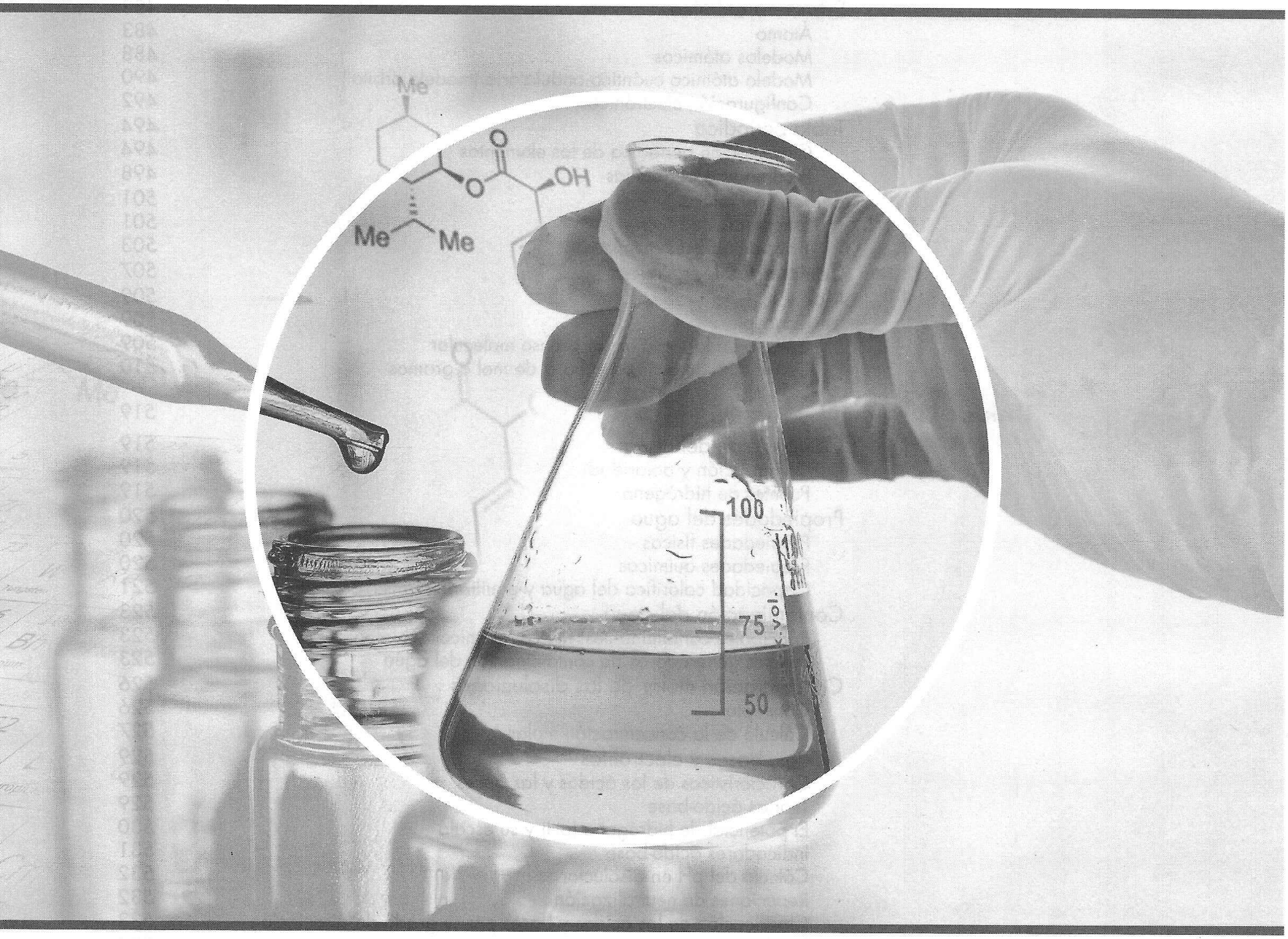
PÉREZ M. [illegible] (1992). *Física general*. México: Publicaciones Cultural.

SEARS [illegible] Zemansky (1973). *Física universitaria*. México: Fondo Educativo Interamericano.

TIPPENS Paul (1992). *Física, conceptos y aplicaciones*. México: McGraw-Hill.

Universidad Nacional Autónoma de México (2018). *Guía para preparar el examen de selección para ingresar a la licenciatura*. México: UNAM.

QUÍMICA



¿Por qué las cosas son como son y no de otra manera?

Johannes Kepler

Porque en cuestiones de ciencia, la autoridad de mil
no vale lo que el humilde razonamiento de un solo individuo.

Galileo Galilei

Contenido

*Estas dos unidades corresponden sólo al área de Ciencias Biológicas y de la Salud.

QUÍMICA

Unidad 1 Temas básicos
Unidad 2 Agua
Unidad 3 Aire
Unidad 4 Energía, equilibrio y cinética química
Unidad 5 Química del carbono

Objetivo: el estudiante identificará los conceptos básicos de química y los elementos en la tabla periódica.

Sustancias químicas

Sustancias puras: elemento y compuesto

Sustancia pura

Es un tipo de materia que tiene composición fija (constante), definida y con propiedades distintivas. Está formada por un solo componente, que puede ser descompuesto con ayuda de métodos químicos.

Existen dos tipos de sustancias puras: elementos y compuestos.

Elemento

Está formado por un solo tipo de sustancia (átomos), la cual no es posible separar en otra más sencilla por métodos físicos ni químicos, sino solamente nucleares.

Un *átomo* es la parte más pequeña que puede existir de un elemento, conservando las propiedades de éste, incluida la capacidad de reaccionar con otros átomos para formar compuestos (Daub, 2005).

Ejemplos

Para los primeros químicos, los elementos más comunes eran el cobre (Cu), la plata (Ag), el oro (Au), el azufre (S), el carbono (C) y el fósforo (P).

Compuesto

Es una sustancia formada por la unión química de dos o más tipos de átomos diferentes (moléculas) con composición fija, que se pueden descomponer en sustancias más simples por medios químicos. Los átomos que conforman un compuesto al reaccionar químicamente pierden sus propiedades físicas y químicas originales y adquieren otras, específicas de la nueva sustancia que se produjo.

Ejemplos

El agua, formada por átomos de hidrógeno y de oxígeno (H_2O); la glucosa, integrada por átomos de carbono, hidrógeno y oxígeno ($C_6H_{12}O_6$); y la sal común, conformada por átomos de sodio y cloro (NaCl).

➤ Molécula

Una *molécula* es la combinación de átomos de uno o varios átomos iguales o diferentes y se considera la partícula más pequeña de una sustancia pura que puede sufrir cambios químicos.

Ejemplos

El dióxido de carbono (CO_2), el ozono (O_3), el cloro (Cl_2), el oxígeno (O_2), el ácido cítrico ($C_6H_8O_7$).

Ejemplos de reactivos

1. Es la unidad más pequeña en la que se puede descomponer una sustancia por métodos químicos:

a) protón b) elemento c) mezcla d) compuesto

Solución:

Los compuestos químicos están formados por un mínimo de dos elementos que han reaccionado entre sí para transformarse en otra sustancia diferente. Los compuestos tienen agrupaciones de átomos de los elementos que los forman; a estas agrupaciones se les llama *moléculas*.

También es posible separar los átomos que forman un compuesto químico, pero en este caso sólo se podrían separar por medio de una reacción química, nunca física, obteniéndose sustancias simples, las cuales son moléculas que tienen una sola clase de átomos, es decir, moléculas de elementos químicos.

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. ¿Cuál de las siguientes sustancias es un compuesto?

a) O_2 b) Cl_2 c) CO d) Br_2

Solución:

Los compuestos químicos están formados por un mínimo de dos elementos. En este caso, el CO (monóxido de carbono) está formado por un átomo de carbono y uno de oxígeno.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

3. El ________ es un compuesto.

a) amoniaco b) antimonio c) aire d) humo

Solución:

La respuesta correcta es el inciso a, debido a que el amoniaco es un compuesto cuya fórmula es NH_3, es decir, está formado por un átomo de nitrógeno y tres átomos de hidrógeno.

▼ Mezclas

➤ Concepto

La mayoría de los materiales no pueden clasificarse como sustancias puras, pues contienen cierto número de sustancias más o menos unidas entre sí. Una mezcla no tiene un conjunto único de propiedades, sino que posee las de los materiales de los cuales está compuesta.

Las mezclas difieren de las sustancias puras por lo siguiente:

- Sus componentes (solvente y soluto) se unen físicamente, por lo que conservan sus propiedades físicas y químicas originales.
- Las partículas de los componentes se mantienen unidas por fuerzas de cohesión.
- Sus componentes pueden variar en cantidad, tanto en masa como en volumen.
- Las propiedades de las mezclas son variables, pues dependen de su composición.
- Los componentes se pueden separar físicamente (evaporación, destilación, sublimación...) o por métodos mecánicos (tamizado, magnetización, etcétera).

Las mezclas están formadas por dos o más sustancias que reciben el nombre de *solvente* y *soluto*. El solvente (también llamado *disolvente*) es la sustancia en la que se disuelve el soluto formando así una solución, por lo general está presente en mayor cantidad que este último. El soluto es la sustancia disuelta y se presenta en menor cantidad en la solución.

➤ Clasificación de las mezclas

Las mezclas se pueden clasificar

- a) Según la la visibilidad de sus componentes
  1. Homogéneas
  2. Heterogéneas
- b) De acuerdo con el el tamaño de las partículas del soluto
  1. Soluciones
  2. Coloides
  3. Suspensiones
- c) Por la cantidad de soluto disuelto
  1. Diluidas
  2. Concentradas
  3. Saturadas
  4. Sobresaturadas

Mezclas homogéneas y heterogéneas

Las mezclas forman *sistemas* y a cada sustancia que las constituye se le llama **fase**.

Si en una mezcla se distingue a simple vista la separación de sus fases porque sus componentes no están incorporados uniformemente, es decir, si la composición de una zona (o fase) difiere de la composición de otra, se trata de una **mezcla heterogénea**. Si, por el contrario, no se distingue separación alguna de sus fases, debido a que los componentes se han integrado de manera uniforme, se trata de una **mezcla homogénea**.

Ejemplos

Mezclas heterogéneas: huevos revueltos con jamón, pizza hawaiana, tiradero de basura, aderezo italiano para ensaladas.
Mezclas homogéneas: gasolina, latón, enjuague bucal, solución salina, cerveza, vino, aire.

➤ Soluciones, coloides y suspensiones

Soluciones

Una solución, también llamada *disolución*, es un sistema monofásico (de una sola fase) con dos o más componentes. A la sustancia que se encuentra en mayor cantidad en una solución se le llama *fase dispersora* (solvente o disolvente) y a la que está en menor cantidad se le conoce como *fase dispersa* (soluto o disoluto).

Las soluciones son transparentes, ya sea incoloras o coloridas. Sus fases no se pueden separar por filtración —el tamaño de la partícula de un soluto fluctúa entre 0.1 y 1 nm (nanómetro)—, sus partículas se encuentran en constante movimiento y no se sedimentan.

Ejemplos

Aleaciones, amalgamas, aire en acero, agua de mar, alcohol de 96°, bebida gaseosa, humo, aire atmosférico.

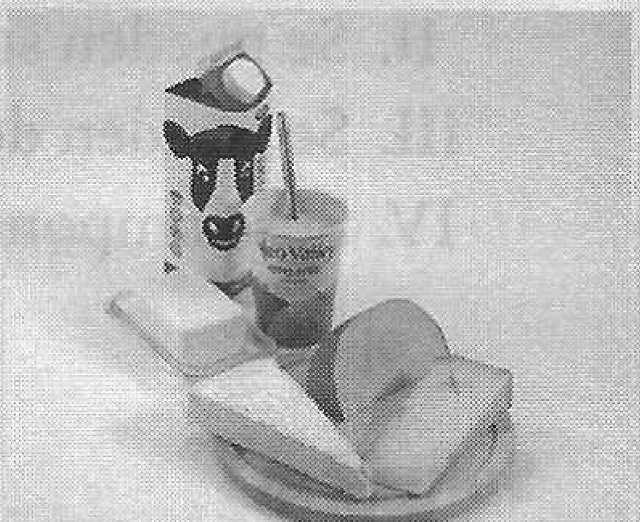


Coloides

Son mezclas con una consistencia entre la de una solución y una suspensión debido al tamaño de la partícula de su soluto (de 1 a 100 nm). Se caracterizan porque sus partículas permanecen dispersas en todo el medio, no se sedimentan y son translúcidas; además, sus fases no pueden ser separadas por filtración y provocan un fenómeno muy particular de dispersión de la luz llamado **efecto Tyndall.**

Ejemplos

Espuma de afeitar, aerosoles, niebla, crema humectante para la piel, gelatina, queso, leche, helado, mayonesa, sangre, pintura para casas.



Suspensiones

Son una mezcla heterogénea formada por partículas de tamaño suficientemente grande (mayores a 100 nm) como para ser observadas a simple vista. Tales partículas se encuentran suspendidas por un tiempo en el disolvente y, cuando están en reposo, la gravedad las afecta y provoca que se precipiten al fondo del recipiente que contiene la mezcla. Se pueden separar por filtración o decantación y no permiten el libre paso de la luz.

Ejemplos

Muchos medicamentos se encuentran en forma de suspensiones (penicilina en suspensión, para ser inyectada; suspensión de caolín en polvo, como antidiarreico; suspensión antiácida, como el hidróxido de magnesio e hidróxido de aluminio, etc.), jugos de fruta, pinturas vinílicas.



➤ Diluidas, concentradas, saturadas y sobresaturadas

Diluidas

En éstas se observan más las propiedades del solvente que las del soluto debido a que este último se encuentra en cantidad muy pequeña. Son disoluciones de concentración relativamente baja.

Concentradas

Son disoluciones de concentración más o menos alta de soluto en comparación con el solvente, son aquellas en las que hay bastante cantidad de soluto disuelto, pero el solvente todavía puede seguir admitiendo más soluto. Un ejemplo podría ser el agua de mar: contiene una gran cantidad de sal disuelta, pero todavía sería posible disolver más cantidad de sal.

Saturadas

Contienen la máxima cantidad de soluto que se puede disolver a una temperatura y presión estándar.

Sobresaturadas

Contienen más soluto que las disoluciones saturadas, estas soluciones pueden solubilizar al soluto mediante el aumento de temperatura o por presión.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuáles de las siguientes son características de una mezcla?

I. Tienen composición química fija.
II. Se pueden separar por métodos físicos.
III. Se pueden descomponer por medios químicos en sustancias más simples.
IV. Sus componentes conservan sus propiedades originales.

a) I, III b) I, IV c) II, III d) II, IV

Solución:
Las mezclas son combinaciones físicas de dos o más sustancias que conservan sus propiedades específicas, además sus componentes se pueden encontrar en proporciones variables y para separar éstos se utilizan métodos físicos o mecánicos.

Por lo anterior, la respuesta correcta es el inciso d.

2. ¿Cuál de las siguientes no es una de las características de una mezcla homogénea?

a) Forman una sola fase.
b) Se pueden observar a simple vista sus componentes.
c) El tamaño de la partícula no es visible a simple vista.
d) No se pueden observar a simple vista sus componentes.

Solución:
Las mezclas homogéneas se caracterizan porque sus componentes forman una sola fase, es decir, sus componentes no se pueden observar a simple vista y en toda su estructura presentan las mismas propiedades.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

3. Al igual que el aire, el petróleo es una mezcla de tipo:

a) homogénea b) heterogénea c) dispersa d) dicomponente

Solución:
Tanto el aire como el petróleo están formados por diferentes componentes que no se pueden observar a simple vista formando una sola fase, por ello son considerados como mezclas homogéneas.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

4. Cuando el soluto se encuentra en la máxima cantidad que se puede disolver a cierta temperatura, se considera que la solución se encuentra:

a) diluida b) concentrada c) saturada d) sobresaturada

Solución:
Las mezclas se clasifican por la cantidad de soluto disuelto en el solvente. Cuando se agrega soluto hasta el límite, es decir, cuando ya no puede disolverse más, se dice que se formó una mezcla saturada.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

➤ Concentración de las mezclas

En términos cuantitativos (o valorativos), la concentración de la disolución puede expresarse así:

Porcentaje masa-masa (% m/m): el porcentaje se calcula a partir de la masa de soluto en gramos (g), dividido por la masa de la disolución en gramos (g). Es la masa del soluto contenido en cien unidades en masa de disolución; se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$\%m/m = \frac{\text{masa del soluto}}{\text{masa de la disolución}} \times 100$$

Masa de la disolución = masa del soluto + masa del solvente

Ejemplo

Si para preparar una aleación de cobre-zinc, se combinan 50 g de cobre y 67 g de zinc. ¿Cuál es la concentración porcentual de la aleación para el cobre?

$$\%m/m = \frac{50 \text{ g de cobre}}{117 \text{ g de disolución}} \times 100 = 42.73\% \text{ de cobre}$$

Porcentaje volumen-volumen (% v/v): el porcentaje se calcula a partir del volumen de soluto en mililitros (ml), dividido por el volumen de la disolución también en mililitros (ml). Es el volumen del soluto contenido en cien unidades en volumen de disolución; se expresa mediante esta fórmula:

$$\%v/v = \frac{\text{volumen del soluto}}{\text{volumen de la disolución}} \times 100$$

Volumen de la disolución = volumen del soluto + volumen del solvente

Ejemplo

Si en una botella de licor de 500 ml se lee en la etiqueta que se encuentra al 34% en volumen de alcohol, ¿qué cantidad (en volumen) se tiene de alcohol en la botella?

Despejando el volumen del soluto en la fórmula, se obtiene:

$$\text{volumen soluto} = \frac{(\%v/v)(\text{volumen de la disolución})}{100} = \frac{34\% \ (500 \text{ ml})}{100} = 170 \text{ ml de alcohol}$$

Porcentaje masa-volumen (% m/v): el porcentaje se calcula a partir del peso del soluto en gramos (g), dividido por el volumen de la disolución en mililitros (ml).

$$\%m/v = \frac{\text{masa del soluto}}{\text{volumen de la disolución}} \times 100$$

Ejemplo

Si en un volumen de 500 ml de agua se mezclaron 75 g de sal, para preparar una solución salina, ¿cuál es el porcentaje en masa-volumen de la disolución?

$$\%m/v = \frac{75 \text{ g de sal}}{500 \text{ ml}} \times 100 = 15\%$$

Ejemplos de reactivos

1. Una botella de brandy de 946 ml tiene una concentración de 38% en volumen de alcohol. Los mililitros de alcohol presentes en la botella son:

a) 24.84 b) 38.00 c) 359.48 d) 586.52

Solución:

Datos

volumen solución = 946 ml

%v = 38%

volumen soluto = ?

Fórmula

$$\%v/v = \frac{\text{volumen del soluto}}{\text{volumen de la disolución}} \times 100$$

Despeje

$$\text{volumen del soluto} = \frac{(\%v/v)(\text{volumen de la disolución})}{100}$$

Sustitución

$$\text{volumen del soluto} = \frac{(38\%)(946 \text{ ml})}{100}$$

Resultado:

Volumen de soluto = 359.48 ml

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

2. El vinagre es una disolución de ácido acético en agua. Al preparar 750 ml de un vinagre se utilizaron 37.5 ml de ácido acético. Determinar el porcentaje en volumen de ácido acético.

a) 5% b) 15% c) 25% d) 35%

Solución:

Datos

volumen solución = 750 ml

$\% \, v_{soluto} = ?$

volumen soluto = 37.5 ml

Fórmula

$$\%v/v = \frac{\text{volumen del soluto}}{\text{volumen de la disolución}} \times 100$$

Sustitución

$$\%v/v = \frac{37.5 \text{ ml}}{750 \text{ ml}} \times 100$$

Resultado:

$\% \, v_{soluto} = 5\%$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

3. Algunos refrescos contienen 11%, en masa, de azúcar. Determinar cuántos gramos contendrá una botella de refresco de Cola con 600 gramos.

a) 26 g b) 36 g c) 56 g d) 66 g

Solución:

Datos

masa solución = 600 g

$\%m_{soluto} = 11\%$

masa soluto = ?

Fórmula

$$\%m/m = \frac{\text{masa del soluto}}{\text{masa de la solución}} \times 100$$

Despeje

$$\text{masa del soluto} = \frac{(\text{masa de la disolución})(\%m/m)}{100} \times 100$$

Sustitución

$$\text{masa del soluto} = \frac{(600\ \text{g})(11\%)}{100}$$

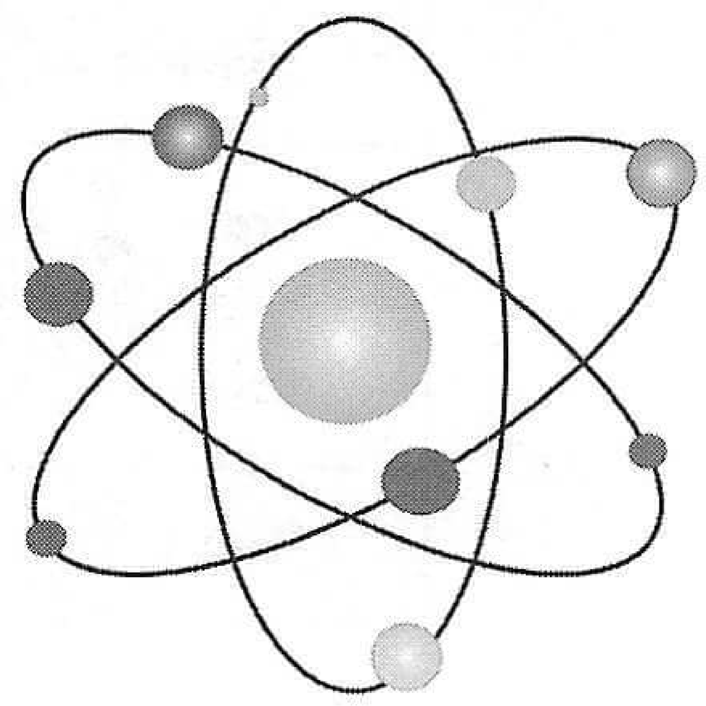
Resultado:

$m_{soluto} = 66$ g

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Estructura atómica

Átomo



La palabra *átomo* (del griego *a*, 'no', y *tomos*, 'cortar') significa "sin división" o "indivisible"; ésta proviene de los estudios realizados por Leucipo y Demócrito en el siglo V a. C., sobre la constitución de la materia. En la actualidad, un **átomo** es considerado la partícula más pequeña de un elemento, que conserva sus propiedades.

Alrededor de 1900, después de un sinfín de estudios sobre el átomo, ya había suficientes indicios de que éste contenía partículas subatómicas pequeñas, siendo las principales **el electrón, el protón** y **el neutrón**.

Partícula	Símbolo	Ubicación	Descubierta por	Año	Carga eléctrica	Masa relativa (uma)	Masa (g)
Electrón	e^-	girando en órbitas alrededor del núcleo	Thomson	1897	−1	$\frac{1}{1837}$	9.10953×10^{-28}
Protón	p^+	núcleo	Rutherford	1920	+1	1	1.67265×10^{-24}
Neutrón	$n^{\pm}$	núcleo	Chadwick	1932	0	1	1.67265×10^{-24}

Número de masa (A)

La masa de un átomo está determinada por la suma de sus protones y neutrones, debido a que la masa del electrón es despreciable en comparación con las otras dos partículas, y se determina así:

$$\text{número de masa} = \text{número de protones} + \text{número de neutrones}$$

➤ Número atómico (Z)

Dado que todos los átomos de un elemento en particular tienen el mismo número de protones, el número atómico de un elemento es igual al número de protones que hay en el núcleo de cada átomo de dicho elemento.

Si el átomo es neutro en términos de carga eléctrica, tendrá el mismo número de protones que de electrones.

➤ Número de neutrones

Debido a que el número de masa es la suma de protones y de neutrones, para calcular estos últimos se utiliza la siguiente fórmula:

$$\text{número de neutrones} = \text{número de masa} - \text{número de protones}$$
$$\text{número de neutrones} = \text{número de masa} - \text{número atómico}$$
$$\text{número de neutrones} = A - Z$$

➤ Cálculo de las partículas subatómicas

Tomando como referencia las características de los átomos (número atómico y número de masa), se puede calcular cada una de las partículas que tiene en su interior.

Ejemplos

Elemento	Protones	Electrones	Neutrones
aluminio = $^{27}_{13}Al$	13	13	14
oro = $^{197}_{79}Au$	79	79	118
cobre = $^{64}_{29}Cu$	29	29	35
flúor = $^{19}_{9}F$	9	9	10

➤ Ion

Si un átomo recibe suficiente energía, se le puede quitar o donar uno o más de sus electrones. A este fenómeno se le conoce como *ionización*; de esta forma se crea un ion.

Un *ion* es un átomo con carga eléctrica: si pierde electrones, entonces queda cargado positivamente y se forma un catión (+); por el contrario, si gana electrones se carga negativamente y forma un anión (–).

Ejemplos

Elemento	Catión/anión		Protones	Electrones	Neutrones
ion aluminio = Al^{+3}	catión	perdió 3 electrones	13	10	14
ion oro = Au^{+1}	catión	perdió 1 electrón	79	78	118
cobre = Cu^{+2}	catión	perdió 2 electrones	29	27	35
flúor = F^{-1}	anión	ganó 1 electrón	9	10	10

Ejemplos de reactivos

1. Es el número de protones y neutrones que contiene el antimonio (Sb, número atómico: 51; número de masa: 121.7).

a) $51p^+$, $71n^{\pm}$ b) $71p^+$, $51n^{\pm}$ c) $122p^+$, $71n^{\pm}$ d) $130p^+$, $70n^{\pm}$

Solución:
Un átomo en estado basal es eléctricamente neutro, tendrá la misma cantidad de protones y neutrones [protones (+) = electrones (–)]. Si el elemento químico tiene un número atómico de 51, esto indica que tiene 51 protones y 51 electrones. El número de neutrones se calcula así: neutrones = masa atómica (A) – número atómico (Z). De modo que si Z = 51 y A = 122 (redondeado), entonces neutrones = 122 – 51 = 71.

Por tanto, el átomo de antimonio tiene $51p^+$ y $71n^{\pm}$, y la respuesta correcta es el inciso a.

2. La siguiente tabla describe cuatro átomos diferentes con el número de protones, electrones y neutrones que contiene cada uno.

Átomo	A	B	C	D
Número de protones	10	11	11	10
Número de electrones	11	10	11	10
Número de neutrones	10	11	11	10

En relación con ellos es cierto que:

a) la masa atómica de A es 20.
b) los átomos A y B son isótopos del mismo elemento.
c) el número atómico de C es 22.
d) la masa atómica de C es 11.

Solución:
El número atómico indica el número de protones que contiene un átomo en su núcleo. Si este átomo se encuentra en estado basal, el número de protones será igual al número de electrones.

La *masa atómica* se define como la suma de protones y neutrones de un átomo en su núcleo.

Un isótopo es un átomo de un elemento que tiene el mismo número de protones (número atómico), pero diferente masa atómica por poseer distinta cantidad de neutrones.

Así, de esta forma, se tendrá:

Átomo	A	B	C	D
Número atómico	10	11	11	10
Masa atómica	20	22	22	20

La opción que corresponde a los datos del cuadro anterior es el inciso a.

3. La especie $^{78}_{34}Se^{-2}$ contiene:

a) 44 protones, 34 neutrones y 44 electrones.
b) 78 protones, 34 neutrones y 80 electrones.
c) 34 protones, 44 neutrones y 36 electrones.
d) 36 protones, 44 neutrones y 36 electrones.

Solución:
El ion ${}^{78}_{34}Se^{-2}$ es un anión porque posee carga negativa, lo que indica que aumentó la cantidad de electrones que tenía este elemento en su estado basal. De acuerdo con lo anterior, para calcular la cantidad de protones, electrones y neutrones, se realiza lo siguiente:

$${}^{78}_{34}Se^{-2}$$

número atómico (Z) = 34 y masa atómica (A) = 78
protones = 34 = Z
electrones = 34 + 2 (carga que tiene) = 36
neutrones = 78 – 34 = 44

Por tanto, el ion ${}^{78}_{34}Se^{-2}$ tiene 34 protones, 44 neutrones y 36 electrones, y la respuesta correcta es el inciso c.

4. ¿Qué nombre reciben los siguientes átomos con carga?

$$K^{+1}, Na^{+1}, N^{+3}$$

a) cationes b) aniones c) cátodos d) ánodos

Solución:
Cuando un átomo pierde electrones (los electrones de sus orbitales más externos, también llamados *electrones de valencia*), adquiere una carga positiva neta; esta nueva especie química recibe el nombre de *catión.*

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

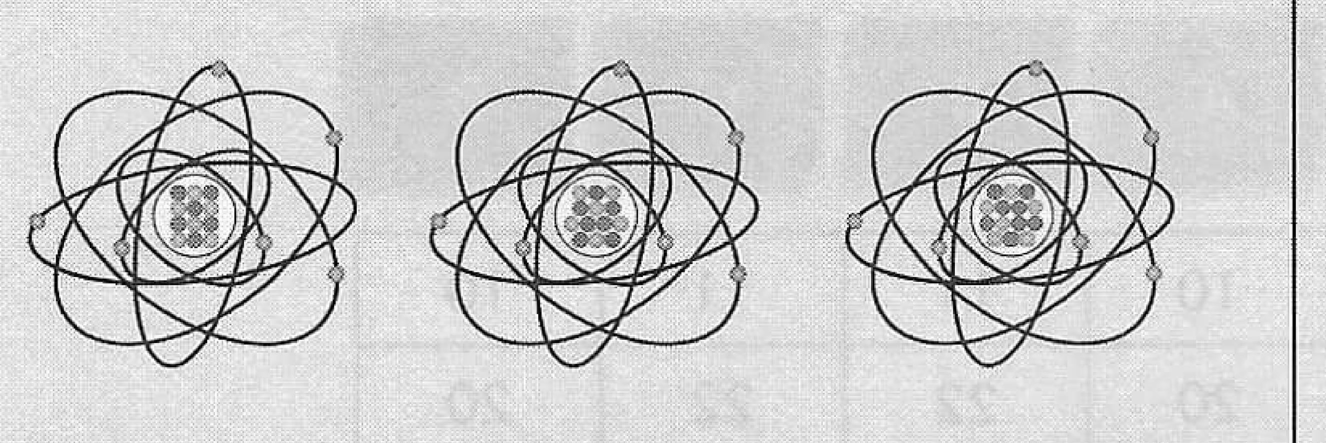
➤ Isótopo

Los átomos que tienen un mismo número atómico, pero difieren en su número de masa, reciben el nombre de *isótopos*; esto se debe a que el número de neutrones es diferente dentro del núcleo del átomo.

Los isótopos pueden tener un origen natural o ser artificiales. Los primeros se encuentran formando parte de la naturaleza, es el caso de los isótopos del carbono y del hidrógeno.

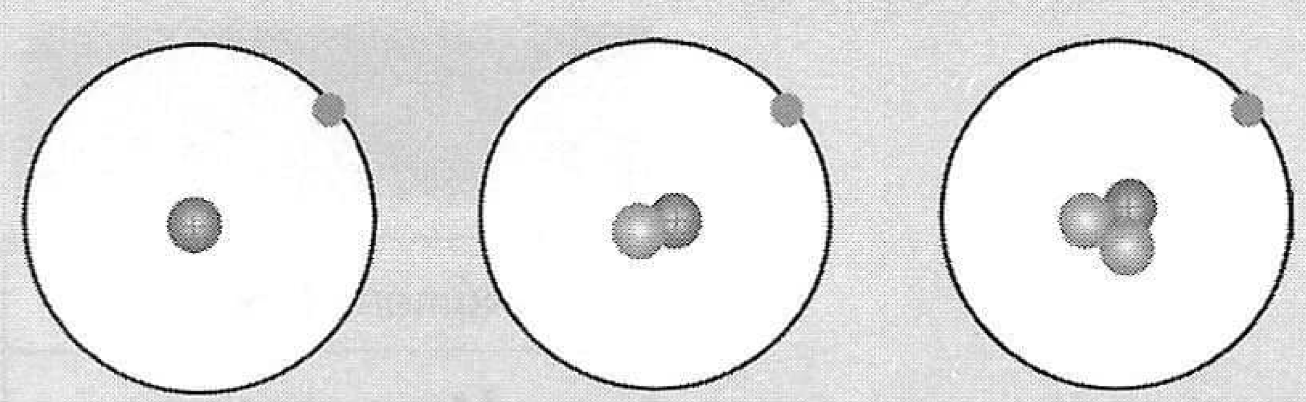
Ejemplos

Isótopos del carbono

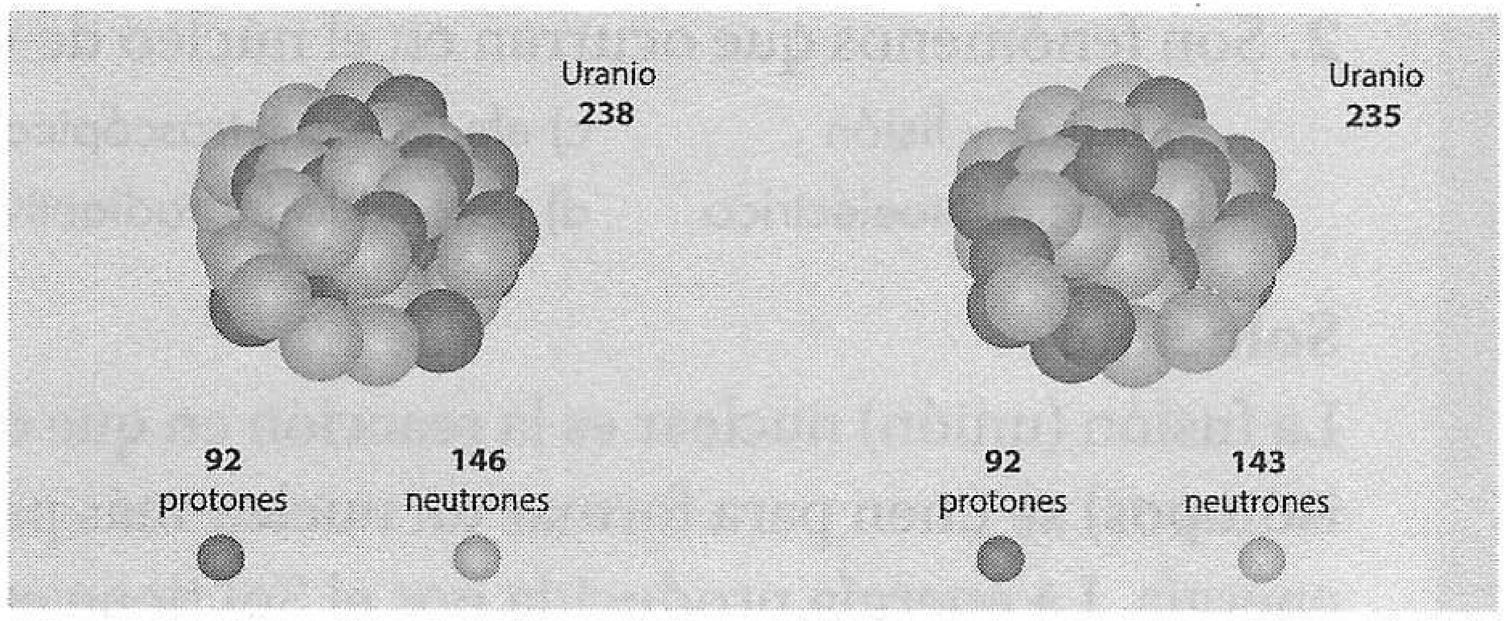


carbono 12 (estable)	carbono 13 (estable)	carbono 14 (radiactivo)
${}^{6}_{12}C$	${}^{6}_{13}C$	${}^{6}_{14}C$
electrones = 6	electrones = 6	electrones = 6
protones = 6	protones = 6	protones = 6
neutrones = 6	neutrones = 7	neutrones = 8

Isótopos del hidrógeno



protio	deuterio	tritio
${}^{1}_{1}H$	${}^{2}_{1}H$	${}^{3}_{1}H$
electrones = 1	electrones = 1	electrones = 1
protones = 1	protones = 1	protones = 1
neutrones = 0	neutrones = 1	neutrones = 2



Por otro lado, los isótopos artificiales son fabricados en laboratorios nucleares mediante el bombardeo de partículas subatómicas y tienen corta vida debido a la inestabilidad y radiactividad que presentan. Un ejemplo de isótopos artificiales son los del uranio (U), los cuales comúnmente se utilizan para generar energía eléctrica.

La primera vez que un isótopo artificial radiactivo fue obtenido en un laboratorio (es decir, el descubrimiento de la radiactividad artificial) fue en 1934. Esto lo llevó a cabo el matrimonio formado por Fréderic Joliot e Irene Curie (hija de Pierre y Marie Curie) y los hizo merecedores del Premio Nobel de Química en 1935.

➤ Reacciones nucleares y radiactividad

Las *reacciones nucleares* son transformaciones de unos núcleos en otros; esto se consigue bombardeando un núcleo, como si fuera un blanco, con un proyectil que puede ser una partícula subatómica, como el neutrón, un núcleo sencillo, como una partícula alfa, o incluso rayos gamma con suficiente energía.

La fisión es un tipo de reacción nuclear en la cual un núcleo pesado, como el de uranio o el de torio, se divide o fisiona, por lo general, en dos grandes fragmentos, lo que tiene como resultado una importante liberación de energía.

La fusión nuclear constituye un proceso de tipo inverso al de la fisión, en el cual dos núcleos ligeros se juntan para formar uno más pesado.

La radiactividad es una reacción nuclear de descomposición espontánea, es decir, un nucleido inestable se descompone en otro más estable, a la vez que emite una "radiación".

Se considera que todos los isótopos de los elementos con número atómico igual o mayor a 84 (el polonio es el primero de ellos) son radiactivos (éstos son ejemplos de radiactividad natural); actualmente, se pueden obtener en el laboratorio isótopos radiactivos de elementos cuyos isótopos naturales son estables (un ejemplo de radiactividad artificial).

La radiactividad fue descubierta por el científico francés Antoine Henri Becquerel en 1896 de forma casual al hacer investigaciones sobre la fluorescencia del sulfato doble de uranio y potasio. Este descubrimiento dio lugar a un gran número de investigaciones sobre el tema. Quizá las más importantes en lo referente a la caracterización de otras sustancias radiactivas fueron las realizadas por los también franceses Pierre y Marie Curie, quienes descubrieron el polonio y el radio en 1898, por lo que se les otorgó el Premio Nobel de Física en 1903. Más tarde, en 1911, Marie Curie obtuvo dicho galardón en la categoría de Química, como reconocimiento a su contribución al avance de esta ciencia al descubrir los elementos radio y polonio y por estudio de la naturaleza y los componentes del radio.

Ejemplos de reactivos

1. La diferencia en el núcleo y en el número de neutrones de un átomo se llama:

a) isómero b) isótopo c) isótropo d) isotérmico

Solución:

Se conoce como isótopo a las variedades de átomos que tienen el mismo número atómico y que, por tanto, constituyen el mismo elemento, aunque tengan diferente número de masa. Los átomos que son isótopos tienen idéntica cantidad de protones en el núcleo y se encuentran en el mismo lugar de la tabla periódica.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

2. Son fenómenos que ocurren en el núcleo de un átomo:

a) fusión y fisión
b) efecto fotoeléctrico
c) efecto espectroscópico
d) reactividad y radiactividad

Solución:

La fusión (unión) nuclear es la reacción en que dos núcleos muy ligeros (generalmente el hidrógeno y sus isótopos) se unen para formar un núcleo más pesado y estable, provocando un gran desprendimiento de energía. La energía producida por el Sol tiene este origen.

La fisión (rompimiento) nuclear es una reacción en la que se divide un núcleo pesado en dos al hacer incidir neutrones sobre él, lo cual libera gran cantidad de energía y provoca la emisión de dos o tres neutrones, que continúan con una reacción en cadena.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

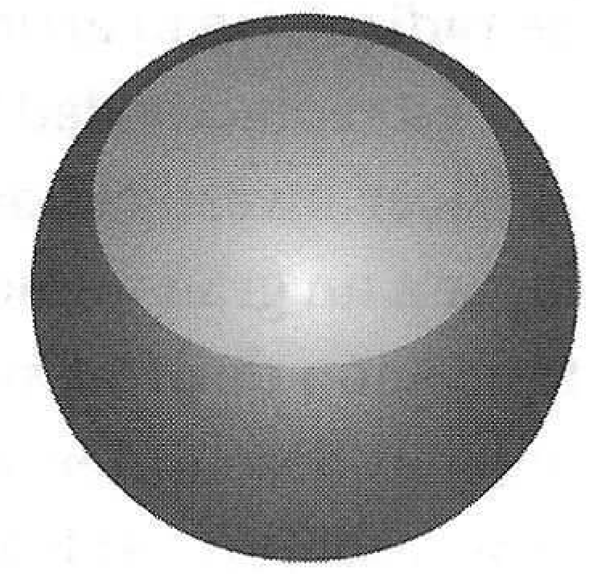
Modelos atómicos

A continuación presentamos una breve explicación acerca del átomo mediante modelos que han sido modificados a lo largo de la historia.

Modelo de Dalton

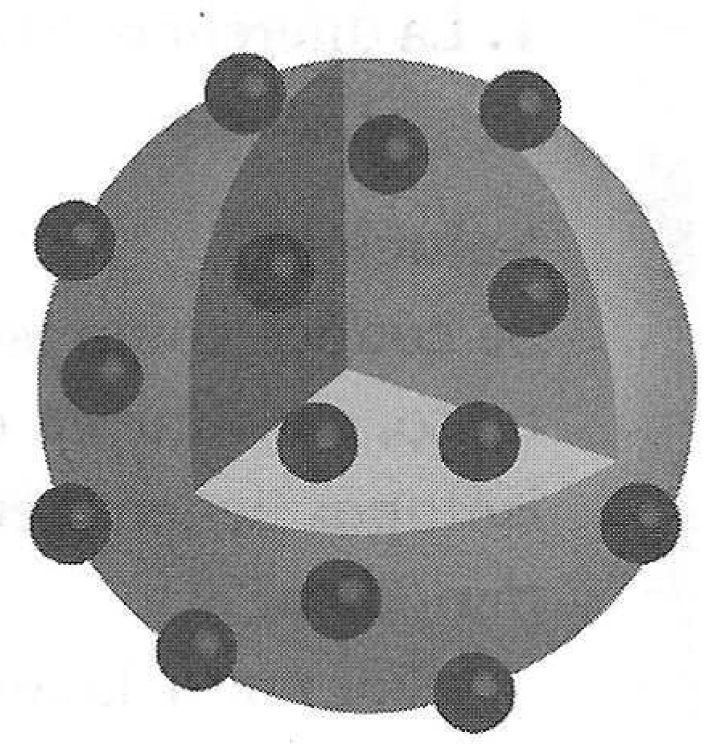
En 1808, John Dalton publicó su teoría atómica en la que retomaba las antiguas ideas de Leucipo y de Demócrito, respecto al átomo. En ésta consideraba al átomo como la partícula fundamental de la materia, con capacidad de asociarse con otros átomos para formar moléculas (concepción que se ha mantenido hasta la actualidad) (Daub, 2005).

Según la teoría de Dalton:



- Los elementos están formados por partículas diminutas, indivisibles e inalterables llamadas *átomos*.
- Los átomos de un mismo elemento son todos iguales entre sí en masa, tamaño y demás propiedades físicas o químicas.
- Los átomos de elementos diferentes tienen distinta masa y propiedades.
- Los átomos son indestructibles y conservan sus propiedades esenciales tras sufrir cambios químicos.
- Los compuestos se forman por la unión de átomos de distintos elementos combinados en una relación numérica sencilla y constante, formando entidades definidas llamadas *moléculas*.
- Los átomos de dos elementos pueden combinarse en diferentes relaciones formando distintos compuestos. A partir de esto se establece la ley de las proporciones múltiples.

Modelo de Thomson



Joseph Thomson (1856-1940), partiendo de la información que se conocía hasta ese momento sobre el átomo, presentó en 1898 y 1904 algunas hipótesis mediante las cuales intentó justificar dos hechos:

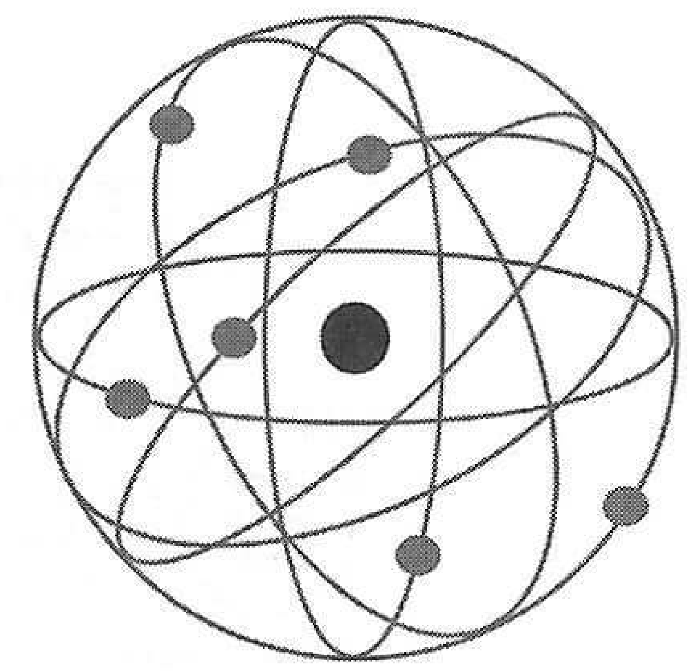
- La materia es eléctricamente neutra, lo que hace pensar que, además de electrones, debe haber partículas con cargas positivas.
- Los electrones pueden extraerse de los átomos, pero no de las cargas positivas.

Considerando lo anterior, Thomson propuso un modelo del átomo en el que la mayoría de la masa estaba asociada con la carga positiva (por ser tan pequeña la masa

de los electrones) y había cierto número de electrones distribuidos uniformemente dentro de esa masa de carga positiva (como una especie de "pastel" en el que los electrones estuviesen incrustados cual si fueran trocitos de fruta o pepitas).

El modelo de Thomson fue el primer modelo realmente atómico, en cuanto a la constitución de los átomos, pero era muy limitado y, por tanto, pronto fue sustituido por otros.

➤ Modelo de Rutherford



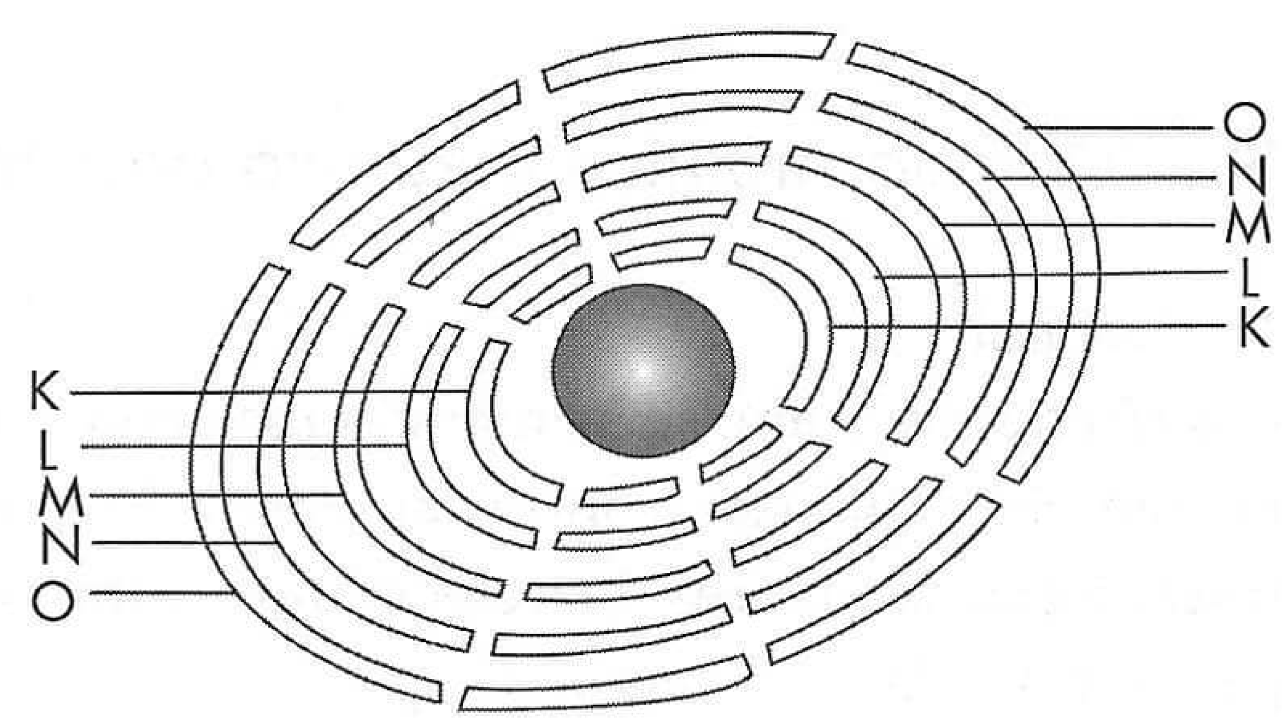
Ernest Rutherford (1871-1937) identificó en 1898 dos tipos de radiaciones emitidas por el uranio, a las que llamó *alfa* (α) y *beta* (β). Rutherford, discípulo de Thomson y sucesor de su cátedra, junto con sus discípulos Hans Geiger (1882-1945) y Gregor Marsden (1890-1956), centró sus investigaciones en las características de la radiactividad, diseñó su famoso experimento que consistía en bombardear láminas delgadas de distintas sustancias, en el que utilizó como proyectiles las partículas alfa (α). La experiencia de Rutherford en este campo le permitió establecer un modelo molecular que postula lo siguiente:

- El átomo tiene un núcleo central en el que está concentrada la carga positiva y casi toda la masa.
- Hay otra zona exterior del átomo, la corteza, en la que se encuentra toda la carga negativa y cuya masa es muy pequeña en comparación con la del átomo. La corteza está formada por los electrones que tenga el átomo.
- El núcleo contiene protones y la carga positiva de los protones del núcleo se encuentra compensada por la carga negativa de los electrones que están fuera del núcleo.
- Los electrones giran velozmente alrededor del núcleo y están separados de éste por una gran distancia.
- El tamaño del núcleo es muy pequeño en comparación con el del átomo (unas 100 000 veces menor).

➤ Modelo atómico de Bohr

Bohr por medio del estudio del átomo de hidrógeno enunció en 1913 los siguientes postulados:

1. En el átomo de hidrógeno, el movimiento del electrón alrededor del núcleo está restringido a un número discreto de órbitas circulares.
2. El momento angular del electrón en una órbita está cuantizado; es un número entero de h/2pi, siendo h la constante de Planck.
3. El electrón no irradia energía mientras permanece en una de las órbitas permitidas, teniendo en cada órbita una energía característica constante. Cuando el electrón cae de un estado de energía superior a otro de energía inferior, se emite una cantidad de energía definida en forma de un fotón de radiación.

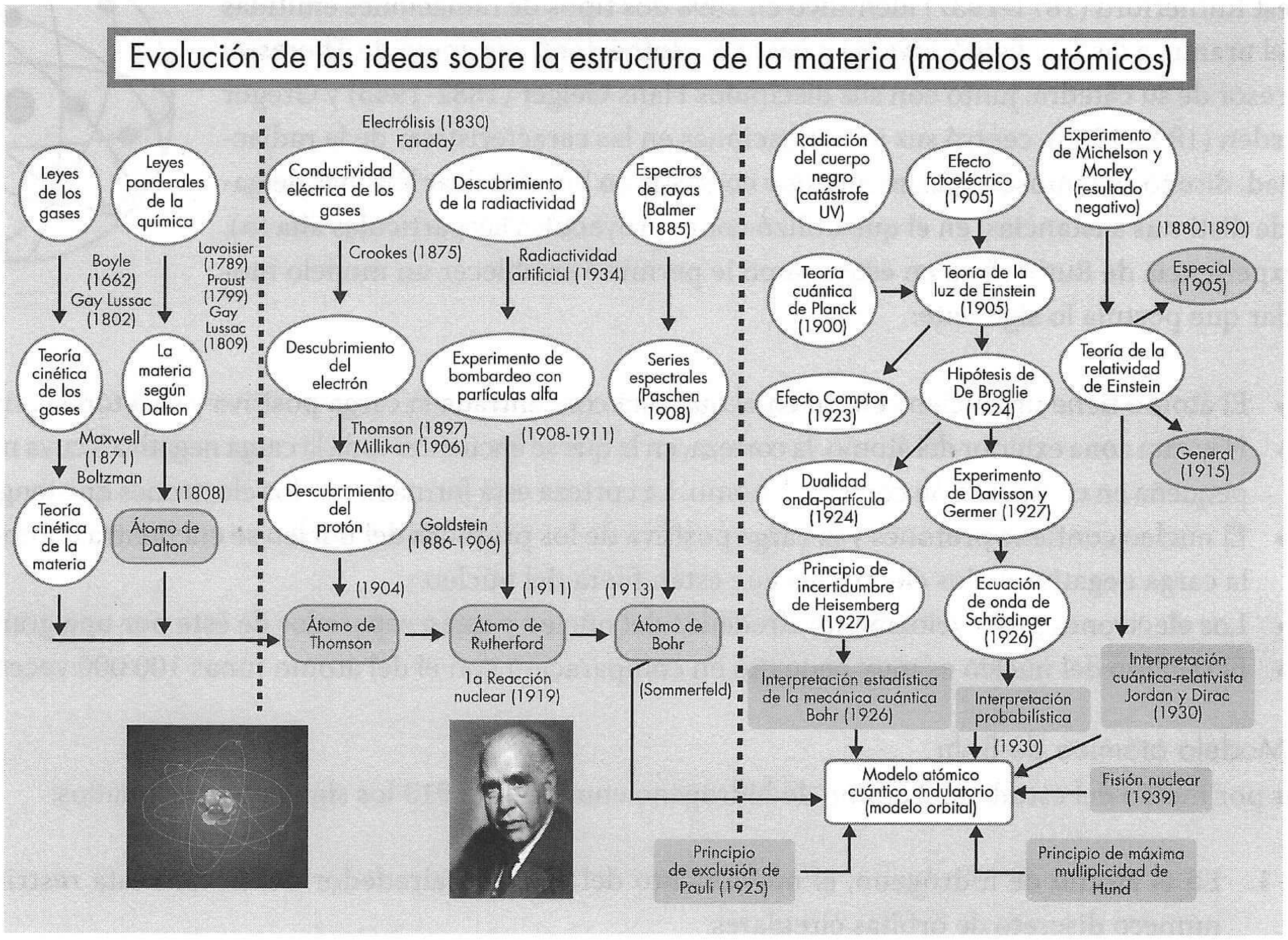


Conforme a estos postulados, Bohr estableció lo siguiente:

- Los átomos que tienen el mismo número de electrones de valencia y que poseen distintos números atómicos comparten características similares.
- Los átomos están formados por un núcleo muy pequeño y sumamente denso que posee una serie de partículas subatómicas.
- Los electrones se hallan en diferentes órbitas alrededor del núcleo.
- Los átomos son eléctricamente neutros. Si contienen electrones, cargados negativamente, deben contener también otras partículas con carga positiva, que corresponden a la carga de aquéllos (protones).

- Las partículas subatómicas de las que se compone el núcleo son los protones y los neutrones (descubiertos por Chadwik en 1932), con excepción de la forma más común del hidrógeno, que no posee neutrones.

Como podemos observar en la siguiente imagen, a principios del siglo XX se desarrollaron las principales ideas acerca de la estructura de la materia y, por ende, del átomo.



▼ Modelo atómico cuántico ondulatorio (modelo orbital)

➤ Orbital

Los *electrones*, como se ha mencionado con anterioridad, son partículas subatómicas que orbitan alrededor del núcleo. Sin embargo, contrariamente a lo que sucede en el modelo atómico de Bohr, no lo hacen siguiendo trayectorias circulares. Los electrones se mueven irregularmente por espacios llamados *orbitales*, que se agrupan por niveles de energía o capas.

Un orbital es la representación del espacio alrededor del núcleo que ocupa un electrón en un átomo. Cada orbital está definido por tres números cuánticos, que determinan el tamaño, la forma y la orientación del orbital.

➤ Número cuántico principal *n*

El número cuántico principal n, determina el tamaño del orbital y puede tomar cualquier valor natural distinto de cero: $n = 1, 2, 3, 4...$

Varios orbitales pueden tener el mismo número cuántico principal, y de hecho lo tienen, agrupándose en capas. Los orbitales que tienen el mismo número cuántico principal forman una capa electrónica. Cuanto mayor sea el número cuántico principal, mayor será el tamaño del orbital y, a la vez, más lejos estará situado del núcleo.

➤ Número cuántico azimutal o secundario ℓ

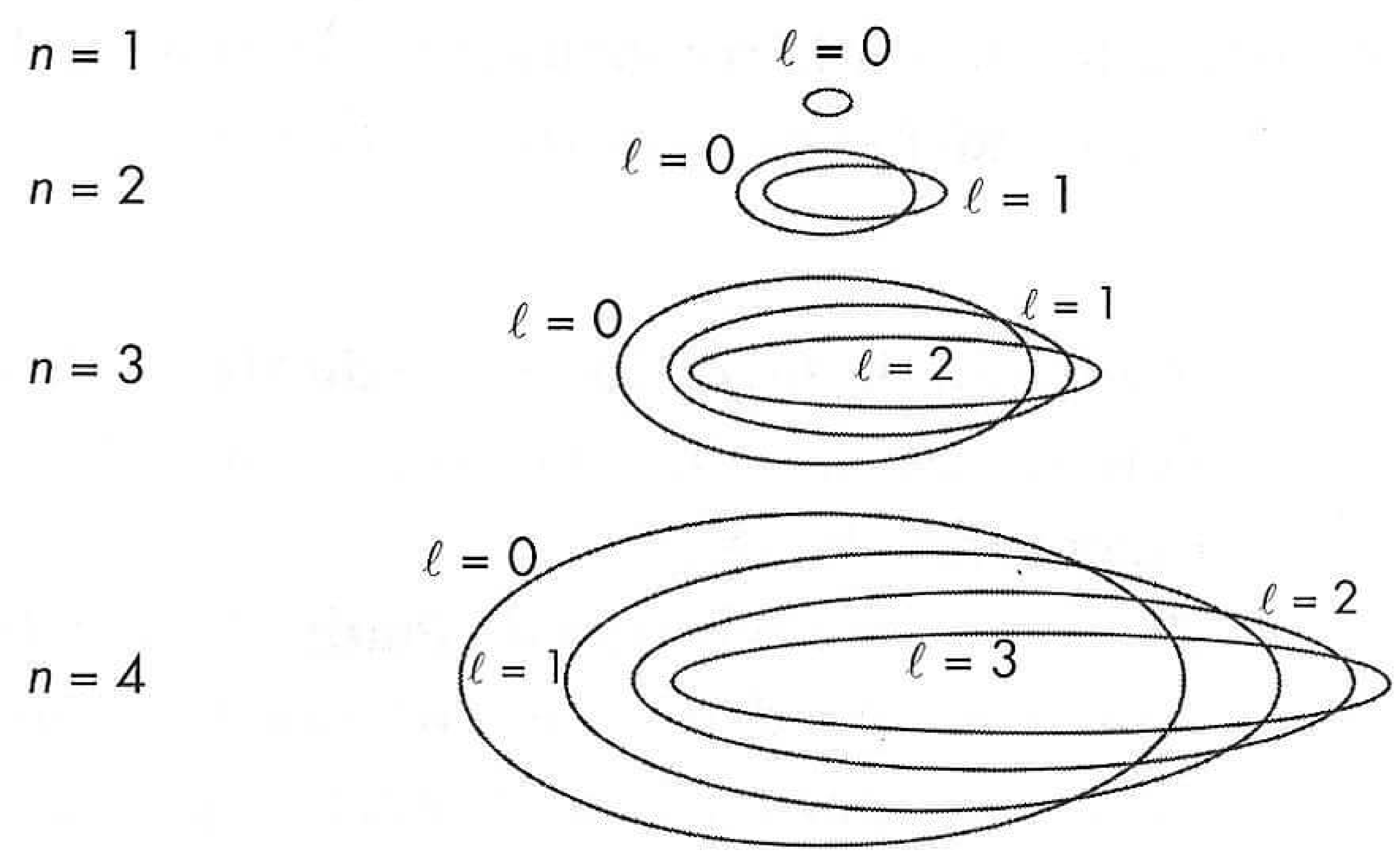
El número cuántico azimutal ℓ indica la forma del orbital, que puede ser circular si vale 0 o elíptica si tiene otro valor. El valor del número cuántico azimutal depende del valor del número cuántico principal. El número cuántico azimutal toma valores que van desde 0 a una unidad menor que n ($\ell = 0,\ldots, n - 1$).

Valor de n	Valor de ℓ
1	0
2	0, 1
3	0, 1, 2
4	0, 1, 2, 3

A cada valor del número cuántico azimutal le corresponde una forma de orbital, que se identifica con una letra minúscula.

Valor de ℓ	Nombre del orbital
0	s
1	p
2	d
3	f

Cuanto mayor sea el número cuántico azimutal más elíptico y achatado será el orbital. Cuando vale 0, el orbital es circular; cuando vale 1 es algo elíptico; si vale 2 es más achatado; si vale 3, más todavía.

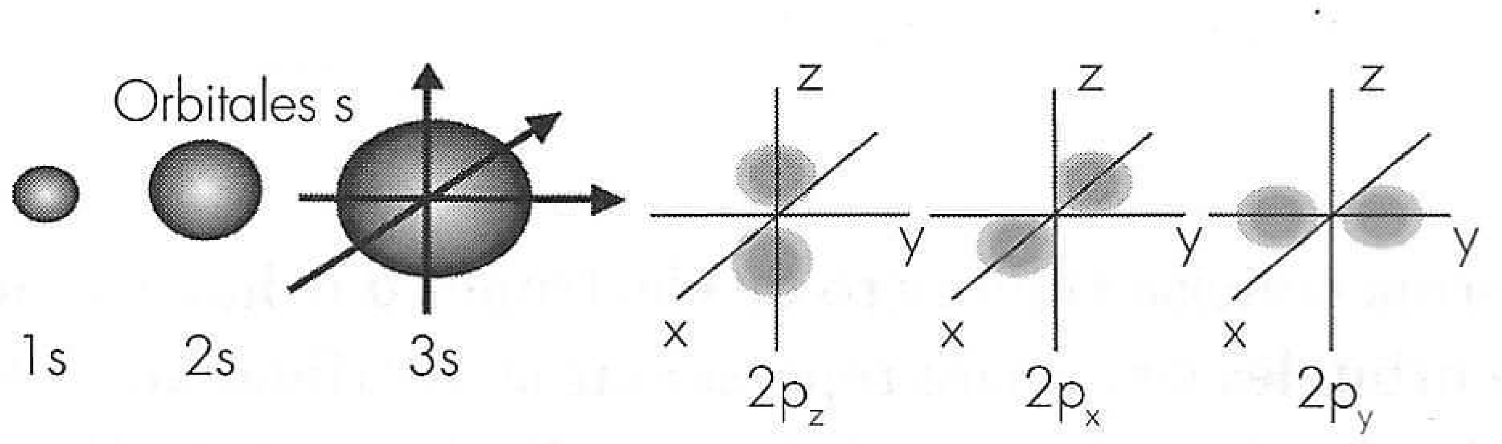


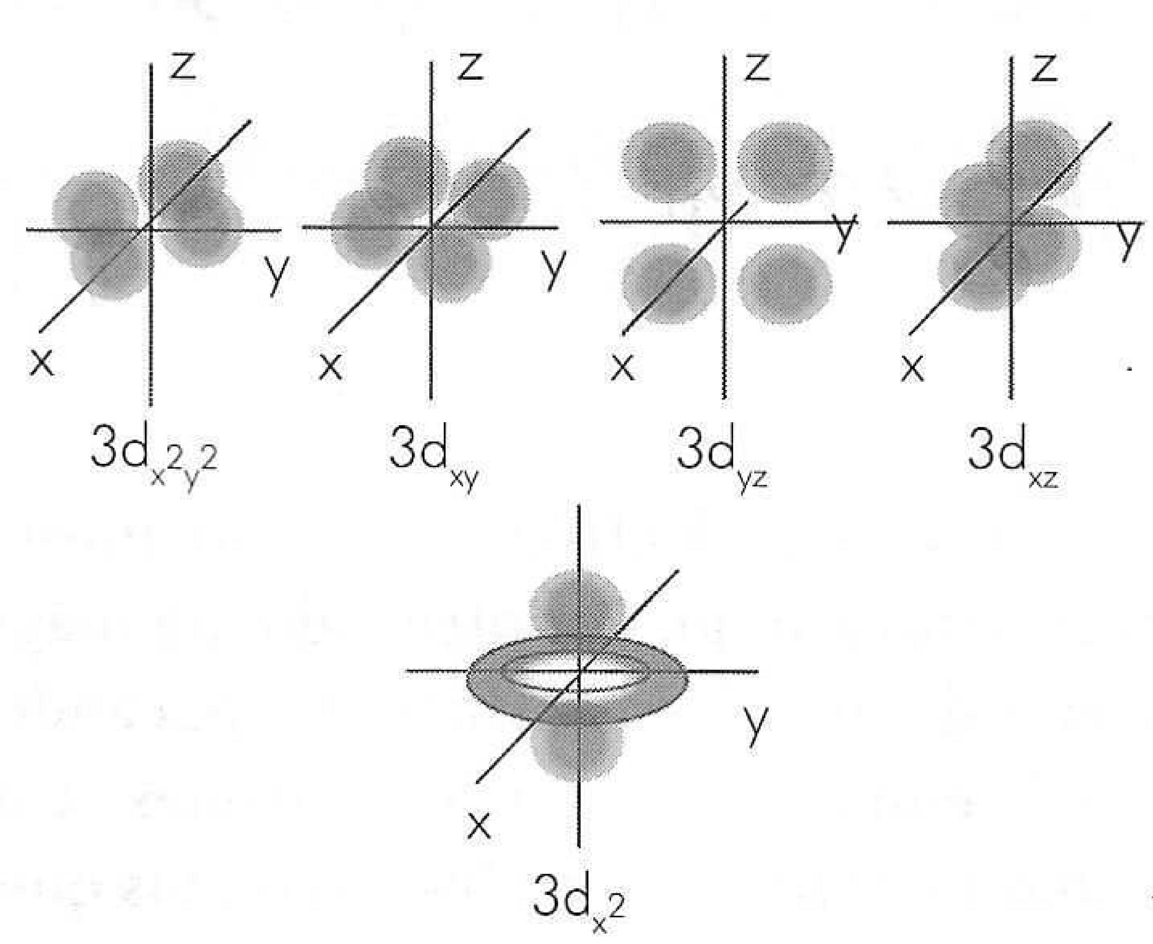
➤ Número cuántico magnético m

El número cuántico magnético m determina la orientación del orbital. Los valores que puede tomar dependen del valor del número cuántico azimutal, variando en un intervalo que va desde $-\ell$ hasta $+\ell$, pasando por el 0.

Si el número cuántico azimutal vale 0, $\ell = 0$, el número cuántico magnético sólo puede tomar el valor 0; así, sólo hay un orbital s. Si el número cuántico azimutal vale 1 ($\ell = 1$), el número cuántico magnético puede tomar los valores –1, 0 y 1. Hay, por tanto, tres orbitales p, ya que si $\ell = 1$, entonces el orbital se llama *p*.

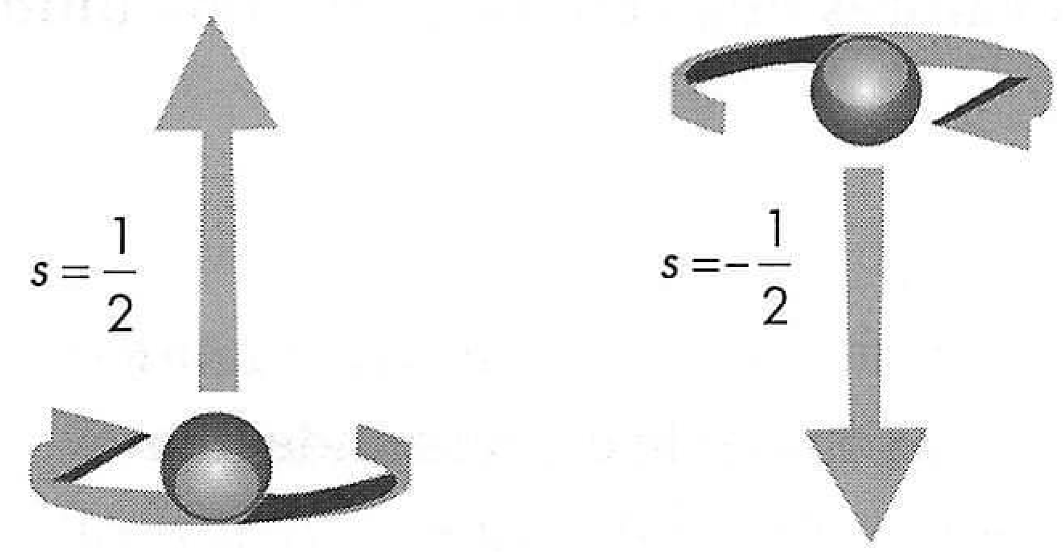
Valor de ℓ	Nombre del orbital	Valores de m	Número de orbitales
0	s	0	1
1	p	–1, 0, 1	3
2	d	–2, –1, 0, 1, 2	5
3	f	–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3	7





➤ Número cuántico de espín s

El giro del electrón sobre sí mismo está indicado por el número cuántico de espín, que se indica con la letra *s*. Como puede tener dos sentidos de giro, el número de espín puede tener dos valores: ½ y –½.

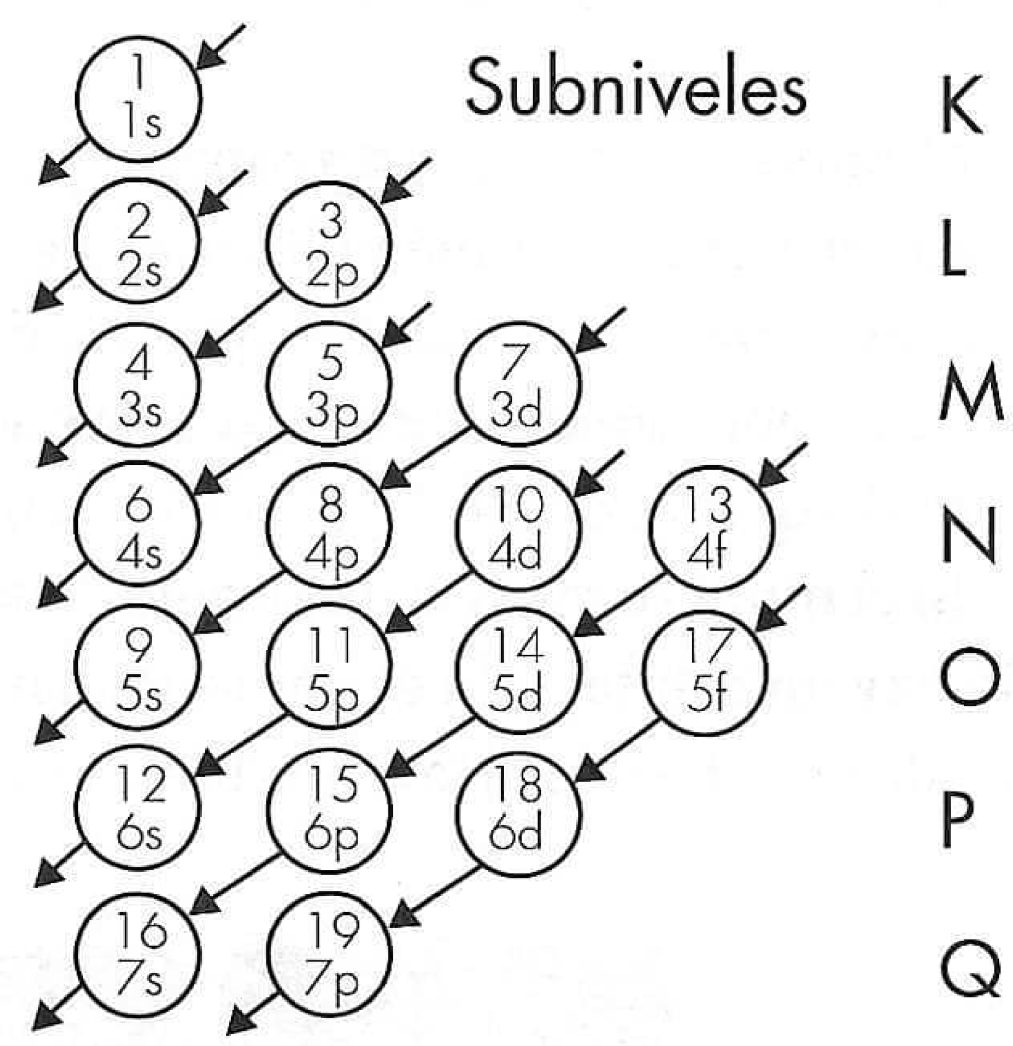


▼ Configuración electrónica

Los electrones de los átomos están dispuestos en niveles y subniveles de energía; para mostrar esta distribución es necesario utilizar la configuración electrónica de los elementos.

Para entender el concepto de *configuración electrónica* es necesario asumir o aplicar dos principios importantes:

- **Principio de incertidumbre de Heisenberg.** Es imposible determinar simultáneamente la posición y el momento exactos del electrón.
- **Principio de exclusión de Pauli.** Dos electrones del mismo átomo no pueden tener los mismos números cuánticos idénticos y por tanto, un orbital no puede tener más de dos electrones.



El orden en que se van llenando los niveles y subniveles de energía se representa mediante el **diagrama de Aufbau**, también conocido como *regla de las diagonales*, la cual consiste en seguir el orden de las flechas comenzando por el nivel y subnivel 1s hasta completar el llenado de los siguientes subniveles con el número de electrones del átomo correspondiente.

Al utilizar el diagrama de las diagonales, la configuración electrónica para cualquier átomo es la siguiente:

$$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^6\ 7s^2\ 5f^{14}\ 6d^{10}\ 7p^6$$

Ejemplos

$${}^{197}_{79}Au = 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^9$$

$${}^{19}_{9}F = 1s^2\ 2s^2\ 2p^5$$

Una configuración electrónica permite mostrar de forma concisa el número de electrones que hay en cada subnivel de un átomo. Por otro lado, un diagrama de orbitales sirve para representar la distribución de los electrones dentro de los orbitales, aplicando para ello el **principio de máxima multiplicidad de Hund**, que puede enunciarse así: los electrones se distribuyen ocupando primeramente los orbitales disponibles en un solo sentido (espín) y luego con los que tienen espín opuesto, completando de esta manera el llenado orbital.

Ejemplos

$^{27}_{13}Al = \underset{1s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{2s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{2p^6}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{3s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{3p^1}{\underline{\uparrow}}$

$^{197}_{79}Au = \underset{1s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{2s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{2p^6}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{3s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{3p^6}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{4s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{3d^{10}}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{4p^6}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{5s^2}{\underline{\uparrow}}$

$\underset{4d^{10}}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{5p^6}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{6s^2}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{4f^{14}}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}}\ \underset{5d^9}{\underline{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow}}$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál de las siguientes configuraciones electrónicas corresponde al átomo de níquel (Ni), cuyo número atómico es 28?

a) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^9\ 4p^1$
b) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^8\ 4s^2$
c) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}$
d) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^9\ 4p^1$

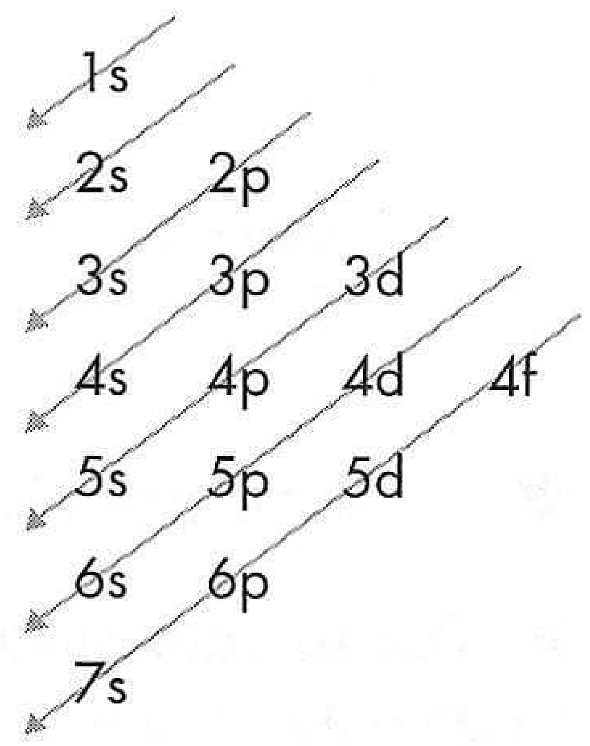
Solución:

Teniendo como base el orden de llenado de los orbitales o regla de Aufbau, la configuración o acomodo de los electrones en los orbitales sería: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^8$

Al reacomodar por niveles de energía, se obtiene como resultado $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^8\ 4s^2$.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Orden de llenado de los orbitales



2. Dado el elemento químico con número atómico 38, ¿cuál sería su configuración electrónica?

a) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2$
b) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^1\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 5p^1$
c) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^7\ 5s^1$
d) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^9\ 4p^6\ 5s^2\ 5p^1$

Solución:

El elemento en cuestión es el estroncio, puesto que el número atómico es 38; asimismo, el átomo tiene 38 electrones. Su configuración electrónica será la correspondiente, al aplicar la regla de Aufbau, al orden de llenado de sus 38 electrones.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

3. Si el átomo anterior captara un nuevo electrón, ¿cuál será la nueva configuración electrónica del átomo?

a) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^1\ 4d^1$
b) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 5p^1$
c) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^1$
d) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^9\ 4p^6\ 5s^2\ 5p^2$

Solución:

Ahora se tienen 39 electrones y la nueva configuración electrónica, aplicando la regla de Aufbau, sería $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^1$. La nueva capa ha comenzado a llenarse, es una capa tipo d que contiene cinco orbitales y, por tanto, tiene capacidad para 10 electrones.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Tabla periódica

En la tabla periódica se organizan los elementos de acuerdo con una serie de características y propiedades que se repiten a lo largo de ésta. Actualmente, los elementos se clasifican con base en su número atómico (Z).

FAMILIAS

PERIODOS	I A	II A	III B	IV B	V B	VI B	VII B	—	VIII B	—	I B	II B	III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
1	H 1 1.00																	He 2 4
2	Li 3 6.94	Be 4 9.01											B 5 10.81	C 6 12.01	N 7 14.00	O 8 16	F 9 19	Ne 10 20.18
3	Na 11 22.99	Mg 12 24.31											Al 13 26.98	Si 14 28.09	P 15 30.97	S 16 32.07	Cl 17 35.45	Ar 18 39.95
4	K 19 39.1	Ca 20 40.08	Sc 21 44.96	Ti 22 47.87	V 23 50.94	Cr 24 52	Mn 25 54.94	Fe 26 55.85	Co 27 58.93	Ni 28 58.69	Cu 29 63.55	Zn 30 65.39	Ga 31 69.72	Ge 32 72.61	As 33 74.92	Se 34 78.96	Br 35 79.9	Kr 36 83.3
5	37 Rb 85.47	38 Sr 87.62	39 Y 88.91	40 Zr 91.22	41 Nb 92.91	42 Mo 95.94	43 Tc 98	44 Ru 101.1	45 Rh 102.9	46 Pd 106.4	47 Ag 107.9	48 Cd 112.4	49 In 114.8	50 Sn 118.7	51 Sb 121.8	52 Te 127.6	53 I 126.9	54 Xe 131.3
6	Cs 55 132.9	Ba 56 137.3	* La	Hf 72 178.5	Ta 73 180.9	W 74 183.8	Re 75 186.2	Os 76 190.2	Ir 77 192.2	Pt 78 195.1	Au 79 197	Hg 80 200.6	Tl 81 204.4	Pb 82 207.2	Bi 83 209	Po 84 209	At 85 210	Rn 86 222
7	Fr 87 223	Ra 88 226	** Ac 227	Rf 104 261	Db 105 262	Sg 106 266	Bh 107 264	Hs 108 269	Mt 109 268	Mv 110 271	Pl 111 272	Da 112 277	Tf 113 272	Eo 114 276	Me 115 279	Nc 116 282	El 117 286	On 118 288

*	La 57 138.9	Ce 58 140.12	Pr 59 140.9	Nd 60 144.2	Pm 61 145	Sm 62 150.4	Eu 63 152	Gd 64 157.3	Tb 65 158.9	Dy 66 162.5	Ho 67 164.9	Er 68 167.3	Tm 69 168.9	Yb 70 173	Lu 71 175
**	Ac 89 227	Th 90 232	Pa 91 231	U 92 238	Np 93 237	Pu 94 244	Am 95 243	Cm 96 247	Bk 97 247	Cf 98 251	Es 99 252	Fm 100 257	Md 101 258	No 102 259	Lr 103 262

* Lantánidos
** Actínidos

▼ Clasificación periódica de los elementos

➤ Por su configuración electrónica

La distribución de los electrones en los elementos está estrechamente relacionada con su posición en la tabla periódica. Los elementos de las dos primeras columnas de la izquierda de la tabla periódica tienen uno o dos electrones "s" externos (de valencia), identificados como s^1 y s^2, a esta región se le llama *bloque s* de los elementos.

Los elementos que se encuentran en las seis columnas de la derecha, excepto el helio (He), tienen de uno a seis electrones en un subnivel *p*, a éstos se les conoce como *elementos del bloque p.* Tanto a los elementos que se ubican en el bloque *s* como en el *p* se les conoce en conjunto como *elementos representativos.*

A los elementos cuyos electrones externos están en los subniveles *d* se les conoce como *elementos de transición* y se localizan en la zona central de la tabla periódica. Los elementos que se encuentran en los dos renglones separados de la tabla periódica, cuyos electrones de valencia se ubican en subniveles *f*, son conocidos como *elementos de transición interna.*

s^1	s^2	d^1	d^2	d^3	d^4	d^5	d^6	d^7	d^8	d^9	d^{10}	p^1	p^2	p^3	p^4	p^5	p^6
Bloque "s" Elementos representativos		Bloque "d" Elementos de transición										Bloque "p" Elementos representativos					

f^1	f^2	f^3	f^4	f^5	f^6	f^7	f^8	f^9	f^{10}	f^{11}	f^{12}	f^{13}	f^{14}
Elementos de transición interna Bloque "f"													

La forma en que están organizados los electrones dentro de los átomos determina cómo se agrupan los elementos en la tabla periódica: en distintas familias (o grupos) con propiedades similares. El número de electrones que un átomo de un elemento tiene en el último nivel de energía (denominados *electrones de valencia*) está relacionado con el número del grupo o familia de la tabla periódica donde se ubica dicho elemento.

Ejemplo

De acuerdo con lo anterior, un átomo que tiene una configuración $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^4$, ¿en qué grupo y periodo se localiza?

En este caso, la configuración en el último subnivel indica que el elemento tiene seis electrones ($6s^2$, $6p^4$), este número de electrones indica la familia a la que pertenece dicho elemento; además, se encuentra situado en el bloque *p* de la tabla periódica, por ser el último subnivel que se utilizó, y pertenece a la familia VI A. Por otro lado, el máximo nivel ocupado por los electrones es el nivel 6, lo que indica que el elemento se sitúa en el periodo 3.

Ejemplos de reactivos

1. Podemos afirmar que la configuración electrónica $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ ubica al elemento en:

a) la familia II A y el periodo 2
b) la familia III A y el periodo 3
c) la familia III B y el periodo 4
d) la familia IV A y el periodo 3

Solución:
En este caso, la configuración en el último nivel indica que el elemento tiene cuatro electrones de valencia, este número indica la familia a la que pertenece el elemento químico en cuestión: la familia IV A o 14.

El nivel en que se encuentran los electrones de valencia indica el periodo en el cual se ubica un elemento dentro de la tabla periódica, en este caso es el periodo 3.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. El átomo que tiene una configuración $6s^2\ 6p^2$ en el último nivel, está situado en el grupo:

a) 14 (IV A) b) 15 (V A) c) 2 (II A) d) 16 (VI A)

Solución:
En este caso, la configuración en el último nivel indica que el elemento tiene cuatro electrones de valencia; este número señala la familia a la que pertenece: la familia IV A o familia 14.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

3. La configuración electrónica [Ar] $3d^{10} 4s^2 4p^1$ corresponde al elemento que se localiza en la:

a) familia 3 (III B), periodo 2
b) familia 12 (II B), periodo 3
c) familia 10 (VIII B), periodo 5
d) familia 13 (III A), periodo 4

Solución:
En este caso, la configuración en el último nivel indica que el elemento tiene tres electrones de valencia; este número señala la familia a la que pertenece dicho elemento: la familia III A o familia 13.

Para determinar el periodo en que se ubica un elemento en la tabla periódica, hay que identificar el valor más grande del nivel de energía que se utiliza en la configuración electrónica; en este caso es cuatro, por lo que el elemento se localiza en el periodo 4.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

➤ Por periodos y familias

Periodos

En la tabla periódica los elementos están ordenados de forma que aquellos con propiedades químicas semejantes, se encuentren situados cerca uno de otro.

Los elementos se distribuyen en filas horizontales, llamadas *periodos*. Pero los periodos no son todos iguales, sino que el número de elementos que contienen va cambiando, aumentando al bajar en la tabla periódica.

El periodo que ocupa un elemento coincide con su última capa electrónica, en donde se localizan los electrones de valencia de un elemento de acuerdo con su configuración electrónica. Es decir, un elemento con cinco capas electrónicas, estará en el quinto periodo. El hierro, por ejemplo, pertenece al cuarto periodo, ya que tiene cuatro capas electrónicas.

Cada periodo inicia con un elemento metálico, continúa hacia los no metálicos y termina con un gas noble; además, hay una tendencia al aumento de los electrones de valencia de derecha a izquierda.

Familias

Las columnas de la tabla periódica se conocen como *grupos de elementos* (cuando se incluye un número o un número en romano con una letra A o B) o *familias químicas* (cuando se incluye su nombre). Los elementos que constituyen cada familia suelen tener propiedades químicas similares.

Las familias se han designado de manera tradicional con números romanos del I al VIII seguidos de la letra *A* para los elementos representativos y de la letra *B* para los elementos de transición. La Sociedad Estadounidense de Química (*American Chemical Society*) ha sugerido evitar el uso de las letras *A* y *B*, y, en cambio, simplemente numerar los grupos del 1 al 18. Por esta razón, en la actualidad se utilizan las dos nomenclaturas (hasta que no se acepte por completo esta última notación).

Los nombres de las familias químicas son los que se muestran en el siguiente cuadro.

GRUPO A	Nombre
I A	metales alcalinos
II A	metales alcalinotérreos
III A	boro-aluminio (térreos)
IV A	carbono o carbonoides
V A	nitrógeno o nitrogenoides
VI A	calcógenos o anfígenos
VII A	halógenos
VIII A	gases nobles o inertes

GRUPO B	Nombre
Del I B al VIII B	elementos de transición

ELEMENTOS DE TRANSICIÓN INTERNA	
Elementos	Nombre
Del 57 al 71	serie de los lantánidos
Del 89 al 103	serie de los actínidos

➤ Por metales, no metales y metaloides

La tabla periódica se divide en tres grandes grupos cuyos elementos presentan propiedades físicas y químicas diferentes entre sí.

Sustancia	Metal	No metal	Metaloide
Propiedades físicas	• Tienen brillo • Son maleables, dúctiles, tenaces y con alta resistencia mecánica • Tienen alta densidad • Conducen la electricidad y el calor • Todos son sólidos, a excepción del Hg, Cs, Ga y del Fr, que son líquidos a temperatura ambiente • Tienen puntos de fusión altos, a excepción del Hg (−38.7 °C), Cs (28.4 °C), Ga (29.8 °C) y Fr (27 °C) • Se combinan entre sí para formar aleaciones	• No tienen brillo • No son maleables ni dúctiles • Son malos conductores de la electricidad y el calor • Son sólidos y gaseosos, mientras que el Br es líquido	• B, Si, Ge, As, Sb, Te y Po • Son sólidos • Tienen brillo metálico • Son semiconductores de la electricidad • Son malos conductores del calor
Propiedades químicas	• Pierden electrones (electropositivos) • Son agentes reductores • Forman cationes • Presentan energías de ionización bajas • Metal + O_2 = óxido • Metal + H_2O = hidróxidos • Metal + ácido = sal • Presentan moléculas monoatómicas • Las capas externas contienen pocos electrones, habitualmente tres o menos	• Ganan electrones (electronegativos) • Son agentes oxidantes • Forman aniones • No metal + O_2 = anhídridos • No metal + H_2O = ácidos • No metal + base = sal • Forman moléculas diatómicas, Cl_2, O_2, o poliatómicas, P_5, S_8 • Sus capas externas contienen cuatro o más electrones, excepto las del H y el He	Muestran propiedades metálicas y no metálicas dependiendo de las condiciones en que reaccionen

FAMILIAS

Metales
No metales
Metaloides

PERIODOS	I A	II A	III B	IV B	V B	VI B	VII B	—	VIII B	—	I B	II B	III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
1	H 1 1.00																	He 2 4
2	Li 3 6.94	Be 4 9.01											B 5 10.81	C 6 12.01	N 7 14.01	O 8 16	F 9 19	Ne 10 20.18
3	Na 11 22.99	Mg 12 24.31											Al 13 26.98	Si 14 28.09	P 15 30.97	S 16 32.07	Cl 17 35.45	Ar 18 39.95
4	K 19 39.1	Ca 20 40.08	Sc 21 44.96	Ti 22 47.87	V 23 50.94	Cr 24 52	Mn 25 54.94	Fe 26 55.85	Co 27 58.93	Ni 28 58.69	Cu 29 63.55	Zn 30 65.39	Ga 31 69.72	Ge 32 72.61	As 33 74.92	Se 34 78.96	Br 35 79.9	Kr 36 83.8
5	Rb 37 85.47	Sr 38 87.62	Y 39 88.91	Zr 40 91.22	Nb 41 92.91	Mo 42 95.94	Tc 43 98	Ru 44 101.1	Rh 45 102.9	Pd 46 106.4	Ag 47 107.9	Cd 48 112.4	In 49 114.8	Sn 50 118.7	Sb 51 121.8	Te 52 127.6	I 53 126.9	Xe 54 131.3
6	Cs 55 132.9	Ba 56 137.3	* La	Hf 72 178.5	Ta 73 180.9	W 74 183.8	Re 75 186.2	Os 76 190.2	Ir 77 192.2	Pt 78 195.1	Au 79 197	Hg 80 200.6	Tl 81 204.4	Pb 82 207.2	Bi 83 209	Po 84 209	At 85 210	Rn 86 222
7	Fr 87 223	Ra 88 226	** Ac 227	Rf 104 261	Db 105 262	Sg 106 266	Bh 107 264	Hs 108 269	Mt 109 268	Mv 110 271	Pl 111 272	Da 112 277	Tf 113 272	Eo 114 276	Me 115 279	Nc 116 282	El 117 286	On 118 288

*	La 57 138.9	Ce 58 140.1	Pr 59 140.9	Nd 60 144.2	Pm 61 145	Sm 62 150.4	Eu 63 152	Gd 64 157.3	Tb 65 158.9	Dy 66 162.5	Ho 67 164.9	Er 68 167.3	Tm 69 168.9	Yb 70 173	Lu 71 175
**	Ac 89 227	Th 90 232	Pa 91 231	U 92 238	Np 93 237	Pu 94 244	Am 95 243	Cm 96 247	Bk 97 247	Cf 98 251	Es 99 252	Fm 100 257	Md 101 258	No 102 259	Lr 103 262

* Lantánidos
** Actínidos

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál de los siguientes elementos pertenece a la familia de los alcalinotérreos?

a) Ba b) Na c) S d) Fe

Solución:
Los metales alcalinotérreos se ubican en la segunda columna de la tabla periódica, es decir, son los que corresponden al grupo II A. Entre ellos se encuentran el Be, Mg, Ca, Sr, Ba y Ra.

Por tanto, la respuesta correcta corresponde al inciso a.

2. Si un elemento se halla en el grupo V A y en el periodo 3 significa que:

a) su átomo tiene 5 electrones y 3 niveles de energía.
b) su átomo tiene 5 niveles de energía y 3 electrones.
c) tiene 5 isótopos y 3 niveles de energía.
d) su átomo tiene 5 electrones en su último nivel y 3 niveles de energía.

Solución:
El número del grupo del elemento nos indica la cantidad de electrones de valencia que tiene éste en su último nivel de energía, mientras que el periodo señala la cantidad de niveles de energía que tiene el átomo.

Por tanto, la respuesta correcta corresponde al inciso d.

3. En la tabla periódica moderna, los elementos han sido ordenados con base en su:

a) número de neutrones
b) peso molecular
c) número de Avogadro
d) número atómico

Solución:
La tabla periódica de los elementos agrupa a éstos en filas y columnas según sus propiedades químicas. Los elementos están organizados en orden creciente según sus números atómicos, esto se basa en la ley periódica establecida por Dimitri Mendeleiev, en la que se establece que las propiedades físicas y químicas de los elementos tienden a repetirse de forma sistemática conforme aumenta el número atómico.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

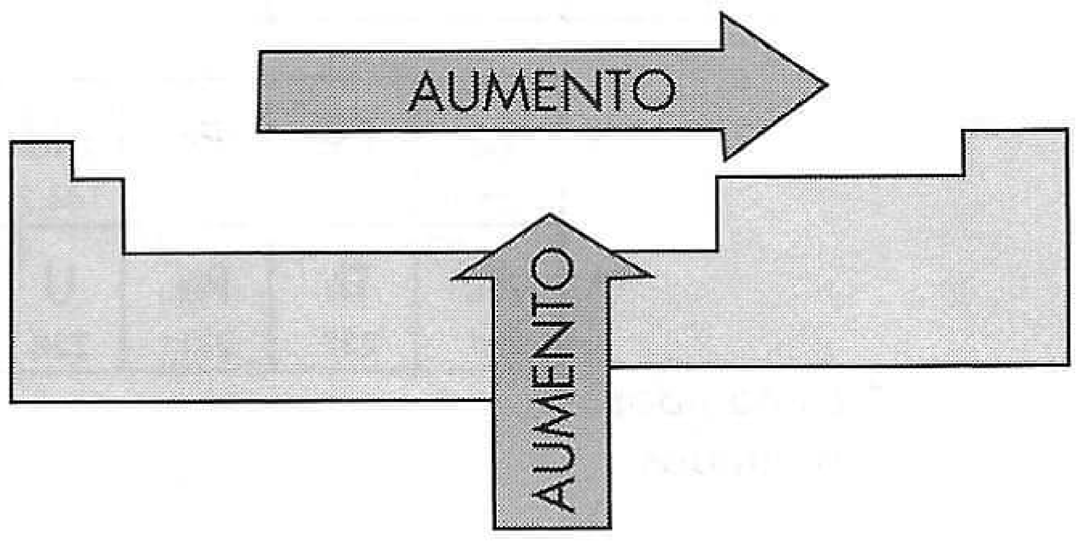
4. En la tabla periódica, ¿qué elementos forman parte de la misma familia?

a) Fe, Co, Ni, Mg b) He, Ne, Ar, N c) Na, K, Rb, Cs d) P, As, Sb, K

Solución:
Al agrupar los elementos en una misma columna se forman familias; en este caso, los elementos mencionados en el inciso c se encuentran en la primera columna de la tabla periódica y corresponden a la familia de los metales alcalinos, por lo que dicho inciso es la respuesta correcta.

Propiedades periódicas

Energía de ionización o potencial de ionización



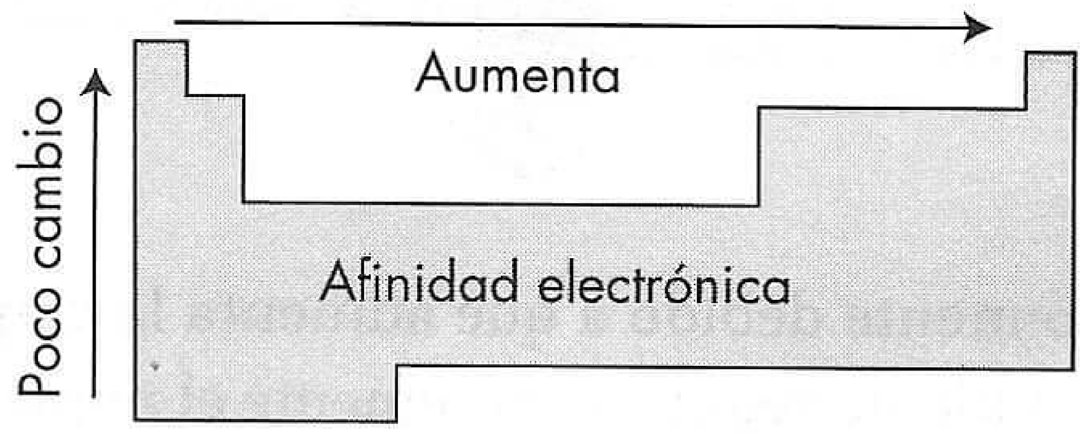
La energía de ionización es la energía mínima necesaria para que un átomo gaseoso en su estado fundamental o de menor energía separe un electrón de sí mismo y así obtenga un ion positivo gaseoso en su estado fundamental. Las energías de ionización de los elementos de un periodo aumentan cuando el número atómico se incrementa.

Dentro de un grupo, la energía o potencial de ionización disminuye a medida que aumenta el número atómico, es decir, de arriba abajo.

$$X_{(g)} + \text{energía} \rightarrow X^{+}_{(g)} + e^{-}$$

➤ Afinidad electrónica

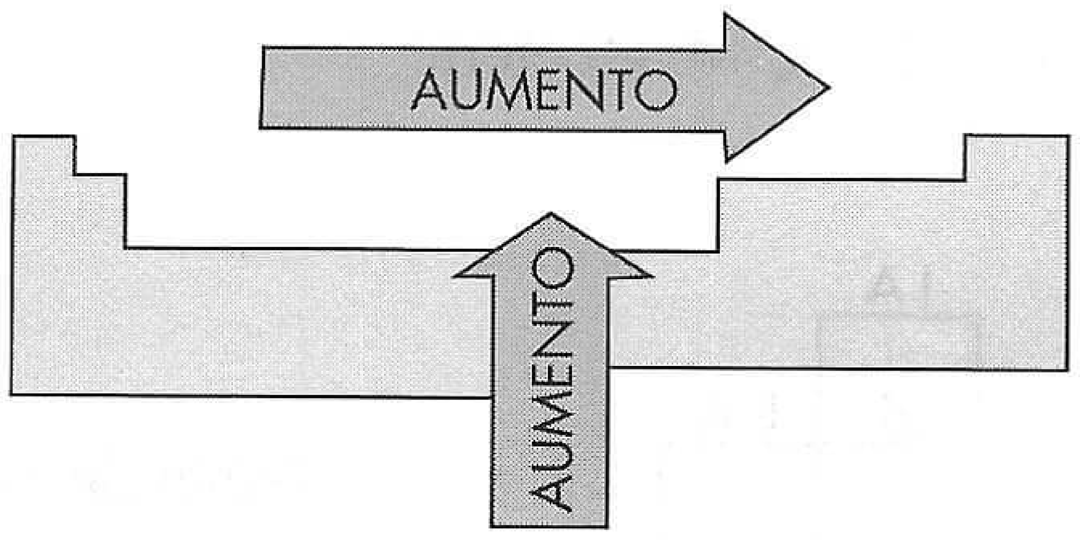
Es el cambio de energía cuando un átomo en estado gaseoso acepta un electrón. Cuanto más negativa sea la afinidad electrónica mayor será la tendencia del átomo a aceptar (ganar) un electrón. La afinidad electrónica no presenta un aumento o disminución de forma ordenada en la tabla periódica, sino desordenada, por ejemplo, a pesar de que presentan algunos patrones, los no metales poseen afinidades electrónicas más altas que los metales. En forma global es posible encontrar un estándar de variación parecido al de la energía de ionización.



$$X^{+}_{(g)} + e^{-} \rightarrow X_{(g)} + \text{energía}$$

➤ Electronegatividad

Es la tendencia de un átomo a atraer electrones de otro cuando forma parte de un compuesto. Si un átomo atrae con fuerza electrones, se dice que es altamente electronegativo; por el contrario, si no atrae electrones, el átomo es poco electronegativo. Cabe destacar que cuando un átomo pierde fácilmente sus electrones, éste es considerado *electropositivo.* La electronegatividad cobra relevancia en el momento de determinar la polaridad de una molécula o enlace.

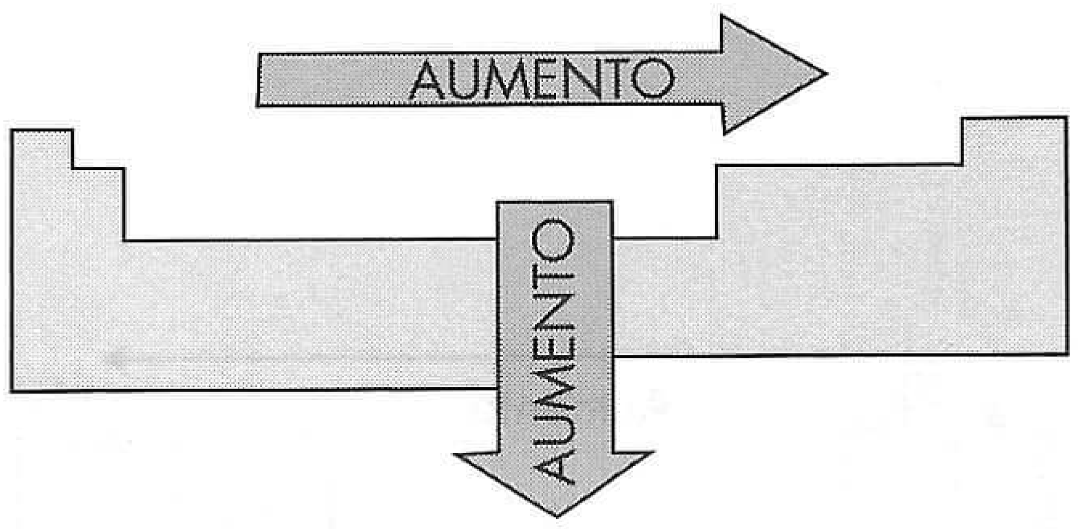


En la tabla periódica, la electronegatividad aumenta de izquierda a derecha en un periodo y de abajo hacia arriba en un grupo, por ello, los metales son elementos de electronegatividad baja y los no metales de alta.

Tabla de electronegatividad

I A	II A	III B	IV B	V B	VI B	VII B	—	VIII B	—	I B	II B	III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
2.1 H																	He
1.0 Li	1.5 Be											2 B	2.5 C	3.0 N	3.5 O	4.0 F	Ne
0.9 Na	1.2 Mg											1.5 Al	1.8 Si	2.1 P	2.5 S	3 Cl	Ar
0.8 K	1.0 Ca	1.3 Sc	1.5 Ti	1.6 V	1.6 Cr	1.5 Mn	1.8 Fe	1.8 Co	1.8 Ni	1.9 Cu	1.7 Zn	1.6 Ga	1.8 Ge	2.0 As	2.4 Se	2.8 Br	3 Kr
0.8 Rb	1.0 Sr	1.2 Y	1.4 Zr	1.6 Nb	1.8 Mo	1.9 Tc	2.2 Ru	2.2 Rh	2.2 Pd	1.9 Ag	1.7 Cd	1.7 In	1.8 Sn	1.9 Sb	2.1 Te	2.5 I	3 Xe
0.7 Cs	0.9 Ba	*	1.5 Hf	1.5 Ta	1.7 W	1.9 Re	2.2 Os	2.2 Ir	2.2 Pt	2.4 Au	1.9 Hg	1.8 Tl	1.8 Pb	1.9 Bi	2 Po	2.2 At	2 Rn
0.7 Fr	0.9 Ra	**															

* Lantánidos	1.1 La	1.1 Ce	1.1 Pr	1.1 Nd	1.2 Pm	1.2 Sm	1.1 Eu	1.2 Gd	1.2 Tb	1.2 Dy	1.2 Ho	1.2 Er	1.2 Tm	1.2 Yb	1.3 Lu
** Actínidos	1.1 Ac	1.3 Th	1.5 Pa	1.7 U	1.3 Np	1.3 Pu	1.3 Am	1 Cm	1.3 Bk	1.3 Cf	1.3 Es	1.3 Fm	1.3 Md	1.3 No	1.5 Lw



➤ Radio atómico

Es la mitad de la distancia entre los núcleos de dos átomos adyacentes. La densidad, el punto de fusión y el punto de ebullición están relacionados con el tamaño de los átomos. Los radios atómicos están determinados en gran medida por cuán fuertemente atrae el núcleo a los electrones. A mayor carga nuclear efectiva, los electrones estarán enlazados con mayor fuerza al núcleo y menor será el radio atómico. Dentro de un periodo, el radio atómico disminuye constantemente debido a que aumenta la carga nuclear efectiva. A medida que se desciende en un grupo, el radio aumenta según se incremente el número atómico.

➤ Número de oxidación

Es un número entero que corresponde a la cantidad de electrones que un átomo pone en juego cuando forma un compuesto determinado.

El número de oxidación es positivo si el átomo pierde electrones o los comparte con un átomo que tenga tendencia a captarlos. Cuando el átomo gane electrones o los comparta con un átomo que tenga tendencia a cederlos, entonces será negativo. El número de oxidación se escribe con caracteres arábigos: +1, +2, +3, +4, −1, −2, −3, −4, etcétera.

Tabla de números de oxidación

I A	II A	III B	IV B	V B	VI B	VII B	VIII B	VIII B	VIII B	I B	II B	III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
+1 H																	He
+1 Li	+2 Be											+3 B	+2±4 C	±1 ±2 ±3 +4 +5 N	−1 −2 O	−1 F	Ne
+1 Na	+2 Mg											+3 Al	+2 ±4 Si	±3 +5 P	+2 ±4 +6 S	±1 +3 +5 +7 Cl	Ar
+1 K	+2 Ca	+3 Sc	+2 +3 +4 Ti	+2 +3 +4 +5 V	+2 +3 +6 Cr	+2 +3 +4 +6 +7 Mn	+2 +3 Fe	+2 +3 Co	+2 +3 Ni	+1 +2 Cu	+2 Zn	+1 ±3 Ga	+2 ±4 Ge	±3 +5 As	−2 +4 +6 Se	±1 +3 +5 +7 Br	Kr
+1 Rb	+2 Sr	+3 Y	+3+4 Zr	+2 +3 +4 +5 Nb	+2 +3 +4 +5 +6 Mo	+4 +5 +6 +7 Tc	+2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 Ru	+2 +3 +4 +5 +6 Rh	+2 +4 Pd	+1 Ag	+2 Cd	+1 ±3 In	+2 ±4 Sn	±3 +5 Sb	±2 +4 +6 Te	±1 +3 +5 +7 I	Xe
+1 Cs	+2 Ba	+3 La	+3+4 Hf	+3 +4 +5 Ta	+2 +3 +4 +5 +6 W	+2 +3 +4 +6 +7 Re	+2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 Os	+2 +3 +4 +5 +6 Ir	+2 +4 Pt	+1 +3 Au	+1 +2 Hg	+1 ±3 Tl	+2 ±4 Pb	+3 +5 Bi	±2 +4 +6 Po	±1 +5 At	Rn
+1 Fr	+2 Ra	+3 Ac															

Ejemplos de reactivos

Ordena las series de elementos en la forma que se indica.

1. Decreciente de radio atómico, Sr, F, Cs, S, As.

a) As < Sr < Cs < F < S   b) F > S > As > Sr > Cs

c) As > Sr > Cs > F > S   d) Cs > Sr > As > S > F

Solución:

De mayor a menor, los átomos más grandes están abajo a la izquierda; ordenamos entonces hacia arriba y hacia la derecha, y obtenemos el siguiente orden: Cs > Sr >As >S >F.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. Decreciente de afinidad electrónica, Ra, Fe, N, Cu, W.

a) N > Cu > Fe > W > Ra b) Fe > W > Ra > N > Cu c) N < Cu < Fe < W < Ra d) Fe < W < Ra < N < Cu

Solución:
Decreciente significa de mayor a menor; si se trata de afinidad electrónica, los más grandes están arriba a la derecha en la tabla periódica, por tanto, se ordena hacia abajo y hacia la izquierda. El orden correcto sería N > Cu > Fe > W > Ra.

Por ello, la respuesta correcta es el inciso a.

3. Creciente de electronegatividad, Zn, Rb, O, Cr, Al.

a) Rb < O < Cr < Al < Zn b) Rb > Cr > Zn > Al > O c) Rb < Cr < Zn < Al < O d) Rb > O > Cr > Al > Zn

Solución:
Creciente significa de menor a mayor; si se trata de electronegatividad, los menos electronegativos están abajo a la izquierda de la tabla periódica. Se ordenan de abajo hacia arriba, de izquierda a derecha. De esta forma, el orden sería Rb < Cr < Zn < Al < O.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

4. Decreciente de carácter metálico, Ag, P, Ir, Ba, Ga.

a) P > Ga > Ag > Ir > Ba b) P < Ga < Ag < Ir < Ba c) Ag < P < Ir < Ga < Ba d) Ag > P > Ir > Ga > Ba

Solución:
De menor a mayor, los menos metálicos están a la derecha y arriba, entonces, se ordenan hacia la izquierda y hacia abajo. El orden correcto sería P < Ga < Ag < Ir < Ba.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

5. ¿Cuáles son los elementos más electronegativos?

a) F, O, Cl b) N, Li, K c) Xe, Ar, Kr d) Be, Mg, Ca

Solución:
La electronegatividad de un elemento es su tendencia a atraer electrones cuando está químicamente combinado con otro átomo. Cuanto mayor sea su electronegatividad, mayor será su capacidad para atraerlos.

La electronegatividad de los elementos representativos aumenta de izquierda a derecha a lo largo de los periodos y de abajo arriba dentro de cada grupo.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Enlaces químicos

Estructuras de Lewis

Los electrones que se encuentran en el nivel más externo del átomo (electrones de valencia) son de gran importancia, ya que participan en las reacciones químicas.

Gilbert Lewis representó los electrones de valencia mediante puntos colocados alrededor del símbolo de cada elemento. Estas representaciones se conocen como *símbolos* o *estructuras de Lewis*.

Familia	Electrones de valencia	Estructura o símbolo de Lewis	Familia	Electrones de valencia	Estructura o símbolo de Lewis
I A	1	Li	V A	5	N
II A	2	Be	VI A	6	O
III A	3	B	VII A	7	F
IV A	4	C	VIII A	8	Ne

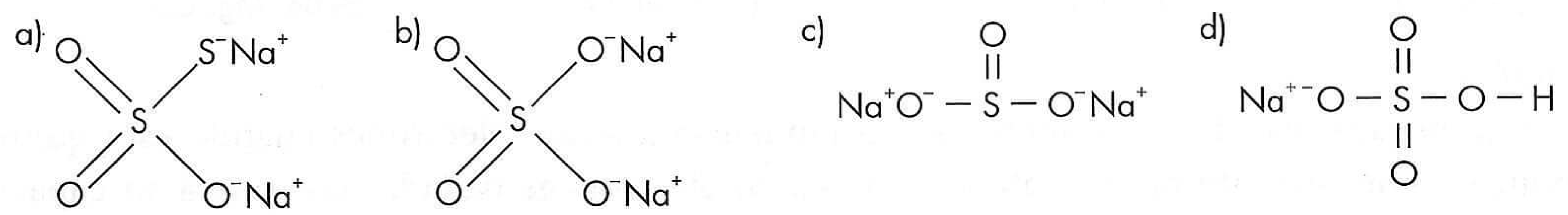
➤ Electrones de valencia
Número de electrones de la última capa o nivel energético del átomo.

➤ Valencia
Capacidad para combinarse, ya sea que pierda (+) o gane electrones (–) para cumplir la regla del octeto.

➤ Regla del octeto
Para que un elemento sea estable debe tener ocho electrones en el último nivel de energía (configuración de gas noble).

Ejemplos de reactivos

1. De acuerdo con la regla del octeto, ¿cuál es una estructura de Lewis correcta del tiosulfato de sodio?



Solución:
Lo primero que debemos conocer es la fórmula del tiosulfato de sodio para poder determinar los enlaces que hay entre los elementos que lo componen. La fórmula de este compuesto es $Na_2S_2O_3$; de acuerdo con esta fórmula, la única opción que cumple con cada elemento y su cantidad de átomos es el inciso a.

La estructura mostrada en el inciso b corresponde al sulfato de sodio (Na_2SO_4), en el inciso c se presenta la fórmula del sulfito de sodio (Na_2SO_3) y, en el inciso d, la fórmula del sulfato ácido de sodio ($NaHSO_4$).

2. Si el cloro es –1 y el azufre es +2, ¿cuál es la estructura según la ley del octeto de Lewis para el cloruro de azufre?



Solución:
Recuerda que el cloro es un elemento que se ubica en el grupo de los halógenos (VII A), por lo que tiene siete electrones de valencia, mientras que el azufre es un calcógeno que se ubica en la familia VI A y tiene seis electrones de valencia.

El azufre, para completar su octeto, requiere de dos electrones, mientras cada átomo requiere de un electrón. Al ser no metales, tienen la capacidad de aceptar electrones o de compartirlos; en este caso, ambos elementos deberán compartir electrones: un electrón cada átomo de cloro al azufre y este último dos electrones, uno a cada átomo de cloro.

Por tanto, la única opción en la que se muestra este enlace covalente entre los átomos de cloro y el de azufre es el inciso b.

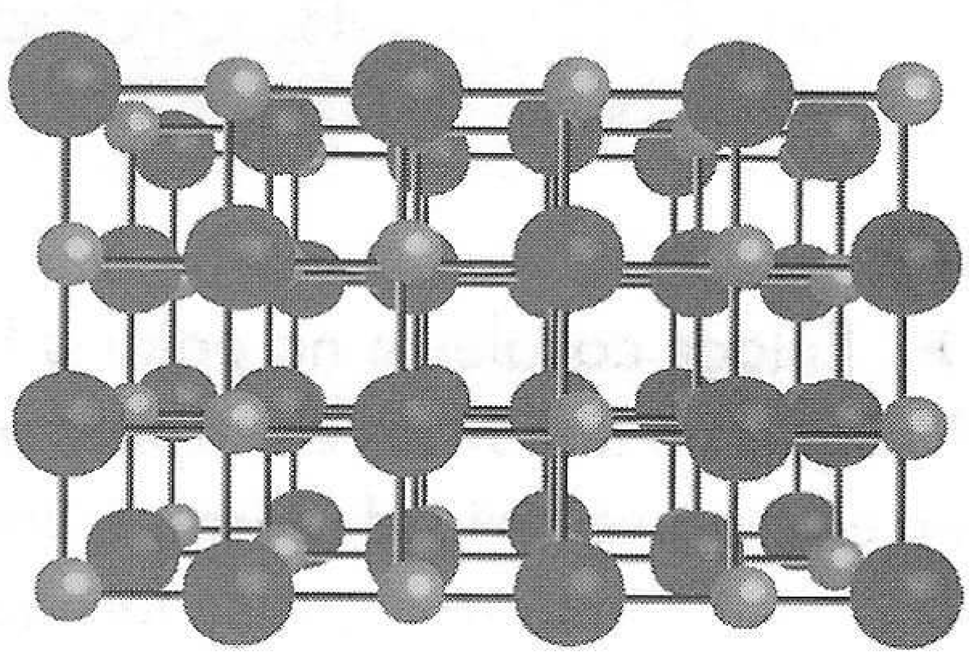
▼ Tipos de enlaces químicos

La fuerza de atracción que mantiene unidos a los átomos en las moléculas y a los iones en los cristales se conoce con el nombre de *enlace químico*. A estos enlaces se deben las diferentes propiedades físicas y químicas de las sustancias.

Los enlaces químicos se pueden presentar de tres diferentes formas de acuerdo con los átomos que se unen: iónico, covalente y metálico.

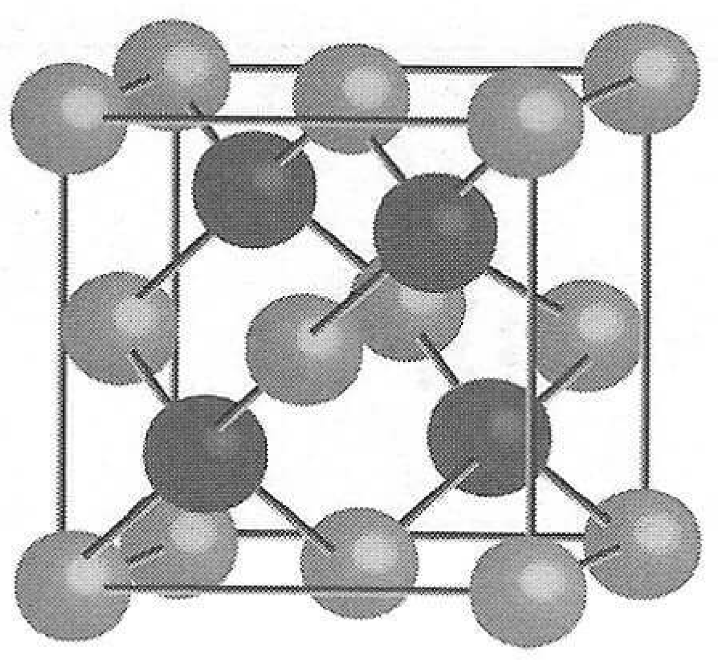
➤ Enlace iónico

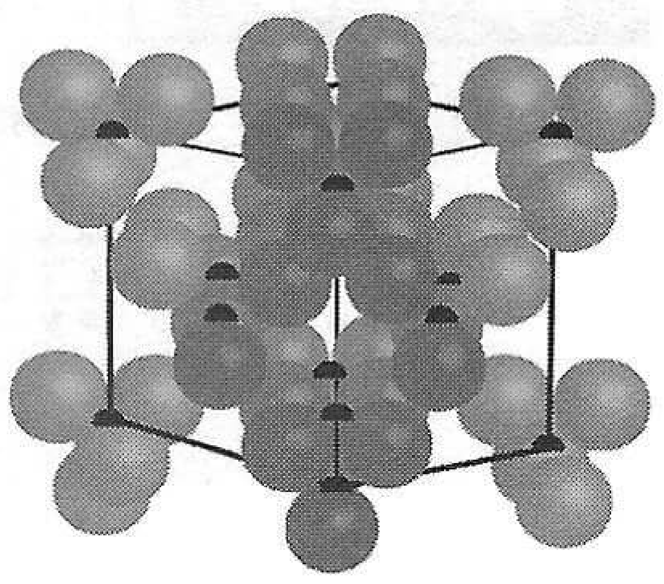
Se basa en la transferencia de electrones, con lo que se forman átomos con carga eléctrica, llamados *iones*. Los iones positivos se llaman *cationes* (un metal cuando pierde electrones) y los negativos, *aniones* (un no metal cuando gana electrones). Una vez formados los cationes y los aniones, entre éstos se establecen fuerzas de atracción electrostática, lo que conduce a la formación del enlace. La diferencia de electronegatividades entre los átomos que se unen es mayor a 1.7 (Zárraga, 2004).



Los compuestos iónicos presentan las siguientes propiedades (Ocampo, 2000 y Daub, 2005):

- No forman moléculas independientes.
- Todos son sólidos cristalinos estables a temperatura ambiente y presentan diferentes formas de cristalización.
- Los cristales iónicos son duros, debido a que el enlace es fuerte y resisten las rayaduras.
- Son frágiles, pues un golpe puede originar un desplazamiento de los planos de los iones.
- Presentan altos puntos de fusión, ya que al fundirse requieren de gran cantidad de energía para romper la estructura cristalina.

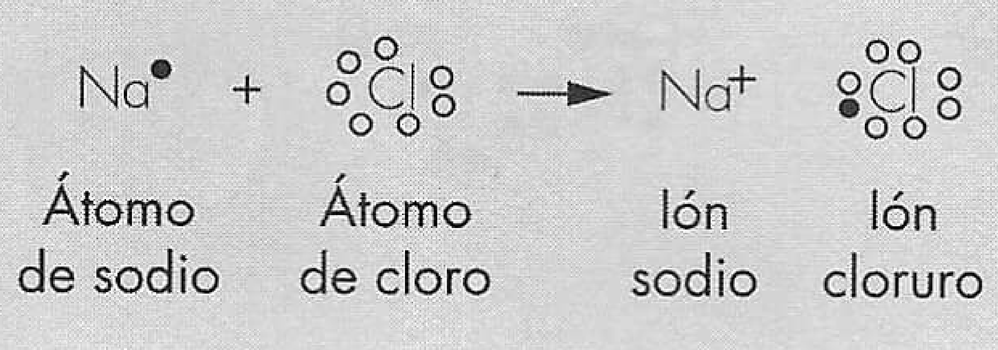




- Son solubles en agua, disociándose en iones.
- No conducen la corriente eléctrica en estado sólido porque los iones están inmovilizados en la red, pero, al disolverse o fundirse, estos iones adquieren movilidad y pueden conducir la corriente eléctrica.
- No se disuelven en solventes orgánicos.

Ejemplos

ZnS, NaCl, CsCl, SiO_2, CaF_2, TiO_2, $KCdF_3$, $KNiF_3$, $BaTiO_3$, $BaSO_4$, Na_2CO_3, etcétera



➤ Enlace covalente

Ocurre cuando dos o más átomos comparten un par de electrones o más al unirse. Este enlace se aprecia en las interacciones entre elementos no metálicos.

Las sustancias covalentes se caracterizan por lo siguiente:

- Forman entidades moleculares individuales.
- Se pueden presentar en estado sólido, líquido o gaseoso a temperatura ambiente.
- Sus puntos de fusión y ebullición no son elevados, aunque serán mayores cuando la fuerza intermolecular (que une a las moléculas) sea más intensa.
- Suelen ser blandas y elásticas, pues al rayarlas sólo se rompen las fuerzas intermoleculares.
- La solubilidad es variable, siendo solubles en disolventes de polaridad similar. Los compuestos polares se disuelven en disolventes polares, los apolares en disolventes apolares.
- En general son malos conductores de la electricidad, aunque la conductividad eléctrica se ve favorecida si aumenta la polaridad de las moléculas.

Ejemplos

H_2, Br_2, H_2O, NH_3 son compuestos orgánicos, como alcoholes, azúcares, grasas, la mayor parte de las drogas, colorantes, perfumes, etcétera.

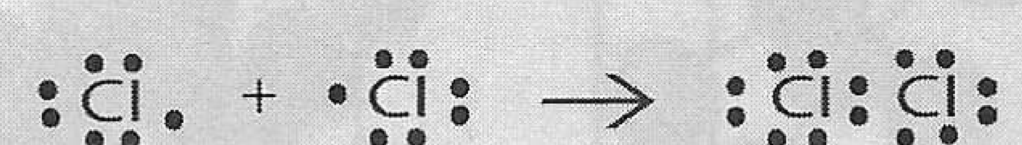
➤ Enlace covalente no polar u homopolar

Es aquel en donde los electrones se comparten de manera equitativa entre dos átomos no metálicos idénticos en electronegatividad (Zárraga, 2004).

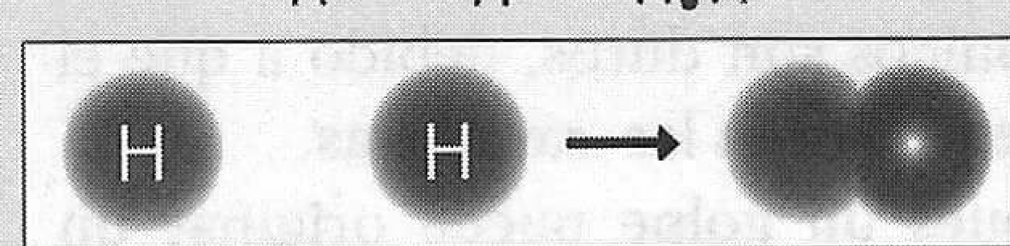
Los compuestos que se forman con este tipo de enlace no son solubles en agua y no forman estructuras cristalinas.

Ejemplos

H_2, N_2, Cl_2, etcétera



H• + •H → H:H



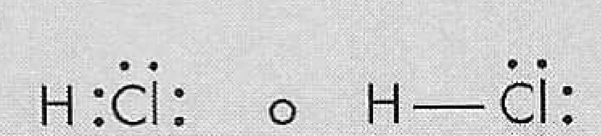
➤ Enlace covalente polar o heteropolar

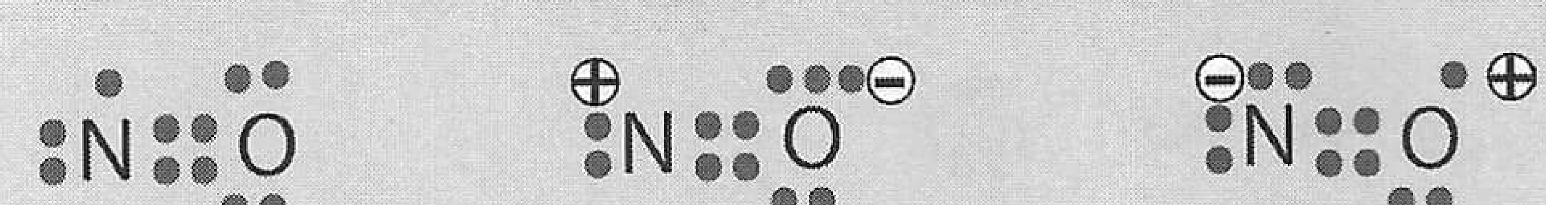
Se presenta cuando uno de los átomos ejerce mayor atracción sobre los electrones de enlace que el otro. Entre los átomos (no metales diferentes) que se unen existe una diferencia de electronegatividad menor a 1.7 (Zárraga, 2004).

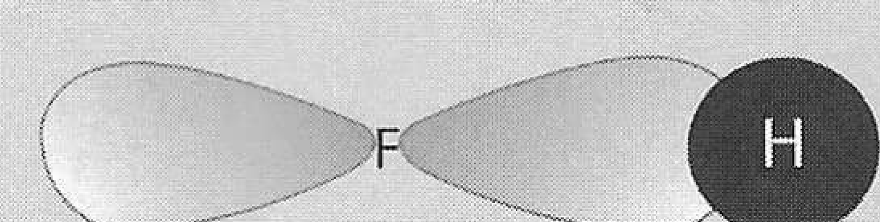
Los compuestos con enlace covalente polar son solubles en agua y conducen la electricidad.

Ejemplos

HF, HCl, NO, H_2O, etcétera.





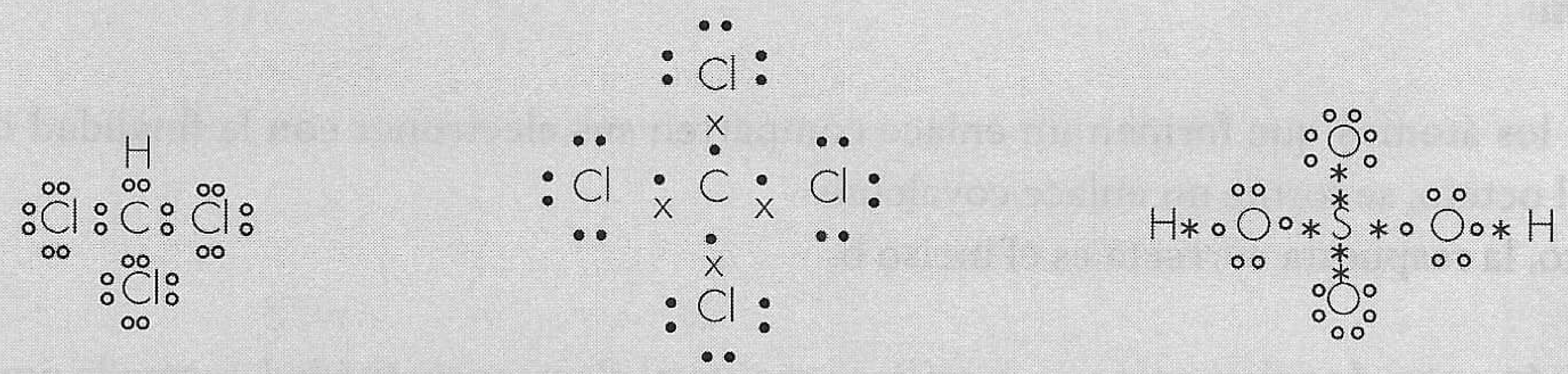


➤ Enlace covalente coordinado

Este enlace se presenta cuando un solo átomo comparte los electrones con otro átomo.

Ejemplos

$CHCl_3$, CCl_4, H_2SO_4, SO_2, HNO_3, etcétera.



➤ Enlace metálico

Éste ocurre en los metales y aleaciones al constituir cristales metálicos: se forma una red cristalina de iones metálicos (elementos muy electropositivos) y en ésta los electrones de valencia se intercambian rápidamente.

En la actualidad, se asume que en los metales el enlace no se establece entre átomos, sino más bien entre cationes metálicos y los que fueron sus electrones.

El hecho de que los electrones estén deslocalizados explica el porqué estos elementos son buenos conductores de calor y electricidad, ya que ambos fenómenos están asociados al libre movimiento de los electrones.

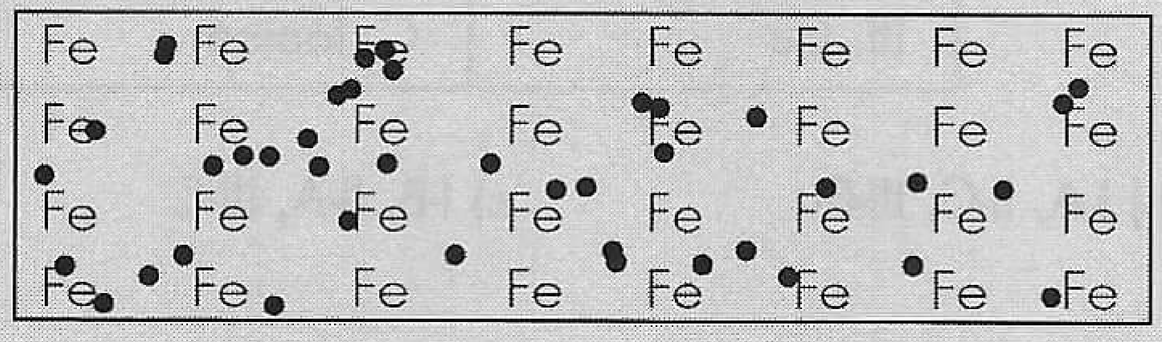
Cuando un pedazo de metal se somete a una presión externa, los cationes metálicos pueden "resbalar" unos sobre otros debido a la capa de electrones que los separa, deformándose, pero no rompiéndose, lo cual explica su maleabilidad y ductilidad.

Prácticamente, todos los átomos metálicos se agrupan en diferentes estructuras metálicas, llamadas *celdas unitarias.*

Presentan puntos de fusión y ebullición elevados, brillo metálico, tenacidad, dureza, maleabilidad (se pueden transformar en laminados, estirarse, doblarse), ductilidad (es posible hacer con ellos hilos, alambres, etc.), alta conductividad térmica y eléctrica.

Ejemplo

Na, Au, Fe, Cu, Zn, aleaciones metálicas como bronce (Cu-Sn), latón (Cu-Zn), acero (Fe-C) y alpaca (Zn-Cu-Ni).



Los núcleos de hierro (positivos) se encuentran rodeados de una nube de electrones (negativos) que son compartidos por todos los átomos de hierro. Se mantienen unidos por fuerzas de atracción entre las cargas de distinto signo.

Ejemplos de reactivos

1. Enlace que involucra la compartición de electrones en los que los núcleos positvos cargados de dos o más átomos atraen simultáneamente a los electrones negativamente cargados que están siendo compartidos:

a) iónico b) covalente c) metálico d) puente de hidrógeno

Solución:

Cuando los átomos que forman un enlace comparten sus electrones con la finalidad de cumplir con la regla del octeto, se forma un enlace covalente.
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

2. La unión entre dos elementos no metálicos con igual electronegatividad, formada por enlaces covalentes no polares, se ejemplifica en el inciso:

a) Au, Ag y Pt b) O_2, N_2 y H_2 c) Cu_2, Ag_2 y Fe_2 d) CO_2, PH_3 y CH_4

Solución:
El concepto de *electronegatividad* es muy útil para conocer el tipo de enlace que originan dos átomos al unirse.

El enlace entre átomos de la misma clase y electronegatividad es apolar o no polar.

Cuanto más grandes sean las diferencias de electronegatividad entre dos átomos tanto mayor será la densidad electrónica del orbital molecular en las proximidades del átomo más electronegativo. Entonces se origina un enlace polar.

Cuando el enlace lo forman dos átomos del mismo elemento, la diferencia de electronegatividad es cero, entonces se forma un enlace covalente no polar. El enlace covalente no polar se presenta entre átomos del mismo elemento o entre átomos con muy poca diferencia de electronegatividad. Un ejemplo es la molécula de hidrógeno, la cual está formada por dos átomos del mismo elemento, por lo que su diferencia es cero.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

3. Relaciona correctamente las sustancias con el tipo de enlace que presentan.

Sustancia	Tipo de enlace
I. Na_2S	A. Covalente
II. HBr	B. Metálico
III. Cu	C. Iónico

a) I-A, II-B, III-C b) I-A, II-C, III-B c) I-B, II-A, III-C d) I-C, II-A, III-B

Solución:
Consideremos lo siguiente:

- El enlace iónico ocurre generalmente cuando se une un metal con un no metal.
- El enlace covalente se observa en la unión entre dos no metales.
- El enlace metálico es característico de los metales.

Los átomos se unen entre sí para formar moléculas mediante fuerzas de enlace. Los tipos fundamentales de enlace son el iónico, covalente y metálico. Lewis expuso la teoría de que todos los elementos tienen tendencia a adoptar una configuración electrónica de gas noble (con ocho electrones en la última capa).

Los elementos situados a la derecha en la tabla periódica (no metales) adoptan dicha configuración debido a la captura de electrones, mientras que los elementos ubicados a la izquierda y en el centro de la tabla (metales) la adoptan por pérdida de electrones. De esta forma, la combinación de un metal con un no metal se logra por enlace iónico, pero la combinación de no metales no puede conseguirse mediante este proceso de transferencia de electrones, por lo que Lewis supuso que debían compartirlos.

En el enlace metálico, los átomos se transforman en iones y electrones; en lugar de pasar a un átomo adyacente, se desplazan alrededor de muchos átomos. Intuitivamente, puede considerarse que la red cristalina metálica está formada por una serie de átomos alrededor de los cuales los electrones sueltos forman una nube que mantiene unido al conjunto.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Compuestos inorgánicos

La nomenclatura química es el conjunto de reglas para nombrar los compuestos químicos. Tiene la finalidad de favorecer que se recuerde la composición de éstos y su función química principal.

Los compuestos inorgánicos se pueden clasificar como se muestra en la siguiente tabla.

Tipo de compuesto	Fórmula general	Ejemplos
Hidruros	metal + hidrógeno ⇒ hidruro M — H	NaH → hidruro de sodio LiH → hidruro de litio CaH_2 → hidruro de calcio SrH_2 → hidruro de estroncio
Óxidos u óxidos básicos	metal + oxígeno ⇒ óxido metálico M — O	Au_2O_3 → óxido áurico Cu_2O → óxido cuproso Li_2O → óxido de litio
Peróxidos	R — O — O — R R = hidrógeno, metal	H_2O_2 → peróxido de hidrógeno Na_2O_2 → peróxido de sodio CaO_2 → peróxido de calcio
Hidróxidos	metal + agua ⇒ hidróxido (base) + H_2 óxido básico + agua ⇒ hidróxido M — O — H	$Ba(OH)_2$ → hidróxido de bario $Fe(OH)_2$ → hidróxido ferroso $Pb(OH)_4$ → hidróxido plúmbico
Anhídridos u óxidos no metálicos	no metal + oxígeno ⇒ óxido no metálico NM — O	B_2O_3 → anhídrido bórico Cl_2O_7 → anhídrido perclórico CO → anhídrido carbonoso
Hidrácidos	hidrógeno + no metal ⇒ hidrácido H — NM	H_2S → hidrácido sulfhídrico HBr → hidrácido bromhídrico HF → hidrácido fluorhídrico
Oxiácidos	anhídrido + agua ⇒ oxiácido H — NM — O	HIO_4 → oxiácido periódico HNO_3 → oxiácido nítrico H_3PO_4 → oxiácido fosfórico
Oxisales	oxiácido + hidróxido ⇒ oxisal + H_2O metal + oxiácido ⇒ oxisal + H_2 M — NM — O	$BaCO_3$ → carbonato de bario $KClO_3$ → clorato de potasio $AgNO_3$ → nitrato de plata

Tipo de compuesto	Fórmula general	Ejemplos
Sales binarias	hidrácido + hidróxido ⇒ sal + H_2O metal + no metal ⇒ sal metal + hidrácido ⇒ sal + H_2 óxido metálico + hidrácido ⇒ sal + H_2O M – NM	NaBr → bromuro de sodio $ZnCl_2$ → cloruro de zinc KF → fluoruro de potasio
Sales ácidas	Se forman por la sustitución parcial de los hidrógenos del ácido por un metal. M – H – NM – O	$NaHCO_3$ → carbonato ácido de sodio
Sales básicas	Se forman cuando los oxhidrilos (OH^{-1}), no han sido reemplazados en su totalidad por radicales ácidos. M – O – H – NM – O	Al $(OH)SO_4$ → sulfato básico de aluminio

Ejemplos de reactivos

1. Indica a qué tipo de compuesto corresponde $AgNO_3$.

a) Oxisal b) Oxiácido c) Sal neutra d) Óxido básico

Solución:
Para distinguir los compuestos inorgánicos, considera la forma en que aparecen los átomos en los mismos.

Óxidos básicos	metal – oxígeno
Óxidos ácidos o anhídridos	no metal – oxígeno
Hidróxidos	metal – oxígeno – hidrógeno
Hidrácidos	hidrógeno – no metal
Oxiácidos	hidrógeno – no metal – oxígeno
Sal binaria o neutra	metal – no metal
Oxisal	metal – no metal – oxígeno
Hidruro	metal – hidrógeno
Peróxido	metal – dos átomos de oxígeno
Sal ácida	metal – hidrógeno – no metal – oxígeno
Sal básica	metal – oxígeno – hidrógeno – no metal – oxígeno

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

2. ¿Cuál de las siguientes reacciones representa una sal?

a) $4Na + O_2 \rightarrow 2Na_2O$ b) $2Na + Cl_2 \rightarrow 2NaCl$
c) $B_2O_3 + H_3O \rightarrow 2HBO_2$ d) $Na_2O + H_2O \rightarrow 2NaOH$

Solución:
Al observar los productos que se originan en cada una de las reacciones se deduce lo siguiente:

- Na_2O corresponde a la unión de un metal con oxígeno, lo que resulta en la formación de un óxido básico.
- NaCl es la unión de un metal con un no metal, por lo que se forma una sal.
- HBO_2 corresponde a la unión de un hidrógeno con un no metal y oxígeno; este orden indica que se trata de un oxiácido.

- NaOH es el resultado de la unión de un metal con hidrógeno y oxígeno, por lo que representa un hidróxido.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

3. ¿Qué resulta de la combinación entre un halógeno e hidrógeno?

a) Hidrato b) Hidrácido c) Hidróxido d) Hidruro

Solución:
La reacción que ocurre entre un halógeno (no metal) con el hidrógeno produce siempre un hidrácido.
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Mol

Concepto

El *mol* es la unidad científica fundamental que corresponde a la cantidad de sustancia (partículas, átomos, moléculas, etc). Es una cantidad de fórmula química determinada que contiene el mismo número de unidades de fórmula (átomos, moléculas, iones...) de los átomos que hay en 12 gramos de C^{12} (Daub, 2005).

Cálculo de la masa molar o peso molecular

Los términos *peso molecular, masa molecular, peso fórmula* y *masa fórmula* han sido utilizados para hacer referencia a la masa de un mol de un compuesto; sin embargo, el término *masa molar* es más amplio, pues se puede aplicar para todo tipo de compuestos.

A partir de la fórmula de un compuesto, podemos determinar la masa molar sumando las masas atómicas de todos los átomos que se muestran en la fórmula. Si hay más de un átomo de cualquier elemento, su masa debe sumarse tantas veces como aparezca.

Ejemplo 1

HNO_3 (oxiácido nítrico)

Elemento	Núm. de átomos	Peso atómico (uma)	Total
H	1	1	1
N	1	14	14
O	3	16	48
			peso fórmula o masa molar = 63 uma o g/mol

Ejemplo 2

KOH (hidróxido de potasio)

Elemento	Núm. de átomos	Peso atómico (uma)	Total
K	1	39	39
O	1	16	16
H	1	1	1
			peso fórmula o masa molar = 56 uma o g/mol

▼ Conversión de gramos a mol y de mol a gramos

Con la masa molar de un compuesto se establece una relación entre los moles y la masa de una sustancia, por medio de la siguiente fórmula:

$$n = \frac{m}{MM}$$

Donde n = mol, m = masa (g), MM = masa molar (g/mol, uma)

Ejemplo 1

¿Cuál es la cantidad de moles de átomos de oxígeno que hay en 24 g de átomos de oxígeno?

MM(O) = 16 g/mol

$$n = \frac{24\ g}{16\ \frac{g}{mol}} = 1.5 \text{ moles de átomos de oxígeno}$$

Ejemplo 2

¿Cuál es la cantidad de moles de dióxido de azufre (SO_2) que hay en 24.5 g de éste?

MM(SO_2) = 64.1 g/mol

$$n = \frac{24.5\ g}{64.1\ \frac{g}{mol}} = 0.382 \text{ moles de dióxido de azufre}$$

Ejemplo 3

¿Cuál es la masa en gramos de sulfato de sodio que hay en 1.30 moles de esta sal?

$MM(Na_2SO_4) = 142.1$ g/mol

$$n = \frac{m}{MM}$$

Despejamos $m = n(MM)$

$$m = (1.3 \text{ mol})\left(142.1\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right) = 185 \text{ g de } Na_2SO_4$$

Ejemplos de reactivos

1. Calcular la masa molar del ácido acético (CH_3–COOH).

a) 30 g/mol b) 45 g/mol c) 60 g/mol d) 75 g/mol

Solución:
Calculando su masa molecular o molar:

Elemento	Número de átomos por la masa atómica	Resultados parciales
C	2 × 12.00 =	24.00 g/mol
H	4 × 1.00 =	4.00 g/mol
O	2 × 16.00 =	32.00 g/mol
	Masa molecular	**60.00 g/mol**

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

2. La fórmula de un compuesto con masa molar de 159.6 gramos que contiene fierro y oxígeno es:

a) Fe_2O_3 b) Fe_3O_2 c) Fe_3O_4 d) Fe_2O

Solución:
Considerando las masas atómicas del Fe (55.8) y del O (16.00), se calcula la masa molar de cada compuesto de las opciones que tenemos como respuesta.

Tomando como ejemplo al óxido férrico:

Elemento	Número de átomos por la masa atómica	Resultados parciales
Fe	2 × 55.80 =	111.60 g/mol
O	3 × 16.00 =	48.00 g/mol
	Masa molecular	**159.60 g/mol**

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

3. ¿Cuántos moles de ácido acético (CH_3–COOH) habrá en 256 g de éste?

a) 0.189 moles b) 0.234 moles c) 4.266 moles d) 5.266 moles

Solución:
Calculando la masa molecular del ácido acético:

Elemento	Número de átomos por la masa atómica	Resultados parciales
C	2 × 12.00 =	24.00 g/mol
H	4 × 1.00 =	4.00 g/mol
O	2 × 16.00 =	32.00 g/mol
	Masa molecular	**60.00 g/mol**

Utilizando la fórmula:

$$n = \frac{m}{MM}$$

Donde n = número de moles (mol), m = masa (g), MM = masa molecular (g/mol)

Sustituyendo:

$$n = \frac{256\ g}{60\ g/mol}$$

$$n = 4.266\ moles$$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

3. Calcula la cantidad de gramos equivalentes a medio mol de hidróxido de calcio.

a) 18.5 g b) 37 g c) 74 g d) 111 g

Solución:
Calculando la masa molecular o molar del hidróxido de calcio ($Ca(OH)_2$):

Elemento		Número de átomos		Masa atómica		
Ca	=	1	×	40.00 g/mol	=	40 g/mol
H	=	2	×	1.00 g/mol	=	2 g/mol
O	=	2	×	16.00 g/mol	=	32 g/mol
				Masa molar	=	**74 g/mol**

Utilizando la fórmula:

$$n = \frac{m}{MM}$$

Donde n = número de moles (mol), m = masa (g), MM = masa molar (g/mol)

Despejando m (masa):

$$m = (n)(MM)$$

Sustituyendo:

$$m = (0.5\ moles)(74\ g/mol)$$

$$m = 37\ g$$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles de las siguientes sustancias son consideradas como puras?

I. Aire	III. Yodo	V. Gasolina
II. Sodio	IV. Petróleo	VI. Calcio

a) I, IV, V b) II, III, VI c) I, II, IV d) I, III, VI

2. ¿En cuál de las siguientes opciones hay solamente compuestos?

a) Cl, Na_2O, HBrO b) CO_2, Cl, CF_4 c) Li, Na, Ne d) HF, CaO, H_2CO_3

3. El $Mg(OH)_2$ es un...

a) compuesto formado por átomos de Mg e hidroxilo.
b) compuesto formado por 3 átomos de elementos diferentes.
c) compuesto formado por 2 átomos de Mg y uno de hidroxilo.
d) compuesto formado por átomos de 3 elementos diferentes.

4. ¿Cuál es el nombre de la sustancia formada por un solo componente químico?

a) molécula b) sustancia pura c) átomo d) mezcla

5. Las propiedades de un compuesto suelen ser __________ a las de los elementos que las constituyen.

a) complementarias b) similares c) parecidas d) distintas

6. ¿En cuál de las siguientes opciones hay una sustancia pura?

a) sal b) café c) leche d) tableta efervescente

7. La expresión del compuesto $3Mg_3(PO_4)_2$ indica que hay:

a) 3 átomos de magnesio y 2 radicales fosfatos.
b) 3 átomos de magnesio, 1 átomo de fósforo y 4 átomos de oxígeno.
c) 9 átomos de magnesio, 2 átomos de fósforo y 8 átomos de oxígeno.
d) 9 átomos de magnesio, 6 átomos de fósforo y 24 átomos de oxígeno.

8. En las siguientes opciones, selecciona cuáles son compuestos.

1. Aire	4. Carbonato de calcio
2. Cloruro de sodio	5. Ácido sulfúrico
3. Hierro	6. Flúor

a) 2, 3, 6 b) 2, 4, 5 c) 1, 3, 4 d) 1, 4, 5

9. Combinación de dos o más sustancias en proporciones variables, cuyos componentes pueden separarse por métodos físicos o mecánicos.

a) compuesto b) sustancia pura c) mezcla d) elemento

10. Relaciona correctamente las siguientes columnas.

Tipo de mezcla	Ejemplos
I. Mezclas homogéneas II. Mezclas heterogéneas	a. Champú b. Pecera c. Bronce d. Helado napolitano

a) I: a, c; II: b, d b) I: c, d; II: a, b c) I: a, d; II: c, b d) I: d, a, c; II: b

11. Las mezclas en las que no se observan sus componentes o fases reciben el nombre de:

a) saturadas　　b) heterogéneas　　c) puras　　d) homogéneas

12. ¿Cuáles de las siguientes sustancias son una mezcla?

a. Bronce　　b. Latón
c. Cobre　　d. Acero
e. Plata　　f. Hierro

a) a, b, c　　b) a, b, d　　c) b, e, f　　d) c, e, f

13. A 70 °C la solubilidad del cloruro de potasio es 50 g/100 cm^3 de agua; en el laboratorio, un estudiante pesa 75 g/100 cm^3 de agua de cloruro de potasio a temperatura de 70 °C, por tanto:

a) está saturada y le sobran 25 g de cloruro de potasio que no se disuelven.
b) no está saturada y le faltan 50 g de cloruro de potasio para que se sature.
c) está saturada y le sobran 50 g de cloruro de potasio que no se disuelven.
d) la solución no está saturada y le faltan 25 g de cloruro de potasio para que se sature.

14. Las disoluciones están constituidas por un soluto y...

a) agua　　b) disolvente　　c) acetona　　d) alcohol

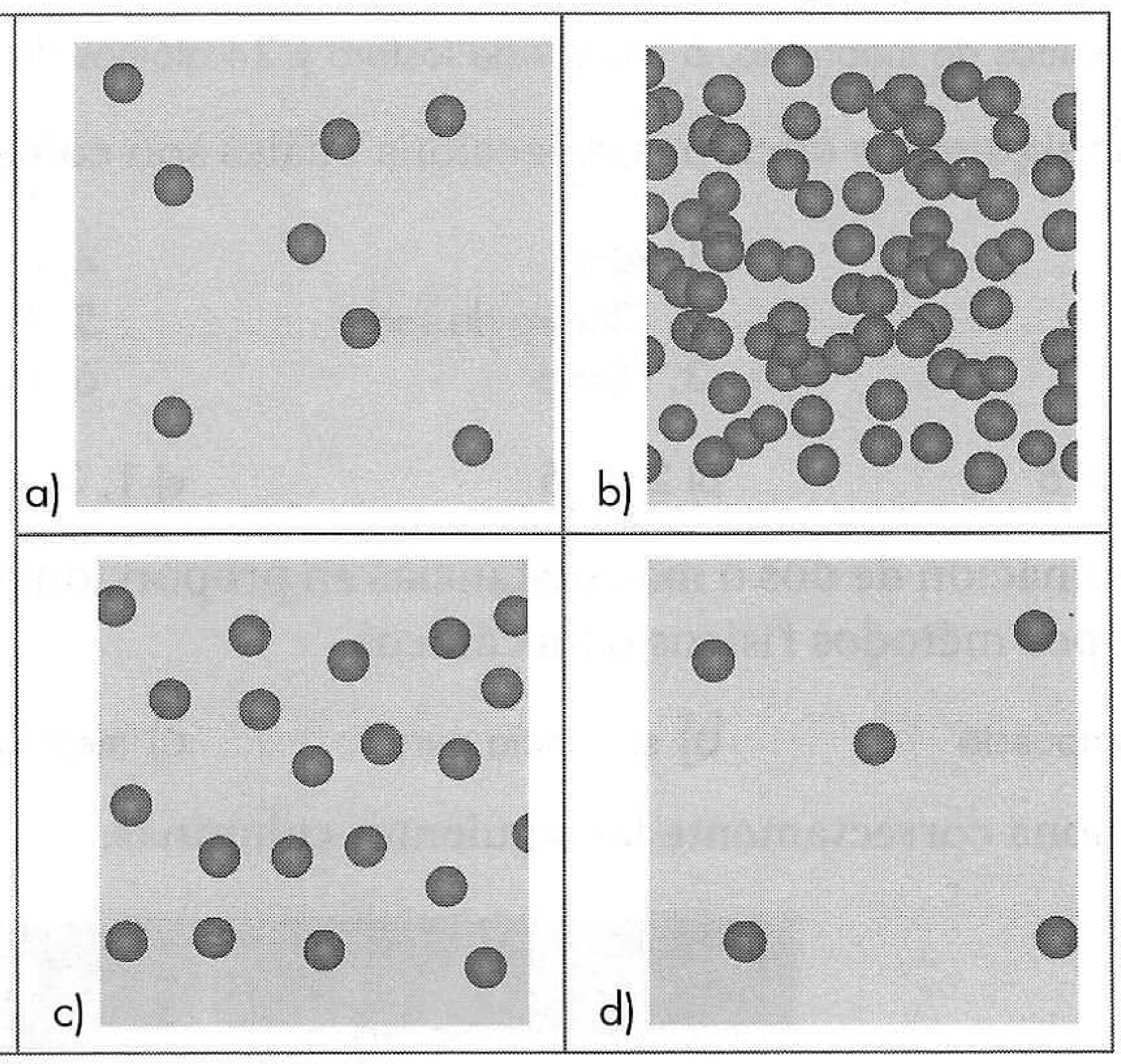
15. El disolvente en una disolución siempre es...

a) agua　　c) el que se encuentra en menor proporción
b) líquido　　d) el que se encuentra en mayor proporción

16. La mayonesa, la leche, la mantequilla son ejemplos de:

a) compuestos　　b) disoluciones　　c) suspensiones　　d) coloides

17. Relaciona las columnas de las concentraciones del soluto en una mezcla. Los círculos representan al soluto.

Concentración	Representación
I. Diluida II. Saturada III. Concentrada IV. Sobresaturada	

a) Ia; IId; IIIb; IVc　　b) Ic; IId; IIIb; IVa　　c) Id; IIc; IIIa; IVb　　d) Id; IIa; IIId; IVc

18. Un acuario debe mantener la concentración de sal similar a la del agua de mar, esto es, 1.8 g de sal disueltos en 50 g de agua. ¿Cuál es el porcentaje en masa de la sal en la disolución?

a) 2.16%　　b) 3.47%　　c) 6.82%　　d) 15.97%

19. Determinar el porcentaje en masa de un suero que contiene 45 g de sal en 225 g de disolución.

a) 16% b) 18% c) 20% d) 23%

20. ¿Quién ingiere más alcohol: la persona A, que bebe una cerveza cuyo volumen es de 355 ml y su porcentaje de alcohol en volumen es de 5.3, o la persona B, que bebe una copa de ron cuyo volumen es de 35 ml y su concentración de alcohol es de 39% en volumen?

a) La persona A.
c) Las dos consumen igual.
b) La persona B.
d) No se puede determinar porque son bebidas diferentes.

21. La masa atómica o número de masa se calcula al sumar el número de neutrones más el:

a) número de protones. b) número de moléculas. c) número de electrones. d) número de átomos.

22. Si un elemento neutro tiene un número atómico (Z) de 25 y una masa atómica (A) de 55, ¿cuántos protones, electrones y neutrones tiene?

a) 30 protones, 30 electrones y 55 neutrones
c) 30 protones, 30 electrones y 25 neutrones
b) 25 protones, 30 electrones y 55 neutrones
d) 25 protones, 25 electrones y 30 neutrones

23. Si el número atómico de un elemento neutro es 36, es posible afirmar, sin equivocación, que tiene:

a) $36n^{\pm}$ b) $36p^{+}$ y $36n^{\pm}$ c) $10e^{-}$, $10p^{+}$, $16n^{\pm}$ d) $36e^{-}$

24. ¿Cuántos protones y neutrones posee el isótopo del hidrógeno $_{2}H^{1}$ (deuterio) que se utiliza como refrigerante en los reactores nucleares?

a) $1p^{+}$ y $1n^{\pm}$ b) $1p^{+}$ y $2n^{\pm}$ c) $2p^{+}$ y $1n^{\pm}$ d) $3p^{+}$ y $3n^{\pm}$

25. Característica que tienen los elementos en estado basal:

a) Su masa molecular es igual al número atómico.
b) Tienen la misma cantidad de protones y neutrones.
c) Tienen la misma cantidad de protones y electrones.
d) La suma de protones es igual a la suma de electrones y neutrones.

26. Los isótopos son elementos que tienen el mismo número atómico, pero diferente:

a) número de protones. b) número de neutrones. c) número de electrones. d) número de átomos.

27. Época en la que se avanza más en el conocimiento de la estructura atómica.

a) Segunda mitad del siglo XIX
c) Primeros años del siglo XXI
b) Primera mitad del siglo XX
d) Segunda mitad del siglo XX

28. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas con respecto al átomo de Dalton?

1. En las reacciones químicas cambia la estructura interna.
2. Son iguales en un elemento.
3. En su núcleo se concentran las cargas positivas y negativas.
4. Es la partícula fundamental de la materia.

a) 2, 4 b) 2, 3 c) 1, 4 d) 1, 3

29. De acuerdo con Bohr, el núcleo del átomo está formado por:

a) e^{-} y p^{+} b) p^{+} y $n^{\pm}$ c) e^{-} d) e^{-} y $n^{\pm}$

30. Si un electrón salta del nivel $n = 3$ al nivel $n = 5$ en el modelo atómico de Bohr:

a) el átomo absorbe energía.
b) el electrón se escapa de la acción de atracción del núcleo.
c) el átomo tiende a ionizarse.
d) el átomo emite energía.

31. ¿Qué le tiene que pasar a un elemento que tiene configuración electrónica $1s^2\ 2s^22p^4$ para que se parezca a un gas noble?

a) Quitarle 2 electrones del orbital 2p.
b) Quitarle 4 electrones del orbital 2p.
c) Agregarle 2 electrones en el orbital 2p.
d) Agregarle 4 electrones en el orbital 2p.

32. De acuerdo con la configuración electrónica $1s^22s^22p^63s^23p^4$, ¿qué afirmación es correcta?

a) El elemento pertenece a la familia IV B y se encuentra en el periodo 3.
b) El elemento pertenece a la familia IV A y al periodo 4.
c) El elemento se encuentra en la familia VI A y en el periodo 3.
d) El elemento se encuentra en la familia VI B y en el periodo 2.

33. El cloro 17 tiene su electrón de valencia en el orbital:

a) s b) p c) d d) f

34. Dos electrones se encuentran girando en un mismo orbital, esto se debe a que:

a) tienen la misma carga.
b) tienen cargas opuestas.
c) tienen espines diferentes.
d) tienen espines iguales.

35. Elige la opción correcta que relacione las columnas que se muestran a continuación.

Familia	Elementos
I. Gases nobles	A. Na, K, Rb, Cs y Fr
II. Metales alcalinos	B. He, Ne, Ar, Kr, Xe y Rn
III. Metales de transición	C. Be, Mg, Ca, Sr, Ba y Ra
IV. Metales alcalinotérreos	D. Fe, Cu, Zn, Ag, Ni, Au

a) IA, IIB, IIIC, IVD b) IC, IID, IIIA, IVB c) IB, IIA, IIID, IVC d) ID, IIC, IIIB, IVA

36. ¿Cuáles de los siguientes elementos pertenecen a la misma familia?

a) C, Mn, Cr b) Hg, Sn, B c) O, Se, Po d) Cl, Ba, C

37. ¿En cuál de las siguientes opciones se muestra un metal, un semimetal y un no metal, respectivamente?

a) Ga, Sn, Mg b) He, As, P c) N, Si, Pb d) Hg, Ge, S

38. Ser dúctil, maleable y buen conductor de la electricidad no son características de un:

a) no metal b) alótropo c) isótopo d) metal

39. ¿Cuál es la característica que debe tener un metal para que sea considerado buen conductor de la electricidad?

a) Presentar mínima resistividad.
b) Ser maleable.
c) Mostrar buena reflexión de la luz.
d) Exhibir una alto poder de conducción.

40. Ordena de forma creciente, dada su electronegatividad, los siguientes elementos: Na, F, Mg, Br.

a) Na, Br, F, Mg b) Na, Mg, Br, F c) Na, Mg, F, B d) F, Br, Mg, Na

41. ¿Cuál elemento tiene la mayor energía de ionización?

a) astato b) bromo c) flúor d) yodo

42. La medida de la capacidad de un átomo (o de manera menos frecuente, de un grupo funcional) para atraer a los electrones cuando forma un enlace químico en una molécula se conoce como:

a) electronegatividad b) enlace químico c) afinidad electrónica d) potencial de ionización

43. Dados los elementos Li, Ar, C y F, ordénalos de menor a mayor electronegatividad.

a) F, Li, Ar, C b) Li, Ar, F, C c) Ar, Li, C, F d) C, Li, F, Ar

44. ¿En qué parte de la tabla periódica se encuentran los elementos más electronegativos?

a) En la parte inferior izquierda.
b) En la parte superior izquierda.
c) En la parte inferior derecha.
d) En la parte superior derecha.

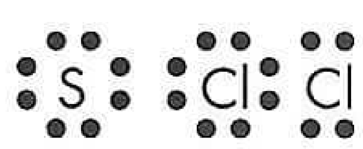
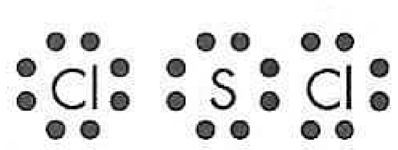
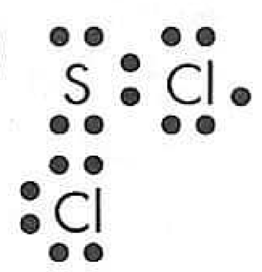
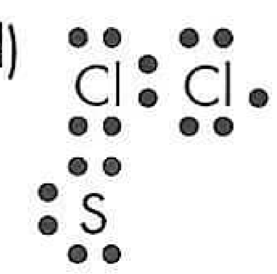
45. ¿Qué condición deben presentar los metales para cumplir con la regla del octeto?

a) Tendrán tendencia a perder electrones para asemejarse a los gases nobles que los siguen.
b) Tendrán tendencia a perder electrones para asemejarse a los gases nobles que los preceden.
c) Tendrán tendencia a ganar electrones para asemejarse a los gases nobles que les siguen.
d) Tendrán tendencia a ganar electrones para asemejarse a los gases nobles que los preceden.

46. Según la regla del octeto de Lewis, todos los elementos deben _________ ocho electrones en su capa más externa.

a) ceder b) aceptar c) extender d) completar

47. De acuerdo con la estructura de Lewis, indica cuál de los siguientes modelos representa al SCl_2, comúnmente utilizado para la elaboración de insecticidas.

a) 
b) 
c) 
d) 

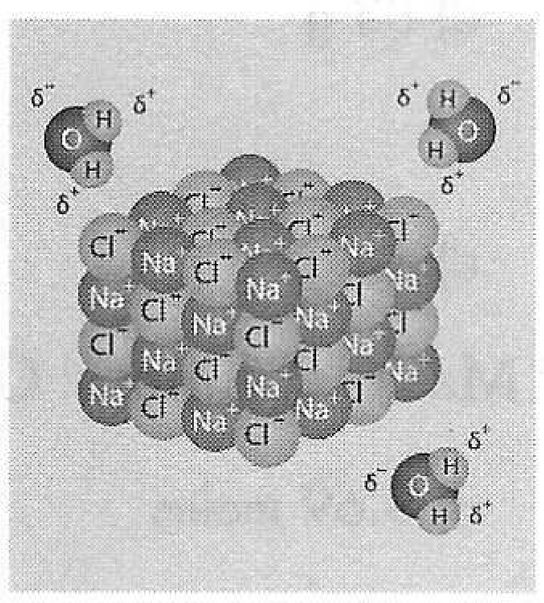
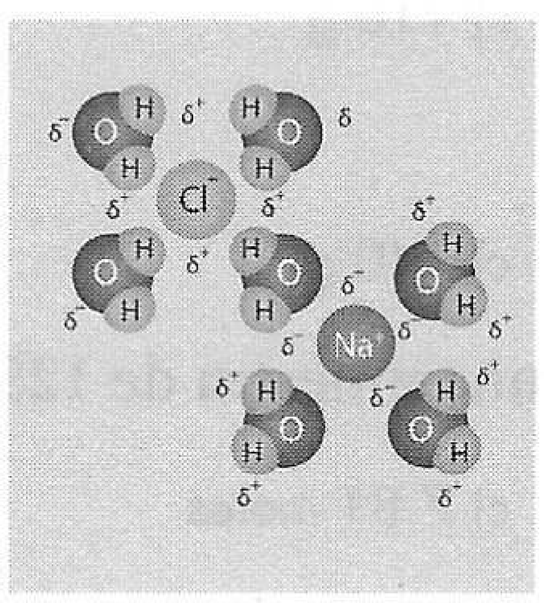
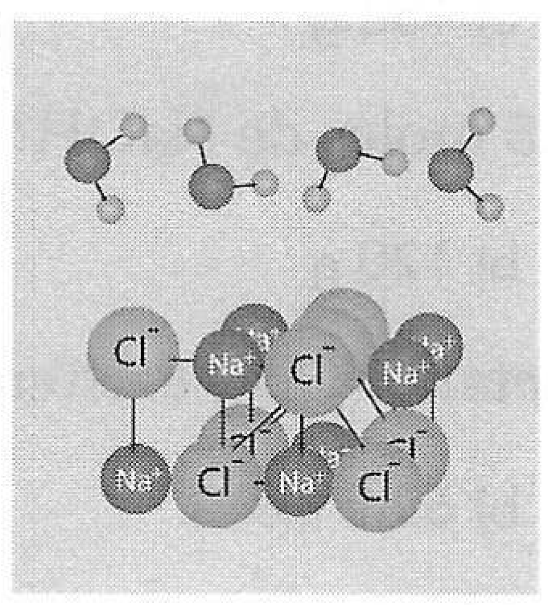
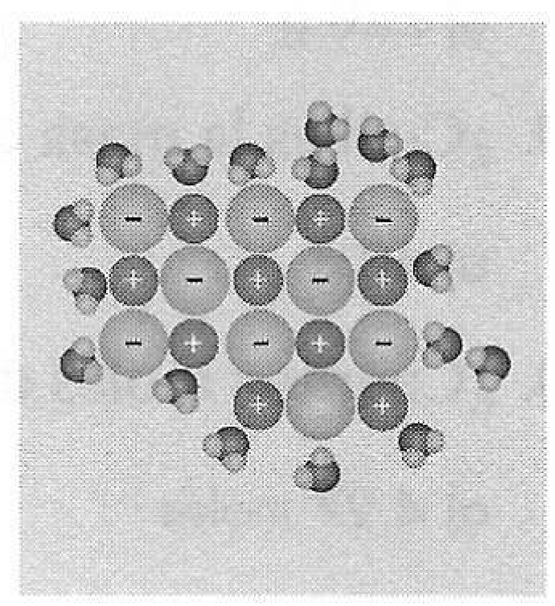
48. El tipo de enlace que presentan los átomos que constituyen a la molécula del agua es:

a) iónico b) covalente polar c) covalente no polar d) covalente coordinado

49. ¿En cuál de las siguientes opciones no hay ningún compuesto iónico?

a) NaCl, H_2O b) H_2O, CCl_4 c) MgO, C_6H_6 d) NaCl, R-OH

50. ¿Cuál de los siguientes esquemas representa la interposición molecular de 1 mol de NaCl y 3 moles de H_2O?

a) 
b) 
c) 
d) 

51. La unión entre dos átomos que recibe el nombre de *enlace iónico* o *electrovalente* se define como:

a) un par de electrones compartidos entre dos átomos.
b) un puente entre moléculas polares.
c) la transferencia de uno o más electrones de un átomo al otro.
d) un puente entre moléculas no polares.

52. ¿Cuál de los siguientes compuestos es un ácido, un hidróxido y una sal, respectivamente?

a) NaCl, KOH, LiH b) HNO_3, $Mg(OH)_2$, KBr c) $Al(OH)_3$, HCl, CO_2 d) H_2O, NaOH, K_2O

53. ¿Cuál de los siguientes compuestos es un óxido básico?

a) CaO b) N_2O_5 c) CO_2 d) SO_3

54. Relaciona las fórmulas con los nombres.

Fórmula	Nombre
1. $HClO_4$ 2. $Mg(OH)_2$ 3. MnO_2 4. HCl	a. Ácido clorhídrico b. Ácido perclórico c. Hidróxido de magnesio d. Óxido de manganeso

a) 1a, 2c, 3d, 4b b) 1a, 2d, 3c, 4b c) 1b, 2d, 3c, 4a d) 1b, 2c, 3d, 4a

55. ¿Qué opción contiene únicamente compuestos ácidos?

a) CuOH, $Ba(OH)_2$ b) Na_2S, $Al_2(CO_3)_3$ c) NO_2, SO_3 d) H_2SO_3, HPO_3

56. Relaciona las siguientes funciones inorgánicas con los compuestos químicos que les corresponden.

Función	Compuesto
I. Ácido II. Hidróxido III. Oxisal IV. Anhídrido	A. CO_2 B. $AgNO_3$ C. HF D. $Ca(OH)_2$

a) IC, IIB, IIIA, IVD b) ID, IIA, IIIC, IVB c) IC, IID, IIIB, IVA d) ID, IIC, IIIB, IVA

57. La reacción entre un no metal y oxígeno forma:

a) anhídrido b) óxido c) hidróxido d) ácido

58. Calcula la masa molar expresada en gramos del permanganato de potasio ($KMnO_4$).

Masas atómicas: K = 39, Mn = 55, O = 16

a) 220 g b) 158 g c) 110 g d) 83 g

59. ¿Cuál es la masa de 3.5 moles de NaOH?

a) 40 g b) 120 g c) 140 g d) 14 g

60. ¿Cuántos moles de metano (CH_4) existen en una muestra de 125 g? Masas atómicas: C = 12, H = 1

a) 4.27 moles b) 6.32 moles c) 7.81 moles d) 8.69 moles

61. ¿Cuántos moles de $KMnO_4$ existen en una muestra de 100 g? Pesos atómicos: K = 39, Mn = 55, O = 16

a) 0.63 moles b) 0.93 moles c) 1.68 moles d) 1.86 moles

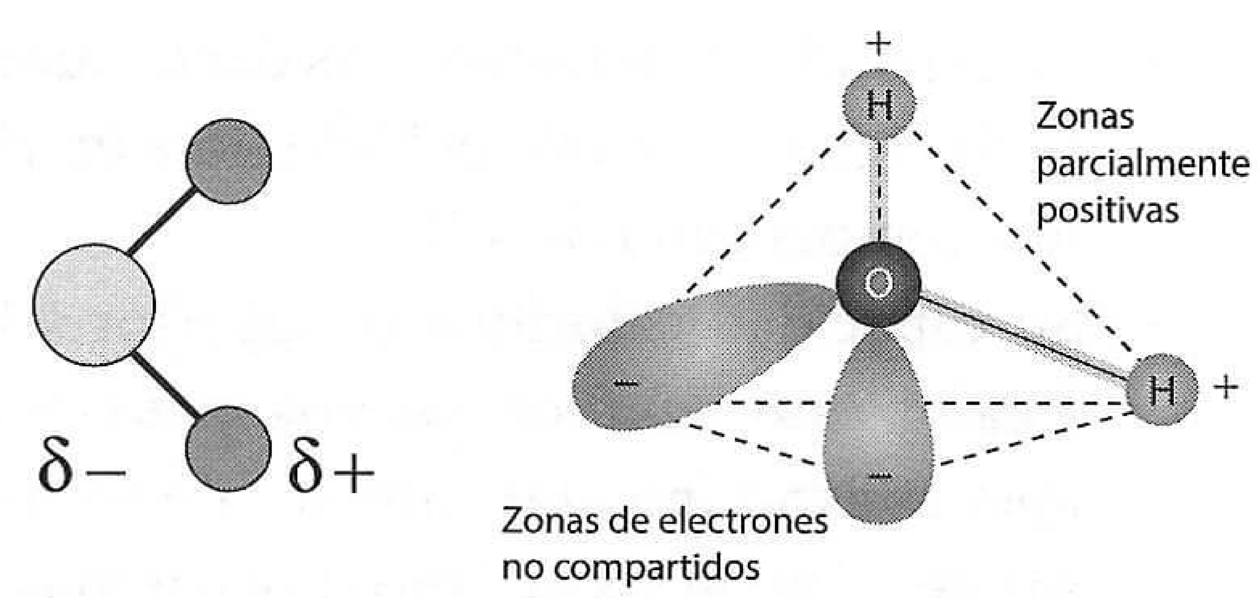
Unidad 1	Temas básicos
Unidad 2	**Agua**
Unidad 3	Aire
Unidad 4	Energía, equilibrio y cinética química
Unidad 5	Química del carbono

Objetivo: el estudiante describirá las propiedades físicas y químicas del agua y los tipos de soluciones.

Composición del agua

▼ Composición y polaridad

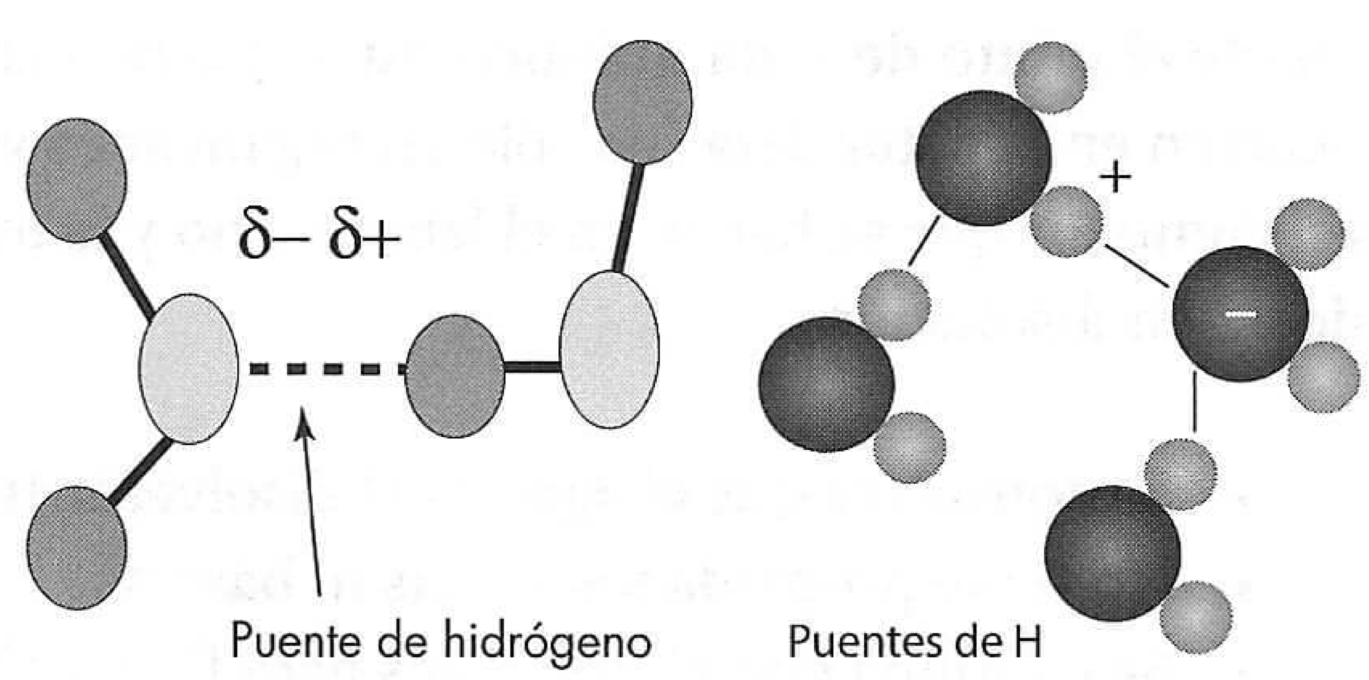
El agua es el principal e imprescindible componente del cuerpo humano. La molécula de agua está formada por dos átomos de hidrógeno (H) unidos a un átomo de oxígeno (O) por medio de dos enlaces covalentes. El ángulo entre los enlaces H—O—H es de 104.5°.



El oxígeno es más electronegativo que el hidrógeno y atrae con más fuerza a los electrones de cada enlace dando como resultado que la molécula de agua, aunque tenga una carga total neutra, presente una distribución asimétrica de sus electrones, lo que la convierte en una molécula polar. Alrededor del oxígeno se concentra una densidad de carga negativa, mientras que los núcleos de hidrógeno quedan parcialmente desprovistos de sus electrones y manifiestan, por tanto, una densidad de carga positiva.

▼ Puentes de hidrógeno

Las interacciones dipolo-dipolo entre las propias moléculas de agua propician la formación de enlaces por puentes de hidrógeno. La carga parcial negativa del oxígeno de una molécula ejerce atracción electrostática sobre las cargas parciales positivas de los átomos de hidrógeno de otras moléculas adyacentes. Aunque son uniones débiles, el hecho de que alrededor de cada molécula de agua se dispongan otras cuatro moléculas unidas por puentes de hidrógeno permite que se forme en el agua (líquida o sólida) una estructura de tipo reticular responsable en gran parte de su comportamiento anómalo y de la peculiaridad de sus propiedades fisicoquímicas.



Propiedades del agua

Propiedades físicas

- El agua es la única sustancia que existe a temperaturas ordinarias en los tres estados de la materia: sólido, líquido y gas.

Sólido	Líquido	Gas
Polos	Lluvia	Niebla
Glaciares	Rocío	Nubes
Hielo en la superficie de lagos en invierno	Lagos	
Nieve	Ríos	
Granizo	Mares	
Escarcha	Océanos	

- Es inodora, incolora e insípida. Tiene cierto color azul cuando se concentra en grandes masas.
- A la presión atmosférica (760 mm de mercurio), el punto de fusión del agua pura es 0 °C y el punto de ebullición es 100 °C (Flores, 2005).
- Cristaliza en el sistema hexagonal y según se presente, esponjosa o compacta, se le llama *nieve* o *hielo*.
- Se expande al congelarse, es decir, aumenta de volumen; de ahí que la densidad del hielo sea menor que la del agua y por ello el hielo flota en el agua líquida. El agua alcanza su densidad máxima de 1 g/cm^3 a una temperatura de 4 °C.
- Su capacidad calorífica es superior a la de cualquier otro líquido o sólido y su calor específico es de 1 cal/g, esto significa que una masa de agua puede absorber o desprender grandes cantidades de calor y apenas experimentar cambios de temperatura, lo que tiene gran influencia en el clima (las grandes masas de agua de los océanos tardan más tiempo en calentarse y enfriarse que el suelo terrestre).
- La conductividad térmica del agua (capacidad para conducir calor) supera la de todas las demás sustancias líquidas naturales, salvo la del mercurio.
- Sus calores latentes de vaporización y de fusión (540 cal/g y 80 cal/g, respectivamente) son también muy elevados.
- Presenta viscosidad relativamente baja y fluye con facilidad.

Propiedades químicas

Desde el punto de vista químico, su importancia reside en que casi la totalidad de los procesos químicos que ocurren en la naturaleza (no sólo en organismos vivos, sino también en la superficie no organizada de la Tierra), así como los que se hacen en el laboratorio y la industria se llevan a cabo entre sustancias disueltas en agua, es decir, en disolución.

- Se considera que el agua es el disolvente universal, puesto que todas las sustancias son solubles en ésta.
- No tiene propiedades ácidas ni básicas.
- Se combina con ciertas sales para formar hidratos.
- Reacciona con los óxidos de metales formando hidróxidos.
- Reacciona con los no metales, sobre todo con los halógenos, para formar hidrácidos.
- Los anhídridos u óxidos ácidos reaccionan con el agua y forman ácidos oxácidos.
- Actúa como catalizador en muchas reacciones químicas.

▼ Capacidad calorífica del agua y equilibrio térmico

La *capacidad calorífica* se expresa como la cantidad de calor requerida para elevar en un grado Celsius la temperatura de una cantidad de sustancia. Cuanto mayor sea la capacidad calorífica de una sustancia, mayor será la cantidad de calor entregada a ésta para aumentar su temperatura. Por ejemplo, no es lo mismo calentar el agua de un vaso que la de toda una piscina: requerimos mayor calor para calentar el agua de toda una piscina, puesto que su capacidad calorífica es mucho mayor.

Cuando se añade o disminuye calor a un sistema, se produce en éste una variación de temperatura donde m = masa (g), c = calor específico (cal/g °C), Δt $(T_f - T_i)$ = cambio de temperatura (°C).

$$Q = m \cdot C_e \cdot \Delta t$$

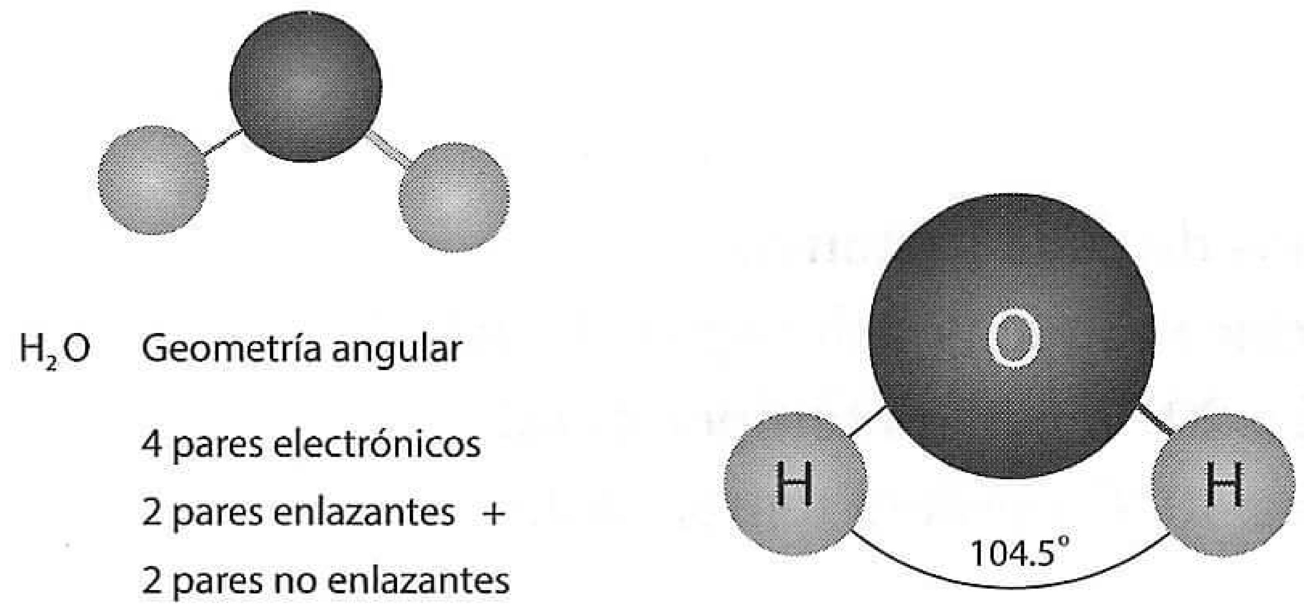
Ejemplos de reactivos

1. El ángulo entre los enlaces H—O—H es de:

a) 180° b) 163.4° c) 114.6° d) 104.5°

Solución:

Al unirse los átomos de hidrógeno y oxígeno, este último presenta pares de electrones enlazantes y otros no enlazantes, por lo que forman una estructura geométrica angular donde los átomos forman ángulos de 104.5°.



Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. Por su tipo de enlace, el agua es considerada como un compuesto:

a) no polar b) polar c) iónico d) apolar

Solución:

La molécula de agua es polar porque contiene dipolos. Este comportamiento se debe a que los dos electrones de ambos hidrógenos están desplazados hacia el átomo de oxígeno, por lo que la molécula contiene un polo negativo donde está el oxígeno, debido a la mayor densidad electrónica, y dos polos positivos, donde están los dos hidrógenos, debido a la menor densidad electrónica.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

3. ¿Qué propiedad del agua determina la forma de las gotas y permite que los insectos puedan caminar sobre ella?

a) capacidad calorífica b) densidad c) tensión superficial d) capilaridad

Solución:

La cohesión entre las moléculas de agua genera alta tensión superficial, lo que da lugar a la formación de una película o capa compacta de moléculas unidas. Los numerosos puentes de hidrógeno hacen que la tensión superficial del agua sea mayor que la de otros líquidos.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

4. La capacidad térmica específica del agua es de 1.0 cal/g. Para calentar 60 g de agua de 40 °C hasta 60 °C se requieren:

a) 1 200 cal b) 3 600 cal c) 2 400 cal d) 600 cal

Solución:
El agua presenta un elevado calor específico. El calor específico de una sustancia es la cantidad de calor que debe recibir para aumentar en 1 °C la temperatura de 1 g de ésta. Debido a los numerosos puentes de hidrógeno entre las moléculas de agua, se requiere de mucha energía para elevar su temperatura, es decir, para aumentar la energía cinética de sus moléculas. Esto ocurre porque gran parte de la energía aportada se consume al romper los puentes de hidrógeno quedando sólo una fracción de ésta para aumentar el movimiento de las moléculas.

Datos	**Fórmula**	**Sustitución**	**Resultado**
Ce = 1.0 cal/g m = 60 g T_i = 40 °C T_f = 60 °C	$Q = m\,Ce\,(T_f - T_i)$	Q = (60 g) (1 cal/g) (60 °C – 40 °C)	Q = 1 200 cal

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

5. ¿Cuál será la temperatura de una mezcla de 50 gramos de agua a 20 grados Celsius y 50 gramos de agua a 40 grados Celsius?

a) 20 °C b) 30 °C c) 40 °C d) 50 °C

Solución:

Datos:
Masa = 50 gramos de cada sustancia
Capacidad calorífica específica del agua: 1 cal/g °C
El agua que está a 20 °C ganará temperatura.
El agua que está a 40 °C perderá temperatura.

Desarrollo:
Sabemos que para conseguir el equilibrio térmico (igualar las temperaturas) la cantidad de calor ganado por un cuerpo debe ser igual a la cantidad de calor perdido por el otro.

Para los 50 g de agua a 20 °C tendremos Q_1 (cantidad de calor ganada). Para los 50 g de agua a 40 °C tendremos Q_2 (cantidad de calor perdida).

$$Q = m \cdot C_e \cdot \Delta t$$

Reemplazamos los valores y queda así:

$Q_1 = 50\text{ g }(1\text{ cal/g °C})\,(T_1 - 20)$ cantidad de calor ganada
$Q_2 = 50\text{ g }(1\text{ cal/g °C})\,(40 - T_1)$ cantidad de calor perdida

Como $Q_1 = Q_2$ (calor ganado = calor perdido)

Entonces:

$50\text{ g }(1\text{ cal/g °C})\,(T_1 - 20) = 50\text{ g }(1\text{ cal/g °C})\,(40 - T_1)$
$(T_1 - 20) = (40 - T_1)$
$2T_1 = 40 + 20$
$2T_1 = 60$
$T_1 = 60/2$
$T_1 = 30$ °C

La temperatura de equilibrio es 30 grados Celsius.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Contaminación del agua

El agua está contaminada cuando ya no es apta para el consumo humano o cuando la fauna acuática no puede vivir en ella; de la misma manera, deja de ser útil para la recreación cuando cambia su aspecto, se torna desagradable y causa daños en la piel. También, cierto grado de contaminación del agua impide que ésta pueda ser utilizada en procesos industriales. En las ciudades, uno de los problemas que agrava la escasez de agua aprovechable es la falta de drenaje pluvial eficiente: gran cantidad del agua que se precipita se pierde, ya que se deposita en éste y se mezcla con desechos.

Principales contaminantes: físicos, químicos y biológicos

Existen diferentes grados de contaminación del agua, según el uso que se le haya dado. Con frecuencia, su sabor, olor y aspecto indican cuando está contaminada. Pero en algunos casos la presencia de contaminantes peligrosos se revela sólo por medio de pruebas químicas precisas. Los contaminantes en forma líquida provienen de la descarga de desechos domésticos, agrícolas e industriales en las vías acuáticas, también de fugas en fosas sépticas, terrenos de alimentación para animales, tierras de relleno sanitario y drenajes ácidos de minas. Estos líquidos contienen minerales disueltos, desechos humanos y animales, compuestos químicos hechos por el hombre y materia suspendida y coloidal. Entre los contaminantes sólidos se encuentran materiales como arena, arcilla, tierra, ceniza, materia vegetal agrícola, grasas, brea, basura, papel, hule, madera, metales y plásticos.

Contaminantes físicos

Algunos contaminantes físicos o sólidos tienen origen natural, pero muchos otros son sustancias sintéticas que se depositan en el agua como resultado de actividades humanas. Otros contaminantes físicos son espumas de diversos tipos, residuos oleaginosos y calor (contaminación térmica). Todos éstos afectan el aspecto del agua y cuando se sedimentan en el lecho o flotan en la parte superior de ésta interfieren con la vida animal y vegetal.

Contaminantes químicos

Incluyen compuestos orgánicos e inorgánicos disueltos o dispersos que provienen de descargas domésticas, agrícolas e industriales. Entre los contaminantes inorgánicos están las sales metálicas solubles, como cloruros, sulfatos, nitratos, fosfatos y carbonatos. También los desechos de ácidos, bases y gases tóxicos disueltos, como el dióxido de azufre, amoniaco, sulfuro de hidrógeno y cloro. Los ácidos pueden ser mortales para la vida acuática y provocan corrosión en metales y concreto. Los contaminantes orgánicos están presentes en desechos humanos y animales, en desechos de procesadoras de alimentos y mataderos, en compuestos químicos industriales y solventes, aceites, brea, tinturas y pesticidas.

Contaminantes biológicos

Están constituidos por bacterias y virus (los cuales provocan enfermedades), algas y otras plantas acuáticas. Ciertas bacterias son inofensivas y otras participan en la descomposición de compuestos orgánicos del agua. Las bacterias y los virus indeseables son los que producen enfermedades, como la tifoidea, la disentería, la hepatitis y el cólera.

Fuentes generadoras de contaminación del agua

Las fuentes de contaminación del agua son variadas, entre ellas se encuentran las actividades urbanas, industriales y agrícolas y los derrames de petróleo.

➤ Urbana

Se consideran fuentes de contaminación urbana las casas, escuelas y comercios que arrojan diversos desechos al agua. Desde las casas se vierte a los drenajes distintos tipos de desechos, como heces fecales, restos de alimentos, aceites, solventes y detergentes. Estos desechos contribuyen en forma alarmante a la contaminación acuática, ya que los drenajes domésticos descargan su contenido en cuerpos de agua, lo que provoca la muerte de muchos seres vivos y la proliferación de organismos patógenos.

Cuando en una población no existe drenaje y se utilizan letrinas, la contaminación por heces fecales llega a los mantos freáticos incrementando la población de bacterias que provocan enfermedades gastrointestinales. De la misma manera, cuando esos desechos se vierten en cuerpos de agua, se originan entonces focos de infección.

Los detergentes para trastes y ropa (cuyo poder limpiador se debe a sus compuestos fosfatados) no son biodegradables y causan daños irreversibles en los cuerpos de agua, ya que la espuma que producen forma una capa que impide el paso de la luz y el oxígeno, lo cual afecta la vida de las plantas y animales acuáticos. En la actualidad, como alternativa, se utilizan detergentes biológicos, que funcionan por medio de enzimas; también se comercializan detergentes biodegradables, cuyo proceso de desintegración es más sencillo y causan menor daño. En muchos casos, continua siendo recomendable utilizar jabones de pasta para lavar la ropa y elegir jabones de tocador sin aromatizantes.

➤ Industrial

Las fábricas arrojan al medio ambiente gran cantidad de sustancias químicas, la mayor parte de estos desechos son liberados directamente al suelo, los ríos y arroyos. Entre los contaminantes peligrosos de origen industrial que se encuentran por lo común en las aguas residuales están el plomo, mercurio, arsénico, cadmio, benceno y plaguicidas. Las industrias que vierten mayor cantidad de desechos al agua son las de papel y celulosa, petroquímicas, siderúrgicas, mineras, de alimentos y de fertilizantes.

El agua que se utiliza en los procesos de producción en las industrias se recicla, pero, por lo general, en forma contaminada. Muchas empresas cuentan con sistemas de purificación o tratamiento de aguas; sin embargo, después de ser reutilizada varias veces, el agua pierde su calidad y deja de servir para cualquier proceso.

Los hospitales, al igual que ciertas industrias, vierten a los cuerpos de agua desechos radiactivos, considerados muy peligrosos y que representan un riesgo para la salud. Éstos son causantes de mutaciones y malformaciones congénitas que pueden ocasionar la muerte, por tanto deben colocarse en contenedores especiales que reúnan ciertas condiciones idóneas para asegurarlos y evitar que representen un peligro latente.

➤ Agrícola

Los fertilizantes y plaguicidas han propiciado el aumento de la producción agrícola en México; sin embargo, el uso indiscriminado de estas sustancias ha causado daños irreversibles al suelo y agua. La irrigación mal planeada de los campos agrícolas también ocasiona contaminación, ya que el agua arrastra materiales del suelo que contienen plaguicidas y fertilizantes, los cuales se acumulan en los mantos subterráneos o terminan en ríos, lagos o mares.

La acumulación de fertilizantes en el agua produce la eutrofización de los lagos, cuya característica es el aumento en la cantidad de nutrimentos disponibles y la proliferación de microorganismos, principalmente de algas. Esto provoca la disminución del oxígeno disuelto en el agua, lo que cambia las condiciones de los cuerpos de agua a tal grado que muchos organismos no pueden sobrevivir en ese ambiente. Otros contaminantes son los desechos ganaderos, como las heces fecales, orina y restos de animales muertos, que son arrojados a los cuerpos de agua.

➤ Derrames de petróleo

Se ha calculado que al año más de 3.5 millones de toneladas de petróleo contaminan los océanos. La *marea negra*, como se le conoce a la nata de hidrocarburos que se observa en los océanos, se debe principalmente a derrames accidentales de petróleo de oleoductos, plataformas y buques petroleros, aunque una buena propor-

ción de los derivados del petróleo que contaminan el océano llegan desde los continentes. Los daños que ocasiona la contaminación por petróleo al ecosistema marino son muy graves debido a su naturaleza hidrofóbica, esto hace que la marea negra impida el paso de la luz, inhiba el proceso fotosintético y disminuya la cantidad de oxígeno, lo cual daña a las poblaciones acuáticas y a algunas terrestres (por ejemplo, animales como las aves no pueden volar cuando sus alas se impregnan con este tipo de sustancias). Además, aunque poco se ha estudiado al respecto, hay evidencia de que el petróleo y sus derivados pueden producir mutaciones cuyos efectos se manifiestan a largo plazo.

Ejemplos de reactivos

1. Relaciona los contaminantes del agua correctamente.

Tipo de contaminante	Ejemplo
I. Físico II. Químico III. Biológico	a. Vidrio b. Fertilizante c. Algas d. Sulfatos e. Bacterias f. Rocas

a) I: b y d; II: a y f; III: c y e
b) I: c y e; II: a y f; III: b y d
c) I: a y e; II: b y c; III: d y f
d) I: a y f; II: b y d; III: c y e

Solución:
Los contaminantes físicos no reaccionan con el agua, como el vidrio y las rocas.

Los contaminantes químicos sí reaccionan con el agua, como los fertilizantes y los sulfatos.

Los contaminantes biológicos son organismos o microorganismos (como las algas y las bacterias) que pueden afectar la salud.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. De los siguientes iones de elementos químicos disueltos en el agua, que son arrastrados por ríos y lagos, ¿cuáles son considerados como tóxicos?

1. Na^{+1} 2. C^{+4} 3. As^{+3} 4. Cd^{+2} 5. Cr^{+6}

a) 1, 2 y 3 b) 1, 3 y 5 c) 2, 3 y 4 d) 3, 4 y 5

Solución:
Existen sustancias químicas inorgánicas que son altamente contaminantes para el agua, en este grupo se incluyen sales, ácidos y metales tóxicos (por ejemplo, mercurio y plomo). Grandes cantidades de este tipo de sustancias pueden causar graves daños a los seres vivos y perjudicar ciertas actividades económicas, como la agricultura.

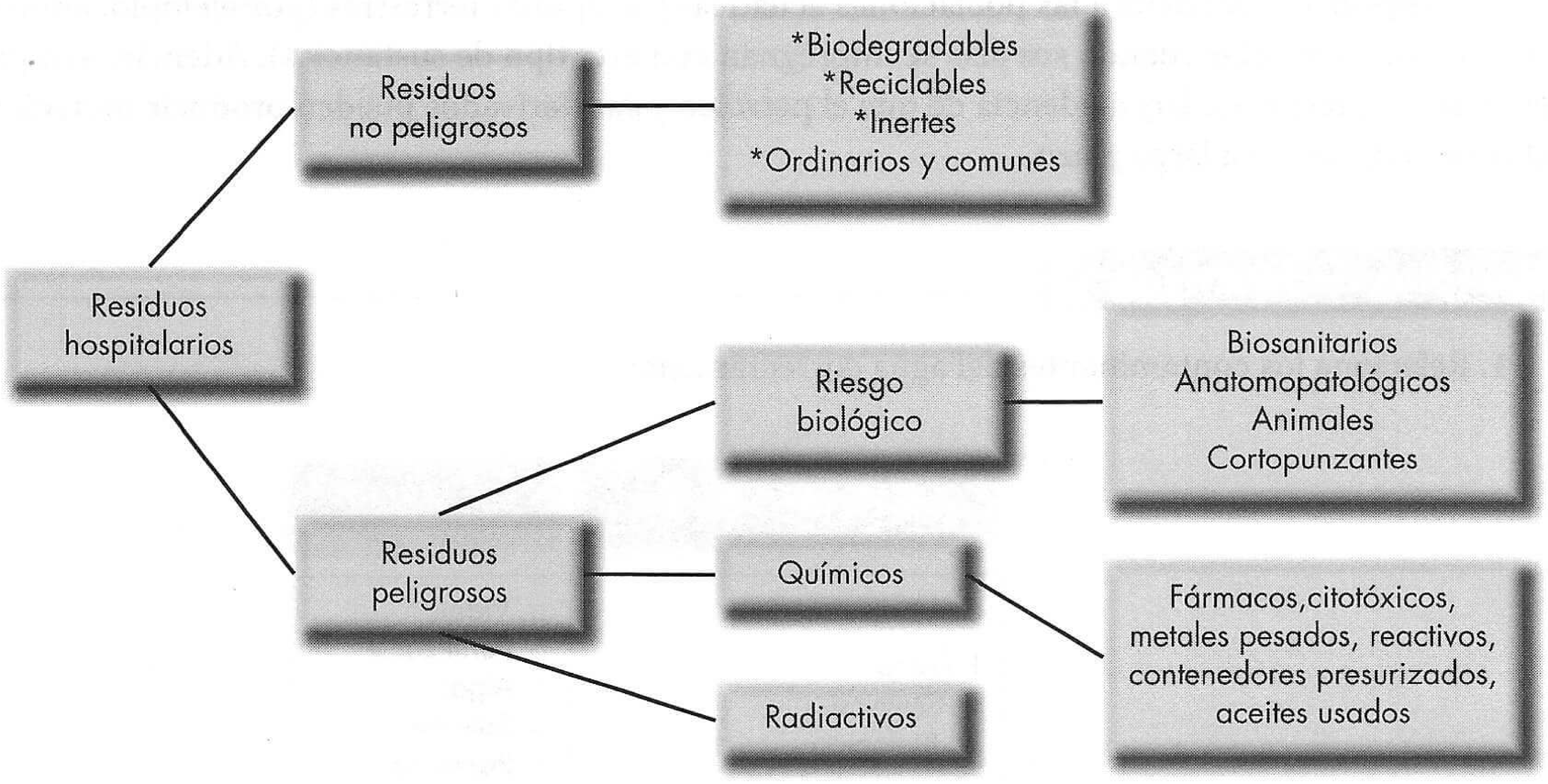
Las sales, por ejemplo, al disolverse en el agua se ionizan en cationes y aniones que pueden ser tóxicos y perjudiciales para la salud, como es el caso del As^{+3}, Cd^{+2} y Cr^{+6}.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

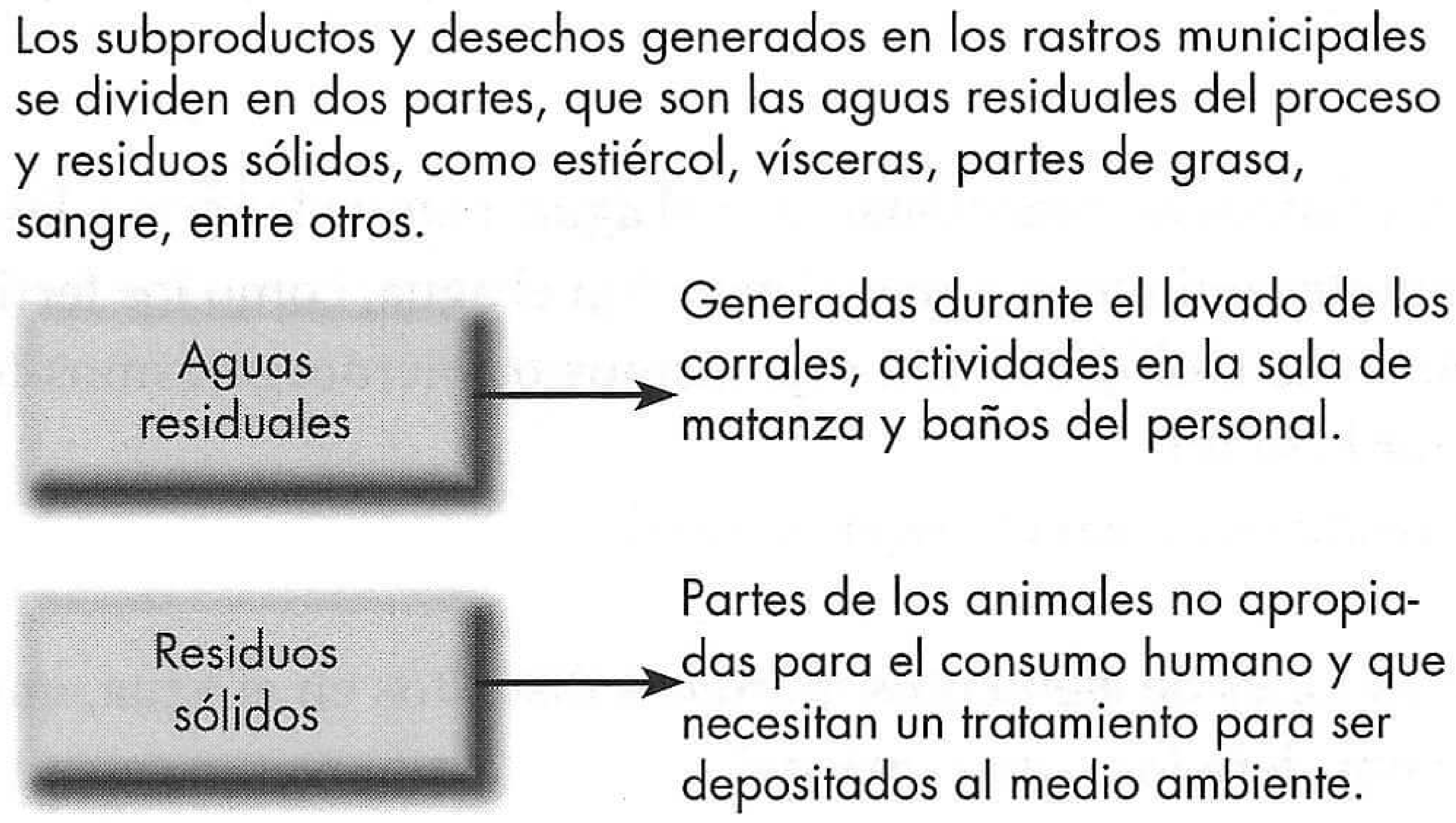
3. Los desechos producidos por hospitales y rastros que contaminan el agua se clasifican como:

a) físicos y biológicos b) físicos y químicos c) químicos y biológicos d) mecánicos y químicos

Solución:
Aunque en los hospitales hay todo tipo de contaminantes, como se muestra en la imagen, los que producen mayor toxicidad son los químicos y los biológicos.



Por otra parte, los desechos químicos y biológicos que suelen generarse en los rastros son los que se muestran en el siguiente esquema.



Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Concentración molar de las disoluciones

▼ Concepto

Otra forma de medir la concentración de las disoluciones es por medio de la molaridad (M) del soluto en la disolución. Como se estudió en la Unidad 1, en el tema de mezclas, las soluciones o disoluciones son sustancias homogéneas que constan de un disolvente y uno o más solutos.

▼ Cálculo de la concentración molar

La *concentración molar* o *molaridad* (M) se define como el número de moles de soluto disueltos en un litro de disolución (Chang, 2002), es decir:

$$M = \frac{\text{número de moles del soluto}}{\text{litro de disolución}} = \frac{n}{V} = \frac{m}{(MM)(V)}$$

Donde n = número de moles (mol); V = volumen (l); m = masa del soluto (g); PM = masa molar o peso molecular del soluto (g/mol).

Ejemplo 1

¿Cuál será la molaridad de una disolución acuosa que contiene 15 g de $Al_2(SO_4)_3$ en 0.350 L de disolución?

Solución

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
m = 15 g de $Al_2(SO_4)_3$ MM $Al_2(SO_4)_3$ = 342 g/mol V = 0.350 l	$M = \frac{m}{(MM)(V)}$	$M = \frac{15 \text{ g}}{(342 \text{ g/mol})(0.350 \text{ l})}$	$M = 0.125 \frac{mol}{l}$ o M

Ejemplo 2

¿Cuál será la molaridad de una disolución acuosa que contiene 82.5 g de alcohol etílico (C_2H_6O) en 450 ml de disolución?

Solución

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
m = 82.5 g de C_2H_6O MM C_2H_6O = 46 g/mol V = 450 ml = 0.450 l	$M = \frac{m}{(MM)(V)}$	$M = \frac{82.5 \text{ g}}{(46 \text{ g/mol})(0.450 \text{ l})}$ o M	$M = 3.98 \frac{mol}{l}$ o M

Ejemplos de reactivos

1. La concentración molar o molaridad de un suero que contiene 360 g de glucosa $C_6H_{12}O_6$ disuelta en agua hasta preparar 2 000 ml de solución es de:

a) 2 M b) 1 M c) 4 M d) 0.5 M

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustituciones	Resultados
m = 360 g glucosa V = 2 000 ml = 2 litros MM = ¿? n = ¿? M = ¿?	$n = \frac{m}{M}$	Masa molar de glucosa C = 6 × 12.0 g/mol = 72.0 H = 12 × 1.0 g/mol = 12.0 O = 6 × 16.0 g/mol = 96.0 Total = 180.0 g/mol	n = 2 moles de glucosa
	$M = \frac{n}{V}$	$n = \frac{360 \text{ g de glucosa}}{180 \text{ g/mol de glucosa}}$ $M = \frac{2 \text{ moles}}{2 \text{ litros}}$	Molaridad = 1 M

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

2. Tienes 1.8 g de glucosa en 100 ml de agua, la disolución resultante tiene una concentración molar de:
Masa molecular glucosa: 180 g

C 12 g   H 1 g   O 16 g

a) 0.08 M   b) 0.10 M   c) 0.09 M   d) 0.11 M

Solución:

Datos	Fórmulas	Sustituciones	Resultados
m = 1.8 g glucosa V = 100 ml = 0.1 litros n = ¿? M = ¿?	$n = \frac{m}{M}$ $M = \frac{n}{V}$	$n = \frac{1.8 \text{ g de glucosa}}{180 \text{ g/mol de glucosa}}$ $M = \frac{0.01 \text{ moles}}{0.1 \text{ litros}}$	n = 0.01 moles de glucosa Molaridad = 0.1 M

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

3. Si la masa molar del agua es de 18 gramos por mol y la de azúcar es de 342 gramos por mol, determina las unidades mol totales que se obtienen si se disuelven 3.42 gramos de azúcar en 180 gramos de agua.

a) 1.01   b) 10.01   c) 10.1   d) 11.0

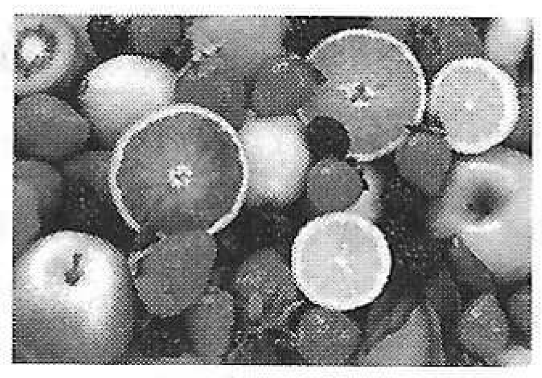
Solución:

Datos	Fórmulas	Sustituciones	Resultados
m_{agua} = 180 g agua $m_{azúcar}$ = 3.42 g glucosa MM_{agua} = 18 g/mol $MM_{azúcar}$ = 342 g/mol n_{agua} = ¿? $n_{azúcar}$ = ¿? $n_{totales}$ = ¿?	$n = \frac{m}{M}$ $n_{totales} = n_{agua} + n_{azúcar}$	$n_{agua} = \frac{180 \text{ g de agua}}{18 \text{ g/mol de agua}}$ $n_{azúcar} = \frac{3.42 \text{ g de azúcar}}{342 \text{ g/mol de azúcar}}$ $n_{totales}$ = 10 moles + 0.01 moles	n_{agua} = 10 moles de agua $n_{azúcar}$ = 0.01 moles de azúcar $n_{totales}$ = 10.01 moles totales

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

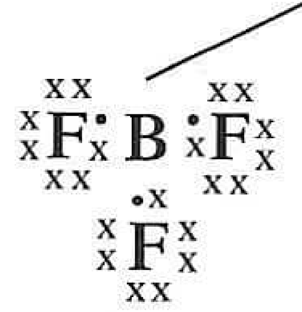
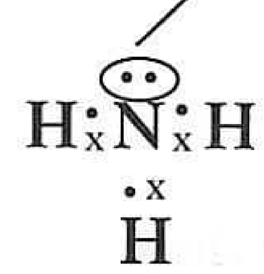
Ácidos, bases y electrolitos

Características de los ácidos y las bases

Ácidos	Bases
• Sustancias de sabor agrio. • Corrosivas con el metal y la piel. • Solubles en agua. • Conductoras de electricidad. • Cambian el papel tornasol azul a rojo. 	• Sustancias de sabor amargo. • Con sensación resbalosa al tacto. • Propiedades cáusticas en la piel. • Solubles en agua. • Conductoras de electricidad. • Cambian el papel tornasol rojo a azul. 

Teorías ácido-base

A lo largo de la historia, los científicos han buscado relacionar las propiedades de los ácidos y las bases con su composición y estructura molecular (Brown *et al.*, 2009). Debido a esto han surgido diferentes teorías acerca del comportamiento, la composición y la estructura de los ácidos y las bases, entre las principales se encuentran las que aparecen en la siguiente tabla.

Teoría	Ácidos	Bases
Arrhenius	Sustancia que en solución acuosa se disocia en iones H^{+1} $HCl \leftrightarrow H^{+1} + Cl^{-1}$	Sustancia que en solución acuosa se disocia en iones OH^{-1} $NaOH \leftrightarrow Na^{+1} + OH^{-1}$
Brönsted-Lowry	Sustancias que donan protones H^{+1}, para formar una base conjugada. $HCl_{(aq)} + H_2O \leftrightarrow H_3O^{+1}{}_{(aq)} + Cl^{-1}$ ácido$_1$ base$_1$ ácido$_2$ base$_2$	Sustancias que aceptan protones H^{+1}, para formar un ácido conjugado. $NH_{3(l)} + H_2O \leftrightarrow NH_4{}^{+1}{}_{(aq)} + OH^{-1}$ base$_1$ ácido$_1$ ácido$_2$ base$_2$
Nota: el agua se comporta como ácido o como base, por tanto, es anfótera, es decir, es una sustancia que en solución acuosa puede liberar iones H^{+1} y OH^{-1} (Flores, 2005)		
Lewis	Sustancias que pueden aceptar un par de electrones BF_3, BCl_3 Puede aceptar un par de electrones 	Sustancias que pueden ceder un par de electrones NH_3, OH^{-1} Puede donar ese par electrónico 

Ejemplos de reactivos

1. Las sustancias que tienen sabor amargo y textura jabonosa se conocen como:

a) ácidos b) elementos c) mezclas d) bases

Solución:

Una de las características de las bases es que cambian el color del papel tornasol de rojo a azul al estar en contacto con ellas.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. Las aminas se comportan como bases de Lewis debido a que:

a) comparten pares de protones
b) donan protones
c) donan pares de electrones
d) no aceptan electrones.

Solución:
En 1923, Gilbert N. Lewis avanzó un poco más en las teorías sobre el carácter ácido y el básico al introducir un nuevo concepto de ácidos y bases que terminó de desarrollar a finales de la década posterior a esa fecha.

Partiendo de que las bases son especies químicas con pares electrónicos sin compartir (dos en el agua, tres en el caso del ion hidroxilo, uno en el amoniaco) y de que el ion H^+ posee orbitales vacíos, puso la atención en la disponibilidad de orbitales vacíos o de pares de electrones sin compartir para proponer una nueva definición de ácidos y bases, que se menciona enseguida:

- Ácido. Es una especie química capaz de aceptar y compartir un par de electrones cedidos por una base.
- Base. Es una especie química que cede un par de electrones y los comparte con un ácido.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

▼ El potencial de hidrógeno (pH) y su escala

La concentración molar de los iones hidronio (H^+) en una disolución acuosa, generalmente es muy pequeña, debido a ello —y por conveniencia— se expresa en términos del pH, el cual se define como:

$$pH = -\log [H^+] = -\log [H_3O^+]$$

Se ha mencionado con anterioriodad que el agua se comporta como ácido o como base, por tanto puede ionizarse en iones hidronio (H_3O^+) y en iones hidróxido (OH^-), y su constante de ionización puede representarse de la siguiente manera:

$$Kw = [H_3O^+]\,[OH^-] = 1 \times 10^{-14}$$
$$[H_3O^+] = 1 \times 10^{-7}$$
$$[OH^-] = 1 \times 10^{-7}$$

Obteniendo logaritmos p = –log

$$pKw = pH + pOH = 14$$

De lo anterior se deduce que:

$$pH = -\log [H^+] = -\log [H_3O^+]$$
$$pOH = -\log [OH^-]$$

El pH, entonces, se define como la concentración de iones H^{+1} o H_3O^{+1} en una solución; mientras que el pOH, como la concentración de iones OH^{-1} también en una solución.

Los valores de la escala de pH se llaman *medidas del pH.* Los números del 0 al 7 en la escala corresponden a las soluciones ácidas; el valor exacto de 7, a soluciones neutras; y de 7 a 14, a soluciones alcalinas. Cuanto más ácida sea una sustancia, su pH estará más cercano a 0; cuanto más alcalina sea, a 14.

Así, la escala de pH es la que se muestra enseguida.

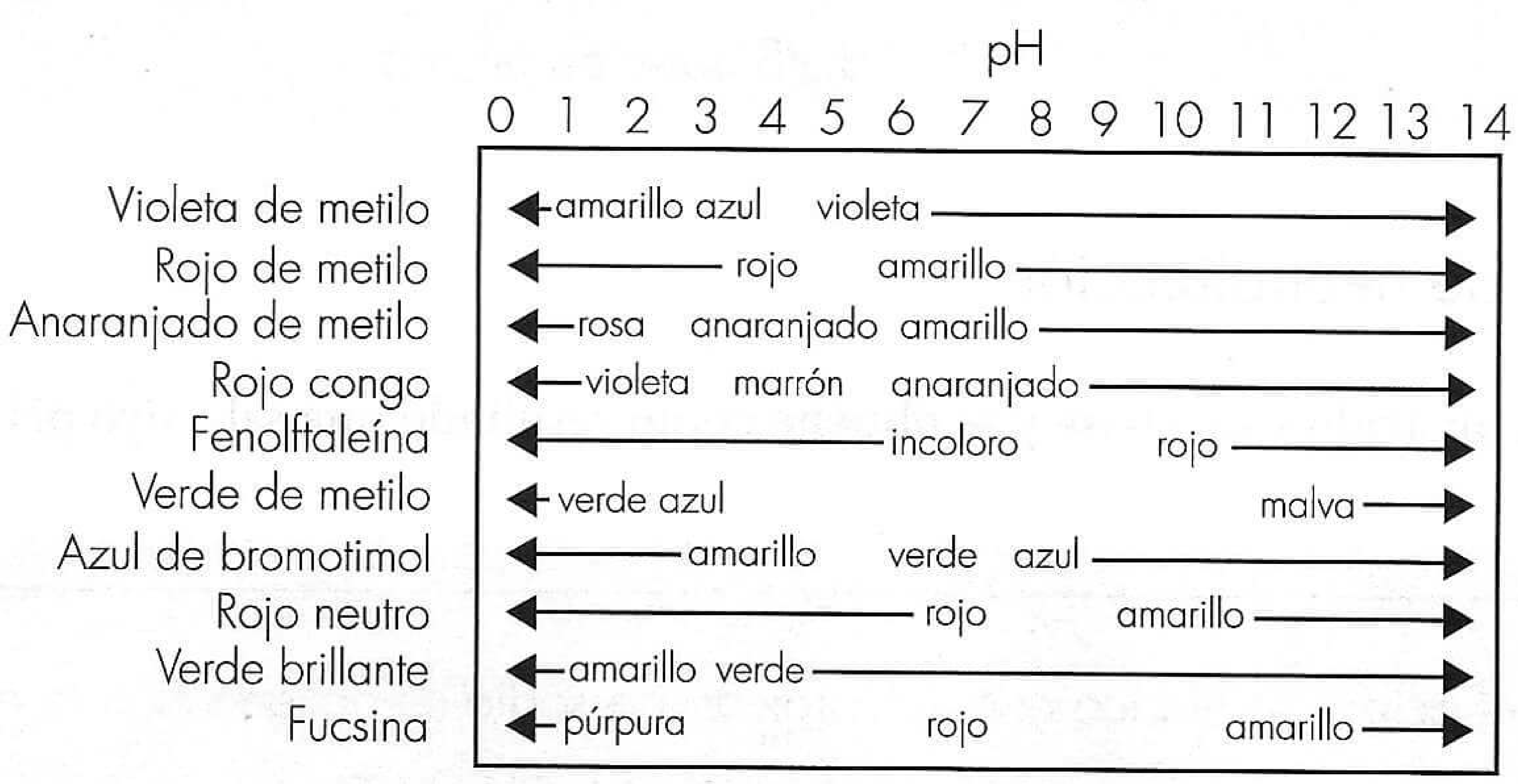
	Ácidos							Neutro	Bases						
pH	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Concentración H^{-1}	10^{0}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12}	10^{-13}	10^{-14}

	Bases							Neutro	Ácidos						
pOH	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Concentración OH^{-1}	10^{-14}	10^{-13}	10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{-0}

▼ Indicadores ácido-base

El pH de una disolución puede medirse con rapidez y exactitud por medio de un *pHmetro*; sin embargo, muchas veces no se cuenta con este instrumento y se debe recurrir al uso de indicadores ácido-base (que no resultan muy precisos). Estos indicadores son sustancias que en pequeñas cantidades pueden cambiar de color en presencia de un ácido o una base; entre los más comunes se encuentran los siguientes.

Indicador	Medio	Color	Intervalo de pH aproximado
Azul de timol	Ácido Básico	Rojo-Amarillo Amarillo-Azul	1 a 2.5 8 a 9.5
Tornasol rojo	Ácido	Rojo	<5
Tornasol azul	Básico	Azul	>8
Amarillo de alizarina	Básico	Amarillo-Rojo	10 a 12



Ejemplo de reactivo

Cuando en una solución se coloca papel tornasol y éste se vuelve azul, esto indica que la solución es:

a) un ácido b) una sal c) una base d) una mezcla

Solución:
Una de las características de las bases es que cuando entran en contacto con papel tornasol hacen que éste cambie de color de rojo a azul. Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

▼ Cálculo del pH en disoluciones

Utilizando las fórmulas siguientes podemos calcular el pH de una disolución.

$$pH + pOH = 14$$
$$pH = -\log [H^+] = -\log [H_3O^+]$$
$$pOH = -\log [OH^-]$$

Ejemplo 1

Si en una muestra de jugo de limón la concentración de H^{+1} es de 3.8×10^{-4} M, ¿cuál es su pH? Considera que $\log 3.8 = 0.58$.

Solución:

$$pH = -\log [H^{+1}] = -\log 3.8 \times 10^{-4} = (-4 + \log 3.8) = -4 + 0.58 = 3.42$$
$$pH = 3.42 \text{ solución ácida}$$

Ejemplo 2

Una solución utilizada para la limpieza de los vidrios tiene una concentración de OH^{-1} de 1.9×10^{-6} M, ¿cuál será su pH? Considera que $\log 1.9 = 0.28$.

Solución:

$$pOH = -\log [OH^{-1}] = -\log 1.9 \times 10^{-6} = (-6 + \log 1.9) = -6 + 0.28 = 5.72$$
$$pH = pKw - pOH = 14 - 5.72 = 8.28$$
$$pH = 8.28 \text{ solución básica}$$

▼ Reacciones de neutralización

En éstas reaccionan un ácido y una base y se obtiene como resultado una sal, cuyo pH es neutro, y agua.

Ejemplo

Al reaccionar el ácido clorhídrico con el hidróxido de sodio se obtiene cloruro de sodio y agua.

$$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$$

La titulación o valoración ácido-base es un método de análisis químico que permite determinar la concentración de una disolución ácida o básica desconocida mediante una neutralización controlada.

Para determinar en qué momento se llega al punto de equivalencia, antes de iniciar la titulación, se deben agregar unas gotas de indicador, el cual generalmente es fenolftaleína. En el momento en que se aprecie un cambio de color del indicador, se ha llegado al punto final.

La expresión para calcular la concentración de la disolución problema, en una titulación, es:

$$M_aV_a = M_bV_b$$

donde:

M_a = concentración molar de la disolución problema
V_a = volumen de la disolución problema
M_b = concentración molar de la disolución patrón
V_b = volumen de la disolución patrón

Ejemplo de reactivo

En la reacción de neutralización del ácido clorhídrico $HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$, ¿cuántos mililitros de una disolución de hidróxido de sodio 0.01 M se necesitan para neutralizar 10 ml de una disolución de ácido clorhídrico 0.02 M?

a) 2 ml   b) 5 ml   c) 10 ml   d) 20 ml

Solución:

Datos	**Fórmulas**	**Sustituciones**	**Resultados**
$M_{\text{hidróxido de sodio}} = 0.01$ M $M_{\text{ácido sulfúrico}} = 0.02$ M $V_{\text{ácido sulfúrico}} = 10$ ml $V_{\text{hidróxido de sodio}} = ¿?$	$M_1V_1 = M_2V_2$ $V_2 = \frac{M_1V_1}{M_2}$	$V_2 = \frac{(0.02\text{ M})(10\text{ ml})}{0.01\text{ M}}$	$V_{\text{hidróxido de sodio}} = 20$ ml

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Clasificación de los ácidos y bases por su grado de disociación

La fuerza de los ácidos o bases depende de su porcentaje de disociación y puede medirse en relación con la conductividad eléctrica de los iones que libera; si el porcentaje de disociación es alto, resultan ácidos y bases fuertes; si es bajo, serán débiles (Flores, 2005).

Tipo de sustancia	Propiedades	Rango de pH	Ejemplos
Ácido fuerte	Sustancia que al disolverse se ioniza con gran facilidad en iones hidronio (H^{+1}). Su base conjugada es débil.	1 a 3	H_2SO_4, HNO_3, HCl, HBr, HI, $HClO_4$
Ácido débil	Sustancia que no se ioniza con gran facilidad. Su base conjugada es fuerte.	3.1 a 6.9	H_2CO_3, CH_3COOH, HF, HNO_2, HClO, HCN, $HC_2H_3O_2$
Base débil	Sustancia que no se ioniza con gran facilidad. Su ácido conjugado es fuerte.	7.1 a 11.9	NH_4OH, $Fe(OH)_3$
Base fuerte	Sustancia que se ioniza fácilmente en iones hidroxilo (OH^{-1}). Su ácido conjugado es débil.	12 a 14	KOH, NaOH

Ejemplo de reactivo

Debido a la baja disociación del CH_3—COOH, es considerado:

a) un ácido débil b) un ácido fuerte c) una base débil d) una base fuerte

Solución:

Los ácidos débiles no se disocian completamente con el agua, es decir, liberan una parte pequeña de sus iones H^+. Los ácidos débiles no suelen causar daño en bajas concentraciones, pero, por ejemplo, el vinagre concentrado puede ocasionar quemaduras. Otros ejemplos son el ácido fosfórico (H_3PO_4), el ácido sulfhídrico (H_2S) y el ácido acético (CH_3–COOH), entre otros.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

Disoluciones amortiguadoras

Mantener el pH constante es vital para el correcto desarrollo de las reacciones químicas y bioquímicas que ocurren tanto en los seres vivos como a nivel experimental en el laboratorio. Los amortiguadores (también llamados *disoluciones amortiguadoras, sistemas tampón* o *buffers*) son disoluciones cuya concentración de protones apenas varía al añadir ácidos o bases fuertes.

Para ser eficaz, una solución tampón debe estar formada, por ejemplo, por una mezcla de un ácido débil y alguna de sus bases conjugadas (*buffer* ácido o tampón ácido) o una base débil con alguno de sus ácidos conjugados (*buffer* o tampón básico). Al añadir pequeñas cantidades de ácido o base fuerte se irán neutralizando hasta consumir la base o el ácido débil, respectivamente, y así se mantendrá estable el pH.

Estas soluciones son muy útiles, puesto que sirven para evitar reacciones indeseadas que se llevarían a cabo si hubiera variaciones en la acidez de la disolución.

Electrolitos

Se les llaman *electrolitos* a las sustancias solubles en agua capaces de conducir la corriente eléctrica. La *ionización* es el proceso de formación de iones por medio de una reacción química de un compuesto molecular con un disolvente. El paso de la electricidad a través de una solución con iones disueltos se llama *electrólisis*. Las sustancias que tienen buena conductancia y un alto grado de ionización se denominan *electrolitos fuertes* y, por el contrario, las que presentan una pobre conductancia y un bajo grado de ionización se llaman *electrolitos débiles*. Existen sustancias que no producen iones en disolución acuosa y por tanto no conducen la corriente eléctrica, a éstas se les da el nombre de *no electrolitos*.

Algunos ejemplos de sustancias electrolíticas son los siguientes.

Electrolitos fuertes	Electrolitos débiles
• Se disocian al 100% • Son buenos conductores de la electricidad • La reacción de ionización ocurre en un solo sentido (es irreversible)	• Se disocian en un pequeño porcentaje • No son buenos conductores de la electricidad • Su reacción de ionización ocurre en ambos sentidos (es reversible)
Ácidos fuertes son electrolitos fuertes $HCl\ (ac) + H_2O\ (l) \rightarrow H_3O^+\ (ac) + Cl^-\ (ac)$ $HNO_3\ (ac) + H_2O\ (l) \rightarrow H_3O^+\ (ac) + NO_3^-\ (ac)$ $HClO_4\ (ac) + H_2O\ (l) \rightarrow H_3O^+\ (ac) + ClO_4^-\ (ac)$ $HSO_4\ (ac) + H_2O\ (l) \rightarrow H_3O^+\ (ac) + HSO_4^-\ (ac)$	***Ácidos débiles*** son electrolitos débiles $HF\ (ac) + H_2O\ (l) \rightleftarrows H_3O^+\ (ac) + F^-\ (ac)$ $HNO_2\ (ac) + H_2O\ (l) \rightleftarrows H_3O^+\ (ac) + NO_2^-\ (ac)$ $HSO_4\ (ac) + H_2O\ (l) \rightleftarrows H_3O^+\ (ac) + SO_4^{2-}\ (ac)$ $H_2O\ (l) + H_2O\ (l) \rightleftarrows H_3O^+\ (ac) + OH^-\ (ac)$
Bases fuertes son electrolitos fuertes $NaOH\ (s) \xrightarrow{H_2O} Na^+\ (ac) + OH^-\ (ac)$ $KOH\ (s) \xrightarrow{H_2O} K^+\ (ac) + OH^-\ (ac)$ $Ba(OH)_2\ (s) \xrightarrow{H_2O} Ba^{2+}\ (ac) + 2OH^-\ (ac)$	***Bases débiles*** son electrolitos débiles $F^-\ (ac) + H_2O\ (l) \rightleftarrows OH^-\ (ac) + HF\ (ac)$ $NO_2^-\ (ac) + H_2O\ (l) \rightleftarrows OH^-\ (ac) + HNO_2\ (ac)$

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. ¿Cuánto mide el ángulo entre los hidrógenos y el oxígeno de la molécula del agua?
   a) 200.3° b) 180° c) 52.3° d) 104.5°
2. Por su tipo de enlace, el agua es considerada un compuesto:
   a) polar b) no polar c) bipolar d) iónico
3. El enlace por puente de hidrógeno es característico de:
   a) el hidrógeno b) el agua c) la sal d) el agua oxigenada
4. ¿Entre qué elementos se lleva a cabo el enlace puente de hidrógeno?
   a) Dos H b) Dos O c) Un H con un O d) Dos O con un H
5. ¿Cuál de las siguientes sustancias es un contaminante químico del agua?
   a) residuos oleaginosos b) sulfuro de hidrógeno c) bacterias d) algas
6. La fenolftaleína es incolora cuando se encuentra en un medio:
   a) básico b) ácido c) neutro d) frío
7. La fórmula para calcular el pH es:
   a) $pH = -\log [H^{-1}]$ b) $pH = \log [H]$ c) $pH = -\log [H_2O]$ d) $pH = -\log [H_3O^{+1}]$
8. El pH de una solución 1×10^{-5} M de NaOH es:
   a) 9 b) 5 c) −5 d) −9
9. ¿Cuál es el pH de una solución de 0.01 M de $HClO_3$?
   a) 14 b) 12 c) 7 d) 2
10. Las sustancias con un pH de 7 son clasificadas como:
    a) ácidas b) básicas c) neutras d) sales
11. Si una sustancia tiene un pH de 1, se dice que es...
    a) una solución neutra b) un ácido c) una solución *buffer* d) una base
12. La sangre tiene un pH de 7.5, por lo que es clasificada como:
    a) ácida b) básica c) neutra d) salina
13. ¿Cuál de las siguientes sustancias es una base?
    a) $CH_3—OH$ b) LiOH
    c) H_2O_2 d) $OH—CH_2—CH_2—OH$
14. ¿Cuál es la sustancia que actúa como ácido fuerte?
    a) H_2SO_4 b) NH_4Cl c) C_6H_5OH d) $CH_3—COOH$
15. De las siguientes opciones, ¿cuáles son los ácidos más fuertes?
    a) HCl y H_2SO_4 b) HNO_3 y $HClO_3$ c) NaOH y KOH d) $Ba(OH)_2$ y $Sr(OH)_2$
16. ¿Cuál es la base más fuerte?
    a) NH_3 b) $NaHCO_3$ c) H_2O d) KOH

17. ¿Qué volumen de solución se necesita para obtener una concentración 2 molar de NaOH con 160 g de este compuesto? Considera las siguientes masas atómicas: Na = 23, O = 16, H = 1.

a) 1 *l* b) 2 *l* c) 3 *l* d) 4 *l*

18. Para tener dos litros de solución se disuelven 28 g de NaOH (hidróxido de sodio), ¿cuál será su concentración molar?

a) 0.35 M b) 0.70 M c) 1.15 M d) 1.40 M

19. Es una mezcla homogénea formada por iones de un ácido débil y su base conjugada, que evita cambios drásticos del pH.

a) solución saturada de vinagre
b) mezcla racémica
c) solución tampón o *buffer*
d) agua regia

Objetivo: el estudiante definirá la composición del aire, las reacciones, los contaminantes y los agentes reductores, así como oxidantes, en una reacción.

¿Qué es el aire y de qué está formado?

El *aire* es una mezcla de gases que conforman la atmósfera terrestre, permanecen alrededor de la Tierra por la acción de la fuerza de gravedad y ayudan a sustentar la vida.

La composición del aire seco al nivel del mar es la siguiente (Brown *et al.*, 2009).

Gas	Porcentaje en volumen	Gas	Porcentaje en volumen
Nitrógeno (N_2)	78.084	Hidrógeno (H_2)	0.000055
Oxígeno (O_2)	20.946	Óxido nitroso (N_2O)	0.00003
Argón (Ar)	0.9340	Monóxido de carbono (CO)	0.00001
Dióxido de carbono (CO_2)	0.039	Xenón (Xe)	0.000009
Neón (Ne)	0.001818	Ozono (O_3)	0 a 7×10^{-6}
Helio (He)	0.000524	Dióxido de nitrógeno (NO_2)	0.000002
Metano (CH_4)	0.000179	Yodo (I_2)	0.000001
Kriptón (Kr)	0.000114	Amoniaco (NH_3)	Trazas

Propiedades del aire

El aire tiene las siguientes propiedades:

- No existe en el vacío.
- Es incoloro, inodoro e insípido.
- Es de menor peso que el agua: un litro de aire pesa 0.001293 kgf.
- Tiene volumen indefinido, ya que:
  - se puede expandir (dilatar), es decir, es posible aumentar el volumen de una masa de aire al verse reducida la presión ejercida mediante una fuerza o al incorporarle calor.
  - se puede contraer (comprimir), reduciéndose así su volumen, si es presionado por una fuerza. Sin embargo, la compresión tiene un límite que cuando se pasa permite al aire expandirse nuevamente.

- Presenta fluidez, el aire se mueve de un lugar de mayor a menor concentración, sin gasto de energía.
- Ejerce presión o fuerza (presión atmosférica) sobre todos los cuerpos.
- Su densidad es de 1.18 kg/m^3 (a 25 °C).
- Su viscosidad es de 0.018 cP (a 20 °C).
- Reacciona con la temperatura: se condensa en forma de hielo a bajas temperaturas y produce corrientes de aire que afectan al clima.
- Está compuesto por varios elementos, entre ellos el oxígeno (O_2) y el dióxido de carbono, los cuales son básicos para la vida.

Ejemplo de reactivo

¿Qué opción describe en orden decreciente a los principales constituyentes del aire por la cantidad en la que están presentes en éste?

a) O_2, N_2, C y Ar b) O_2, N_2, P y C c) N_2, O_2, S P d) O_2, N_2, P y Ar

Solución:

Se denomina *aire* a una combinación de gases en proporciones ligeramente variables: nitrógeno (78%), oxígeno (21%) y otras sustancias (1%), como azufre, fósforo, ozono, dióxido de carbono, hidrógeno y gases nobles (por ejemplo, kriptón y argón).

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Leyes de los gases

Teoría cinética de los gases

- La teoría cinética de los gases utiliza una descripción molecular para explicar el comportamiento macroscópico de la materia. Se basa en los siguientes postulados:
- Un gas consta de un número extremadamente grande de partículas diminutas en un estado de movimiento constante caótico y al azar.
- Estas partículas son muy duras y perfectamente elásticas, chocan entre sí o con las paredes del recipiente que las contiene (cuando chocan no hay pérdida de energía).
- Entre una colisión y otra, las partículas se mueven en línea recta (no existe fuerza de atracción entre éstas).
- La energía cinética media de las partículas es proporcional a la temperatura absoluta del gas.
- Los movimientos de cada partícula obedecen a todas las leyes de la mecánica clásica.
- Cuando existe equilibrio térmico, la presión en un gas es la misma en todos los puntos del recipiente que lo contiene.
- La presión de un gas está relacionada con el número de choques por unidad de tiempo de sus moléculas contra las paredes del recipiente que lo contiene. Cuando la presión aumenta significa que el número de choques por unidad de tiempo es mayor.

Ley de los gases ideales

Los gases ideales tienen las siguientes propiedades:

- Las moléculas de esos gases se mueven a gran velocidad de forma lineal, pero desordenada.
- Su velocidad es proporcional a su temperatura absoluta.

- Ejercen presión sostenida sobre las paredes del recipiente que los contiene.
- Los choques entre las moléculas del gas son elásticas, por lo que no pierden energía cinética.
- La atracción-repulsión entre las moléculas de gas es despreciable.

Para estos gases ideales se cumple la siguiente ley:

$$PV = nRT \quad PV = \frac{m}{M}RT$$

Donde

$R = 0.082\left(\frac{1\ \text{atm}}{\text{mol K}}\right)$

n = número de moles (mol)

m = masa (g)

M = masa molar (g/mol)

Despejando las fórmulas:

$$P = \frac{nRT}{V} \quad V = \frac{nRT}{P} \quad n = \frac{PV}{RT} \quad T = \frac{PV}{nR}$$

$$P = \frac{mRT}{MV} \quad V = \frac{mRT}{MP} \quad M = \frac{mRT}{PV} \quad m = \frac{MPV}{RT} \quad T = \frac{MPV}{mR}$$

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál será la masa en gramos de un gas cuya temperatura es de 50 °C, su presión de 3 atmósferas ocupa un volumen de 4 l y su masa molar es de 30 g/mol?

a) 12.34 g b) 13.58 g c) 15.87 g d) 19.42 g

Solución:

Datos	Fórmula	Despeje	Sustitución	Resultado
P = 3 atm T = 50 °C = 323.16 K V = 4 l M = 30 g/mol $R = 0.082\left(\frac{1\ \text{atm}}{\text{mol K}}\right)$ m = ¿?	$PV = \frac{m}{M}RT$	$m = \frac{MPV}{RT}$	$m = \frac{(3\ \text{atm})(4\text{l})\left(30\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right)}{\left(0.082\frac{1\ \text{atm}}{\text{mol K}}\right)(323.16\ \text{K})}$	m = 13.58 g

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

2. ¿Cuál es la cantidad, en moles, de un gas cuya temperatura es de 30 °C, su presión es de 2 atmósferas y ocupa un volumen de 2 l?

a) 0.12 mol b) 0.13 mol c) 0.16 mol d) 0.19 mol

Solución:

Datos	Fórmula	Despeje	Sustitución	Resultado
$P = 2\ atm$ $T = 30\ °C = 303.16\ K$ $V = 2\ l$ $R = 0.082\left(\frac{1\ atm}{mol\ K}\right)$ $n = ¿?$	$PV = nRT$	$n = \frac{PV}{RT}$	$n = \frac{(2\ atm)(2l)}{\left(0.082\frac{1\ atm}{mol\ K}\right)(303.16\ K)}$	$n = 0.16\ mol$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

3. Un recipiente cerrado de 2 l contiene oxígeno a 200 °C y 2 atm. Calcula los gramos de oxígeno contenidos en el recipiente.

a) 2.34 g b) 3.29 g c) 5.87 g d) 9.42 g

Solución:

Datos	Fórmula	Despeje	Sustitución	Resultado
$P = 2\ atm$ $T = 200\ °C = 473.16\ K$ $V = 2\ l$ $R = 0.082\left(\frac{1\ atm}{mol\ K}\right)$ $M(O_2) = 32\ g/mol$ $m = ¿?$	$PV = \frac{m}{M}RT$	$m = \frac{MPV}{RT}RT$	$m = \frac{(2\ atm)(2l)\left(32\frac{g}{mol}\right)}{\left(0.082\frac{1\ atm}{mol\ K}\right)(473.16\ K)}$	$m = 3.29\ g$

Por lo anterior, la respuesta correcta es el inciso b.

4. Tenemos 4.88 g de un gas desconocido, los introducimos en un recipiente de 1 l y observamos que la presión que ejercen a 27 °C es de 1.5 atm. ¿Cuál es su masa molar?

a) 52.34 g b) 63.29 g c) 75.87 g d) 80.07 g

Solución:

Datos	Fórmula	Despeje	Sustitución	Resultado
$P = 1.5\ atm$ $T = 27\ °C = 300.16\ K$ $V = 1\ l$ $R = 0.082\left(\frac{1\ atm}{mol\ K}\right)$ $m = 4.88\ g$ $M = ¿?$	$PV = \frac{m}{M}RT$	$M = \frac{mRT}{PV}$	$M = \frac{(4.88\ g)\left(0.082\frac{1\ atm}{mol\ K}\right)(300.16\ K)}{(1.5\ atm)(1\ l)}$	$M = 80.07\ g/mol$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Reacciones del oxígeno

Reacciones de combustión

Las reacciones de combustión se basan en la reacción química exotérmica de una sustancia, o mezcla de sustancias, llamada *combustible*, con el oxígeno. La reacción del combustible con el oxígeno origina sustancias gaseosas, entre las cuales las más comunes son CO_2 y H_2O.

Ejemplo

$$CH_{4(g)} + 2\,O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 2\,H_2O_{(g)}$$

Dependiendo de cómo se produzcan las reacciones de combustión, éstas pueden ser de distintos tipos.

Combustión completa

Ocurre cuando las sustancias combustibles reaccionan hasta el máximo grado posible de oxidación. En este caso no habrá presencia de sustancias combustibles en los productos o humos de la reacción.

En presencia de gran cantidad de oxígeno, el carbono se oxida produciendo dióxido de carbono y desprendiendo energía luminosa y calorífica.

$$C_{(s)} + O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)}$$

Combustión incompleta

Se produce cuando no se alcanza el grado máximo de oxidación y hay presencia de sustancias combustibles en los gases o humos de la reacción.

Cuando la reacción ocurre con poco oxígeno, la combustión del carbono con el oxígeno es incompleta y se forma monóxido de carbono, un gas venenoso y muy peligroso.

$$C_{(s)} + \tfrac{1}{2}\,O_{2(g)} \rightarrow CO_{(g)}$$

Ejemplos de reactivos

1. La combustión de combustibles fósiles genera emisiones de gases como el:

a) CO_2 b) N_2 c) O_2 d) SO_3

Solución:
La reacción del combustible (de cualquier naturaleza) con el oxígeno origina sustancias gaseosas (entre las más comunes se encuentran CO_2 y H_2O), las cuales se denominan en forma genérica *productos*, *humos* o *gases de combustión*.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

2. El monóxido de carbono reacciona con el oxígeno para producir...

a) $NaHCO_3$ b) CO_2 c) H — C — O (con =O sobre el carbono: H—C(=O)—O) d) C_2O_3

Solución:
Puesto que, $2\,CO + O_2 \rightarrow 2\,CO_2$, la respuesta correcta es el inciso b.

▼ Reacciones de formación de óxidos

El oxígeno puede reaccionar tanto con metales como con no metales formando diferentes tipos de óxidos.

➤ Óxidos metálicos o básicos

Son los compuestos formados por la combinación de un metal (con valencia positiva) con oxígeno (valencia –2).

metal + oxígeno → óxido básico

Ejemplos

$Li^{+1} + O^{-2} \rightarrow Li_2O$	(óxido de litio)
$Fe^{+2} + O^{-2} \rightarrow FeO$	(óxido ferroso)
$Fe^{+3} + O^{-2} \rightarrow Fe_2O_3$	(óxido férrico)

➤ Óxidos no metálicos o ácidos

También llamados *anhídridos*, éstos son compuestos formados por la combinación del oxígeno con un no metal que está utilizando sus valencias positivas.

no metal + oxígeno → óxido no metálico (anhídrido)

Ejemplos

$Cl^{+1} + O^{-2} \rightarrow Cl_2O$	(anhídrido hipocloroso)
$Cl^{+3} + O^{-2} \rightarrow Cl_2O_3$	(anhídrido cloroso)
$Cl^{+5} + O^{-2} \rightarrow Cl_2O_5$	(anhídrido clórico)
$Cl^{+7} + O^{-2} \rightarrow Cl_2O_7$	(anhídrido perclórico)

▼ Otras reacciones del oxígeno

➤ Reacciones directas

El oxígeno reacciona con todos los elementos, excepto con los halógenos, el nitrógeno y los gases nobles. Con el carbón produce combustión espontánea. La afinidad de los elementos químicos con el oxígeno es inversa a su electronegatividad. El oxígeno atómico es más reactivo.

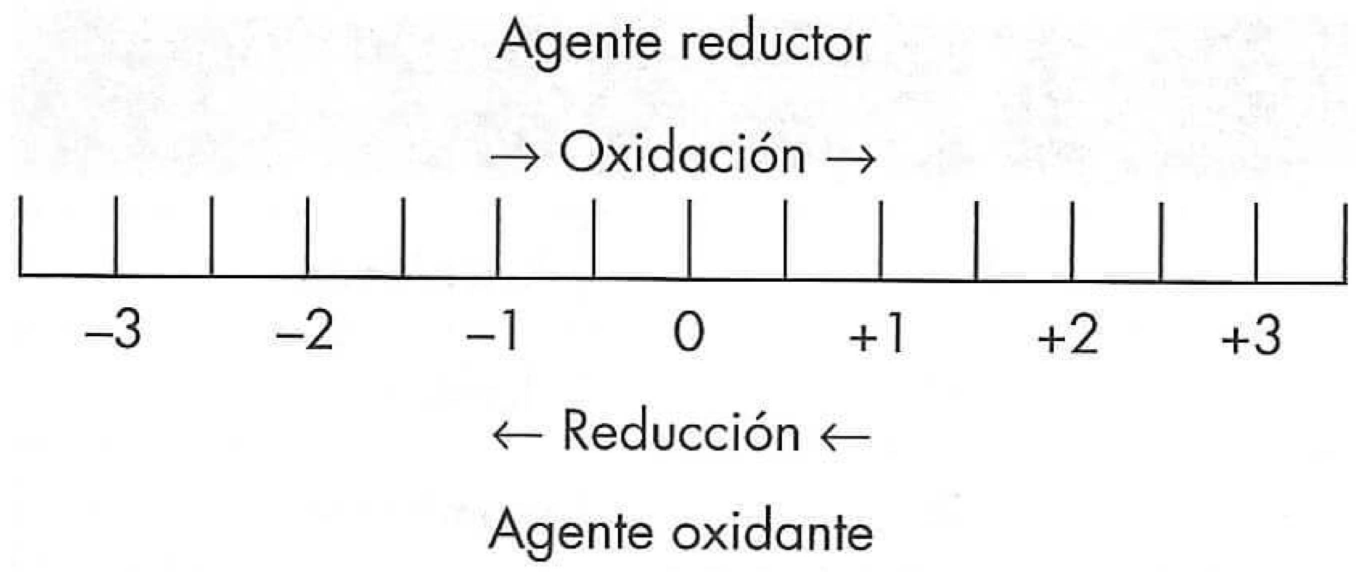
➤ Reacciones en medio acuoso

En estas reacciones es oxidante, su poder depende del medio: cuanto mayor sea el pH, menor será su carácter oxidante.

Reacciones de óxido-reducción

Estas reacciones ocurren cuando existe una transferencia de electrones, es decir, se lleva a cabo una oxidación y una reducción cuando al pasar un elemento de un miembro a otro cambia su valencia.

La **oxidación** consiste en un aumento de valencia por pérdida de electrones. La **reducción**, al contrario, disminuye la valencia por ganancia de electrones.



▼ Obtención del número de oxidación

El número de oxidación —como ya se estudió en la Unidad 1— indica la capacidad de combinación de los elementos, es decir, los electrones que pueden perder, ganar o compartir al formar un compuesto. Para obtener el número de oxidación hay que considerar las siguientes reglas:

a) Todos los compuestos son eléctricamente neutros, esto quiere decir, deben tener número de oxidación total cero.
b) Los elementos de las familias IA, IIA y IIIA siempre trabajan con números de oxidación de +1, +2, +3, respectivamente.
c) El hidrógeno trabaja casi siempre con +1, excepto en los hidruros metálicos donde trabaja con −1.
d) El oxígeno trabaja regularmente con −2, excepto con los peróxidos con los que trabaja con −1.
e) Los elementos libres, es decir, que no se encuentran en forma de compuestos, tienen un número de oxidación de cero, ya sea que éstos se encuentren en forma atómica o de molécula polinuclear, por ejemplo: Na^0, Cu^0, Fe^0, H_2^0, Cl_2^0, N_2^0, O_2^0, P_4^0, S_8^0.

Ejemplo 1

Determinar el número de oxidación del nitrógeno en el ácido nítrico, HNO_3.

$$\overset{+1}{\underset{}{}}\ \overset{+5}{}\ \overset{-6=0}{}$$
$$\overset{+1}{H}\ N\ \overset{-2}{O_3}$$

Por tanto, el N trabaja con +5.

En el compuesto $Al(NO_3)_3$ (nitrato de aluminio) la valencia del ion nitrato es −1, pero la valencia del nitrógeno es +5.

Ejemplo 2

Determinar el número de oxidación del fósforo en el fosfito de calcio, $Ca_3(PO_3)_2$.

Eliminando los paréntesis tenemos $Ca_3P_2O_6$.

$$+6\quad +6\quad -12=0$$
$$\overset{+2}{Ca_3}\ P_2\ \overset{-2}{O_6}$$

El P_2 utiliza 6 cargas positivas, lo que indica que cada átomo de P trabaja con +3.

En el compuesto $Ca_3(PO_3)_2$ (fosfito de calcio) la valencia del ion fosfito es −3, pero la valencia del fósforo es +3.

En la siguiente tabla se muestran algunos cationes y aniones con sus respectivos números de oxidación.

Cationes	Nombre	Aniones	Ácidos	Sales
H^+	ácido/hidronio	F^{-1}	fluorhídrico	fluoruro
Li^+	litio	Cl^{-1}	clorhídrico	cloruro
Na^+	sodio	Br^{-1}	bromhídrico	bromuro
K^+	potasio	OH^{-1}	hidróxido	hidróxido
Cu^+	cuproso/cobre I	CN^{-1}	cianhídrico	cianuro
Cu^{2+}	cúprico/cobre II	NO_2^{-1}	nitroso	nitrito
Ag^+	plata	NO_3^{-1}	nítrico	nitrato
Au^+	auroso/oro I	HSO_3^{-1}	————	sulfito ácido
Au^{2+}	áurico/oro II	HSO_4^{-1}	————	sulfato ácido
Hg^+	mercuroso/mercurio I	ClO^{-1}	hipocloroso	hipoclorito
Hg^{2+}	mercúrico/mercurio II	ClO_2^{-1}	cloroso	clorito
Mg^{2+}	magnesio	ClO_3^{-1}	clórico	clorato
Ca^{2+}	calcio	ClO_4^{-1}	perclórico	perclorato
Sr^{2+}	estroncio	HPO_3^{-2}	————	fosfito monoácido
Ba^{2+}	bario	HPO_4^{-2}	————	fosfato monoácido
Zn^{2+}	zinc	IO_4^{-1}	peryódico	peryodato
Cd^{2+}	cadmio	MnO_4^{-1}	permangánico	permanganato
Fe^{2+}	ferroso/fierro II	S^{-2}	sulfhídrico	sulfuro
Fe^{3+}	férrico/fierro III	CO_3^{-2}	carbónico	carbonato
Sn^{2+}	estanoso/estaño II	SO_3^{-2}	sulfuroso	sulfito
Sn^{3+}	estánico/estaño III	SO_4^{-2}	sulfúrico	sulfato
Pb^{2+}	plumboso/plomo II	$H_2PO_3^{-1}$	————	fosfito diácido
Pb^{4+}	plúmbico/plomo IV	$H_2PO_4^{-1}$	————	fosfato diácido
Ni^{2+}	niqueloso/níquel II	CrO_4^{-2}	crómico	cromato
Ni^{3+}	niquélico/níquel III	$Cr_2O_7^{-2}$	dicrómico	dicromato
As^{2+}	arsénico	CH_3COO^-	acético	acetato
Al^{3+}	aluminio	PO_3^{-3}	fosforoso	fosfito
NH_4^+	amonio	PO_4^{-3}	fosfórico	fosfato
Cr^{2+}	cromo II	BO_3^{-3}	bórico	borato
Cr^{3+}	cromo III	AsO_3^{-2}	arsenioso	arsenito
		AsO_4^{-2}	arsénico	arseniato
		O^{-2}	óxido	óxido
		H^{-1}	hidruro	hidruro
		HCO_3^{-1}	————	carbonato ácido (bicarbonato)

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es el número de oxidación del cloro (Cl) en el compuesto $HClO_3$?

a) +5 b) +4 c) –3 d) –2

Solución:

Para calcular el número de oxidación del Cl en el $HClO_3$, no podemos recurrir a la tabla periódica, ya que muestra varios números para este elemento. Nos basaremos en los elementos que sólo tienen un número de oxidación, que son el H +1 y el O –2.

$$\overset{+1}{H}\overset{x}{Cl}\overset{-2}{O_3}$$

Nota: es frecuente colocar los números de oxidación individuales en la parte superior de cada elemento.

La suma de los números de oxidación en este caso debe ser igual a 0, ya que la especie en cuestión no posee carga residual:

$$1\,(+1) \;+\; x \;+ 3\,(-2) \;=\; 0$$

$$1 \text{ átomo de hidrógeno por } (+1) \; + x + 3 \text{ átomos de oxígeno por } (-2) = 0$$

$$1 + x - 6 = 0$$

Buscando el valor de X, ya sea por despeje de esta variable o por deducción:

$$\overset{+1}{H}\overset{+5}{Cl}\overset{-2}{O_3}$$

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

▼ Identificación de reacciones de óxido-reducción

Para identificar una reacción de óxido-reducción (redox) es necesario verificar e identificar, si existen, las especies que intercambian su número de oxidación al llevarse a cabo la reacción, es decir, la que se oxida (agente reductor) y la que se reduce (agente oxidante).

Concepto	Número de oxidación	Electrones
El elemento se oxida y actúa como agente reductor	Aumenta	Pierde
El elemento se reduce y actúa como agente oxidante	Disminuye	Gana

Ejemplo 1

$$Cu + HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + NO + H_2O$$

Primeramente, se obtiene el número de oxidación de cada elemento.

$$Cu^{\circ} + H^{+1}N^{+5}O_3^{-2} \rightarrow Cu^{+2}(NO_3)_2^{-1} + N^{+2}O^{-2} + H_2^{+1}O^{-2}$$

Enseguida, se identifican las especies que tienen intercambio de electrones y se representan como semirreacciones para señalar cuál es el elemento que se oxida y actúa como agente reductor y cuál es el que se reduce y actúa como agente oxidante.

$Cu^{\circ} \rightarrow Cu^{+2}$ Se oxida. agente reductor = Cu

$N^{+5} \rightarrow N^{+2}$ Se reduce. agente oxidante = HNO_3

Ejemplo 2

$$KMnO_4 + FeSO_4 + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + Fe_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + H_2O$$

Se calculan los números de oxidación de cada uno de los elementos.

$$K^{+1}Mn^{+7}O_4^{-2} + Fe^{+2}S^{+6}O_4^{-2} + H_2^{+1}S^{+6}O_4^{-2} \rightarrow Mn^{+2}S^{+6}O_4^{-2} + Fe_2^{+3}S_3^{+6}O_{12}^{-2} + K_2^{+1}S^{+6}O_4^{-2} + H_2^{+1}O^{-2}$$

Se identifican los elementos que cambian su estado de oxidación o carga y se representan como semirreacciones de oxidación y de reducción (sin importar el orden de escritura de las semirreacciones).

$Mn^{+7} \rightarrow Mn^{+2}$ Se reduce agente oxidante = $KMnO_4$

$Fe^{+2} \rightarrow 2Fe^{+3}$ Se oxida agente reductor = $FeSO_4$

Ejemplo de reactivo

En la ecuación química

$$C + HNO_3 \rightarrow NO_2 + CO_2 + H_2O$$

a) el C se reduce

b) el C es un agente oxidante

c) el N se reduce

d) el N se oxida

Solución:

Primero asignamos el número de oxidación de los elementos considerados en la reacción y reconocemos los elementos que se oxidan y reducen.

$$\overset{0}{C} + H\overset{+5}{N}O_3 \rightarrow \overset{+4}{N}O_2 + \overset{+4}{C}O_2 + H_2O$$

Representamos las semirreacciones escribiéndolas.

$$C^0 \rightarrow C^{+4}$$

$$N^{+5} \rightarrow N^{+4}$$

Observamos lo siguiente:

- El carbono perdió 4 electrones, por lo que se oxidó y actuó como agente reductor
- El nitrógeno ganó 1 electrón, entonces se redujo y actuó como agente oxidante.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Balanceo de reacciones por el método de tanteo

En una ecuación o reacción química debe haber el mismo número de átomos del mismo elemento en ambos lados, pues, de acuerdo con la ley de Lavoisier, en toda reacción química el peso de un compuesto es igual al peso de todos sus componentes.

La operación mediante la cual se buscan los coeficientes necesarios para la ecuación se llama *balanceo de ecuación*. Para el balanceo por tanteo se deben colocar coeficientes de tal forma que se obtenga la misma cantidad de elementos en reactivos y productos.

Para facilitar el balanceo se recomienda acomodar y balancear primero los metales, en seguida los no metales y, al final, el hidrógeno y el oxígeno.

Ejemplo

Balancear la ecuación química

$$KClO_3 \rightarrow KCl + O_2$$

Se obtiene la cantidad de elementos tanto de reactivos como de productos.

1 – K – 1

1 – Cl – 1

3 – O – 2

El oxígeno no está balanceado, por lo tanto, se busca un coeficiente que pueda igualar la reacción.

$$2\ KClO_3 \rightarrow KCl + 3\ O_2$$

Se verifica si la reacción está balanceada.

2 – K – 1

2 – Cl – 1

6 – O – 6

Ahora, el potasio y el cloro necesitan igualarse; nuevamente se coloca un coeficiente.

$$2\ KClO_3 \rightarrow 2\ KCl + 3\ O_2$$

Se verifica si la reacción está balanceada.

2 – K – 2

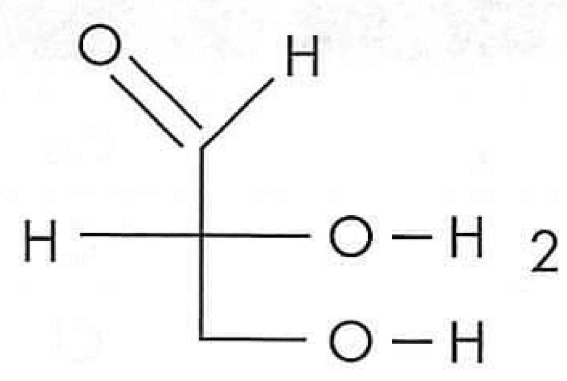
2 – Cl – 2

6 – O – 6

La ecuación quedó balanceada.

Ejemplos de reactivos

1. La reacción de combustión del (D) gliceraldehído está representada por:



La ecuación balanceada para esta reacción es la siguiente:

a) $C_3H_6O_3 + 3\ O_2 \rightarrow 3\ CO_2 + 3\ H_2O$

b) $C_3H_6O_3 + O_2 \rightarrow 3\ CO_2 + 3\ H_2O$

c) $C_3H_6O_3 + O_2 \rightarrow 3\ CO_2 + 2\ H_2O$

d) $C_3H_6O_3 + 4\ O_2 \rightarrow 3\ CO_2 + 3\ H_2O$

Solución:
Para el inciso correcto, que es el a, se observa lo siguiente:

Reactivos	→	Productos
3	C	3
6	H	6
9	O	9

Por tanto, se cumple la ley de la conservación de la masa y la reacción está balanceada.

2. La combustión del butano se lleva a cabo en nuestros hogares para calentar los alimentos y el agua, ¿en cuál inciso se muestra la reacción balanceada de esta combustión?

$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_3 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

a) $2\ C_4H_{10} + 3\ O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$

b) $C_4H_{10} + \frac{13}{2}\ O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$

c) $C_4H_{10} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

d) $C_4H_{10} + 7\ O_2 \rightarrow 5\ CO_2 + 3\ H_2O$

Solución:
Para el inciso correcto, que es b, se observa lo siguiente:

Reactivos	→	Productos
4	C	4
10	H	10
13	O	13

Por tanto, se cumple la ley de la conservación de la masa y la reacción está balanceada.

3. El carbonato cálcico reacciona con el ácido clorhídrico para formar cloruro de calcio, dióxido de carbono y agua. ¿Cuál es la ecuación ajustada correspondiente al proceso?

a) $2\ CaCO_3 + 4\ HCl \rightarrow 2\ CaCl_2 + CO_2 + 2\ H_2O$

b) $CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow 2\ CaCl_2 + 2\ CO_2 + H_2O$

c) $CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$

d) $2\ CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow 2\ CaCl_2 + CO_2 + H_2O$

Solución:
Para el inciso correcto, que es el c, se observa lo siguiente:

Reactivos	→	Productos
1	Ca	1
1	C	1
2	Cl	2
2	H	2
3	O	3

Por tanto, se cumple la ley de la conservación de la masa y la reacción está balanceada.

Contaminación del aire

La *contaminación atmosférica* consiste en cualquier cambio en el equilibrio de los componentes del aire, lo cual altera las propiedades físicas y químicas del mismo. Es producida por las actividades industriales, comerciales, domésticas y agropecuarias.

▼ Contaminantes primarios

Son los que permanecen en la atmósfera tal y como fueron emitidos por la fuente. Para fines de evaluación de la calidad del aire se consideran el óxido de azufre, el monóxido de carbono, óxido de nitrógeno, hidrocarburos y partículas.

➤ Óxidos de nitrógeno

La presencia mayoritaria de N_2 en el aire y lo necesario que es este elemento para la síntesis de proteínas en los seres vivos fundamentan la gran importancia del nitrógeno para la biosfera.

En cualquier proceso de combustión en el aire (o en tormentas eléctricas) se forma cierta cantidad de NO (monóxido de nitrógeno), a este gas no se le considera nocivo, pero reacciona con el O_2 formando NO_2 (dióxido de nitrógeno), un gas café, sofocante, que es tóxico para los pulmones.

El NO_2 reacciona con el vapor de agua, con el O_2 y el agua de la atmósfera produciendo HNO_3, lo que da, como consecuencia, acidez a la atmósfera, al llover, esos ácidos son precipitados a la tierra. Éstos reaccionan con el amoniaco y producen nitratos.

Los ácidos y las sales de nitrógeno forman peligrosos aerosoles que pueden ser limpiados por las lluvias y llevados al suelo; una vez allí forman parte del ciclo del N_2. Considerando esto último, es útil su formación; sin embargo, como el NO_2 permanece en la atmósfera durante un promedio de tres días, en este tiempo puede causar intoxicaciones graves si se acumula en ciertas cantidades.

$$N_2 + O_2 \rightarrow 2\ NO$$
$$2\ NO + O_2 \rightarrow 2\ NO_2$$

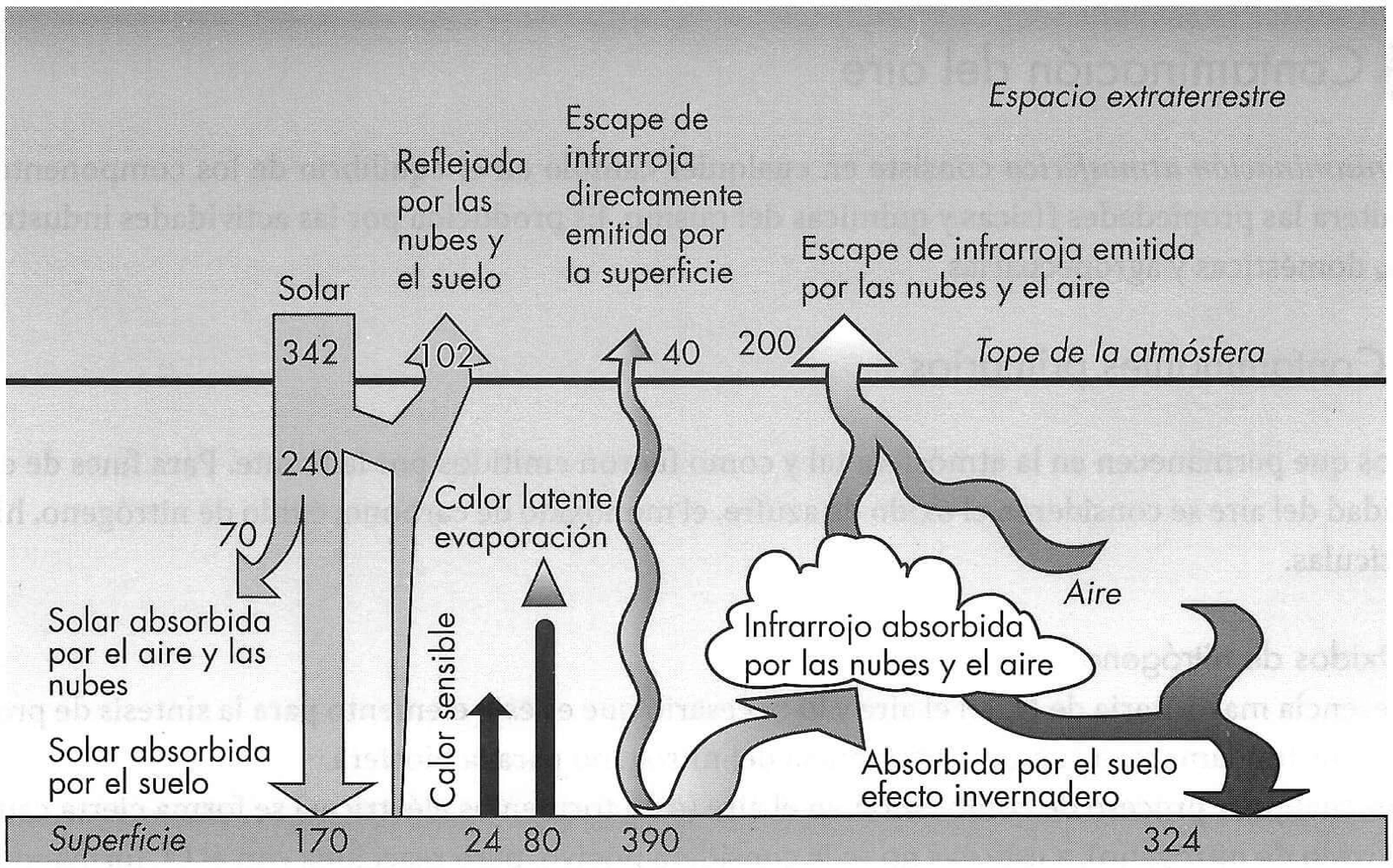
➤ Óxidos de carbono

El más nocivo es el CO, un veneno letal, pues interfiere en el transporte del oxígeno a las células del organismo causando muerte por asfixia. Una de las fuentes de CO es la combustión automotriz.

El CO_2 es otro óxido contaminante que se encuentra en mayor proporción en el aire. Sus efectos no son tan graves como los del CO, pero llegan a causar algunos fenómenos como el **efecto invernadero**. La razón de ello es que el CO_2 absorbe fácilmente la radiación calorífica que la Tierra emite debido a la entrada de los rayos solares a su superficie. Si aumentara el nivel de CO_2, se podría acumular el calor en la Tierra y la temperatura se elevaría haciendo inhabitable el planeta.

A continuación, se presentan las reacciones características del proceso.

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$
$$2\ C + O_2 \rightarrow 2\ CO$$



➤ Óxidos de azufre

El SO_2 se produce cuando el azufre elemental o sus compuestos se queman en el aire. Parte del SO_2 proviene de erupciones volcánicas, así como de la acción de bacterias sobre la materia orgánica. Por otra parte, el hombre contribuye a su formación al quemar carbón de coque con alto contenido de azufre, al extraer metales de sulfuros, con la quema de combustibles sin refinar (diésel y combustóleo), con la fabricación de ácido sulfúrico, etcétera.

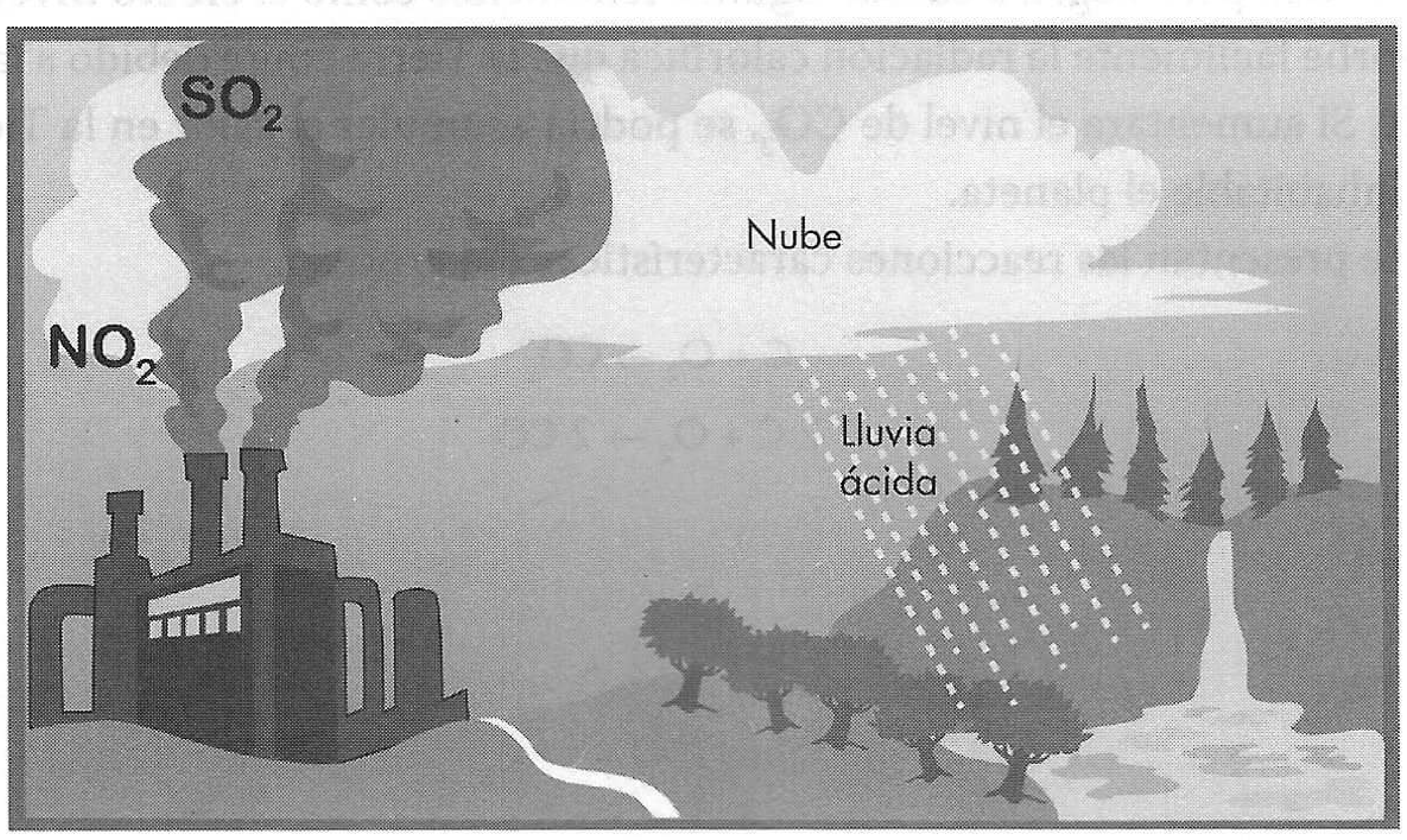
El SO_2 permanece por poco tiempo en la atmósfera. En presencia de O_2 y de luz se oxida formando SO_3. Este último es peligroso, ya que al reaccionar con agua produce H_2SO_4, el cual es sumamente corrosivo y es el responsable de la **lluvia ácida**. Ésta se precipita sobre ríos y mares dañando la vida acuática, provocando corrosión, deslaves y daño en las construcciones.

A continuación se presentan las reacciones características de dicho proceso.

$$S + O_2 \rightarrow SO_2$$

$$SO_2 + O_2 \rightarrow SO_3$$

$$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$$



➤ Partículas suspendidas

Cuando una partícula pequeña (cualquier cuerpo sólido) se dispersa en el aire, inicialmente se acelera, pero en virtud de una fuerza de resistencia alcanza después una velocidad constante llamada *velocidad terminal.* Cuanto más pequeña es la partícula, su velocidad terminal es menor, lo cual provoca que quede suspendida en el aire.

Al respirar, muchas partículas entran por nuestros orificios nasales; sin embargo, podemos sobrevivir gracias a que nuestro sistema respiratorio posee un eficaz mecanismo de eliminación. La mayoría de las partículas es detenida antes de llegar a los alveolos; no obstante, aquellas cuyo diámetro es menor a 5 μm pueden llegar a depositarse en el espacio alveolar. Allí existen células limpiadoras que se movilizan para encapsular el polvo extraño y transportarlo hasta los ganglios linfáticos. La partícula es disuelta en los líquidos celulares y se distribuye en el organismo, pero, si no es soluble, permanece en el pulmón o en el sistema linfático produciendo inflamación, y, cuando se acumulan, pueden provocar dificultades respiratorias y cardiacas. En especial, las partículas que contienen sílice o metales son las más peligrosas.

➤ Hidrocarburos

La presencia de hidrocarburos en el aire propicia la formación de peligrosos contaminantes secundarios, como los nitratos de peroxiacilo (NPA). En las ciudades, la mayor fuente de hidrocarburos proviene de la evaporación de la gasolina (por la mala afinación de los automóviles). Varios hidrocarburos aromáticos, como el benzopireno, son carcinógenos (su inhalación provoca la muerte por cáncer a ratones de laboratorio). Los hidrocarburos no saturados, como el etileno, intervienen en las reacciones fotoquímicas que generan el esmog y forman aldehídos.

➤ Plomo

Su presencia en la atmósfera se debe a la adición de tetraetilo de plomo a las gasolinas (para elevar su octanaje). Dentro del pistón del motor de los automóviles, debido a la alta temperatura, se forma el óxido de plomo (PbO_2). Como éste es un sólido no volátil que daña a las bujías, se le adicionan también a la gasolina algunos hidrocarburos clorados para que se forme $PbCl_2$, el cual sí es volátil y sale del pistón hacia la atmósfera.

El plomo y sus sales son tóxicos para el organismo y pueden afectar el sistema nervioso central. El cuerpo humano logra deshacerse de unos 230 μg de plomo cada día, pero si la cantidad de plomo que entra en éste es mayor, entonces se acumula y provoca intoxicación.

▼ Contaminantes secundarios

Son los que han estado sujetos a cambios químicos, es decir, son el producto de la reacción de dos o más contaminantes primarios en la atmósfera. Entre ellos destacan los oxidantes fotoquímicos y algunos radicales de corta existencia, como el ozono y los clorofluorocarbonos.

➤ Ozono

El ozono O_3 es el gas picante que a menudo se percibe cerca de los motores eléctricos. Se forma en la atmósfera baja debido a reacciones fotoquímicas. Sin embargo, como parte de la estratosfera, es indispensable para absorber los rayos ultravioletas que provienen del Sol.

➤ Clorofluorocarbonos

Se ha encontrado que compuestos como los clorofluorocarbonos o freones [de los que hay varios tipos, como freón11– ($CFCl_3$), freón12– (CF_2Cl_2) y freón22– ($CHClF_2$), los cuales se utilizan como refrigerantes en sistemas de aire acondicionado, agentes para limpiar microcircuitos e impulsores en aerosoles] son volátiles e inertes, y permanecen entre 10 y 30 000 años en la atmósfera, por lo que llegan a dispersarse hasta la estratosfera donde está la capa de ozono (Garritz, 2001). Allí tienen una reacción fotoquímica y producen átomos de cloro que destruyen el ozono.

Fuentes generadoras de contaminantes del aire

Industriales

Las industrias producen enormes cantidades de humo, vapores químicos, hollín, polvo, etc. La solución al problema de la contaminación no es sencilla, ya que las fuentes de estos contaminantes son múltiples y en ocasiones mientras que se resuelve un problema comienzan a surgir otros. Por ejemplo, puede ocurrir que mientras disminuye la emisión de humos de chimeneas de las industrias localizadas en zonas urbanas, aumenta el número de vehículos automotrices; o bien, construir chimeneas más altas para que el viento arrastre los gases de SO_2 y NO_2 a cientos de kilómetros del origen, transformándose éstos en la atmósfera en soluciones diluidas de ácido nítrico y ácido sulfúrico, que caen como lluvia o nieve ácida y modifican el pH de suelos, bosques, lagos y cosechas.

Urbanas (domésticas y vehiculares)

Los combustibles y desperdicios que se queman en las casas también producen humo, polvo y sustancias gaseosas, como monóxido de carbono, dióxido de carbono y dióxido de azufre.

En las grandes ciudades los automóviles y los motores que funcionan con derivados del petróleo originan más de 50% de los contaminantes arrojados a la atmósfera, como el monóxido de carbono, plomo, óxido de nitrógeno y partículas sólidas.

Agrícolas

Los plaguicidas y fertilizantes se utilizan en casi todas las zonas agrícolas del mundo debido a que favorecen la producción de alimentos, uno de los principales retos que se enfrentan actualmente.

Cuando se aplican plaguicidas sobre los cultivos, no todo el producto se deposita en las plantas, algunas porciones se evaporan o son arrastradas por las corrientes de aire trasladándose así de las zonas agrícolas hacia otros sitios.

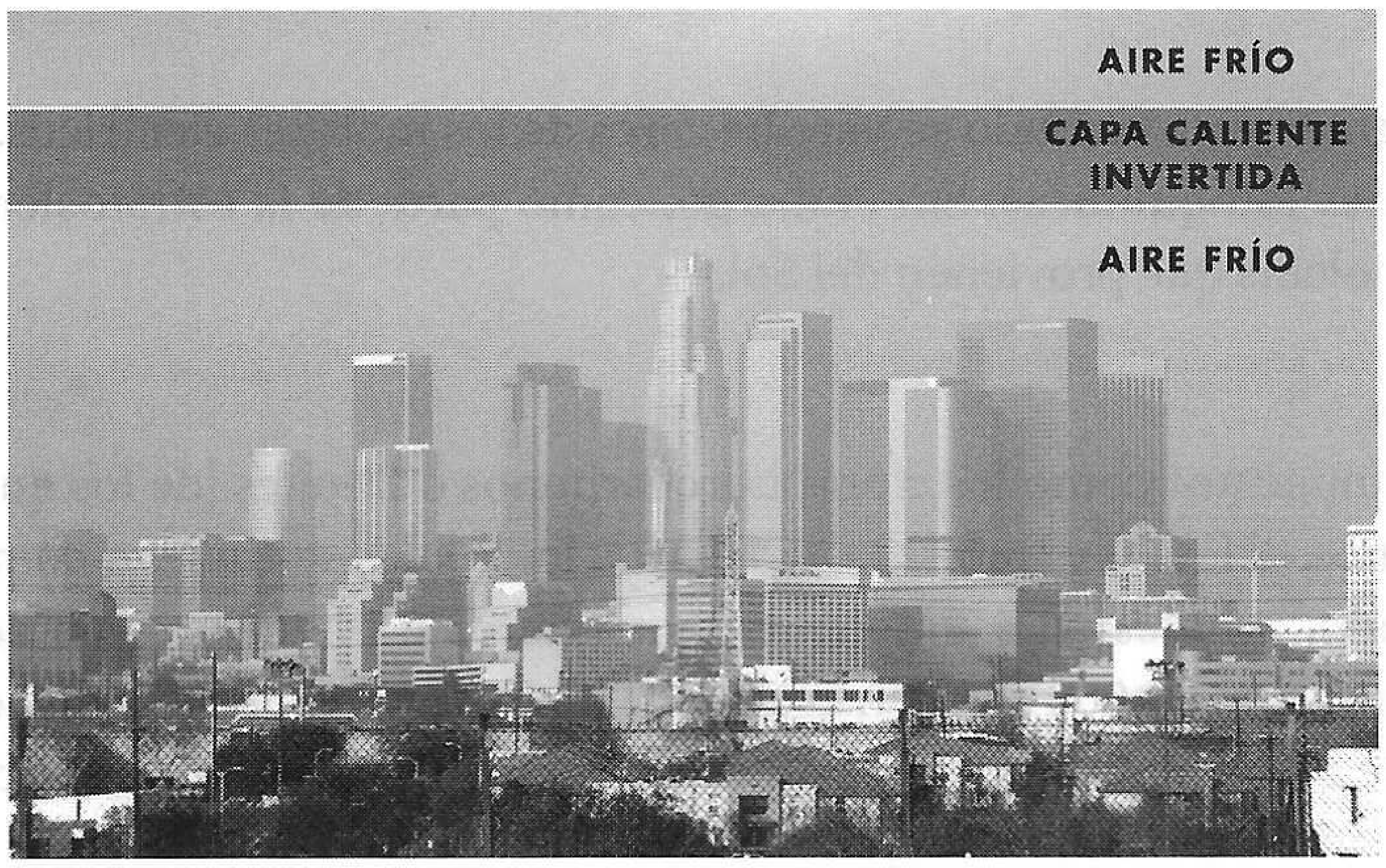
Fenómenos atmosféricos relacionados con la contaminación

Esmog fotoquímico

El esmog se forma cuando los óxidos de nitrógeno de la atmósfera experimentan reacciones con los hidrocarburos excitados por radiaciones ultravioleta y otras que provienen del Sol. Las reacciones que son provocadas por la luz se llaman *fotoquímicas*. En el esmog, la luz solar propicia este tipo de reacciones favoreciendo que aquél irrite las membranas sensibles y dañe las plantas.

Inversión térmica

Es el aumento de la temperatura con la altitud en una capa de la atmósfera. Las inversiones térmicas actúan como tapaderas que frenan los movimientos ascendentes del aire de la atmósfera. En efecto, el aire no puede elevarse en una zona de inversión, puesto que es más frío.



➤ Lluvia ácida

Este tipo de lluvia tiene un pH menor (más ácido) que la lluvia normal. Constituye un serio problema ambiental ocasionado principalmente por la contaminación de hidrocarburos fósiles. Estos contaminantes son liberados a la atmósfera al quemar carbón y aceite cuando se usan como combustible para producir calor o movimiento (gasolina y diésel).

Las erupciones volcánicas y los géiseres contribuyen con una pequeña cantidad de estos contaminantes a la atmósfera; también el humo del cigarro, en el que hay dióxido de azufre (SO_2) y óxidos de nitrógeno (NO_x).

La lluvia ácida se forma generalmente en las nubes altas, donde el SO_2 y los NO_x reaccionan con el agua y el oxígeno produciendo una solución diluida de ácido sulfúrico y ácido nítrico. La radiación solar aumenta la velocidad de esta reacción.

Entre las reacciones que ocurren durante la lluvia ácida se encuentran las siguientes:

$$2\ NO_2 + H_2O \rightarrow HNO_3 + HNO_2$$

$$CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$$

$$SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$$

$$2\ SO_2 + O_2 \rightarrow 2\ SO_3$$

$$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$$

La lluvia, la nieve, la niebla y otras formas de precipitación arrastran dichos contaminantes hacia la parte baja de la atmósfera depositándolos sobre las hojas de las plantas, los edificios, los monumentos y el suelo.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cuál es la reacción química que representa mejor la acción de la lluvia ácida sobre el mármol?

a) $H_2SO_4 + CaCO_3 \rightarrow CaSO_4 + H_2O + CO_2$

b) $H_2CO_3 + CaO \rightarrow CaCO_3 + H_2O$

c) $HNO_2 + H_2O \rightarrow HNO_3$

d) $HCl + CaCO_3 \rightarrow CaCl_2 + H_2CO_3$

Solución:

La piedra caliza ($CaCO_3$), al entrar en contacto con la lluvia ácida, reacciona y se transforma en yeso ($CaSO_4$).

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

2. ¿Cuál de las siguientes reacciones ocurre durante la lluvia ácida?

a) $2\ NO_2 + H_2O \rightarrow HNO_3 + HNO_2$

b) $2\ NO + O_2 \rightarrow 2\ NO_2$

c) $2\ C + O_2 \rightarrow 2\ CO$

d) $CH_{4(g)} + 2O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 2\ H_2O_{(g)}$

Solución:

Los óxidos de nitrógeno y de azufre reaccionan con el agua formando ácidos.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

3. Los contaminantes del efecto invernadero pueden ser compuestos como NO, NO_2, NO_3, sobre estos compuestos se puede afirmar que:

a) el de mayor masa molar es NO, mientras que NO_2 tiene la menor masa molar.

b) el de mayor masa molar es NO_2, mientras que NO_3 tiene la menor masa molar.

c) el de mayor masa molar es NO_3, mientras que NO tiene la menor masa molar.

d) el de mayor masa molar es NO_3, mientras que NO_2 tiene la menor masa molar.

Solución:

Calculando las masas molares de los tres gases se obtiene lo siguiente:

Para el NO

N =	1 × 12.0 g/mol =	12.0
O =	1 × 16.0 g/mol =	16.0
	Total =	28.0 g/mol

Para el NO_2

N =	1 × 12.0 g/mol =	12.0
O =	2 × 16.0 g/mol =	32.0
	Total =	44.0 g/mol

Para el NO_3

N =	1 × 12.0 g/mol =	12.0
O =	3 × 16.0 g/mol =	48.0
	Total =	60.0 g/mol

Comparando los resultados se observa que el de mayor masa es el NO_3 y el de menor masa es el NO.
Por lo anterior, la respuesta correcta es el inciso c.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. El aire tiene en su composición:
   a) 21% O_2 y 78% de N_2
   b) 78% O_2 y 21% de N_2
   c) 21% O_2, 78% de N_2 y 1% de otros gases
   d) 78% O_2, 21% de N_2 y 1% de otros gases
2. Los componentes del aire que se encuentran en mayor porcentaje en éste son:
   a) oxígeno y dióxido de carbono
   b) nitrógeno y oxígeno
   c) dióxido de carbono y vapor de agua
   d) oxígeno e hidrógeno
3. El CO es un compuesto derivado de la reacción de combustión:
   a) de los combustibles
   b) completa
   c) incompleta
   d) de los hidrocarburos
4. El número de oxidación del hidrógeno en el MgH_2 es:
   a) +1
   b) −1
   c) +2
   d) −2
5. El número de oxidación del oxígeno en H_2O_2 es:
   a) −2
   b) −1
   c) +1
   d) +2

6. Para que una reacción sea de tipo redox es necesario que:

a) el oxígeno participe.

b) algún elemento comparta electrones.

c) todas las especies químicas cedan electrones.

d) alguna especie química ceda electrones y otra los acepte.

7. De las siguientes reacciones, identifica una que no es de óxido-reducción.

a) $5\ HI + HIO_3 \rightarrow 3\ I_2 + 3\ H_2O$

b) $SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$

c) $2\ Al + 6\ NaOH \rightarrow 2\ Na_3AlO_3 + 3\ H_2$

d) $2\ KClO_3 \rightarrow 2\ KCl + 3\ O_2$

8. ¿Cuál de las siguientes reacciones no es redox?

a) $2\ KMnO_4 + 16\ HCl \rightarrow 2\ KCl + 2\ MnCl_2 + 8\ H_2O + 5\ Cl_2$

b) $2\ H_2N + O_2 \rightarrow 2\ H_2O$

c) $2\ KHCO_3 \rightarrow K_2CO_3 + CO_2 + H_2O$

d) $2\ H_2S + SO_2 \rightarrow 2\ H_2O + 3\ S$

9. El agente oxidante siempre es aquel que:

a) gana protones

b) gana electrones

c) pierde sus electrones

d) está del lado de los reactivos

10. En la siguiente reacción química indica cuál de los elementos actúa como agente reductor.

$$Zn + HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2$$

a) Zn b) H c) Cl d) ninguno

11. En la reacción $AgNO_3 + Cu \rightarrow Cu(NO_3)_2 + Ag$, ¿qué elemento actúa como agente oxidante?

a) Ag b) N c) O d) Cu

12. ¿Cuál de las siguientes reacciones químicas no se encuentra balanceada?

a) $C_{10}H_{18} + 7\ O_2 \rightarrow C_8H_4O_3 + 2\ CO_2 + 7\ H_2O$

b) $2\ NaCl + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2\ HCl$

c) $Pb(NO_3)_2 \rightarrow PbO + NO_2 + O_2$

d) $4\ KClO_3 \rightarrow 3\ KClO_4 + KCl$

13. La lluvia ácida contiene:

a) H_2CO_3 b) H_2SO_4 c) HCl d) H_2S

14. Uno de los principales causantes del efecto invernadero es:

a) O_3 b) S c) NO_2 d) CO_2

15. Un ejemplo de contaminante atmosférico perteneciente a los CFC es:

a) CF_2Cl_2 b) CF_2Cl_4Na c) CF_2C_4 d) $CFeC_4$

16. Es un contaminante del aire formado por la combustión de hidrocarburos.

a) NO b) SO_2 c) CO_2 d) CH_4

17. La contaminación de la atmósfera por óxidos de azufre produce:

a) envenenamiento de la atmósfera.

b) disminución de la capa de ozono.

c) contaminación de los campos de cultivo.

d) lluvia ácida.

18. La lluvia ácida contiene ácido sulfúrico, que reacciona con el mármol, el cual contiene carbonato de calcio, ¿cuál es la reacción que representa este proceso?

a) $H_2SO_4 + CaCO_3 \rightarrow CaSO_4$

b) $2\ HNO_3 + CaCO_3 \rightarrow H_2CO_3 + Ca(NO_3)_2$

c) $CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$

d) $H_2SO_4 + CaCO_3 \rightarrow CaSO_4 + H_2O + CO_2$

19. El principal contaminante del aire causante de la lluvia ácida es el:

a) metano.

b) carbono.

c) dióxido de nitrógeno.

d) dióxido de azufre.

Objetivo: el estudiante definirá los conceptos y fórmulas de entalpía, energía interna y espontaneidad para indicar el comportamiento de una reacción, así como los conceptos básicos de equilibrio químico y cinética química.

Energía

La *energía* es el motor que hace funcionar el mundo. Sin energía no tendríamos iluminación ni calefacción en nuestros hogares, no podríamos desplazarnos en autobús o coche. Su uso es parte de nuestro estilo de vida y por eso sólo nos preocupamos por ella cuando nos falta.

La *energía* se define como la capacidad de llevar a cabo un trabajo.

▼ Ley de la conservación de la energía

Propuesta por Lothar Meyer: en cualquier transformación de la materia, la energía ni se crea ni se destruye.

Einstein demostró que ocurre una interconversión de materia en energía y viceversa. Estableció esta característica de forma matemática mediante la ley de la conservación de la materia-energía, en la que postula que la materia y la energía se transforman una en la otra, pero sus totales no aumentan ni disminuyen, siempre permanecen constantes y se conservan sin variar en el universo.

▼ Manifestaciones de la energía

La energía, aun siendo única, se puede encontrar en la naturaleza en diversas formas, entre las cuales tenemos las siguientes: química, cinética, potencial, mecánica, eléctrica, nuclear, solar, eólica, geotérmica, etcétera.

▼ Reacciones exotérmicas y endotérmicas

Hay dos formas de reacciones vinculadas con la energía calorífica: la *exotérmica*, cuando se libera energía en un proceso, y la *endotérmica*, cuando se requiere calor para llevarla a cabo.

Termodinámica

Cuando una reacción química ocurre, generalmente hay un cambio en la temperatura de los compuestos químicos y del recipiente en que se efectúa. Si la temperatura aumenta, la reacción es exotérmica (la energía se

libera como calor); si la temperatura disminuye, la reacción es endotérmica (la energía se absorbe como calor). La termoquímica es el estudio de la energía transferida como calor cuando ocurre una reacción química.

La *termodinámica*, a diferencia de la termoquímica, se enfoca en un sistema y lo que existe alrededor. Si la temperatura alrededor de éste desciende, entonces el sistema absorbe calor y se identifica con signo positivo; si la temperatura fuera del sistema aumenta, entonces éste pierde calor y se identifica con el signo negativo.

Energía interna

La energía interna (E) del sistema es el total de todas las energías que tiene un sistema como consecuencia de la energía cinética de sus átomos, iones o moléculas, más la energía potencial que proviene de las fuerzas de enlace entre las partículas que lo forman. La diferencia entre la energía que contiene un sistema en su estado final y la energía que tenía en su estado inicial es ΔE.

▼ Primera ley de la termodinámica

También se conoce como *ley de la conservación de la energía* y establece que la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

$$\Delta E = q - w$$

Donde ΔE = energía interna (variación de energía), q = calor, w = trabajo

q es positiva (+) cuando el sistema absorbe calor (endotérmica) y negativa (–) cuando el sistema pierde calor (exotérmica)

w es positiva (+) cuando el sistema lleva a cabo un trabajo y negativa (–) cuando el trabajo es efectuado sobre el sistema

Entalpía

Casi todos los cambios físicos y químicos se acompañan de un desprendimiento o consumo de energía generalmente en forma de calor. La ganancia o pérdida de calor se atribuye a un cambio en el contenido calorífico de las sustancias implicadas en el proceso.

El contenido calorífico se llama *entalpía* y se simboliza con la letra H. Mientras que la entalpía no se puede medir directamente, sí se puede medir el calor producido o consumido en una reacción química, que es la diferencia entre la entalpía de los productos y la entalpía de los reactivos. Este cambio de entalpía se simboliza con ΔH (Δ significa "cambio en") y corresponde a la entalpía de los productos menos la entalpía de los reactivos.

$$\Delta H_{\text{reacción}} = \Delta H_{\text{productos}} - \Delta H_{\text{reactivos}} = \textbf{calor de reacción}$$

En una reacción en la que se absorbe calor, el contenido de calor o entalpía de los productos es mayor que el de los reactivos; en consecuencia, el signo ΔH es positivo. Este tipo de reacción se denomina *endotérmica.*

$$\Delta H > 0 \qquad \Delta H = + \textbf{ (reacción endotérmica)}$$

El caso más común de cambio de entalpía ocurre cuando se libera el calor en una reacción química donde la entalpía de los productos es menor que la de los reactivos y ΔH tiene signo negativo. Una reacción de este tipo se denomina exotérmica.

$$\Delta H < 0 \qquad \Delta H = - \textbf{ (reacción exotérmica)}$$

Otra definición de entalpía es la cantidad de calor involucrado en una reacción química a presión constante.

$$\Delta H = \Delta E + P\Delta V$$

Donde ΔE = variación de energía interna, P = presión, ΔV = variación de volumen

▼ Entalpía de formación

La entalpía de formación o calor de formación de un compuesto (AH_f) es la energía necesaria que se libera o absorbe en una reacción química para formar un mol de dicho compuesto a partir de sus elementos, medida, normalmente, en unas condiciones de referencia estándar, en el estado de agregación y forma alotrópica más estable a la que dichos elementos de hallan en condiciones estándar, 1 atm de presión y una temperatura de 298 K (25 °C).

▼ Entalpía de combustión

Otro tipo especial de reacción es la combustión en la que un compuesto, generalmente un hidrocarburo o un derivado de éste, se oxida con O_2 formando $CO_{2(g)}$ y $H_2O_{(l)}$. El calor de reacción correspondiente se llama *calor* o *entalpía de combustión* ($-\Delta H_c$).

▼ Entalpía o calor de reacción

Si se conocen las entalpías de formación de todas las sustancias involucradas en una reacción química, se puede calcular la variación de la entalpía de la reacción. Ésta se deduce de la ley de la conservación de la energía, ya que el calor de la reacción es simplemente la diferencia entre el contenido calorífico de los productos y el de los reactivos.

$$\Delta H_{\text{reacción}} = \Sigma\, \Delta H^\circ_{f\,(\text{productos})} - \Sigma\, \Delta H^\circ_{f\,(\text{reaccionantes})}$$

Ejemplo

Determina el calor de la siguiente reacción: $PCl_{5(g)} + H_2O_{(g)} \rightarrow POCl_{3(g)} + 2\ HCl_{(g)}$

Sustancia	H°_f(kcal/mol)
$PCl_{5(g)}$	–95.4
$POCl_{3(g)}$	–141.5
$H_2O_{(g)}$	–57.8
$HCl_{(g)}$	–22.1

Solución:

Sustituyendo en la fórmula $\Delta H_{\text{reacción}} = \Sigma\, \Delta H^\circ_{f\,(\text{productos})} - \Sigma\, \Delta H^\circ_{f\,(\text{reaccionantes})}$ tenemos lo siguiente:

$\Delta H_R = (-141.5 + 2(-22.1)) - (-95.4 - 57.8) = -185.7 + 153.2 =$ **-32.5 kcal/mol**

(exotérmica)

Ejemplos de reactivos

1. El sodio metálico reacciona violentamente al contacto con el agua, este es un ejemplo de una reacción:

a) exotérmica, porque se libera una gran cantidad de energía.
b) endotérmica, porque se libera una gran cantidad de energía.
c) exotérmica, porque se absorbe una gran cantidad de energía.
d) endotérmica, porque se absorbe una gran cantidad de energía.

Solución:
En las reacciones exotérmicas se desprende energía y se le atribuye un signo negativo a la entalpía. La energía liberada en los nuevos enlaces que se forman es mayor que la empleada en los enlaces que se rompen.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

2. En una reacción endotérmica:

a) se desprende calor.
b) se calienta el recipiente de reacción.
c) se enfría el recipiente de reacción.
d) aumenta la presión.

Solución:
Las reacciones endotérmicas son aquellas que absorben energía en forma de calor. Una vez que la energía total se conserva del primero para el segundo miembro de cualquier reacción química, si una reacción es endotérmica, la entalpía de los productos (Hp) es mayor que la entalpía de los reactivos (Hr), pues una cantidad determinada de energía fue absorbida por los reactivos en forma de calor durante la reacción, quedando contenida en los productos. Considerando que en la reacción endotérmica Hp > Hr y que $\Delta H = Hp - Hr$, entonces en la reacción endotérmica el valor de ΔH será siempre positivo.

Puesto que en la reacción endotérmica $\Delta H > 0$, entonces la respuesta correcta es el inciso c.

3. Ocurre principalmente en las reacciones de oxidación. Cuando éstas son intensas pueden generar fuego. Por ejemplo, cuando 2 átomos de hidrógeno reaccionan entre sí e integran una molécula.

a) reacción química b) proceso exotérmico c) potencial eléctrico d) proceso endotérmico

Solución:
La reacción exotérmica ocurre especialmente en las reacciones de oxidación, que son aquellas en las que hay una transferencia electrónica entre los reactivos lo que causa una modificación de los estados de oxidación de los mismos en relación con los productos. Es decir, para que se produzca una reacción de oxidación en un sistema debe haber un elemento que ceda electrones y otro que los acepte.

Por lo anterior, la respuesta correcta es el inciso b.

4. Si la entalpía de reacción entre una solución de HCl y de NaOH es de –3 680 kcal, entonces la reacción:

a) está en equilibrio. b) es endotérmica. c) es endergónica. d) es exotérmica.

Solución:
Si el valor de la entalpía es negativo, eso indica que la reacción es exotérmica, es decir, que al llevarse a cabo se desprende energía en forma de calor.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

5. En toda reacción exotérmica:

a) se transfiere calor de los alrededores al sistema y el ΔH de reacción es negativo.
b) se transfiere calor del sistema a los alrededores y el ΔH de reacción es negativo.
c) se transfiere calor del sistema a los alrededores y el ΔH de reacción es positivo.
d) se transfiere calor de los alrededores al sistema y el ΔH de reacción es positivo.

Solución:
La reacciones exotérmicas son aquellas en las que se libera energía; el valor negativo de la entalpía nos confirma esto.

Por lo anterior, la respuesta correcta es el inciso b.

▼ Ley de Hess

El calor de una reacción es independiente del número de etapas en que ésta se lleva a cabo. La variación de la entalpía de una determinada reacción es siempre igual e independiente del hecho de que la reacción sea directa o se verifique indirectamente por medio de varias etapas; en otras palabras, el cambio de entalpía de una reacción ocurre si se suman los cambios de entalpía de cada paso en que se pueda dividir finalmente la reacción.

Ejemplo

Si consideramos las reacciones del azufre para obtener trióxido de azufre o anhídrido sulfúrico, tenemos lo siguiente:

$$S_{(s)} + O_{2(g)} \rightarrow SO_{2\,(g)} \qquad \Delta H = -70.96 \text{ kcal/mol} \quad \text{(exotérmica)}$$
$$SO_{2(g)} + \tfrac{1}{2}\, O_{2(g)} \rightarrow SO_{3\,(g)} \qquad \Delta H = -23.49 \text{ kcal/mol} \quad \text{(exotérmica)}$$

Si sumamos ambas ecuaciones:

$$S_{(S)} + 1\tfrac{1}{2}\, O_{2(g)} \rightarrow SO_{3\,(g)} \qquad \Delta H = -94.45 \text{ kcal/mol} \quad \text{(exotérmica)}$$

▼ Segunda ley de la termodinámica

Para expresar el concepto de *la segunda ley de la termodinámica* se presentan dos principios que llevan el nombre de los científicos que los postularon:

1. **Clausius**. Todo proceso cíclico cuyo único efecto final sobre los alrededores sea transferir calor de un cuerpo frío a un cuerpo caliente es imposible.
2. **Kelvin-Planck**. Todo proceso cíclico cuyo único efecto final sobre los alrededores sea absorber calor de un cuerpo y convertirlo íntegramente en trabajo es imposible (Garritz, 2001).

Entropía

Además de los cambios de calor o entalpía, prácticamente todos los cambios físicos o químicos implican una variación en el desorden relativo de los átomos, moléculas o iones implicados. El desorden de un sistema se mide por medio de la entropía y se simboliza con la letra S.

El grado de dispersión de la energía se calcula de la siguiente manera:

$$\Delta S = \Delta H / T$$

Energía libre y espontaneidad

La energía libre de Gibbs es la energía útil disponible para efectuar un trabajo.

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

Donde ΔG = variación de la energía libre de Gibbs, ΔH = variación de entalpía, T = temperatura, ΔS = variación de la entropía.

Si

$\Delta G = -$ proceso espontáneo

$\Delta G = +$ proceso no espontáneo

$\Delta G = 0$ proceso en equilibrio

Ejemplo

Calcula la ΔG de un sistema con $\Delta H = -365.72$ kcal, $\Delta S = -0.13922$ kcal, a 25 °C; además, indica si la reacción se lleva a cabo.

$$\Delta G = (-365.72) - (298)(-0.13922) = \mathbf{-324.30\ kcal}$$

Como ΔH es negativa y la reacción es exotérmica, y ΔG es negativo y el proceso es espontáneo, entonces se lleva a cabo la reacción.

Ejemplo de reactivo

Al calentar un gas, ¿qué sucede con su volumen y su energía interna?

a) La energía interna y el volumen disminuyen.
b) La energía interna disminuye y el volumen aumenta.
c) La energía interna y el volumen aumentan.
d) La energía interna aumenta y el volumen disminuye.

Solución:

Al moverse las moléculas de un gas se produce gran cantidad de movimiento de los átomos que los forman, haciendo que éstos choquen entre sí y provoquen un aumento de la energía interna y del volumen debido a que las colisiones hacen que el gas se expanda.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Velocidad de reacción

Es la concentración de productos que se obtiene por unidad de tiempo o la concentración de reactivos que se gasta por unidad de tiempo.

$$\mathbf{V = [productos]/\ t}$$

Cinética química

Estudia la velocidad a la que ocurre un cambio químico y cuáles son los factores que afectan dicha velocidad.

La velocidad de un cambio químico se cuantifica considerando la rapidez con que se obtiene un producto o aquella con la que desaparece un reactivo.

El mínimo de energía requerida para romper los enlaces químicos e iniciar una reacción química se llama *umbral de energía de activación* (Holum, 2005).

Factores que afectan la velocidad de reacción

- **Concentración de los reactivos**. Cuando hay mayor número de partículas en un determinado volumen, se incrementa la frecuencia de las colisiones, por tanto, aumenta la velocidad de reacción.
- **Naturaleza de los reactivos**. De acuerdo con las características de las sustancias (polares, no polares, iónicas, líquidas, sólidas, etc.) aumenta la velocidad de reacción.
- **Temperatura**. Cuando se incrementa la temperatura, aumenta la energía cinética de las partículas y adquieren rápidamente energía de activación (la energía requerida para que se inicie una reacción). Por consiguiente, a mayor temperatura, aumenta la velocidad de reacción.
- **Catalizadores**. Son sustancias que propician la velocidad de una reacción y disminuyen la energía de activación; sin embargo, no cambian la composición de los productos.
- **Presión**. La velocidad de las reacciones gaseosas se incrementa significativamente con la presión, que es, en efecto, equivalente a incrementar la concentración del gas. Para las reacciones en fase condensada, la dependencia en la presión es débil y sólo se vuelve importante cuando la presión es muy alta.

Ejemplo de reactivos

1. A la sustancia capaz de aumentar la velocidad de una reacción, pero que no se consume durante ésta y puede ser recuperada al final, se le conoce como:

a) anestésica. b) catalizadora. c) concentrada. d) neutralizadora.

Solución:

A la sustancia que en un proceso llamado *catálisis* modifica la velocidad de una reacción química se le conoce como *catalizador* o *sustancia catalizadora*. Este vocablo que deriva del griego *καταλυσις* (katalysis) que quiere decir disolución o acabamiento y se refiere a los cambios químicos que se generan a causa de sustancias que no sufren modificaciones durante el transcurso de una reacción.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

2. ¿Cuál de las siguientes parejas de condiciones aumentan la velocidad de una reacción química?

a) Disminución de temperatura y de la concentración de reactivos.
b) Disminución de temperatura y aumento de la concentración de reactivos.
c) Aumento de temperatura y disminución de la concentración de reactivos.
d) Aumento de temperatura y de la concentración de reactivos.

Solución:

La velocidad de reacción depende también de las características químicas de las sustancias involucradas en dicho proceso, así como también de su estado físico, concentración de reactivos, temperatura e incluso de la presencia o ausencia de catalizadores.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

3. Se dice que por cada 10 °C de elevación en la temperatura se duplica la velocidad de reacción. Una reacción tarda 8 horas a 35 °C, ¿cuánto tardará a 65 °C?

a) 6 H b) 3 H c) 1 H d) 0.5 H

Solución:
Considerando las características de la reacción, podemos hacer una tabla como la siguiente:

Temperatura (°C)	Tiempo (h)
35	8
45	4
55	2
65	1

Por tanto, la reacción tardará una hora en llevarse a cabo, entonces el inciso c es el correcto.

4. La reacción $H_2O_{2(g)} + CO_{(g)} \rightarrow H_2O_{(g)} + CO_{2(g)}$ ocurre más rápido a…

a) 20 atm b) 10 atm c) 15 atm d) 50 atm

Solución:
Uno de los factores que afecta la velocidad de reacción de los gases es la presión.

Al incrementarse la concentración de reactivos, la presión también aumenta y, por tanto, el número de choques es mayor y la velocidad de reacción se acelera.

Cuando se trata de una reacción en la que interviene un gas, su volumen o cambio de presión puede ser equivalente al cambio de concentración.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Equilibrio químico

Es un proceso dinámico en el que las reacciones ocurren a la misma velocidad en ambas direcciones.

▼ Constante de equilibrio químico

Es el producto de las concentraciones molares de los productos dividido entre el producto de las concentraciones molares de los reactivos; cada sustancia elevada al número de moles correspondiente.

$$N_{2(g)} + 3H_{2(g)} \leftrightarrow 2NH_{3(g)}$$

$$Keq = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3}$$

▼ Principio de Le Chatelier

Cuando un sistema en equilibrio se sujeta a una acción externa, el equilibrio se desplaza en la dirección que tiende a disminuir o neutralizar dicha acción.

▼ Factores que afectan el equilibrio químico

- **Concentración**. Al aumentar la concentración de alguna de las sustancias en un sistema en equilibrio, éste se desplazará hacia la reacción que tienda a disminuir dicho aumento.
- **Temperatura**. Cuando se aumenta la temperatura de un sistema en equilibrio, éste se desplazará en el sentido de la reacción endotérmica. Si disminuye la temperatura, ocurre el proceso contrario.
- **Presión**. Si a un sistema en equilibrio se le aumenta la presión, éste se desplaza según la reacción en que las sustancias formadas ocupen menor volumen.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Por qué razón se utilizan filtros de carbón activado para eliminar olores y sabores del agua potable?

a) Debido a que el carbón no produce malos olores.
b) Porque el carbono es altamente reactivo con los compuestos del agua.
c) Debido a que su estructura cristalina hace posible absorber las sales.
d) Porque el carbono presenta una gran área superficial que facilita la absorción de sustancias.

Solución:
El carbón activado o activo es carbón poroso que atrapa compuestos, principalmente orgánicos, presentes en gases o líquidos; lo hace con tal efectividad que es el purificador más utilizado por el ser humano.

Por lo anterior, el inciso correcto es el d.

2. En las reacciones en equilibrio químico...

a) las concentraciones de reactivos y productos son constantes.
b) las concentraciones de reactivos son mayores que en los productos.
c) las concentraciones de reactivos son menores que en los productos.
d) la velocidad a la derecha es menor que la velocidad a la izquierda.

Solución:
El equilibrio químico es el estado de un sistema reaccionante en el que no se observan cambios a medida que transcurre el tiempo.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Las reacciones ___________ absorben energía.

   a) hipodérmicas b) exotérmicas c) endotérmicas d) isotérmicas

2. Cuando se hierve agua, ¿qué sucede con el sistema?

   a) Pierde energía.
   b) Conserva su estado físico.
   c) Cambia sus propiedades químicas.
   d) Gana energía.

3. Al adicionar agua al H_3PO_4 se desprende calor; por consiguiente, se trata de una reacción:

   a) exotérmica b) endotérmica c) rápida d) lenta

4. Calcula la entalpía estándar de reacción para la disociación gaseosa del PCl_5 en PCl_2 y Cl_2.

$$PCl_5 \rightarrow PCl_3 + Cl_2$$

ΔH°_F(KJ)	Compuesto
0	Cl_2
–306.3	PCl_3
–339.2	PCl_5

   a) 7.86 KJ b) 11.34 KJ c) 26.53 KJ d) 32.9 KJ

5. De acuerdo con la reacción $H_{2\,(g)} + I_{2\,(g)} \rightarrow 2\,HI_{(g)}$ $\Delta H = +\,83$ cal, ¿cómo se favorece la reacción?

   a) Aumentando la temperatura de la reacción.
   b) Disminuyendo la temperatura de la reacción.
   c) Aumentando el área de contacto.
   d) Disminuyendo la presión.

6. Se tiene ΔH – y ΔG –, ¿qué está ocurriendo en ese sistema?

   a) Una reacción de tipo endotérmica y espontánea.
   b) Una reacción de tipo endotérmica y no espontánea.
   c) Una reacción de tipo exotérmica y espontánea.
   d) Una reacción de tipo exotérmica y no espontánea.

7. Es la cantidad de calor que se involucra en una reacción química a presión constante.

   a) Gibbs b) entropía c) entalpía d) energía

8. Para calcular la energía interna de un sistema se utiliza la siguiente expresión:

   a) $\Delta G = \Delta S - T\Delta H$ b) $\Delta G = T\Delta H - \Delta S$ c) $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ d) $\Delta G = T\Delta S - \Delta H$

9. La energía interna de una reacción se debe a que las moléculas presentan...

   a) un desorden entre ellas.
   b) un movimiento continuo y permanente.
   c) desprendimiento de calor.
   d) absorción de calor.

10. ¿Qué factor habrá que aplicar para que la energía interna aumente?

a) presión b) volumen c) temperatura d) catalizador

11. Un factor que afecta directamente la velocidad de reacción química es:

a) la densidad de los reactivos.
b) el punto de fusión de los reactivos.
c) la concentración de los reactivos.
d) el punto de ebullición de los reactivos.

12. Son sustancias que aumentan la velocidad de una reacción y no cambian la composición de los productos:

a) catalizadores b) ácidos c) reactivos d) cetonas

13. Cuando se acelera una reacción agregando una sustancia en cantidad pequeña y que no cambia permanentemente, se efectúa una:

a) catálisis b) ionización c) electrólisis d) solvatación

14. ¿Cuál de los siguientes postulados no pertenece al principio de Le Chatelier?

a) La adición de mayor cantidad de reactivos tendería a disminuir la constante de equilibrio, por lo que aumentaría la concentración de los productos para mantener el valor de K.
b) La separación de los productos tiende otra vez a disminuir el valor de K y el sistema evoluciona al producir más reactivos para mantener constante el valor de K.
c) Los catalizadores no afectan el punto de equilibrio de la reacción, ya que sólo actúan para aumentar o disminuir su velocidad.
d) La velocidad de las reacciones no puede ser afectada por un cambio en la temperatura, por lo que no causa un desplazamiento del equilibrio.

15. ¿Cuál de los siguientes factores afecta el equilibrio químico?

a) catalizador b) presión c) altitud d) enzima

16. De la siguiente reacción, ¿cuál es el inciso que representa su constante de equilibrio?

$$2\ NaHCO_3 \rightarrow Na_2CO_3 + 3\ CO_2 + 2\ H_2O$$

a) $Ke = \dfrac{[CO_2]^3[H_2O]^2}{[Na_2CO_3]}$ b) $Ke = \dfrac{[CO_2]^3[H_2O]^2}{[Na_2CO_3]^2}$ c) $Ke = \dfrac{[CO_2]^3[H_2O]^2}{[NaHCO_3]^2}$ d) $Ke = \dfrac{[Na_2CO_3][CO_2]^3[H_2O]^2}{[NaHCO_3]^2}$

Unidad 1	Temas básicos
Unidad 2	Agua
Unidad 3	Aire
Unidad 4	Energía, equilibrio y cinética química
Unidad 5	**Química del carbono**

Objetivo: el estudiante explicará las propiedades y características del carbono, de sus compuestos y sus reacciones.

Química del carbono o química orgánica

La química orgánica es una rama de la química que estudia el carbono, sus compuestos y reacciones, por ello, actualmente se conoce como *química del carbono.* Existe una amplia gama de sustancias (medicamentos, vitaminas, plásticos, fibras sintéticas y naturales, hidratos de carbono, proteínas y grasas) formadas por moléculas orgánicas.

Esta rama de la química brindó grandes beneficios en el siglo XX, pues hizo posible perfeccionar materiales naturales y sintetizar sustancias que a su vez mejoraron la salud, aumentaron el bienestar y favorecieron la utilidad de casi todos los productos empleados hoy en día.

El comienzo de la química orgánica se asocia a menudo con el descubrimiento que hizo en 1828 el químico alemán Friedrich Wöhler, quien se dio cuenta de que la sustancia inorgánica cianato de amonio podía convertirse en urea ($CO(NH_2)_2$), la cual es una sustancia orgánica que se encuentra en la orina de muchos animales. Antes de este descubrimiento, los químicos pensaban que para sintetizar sustancias orgánicas era necesaria la intervención de lo que llamaban *la fuerza vital,* es decir, los organismos vivos. El experimento de Wöhler rompió la barrera entre sustancias orgánicas e inorgánicas.

En la actualidad los químicos consideran como compuestos orgánicos a aquellos que contienen carbono y otros elementos (que pueden ser uno o más), de los cuales los más comunes son el hidrógeno, el oxígeno, el nitrógeno, el azufre y los halógenos. Por ello, hoy a la química orgánica se le suele denominar *química del carbono.*

El carbono, estructura tetraédrica

El átomo de carbono es el principal constituyente de los compuestos orgánicos, se localiza en la tabla periódica en el grupo IV A, en el segundo periodo. Su número atómico es 6, tiene una masa atómica de 12 uma y su configuración en estado basal es la siguiente:

$$^{12}C_6 \qquad 1s^2 2s^2 2p^2 \qquad \underset{1s}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{2s}{\underline{\uparrow\downarrow}}\ \underset{2p_x}{\underline{\uparrow}}\ \underset{2p_y}{\underline{\uparrow}}\ \underset{2p_x}{\underline{\quad}}$$

Asimismo, sus números de oxidación son +4, −2, −4. Si el carbono mantuviera esta configuración, se podrían formar sólo compuestos divalentes, pero esto no explicaría la formación de los compuestos orgánicos, en los que el carbono es tetravalente.

En 1858, Friedrich Kekulé concibió la idea de que los átomos de carbono forman cuatro enlaces químicos, además de que se unen entre sí para formar largas cadenas. Por otra parte, Jacobus Van't Hoff llevó a cabo estudios a partir del metano y afirmó que la estructura del carbono es tetraédrica.

La formación de los cuatro enlaces covalentes se explica mediante los siguientes conceptos:

a) La promoción de electrones apareados a orbitales vacíos
b) La hibridación de orbitales

El carbono es un elemento representativo y es el único que experimenta los tres tipos de hibridación que hay, sp^3, sp^2 y sp, originando así la simple, doble y triple covalencia, respectivamente.

Clasificación de cadenas en compuestos orgánicos

El átomo de carbono, debido a su tetravalencia, puede formar moléculas grandes y combinarse con otros átomos de carbono. La longitud de la cadena de carbono determina la mayoría de sus propiedades físicas. Los compuestos con cadenas cortas son gases o líquidos con bajo punto de ebullición, mientras que los compuestos de cadenas medianas son líquidos y los que tienen cadenas largas son sólidos.

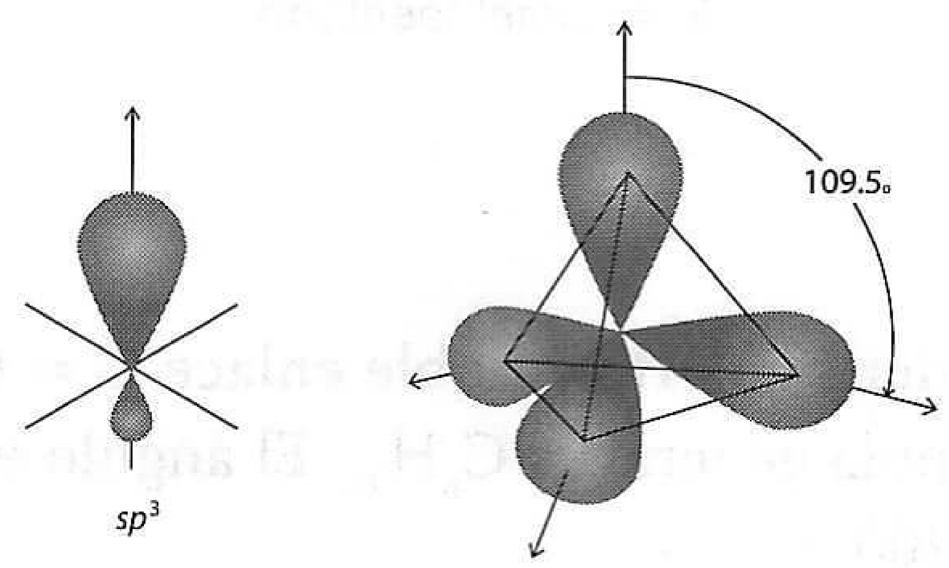
De acuerdo con su estructura, los esqueletos de los compuestos orgánicos se clasifican de la siguiente manera.

- **Acíclico**: es el esqueleto de cadena abierta.
- **Cíclico**: es el esqueleto de cadena cerrada.
- **Saturado**: es un enlace simple entre átomos de carbono; corresponde a los hidrocarburos saturados o alcanos.
- **No saturado**: indica un doble o triple enlace entre átomos de carbono y corresponde a los alquenos y alquinos, respectivamente.
- **Homocíclico**: éste es un esqueleto cerrado constituido únicamente por átomos de carbono.
- **Heterocíclico**: se trata de un esqueleto cerrado constituido por algún átomo diferente al de carbono (O, N, S, P, etcétera).
- **Lineal**: no tiene arborescencias o ramificaciones.
- **Arborescente**: esqueleto con ramificaciones (radicales unidos a la cadena principal).
- **Alicíclico**: se deriva de compuestos alifáticos cíclicos o esqueleto cíclico que no contiene un anillo bencénico.
- **Aromático**: esqueleto cíclico de seis carbonos unidos mediante ligaduras dobles y simples alternadamente (benceno).

Alcanos, alquenos, alquinos y compuestos cíclicos

Alcanos o parafinas

Son hidrocarburos saturados de cadena abierta con enlace sencillo C– C. Son inertes, no reaccionan fácilmente a temperaturas ordinarias como lo hacen los ácidos, álcalis y oxidantes. Su fórmula general es C_nH_{2n+2}. El ángulo entre enlaces es de 109.5°, con lo que se obtiene una forma tetraédrica con enlace sigma (Burton, 2001).



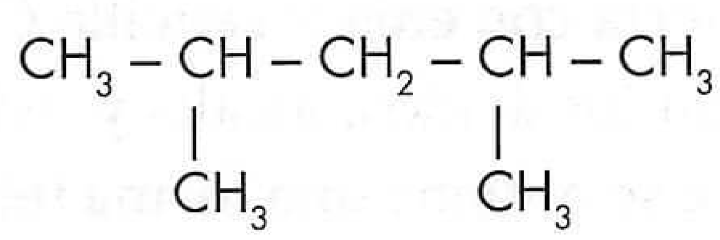
Los nombres de estos compuestos terminan en *-ano*. Los primeros cuatro alcanos tienen nombres comunes, a partir del quinto hidrocarburo se les denomina según las reglas de la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC, por sus siglas en inglés).

Número de átomos de carbono	Alcano	Nombre
1	CH_4	metano
2	CH_3-CH_3	etano
3	$CH_3-CH_2-CH_3$	propano
4	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_3$	n-butano
5	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$	n-pentano
6	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$	n-hexano
7	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$	n-heptano
8	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$	n-octano
9	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$	n-nonano
10	$CH_3-(CH_2)_8-CH_3$	n-decano
15	$CH_3-(CH_2)_{13}-CH_3$	n-pentadecano
20	$CH_3-(CH_2)_{18}-CH_3$	n-eicosano

▼ Alcanos arborescentes

Para identificarlos conviene llevar a cabo lo siguiente:

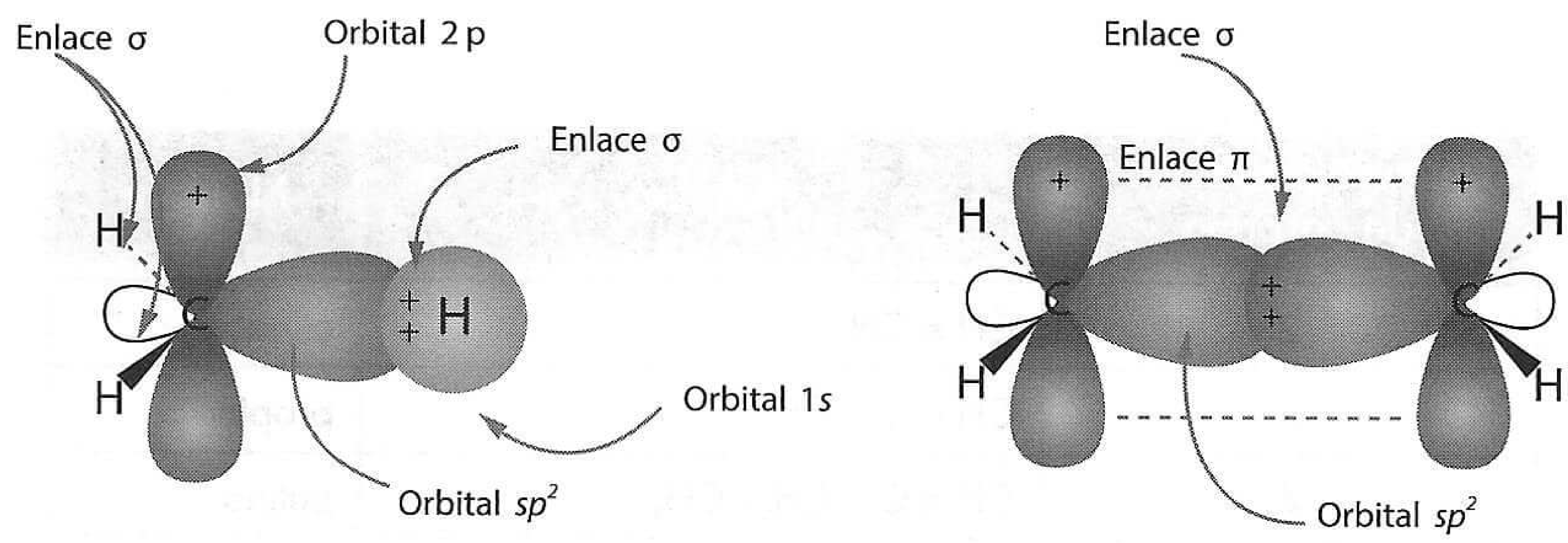
- Buscar la cadena más larga de carbonos, la cual dará el nombre principal del alcano.
- Numerar la cadena principal empezando por el extremo que tenga las arborescencias o ramificaciones más próximas.
- Nombrar cada sustituyente o arborescencia, indicar su posición con el número que corresponda al átomo de carbono al que se encuentra unido.
- Nombrar el compuesto con una sola palabra, separar los nombres de los números con guiones y los números entre sí con comas. Agregar los nombres de los sustituyentes o arborescencias como prefijos al nombre básico.
- Si en una molécula se encuentra el mismo radical alquil dos o más veces, se indica con el prefijo *di-*, *tri-*, *tetra-*, etc., unido al nombre de los sustituyentes.
- Nombrar los radicales por orden alfabético o por su complejidad estructural.

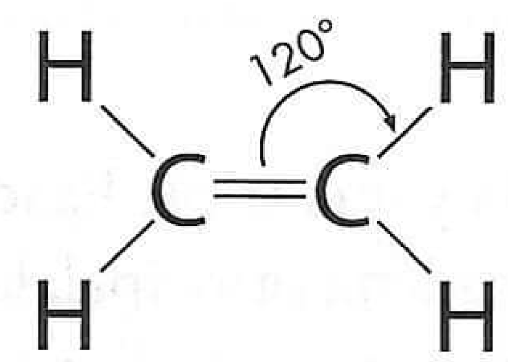


2,4–dimetilpentano

▼ Alquenos u olefinas

Son hidrocarburos insaturados de cadena abierta y doble enlace $C = C$. Son más reactivos químicamente, reaccionan con los halógenos. Su fórmula general es C_nH_{2n}. El ángulo entre sus enlaces es de 120°, de forma trigonal plana, con enlace *pi* (Burton, 2001).



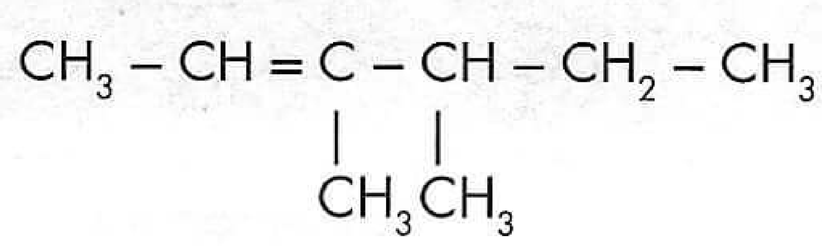


Los nombres de estos compuestos terminan en *-eno.*

Número de átomos de carbono	Alqueno	Nombre
2	$CH_2 = CH_2$	eteno
3	$CH_2 = CH - CH_3$	propeno
4	$CH_2 = CH - CH_2 - CH_3$	buteno
5	$CH_2 = CH - CH_2 - CH_2 - CH_3$	penteno

Cuando un alqueno presenta una arborescencia y una doble ligadura, tiene preferencia la doble ligadura.

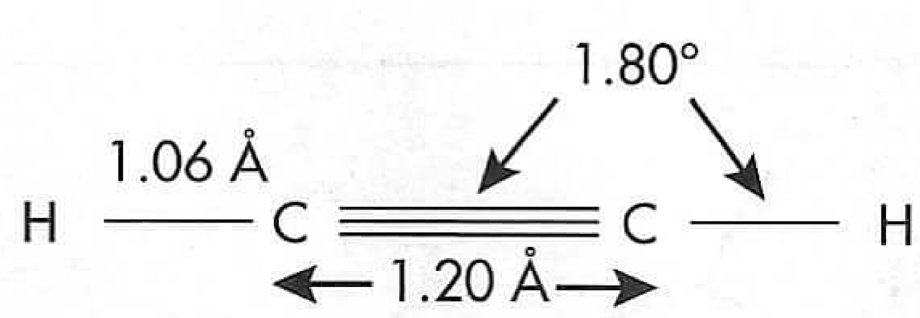
Si existen dos o tres dobles ligaduras en la cadena principal, la terminación -eno cambia por -dieno o -trieno, respectivamente, y la posición de esas dobles ligaduras se indica con números.



3,4–dimetil–2–hexeno

▼ Alquinos o acetilenos

Son los hidrocarburos que contienen triple enlace C ≡ C. Son muy activos químicamente y no se encuentran libres en la naturaleza. Su fórmula general es C_nH_{2n-2}. El ángulo entre sus enlaces es de 180° y ocurre por la combinación de un orbital *s* y uno *p*, que forman dos orbitales híbridos con orientación lineal.



Los nombres de estos compuestos terminan en *-ino*.

Número de átomos de carbono	Alquino	Nombre
2	$CH \equiv CH$	etino
3	$CH \equiv C - CH_3$	propino
4	$CH \equiv C - CH_2 - CH_3$	butino
5	$CH \equiv C - CH_2 - CH_2 - CH_3$	pentino

Cuando un alquino presenta una arborescencia y una triple ligadura, tiene preferencia la triple ligadura.

Si existen dos o tres triples ligaduras en la cadena principal, la terminación -ino cambia por -diino o -triino, respectivamente, y la posición de esas triples ligaduras se indica con números.

Ejemplos

$CH \equiv C - C \equiv CH$ 1,3–butadiino

$CH \equiv C - CH_2 - C \equiv CH$ 1,4–pentadiino

$CH \equiv C - C \equiv C - C \equiv CH$ 1,3,5–hexatriino

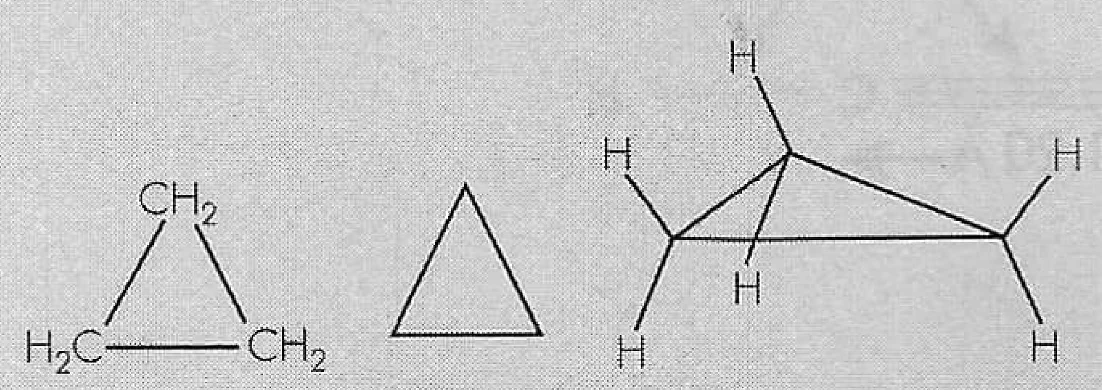
Hidrocarburos cíclicos

Cicloalcanos

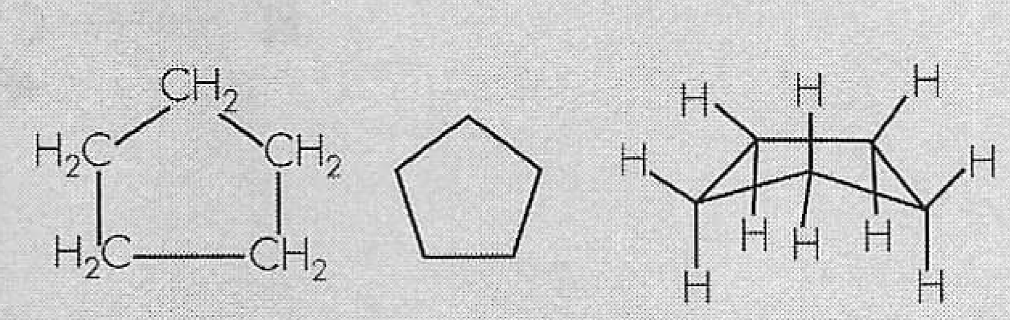
Son compuestos de cadena cerrada que poseen enlaces simples entre cada átomo de carbono, también se llaman *alicíclicos*. Los cicloalcanos se representan con figuras geométricas.

Número de carbonos del anillo	Cicloalcanos
3	ciclopropano
4	ciclobutano
5	ciclopentano
6	ciclohexano
7	cicloheptano
8	ciclooctano

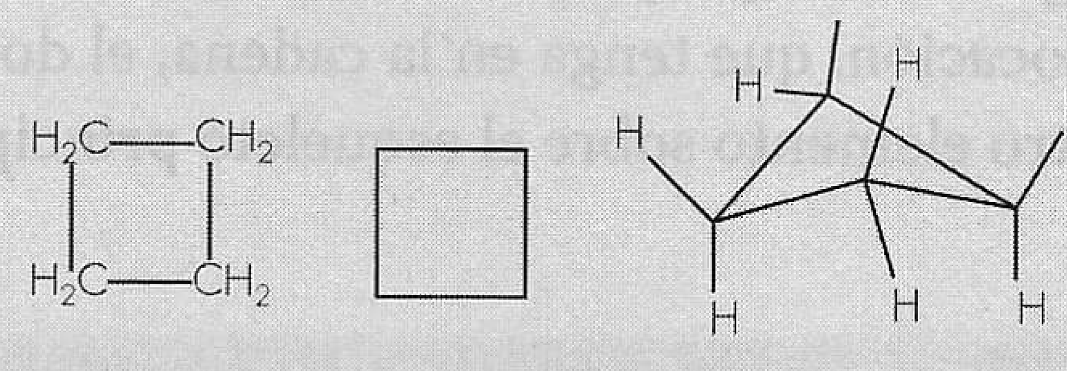
Ejemplos



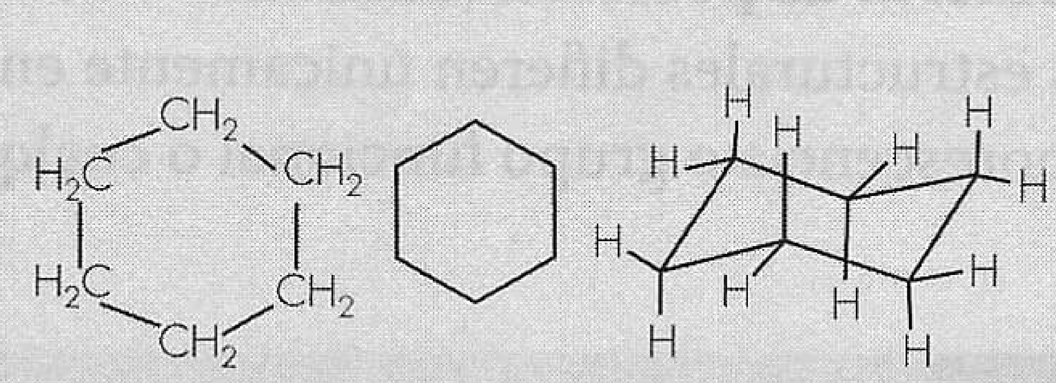
Ciclopropano



Ciclopentano



Ciclobutano

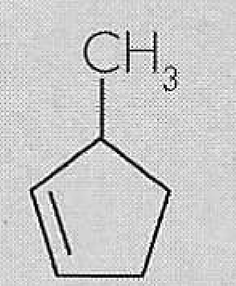


Ciclohexano

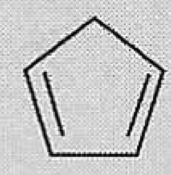
➤ Cicloalquenos

También se pueden encontrar enlaces dobles en los compuestos cíclicos.

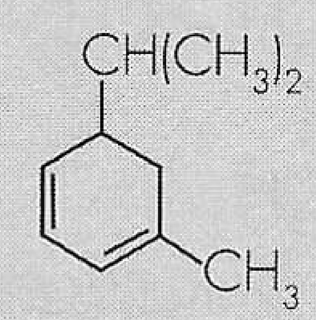
Ejemplos



3-metilciclopenteno



1,3-ciclopentadieno



1-metil-5-isopropil1,3-ciclohexadieno

▼ Isomería

Es un fenómeno o propiedad que consiste en que dos o más moléculas (sustancias) con composición química idéntica (misma fórmula molecular) difieran en la disposición de los átomos provocando que por el diferente arreglo en el espacio de las moléculas tengan distintas propiedades físicas, químicas y biológicas.

Los isómeros son, por tanto, compuestos que tienen la misma fórmula molecular, pero diferente fórmula desarrollada.

Básicamente, se pueden distinguir dos tipos de isomería:

- **Isomería estructural**. Se caracteriza por el hecho de que los átomos de los compuestos están enlazados de distinta forma. Este tipo de isomería puede ser de cadena, de posición, de enlace o funcional.
  - **Isomería de cadena**. Es la que presentan las sustancias cuyas fórmulas estructurales difieren únicamente en la disposición de los átomos de carbono. En el esqueleto carbonado, por ejemplo, la cadena puede ser normal o arborescente.

Ejemplos

Isómeros con fórmula molecular C_4H_{10}

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_3$ — n-butano

$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_3$ — 2-metilpropano

Isómeros con fórmula molecular C_5H_{12}

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$ — n-pentano

$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_3$ — 2-metilbutano

- **Isomería de posición** (también llamada *de lugar*). Es la que presentan las sustancias cuyas fórmulas estructurales difieren únicamente en la colocación, que tenga en la cadena, el doble enlace, una arborescencia o grupo funcional o cualquier otro elemento sobre el esqueleto principal.

Ejemplos

$CH_3-CH_2-CH_2OH$
1-propanol

$CH_3-CH-CH_3$
$\quad\quad\;|$
$\quad\;\; OH$
2-propanol

$CH_3-CH=CH-CH_3$
2-buteno

$CH_3-CH_2-CH=CH_2$
1-buteno

$CH_3-CH-CH_2-CH_2-CH_3$
$\quad\quad\;|$
$\quad\; CH_3$
2-metilpentano

$CH_3-CH_2-CH-CH_2-CH_3$
$\quad\quad\quad\quad\;|$
$\quad\quad\quad\; CH_3$
3-metilpentano

- **Isomería de función.** Es aquella en la que sustancias con la misma fórmula molecular presentan un grupo funcional distinto.

Ejemplos

CH_3-CH_2-OH
Función alcohol
etanol

CH_3-O-CH_3
Función éter
metano-oxi-metano

CH_3-CH_2-COH
Función aldehído
propanal

$CH_3-CO-CH_3$
Función cetona
propanona

- **Isomería espacial o estereoisomería**. Se presenta en compuestos cuyos átomos están dispuestos en la misma secuencia, pero con distinta orientación espacial, la cual puede ser geométrica u óptica.

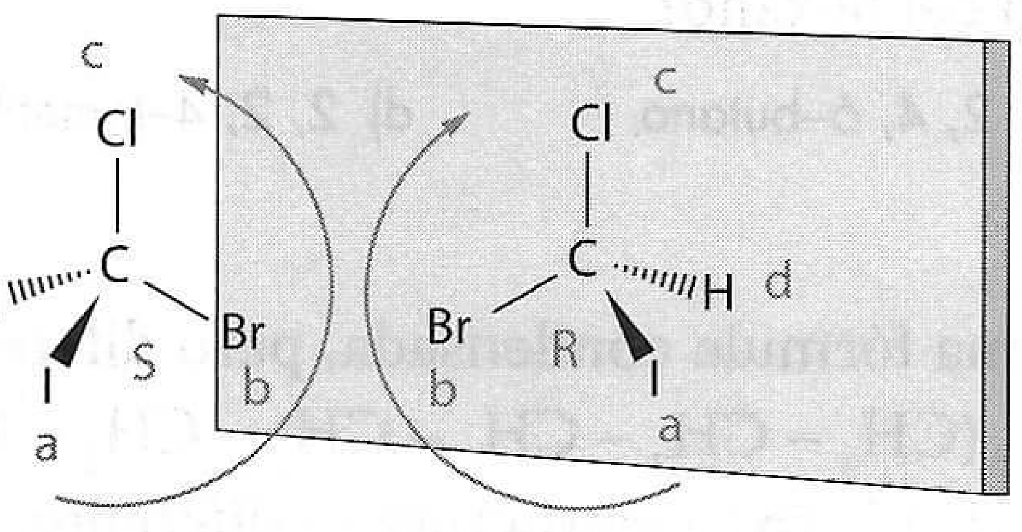
La isomería espacial o estereoisomería es la que depende de la posición de los átomos de la sustancia en el espacio.

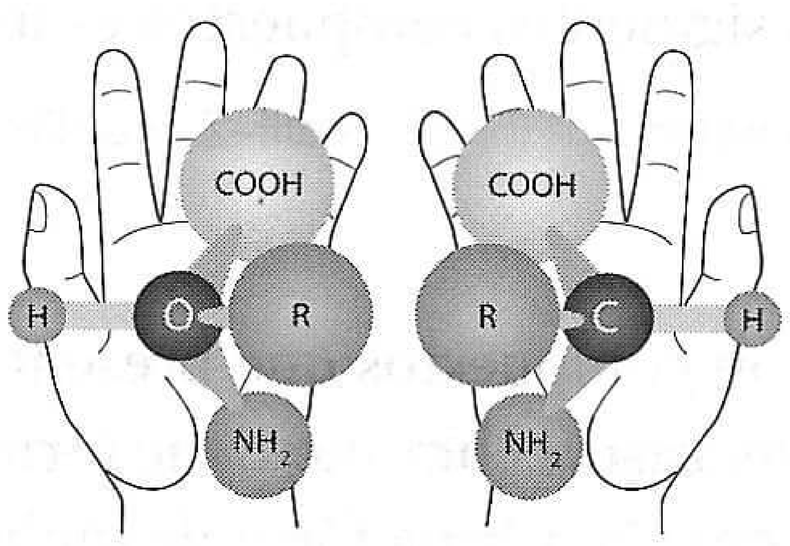
La isomería geométrica o cis-trans debe su existencia a un doble enlace.



(*a*) *cis* (*b*) *trans*

En la isomería óptica o enantioisomería, los isómeros (enantiómeros) se comportan como imágenes especulares no superponibles, para lo cual es indispensable la existencia de un carbono asimétrico (carbono quiral) en la molécula.





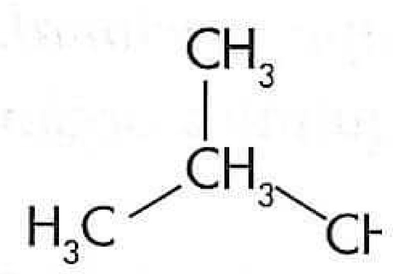
Ejemplos de reactivos

1. ¿En cuál de los siguientes compuestos se presenta hibridación sp?

   a) $H_2C = O$ b) $CH_2 = CH_2$ c) $CH_3 - C \equiv N$ d) $CH_3 - CH_2 - CH_3$

Solución:
Los carbonos que presenta tres enlaces entre sí, siempre se unirán utilizando orbitales híbridos sp.
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

2. La siguiente fórmula semidesarrollada representa un compuesto...



   a) alcano llamado 2–metilpropano. b) alqueno llamado 2–metilbutano.
   c) alquino llamado isopropano. d) alqueno llamado isopropano.

Solución:
El compuesto es un alcano, ya que todos los enlaces entre los átomos de carbono son sencillos; por otro lado, es un alcano ramificado que presenta un radical metilo unido a grupo de 3 átomos de carbono, llamado *propano*.
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

3. ¿Cuál de los siguientes compuestos es un alcano?

   a) acetona b) propanol c) hexano d) etileno

Solución:
Para nombrar a los hidrocarburos se utilizan prefijos de cantidad y su terminación depende del tipo de enlaces que haya entre los átomos de carbono. En el caso de los alcanos la terminación es -ano.
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

4. La fórmula del acetileno o etino es:

   a) $HC \equiv CH$ b) $H_2C = CH_2$ c) $CH_3 - CH_3$ d) $CH_3 - C \equiv CH$

Solución:
El acetileno o etino es el alquino más sencillo. Es un gas altamente inflamable, un poco más ligero que el aire e incoloro, que produce una de las temperaturas de llama adiabática más altas (3000°C).
Su fórmula desarrollada es $HC \equiv CH$, la cual presenta un triple enlace.
Por lo anterior, la respuesta correcta es el inciso a.

5. ¿Cuál de los siguientes compuestos es un isómero del hexano?

a) 2–metilpentano b) 1–etil–2–propilbutano c) 2, 4, 6–butano d) 2, 2, 4–trimetihexano

Solución:

Los isómeros son compuestos que presentan la misma fórmula condensada, pero diferente fórmula estructural. En este caso, el hexano tiene fórmula C_6H_{14} ($CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH_3$) y el 2–metilpentano presenta la misma fórmula molecular (C_6H_{14}),pero su estructura es diferente.

$$\begin{array}{l} CH_3 - CH - CH_2 - CH_2 - CH_3 \\ \qquad\ \ | \\ \qquad CH_3 \end{array}$$

Grupos funcionales

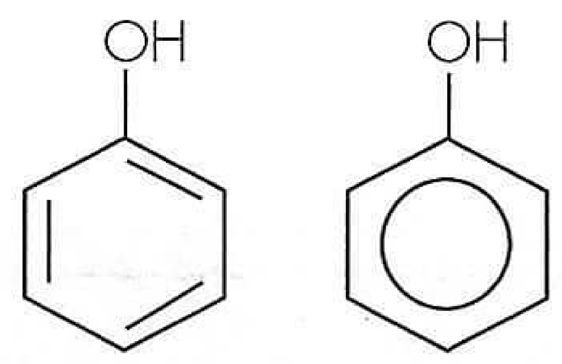
Para el estudio de los muy numerosos productos que abarca la química orgánica, éstos se dividen en series o grupos organizados considerando sus semejanzas, a las que se les da el nombre de *funciones*. En cada una de las series hay grupos de átomos iguales que son los causantes de las propiedades específicas de estas funciones, a cada uno de estos grupos se le denomina *grupo funcional.*

Los principales grupos funcionales de la química orgánica son los que se muestran a continuación.

Función orgánica	Grupo funcional	Fórmula general	Sufijo	Propiedades	Ejemplo
Alcoholes	–OH	R–OH*	–ol	Los alcoholes que contienen de 1 a 10 carbonos son líquidos. Los que contienen de 11 en adelante son sólidos. Su solubilidad disminuye conforme aumenta el número de átomos de carbono.	CH_3OH (metanol o alcohol metílico, alcohol de madera)
Aldehídos	H | –C=O	R–CHO	–al	Son el primer producto de la oxidación de los alcoholes primarios.	H | H–C=O (metanal, formol o formaldehído)
Aminas	$-NH_2$	$R-NH_2$	–amina	Son compuestos amoniacales que resultan de sustituir los átomos de H del amonio (NH_3) por radicales alquilo.	CH_3NH_2 (metilamina)
Amidas	$-CONH_2$	$R-CONH_2$	–amida	Son compuestos amoniacales resultado de sustituir al radical OH de un ácido carboxílico por amonio (NH_3).	CH_3CONH_2 (etanoamida)
Ácidos carboxílicos	OH | –C=O	R–COOH	ácido –oico	Son derivados de los aldehídos por adición de un oxígeno; son el último término de la oxidación de los alcoholes primarios.	CH_3COOH (ácido etanoico, ácido acético)
Ésteres	O ‖ –C–O–	R–COO–R′	–ato de alquilo	Resultan de la reacción del grupo carboxilo de los ácidos con el grupo oxhidrílico de los alcoholes.	CH_3COOCH_3 (acetato de metilo)

Éteres	–O–	R–O–R′	alquil –éter	Se forman sustituyendo los 2 hidrógenos del agua por 2 radicales orgánicos.	CH_3OCH_3 (dimetiléter o metoximetano)
Cetonas	$-\overset{\mid}{C}=O$	R–CO–R′	–ona	Provienen de la oxidación de los alcoholes secundarios o de la deshidrogenación de los mismos.	CH_3COCH_3 (propanona, acetona)
Halogenuros de alquilo	–X X puede ser: F, Cl, Br, I.	R–X	no metal (uro) de–	Resultan de sustituir, en un hidrocarburo, uno o varios hidrógenos por halógenos.	CH_3Cl (cloro metano o cloruro de metilo)

* En los alcoholes, cuando el grupo –OH se une a un anillo bencénico, el sistema resultante es el fenol.



Dos formas de representar una molécula de fenol

Ejemplos de reactivos

1. De acuerdo con el grupo funcional de la fórmula de la sustancia que se presenta a continuación, ¿a qué tipo de compuesto corresponde?

$$CH_3-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-OH$$

a) cetona b) aminoácido c) aldehído d) ácido carboxílico

Solución:
Los ácidos carboxílicos se caracterizan por la función R – COOH.
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. ¿Cuál de los siguientes compuestos representa a un alcohol?

a) $CH_3 - COOH$ b) $CH_3 - OH$ c) $CH_3 - CH_2 - CH_3$ d) $CH_3 - CO - CH_3$

Solución:
Los alcoholes se caracterizan por la función R – OH.
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

3. De acuerdo con sus grupos funcionales, las moléculas $CH_3 - OH$, $CH_3 - CH_2 - OH$ y $CH_3 - COOH$ son, respectivamente:

a) aldehído, aldehído, alcohol

b) aldehído, alcohol y ácido carboxílico

c) ácido carboxílico, ácido carboxílico y aldehído

d) alcohol, alcohol y ácido carboxílico

Solución:
Los ácidos carboxílicos se caracterizan por la función R – COOH y los alcoholes se caracterizan por la función R – OH.
Por consiguiente, la respuesta correcta es el inciso d.

Reacciones orgánicas

Reacciones de sustitución, adición y eliminación

Reacciones de sustitución

En estas reacciones, también llamadas de *halogenación*, un átomo de cloro o bromo reemplaza a un átomo de H en un alcano.

$$CH_4 + X_2 \rightarrow CH_3\text{–}X + HX$$

Donde X = Cl o Br

Ejemplo

$$CH_4 + Cl_2 \rightarrow CH_3\text{– }Cl + HCl$$

También puede suceder que un átomo o grupo de átomos de una molécula sean reemplazados por un átomo o grupo de átomos de otra molécula.

Ejemplos

$$CH_3\text{ –}OH + HBr \rightarrow CH_3\text{–}Br + H_2O$$

$$CH_3\text{–}CH_2\text{–}Br + KOH \rightarrow CH_3\text{–}CH_2\text{–}OH + KBr$$

Reacciones de adición

En este tipo de reacciones, también llamadas *de combinación*, una molécula grande asimila una molécula pequeña, disminuye el grado de multiplicidad del enlace, o bien, un alqueno reacciona con Br o Cl para producir un solo compuesto dibromado o diclorado, respectivamente (a temperatura ambiente) (Burton, 2001).

$$R\text{–}CH = CH_2 + X\text{–}X \rightarrow R\text{–}\underset{\displaystyle X}{\underset{|}{CH}}\text{–}\underset{\displaystyle X}{\underset{|}{CH_2}}$$

Donde X = Br o Cl

Ejemplos

$$CH_2{=}CH{-}CH_3 + Br_2 \rightarrow CH_3{-}\underset{\displaystyle Br}{\underset{|}{CH}}{-}\underset{\displaystyle Br}{\underset{|}{CH_2}}$$

$$CH_2{=}CH_2 + H{-}Br \rightarrow CH_3{-}CH_2{-}Br \qquad HC{\equiv}CH + H_2 \rightarrow CH_2{=}CH_2$$

$$CH_2{=}CH_2 + H_2 \xrightarrow{\text{Pt, Pd o Ni}} CH_3{-}CH_3 \qquad CH_2{=}CH_2 + HCl \rightarrow CH_3{-}CH_2{-}Cl$$

$$CH_2{=}CH_2 + H_2O \rightarrow CH_3{-}CH_2{-}OH \qquad CH_2{=}CH_2 + X_2 \xrightarrow{CCl_4} X{-}CH_2{-}CH_2{-}X$$

$$CH_2{=}CH_2 + KMnO_4 \rightarrow OH{-}CH_2{-}CH_2{-}OH$$

➤ Reacciones de eliminación

En las reacciones orgánicas de eliminación, dos sustituyentes son eliminados de una molécula produciendo así una insaturación, ya sea un doble o triple enlace o un anillo. Las reacciones de eliminación más importantes son aquellas en las que los dos grupos que se eliminan están situados en átomos adyacentes dando lugar a una nueva insaturación en la forma de un alqueno, un alquino o un carbonilo.

$$\underset{X}{\underset{|}{CH_2}} - \underset{Y}{\underset{|}{CH_2}} \rightarrow CH_2 = CH_2 + XY$$

Donde X = H o halógeno, Y = OH o halógeno

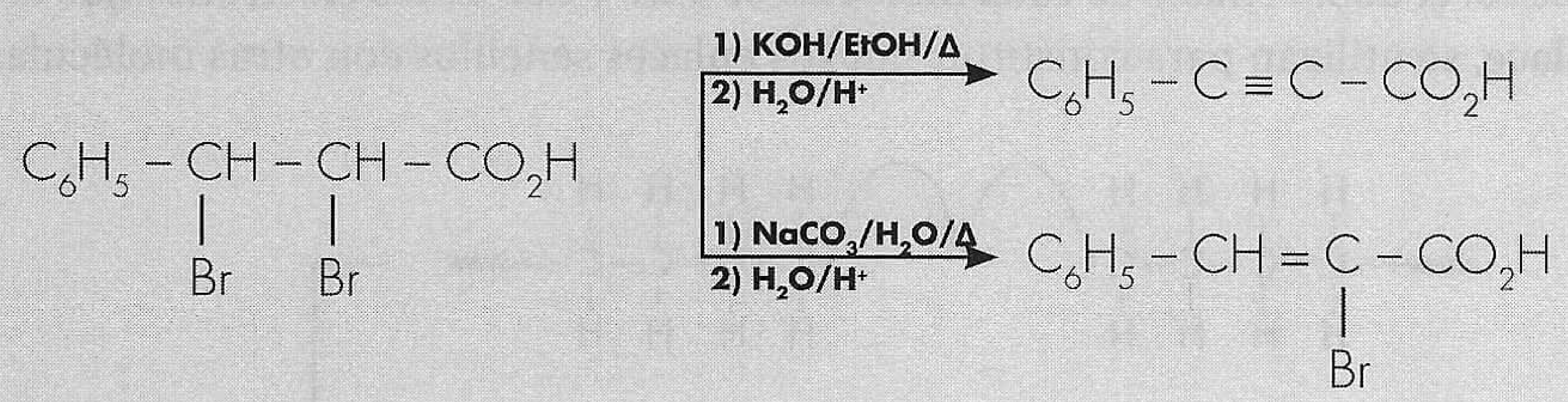
Ejemplos

$$CH_3 - CH_2 - OH \rightarrow CH_2 = CH_2 + H_2O$$

$$\underset{H}{\underset{|}{CH_2}} - \underset{Cl}{\underset{|}{CH_2}} \rightarrow CH_2 = CH_2 + HCl$$

$$CH_3 - CH_2 - Br \rightarrow CH_2 = CH_2 + HBr$$

$$CH_2 = \underset{Cl}{\underset{|}{CH}} \xrightarrow[\Delta]{NaOH} HC \equiv CH$$



▼ Reacciones de condensación

En las reacciones de condensación dos moléculas se unen y forman un doble enlace provocando eliminación de agua.

$$\underset{\text{etanol}}{CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - H} + \underset{\text{metilamina}}{\overset{\overset{H}{|}}{HN} - CH_3} \rightarrow \underset{\text{etilenmetilamina}}{H_3C - \overset{\overset{H}{|}}{C} = N - CH_3} + \underset{\text{agua}}{H_2O}$$

▼ Reacciones de hidrólisis

En la hidrólisis de haluros de alquilo, el átomo de halógeno del haluro de alquilo es desplazado por un grupo hidroxilo, este desplazamiento constituye un método útil para preparar alcoholes (Burton, 2001).

$$R - X + OH \rightarrow R - OH + X$$

Donde X = Cl, Br, I y R = grupo alquilo

Ejemplo

$$2CH_3 - Cl + 2OH^{-1} \rightarrow 2CH_3 - OH + Cl_2$$

▼ Reacciones de sustitución

Éstas ocurren cuando dos reactivos intercambian partes (átomos) para formar productos nuevos.

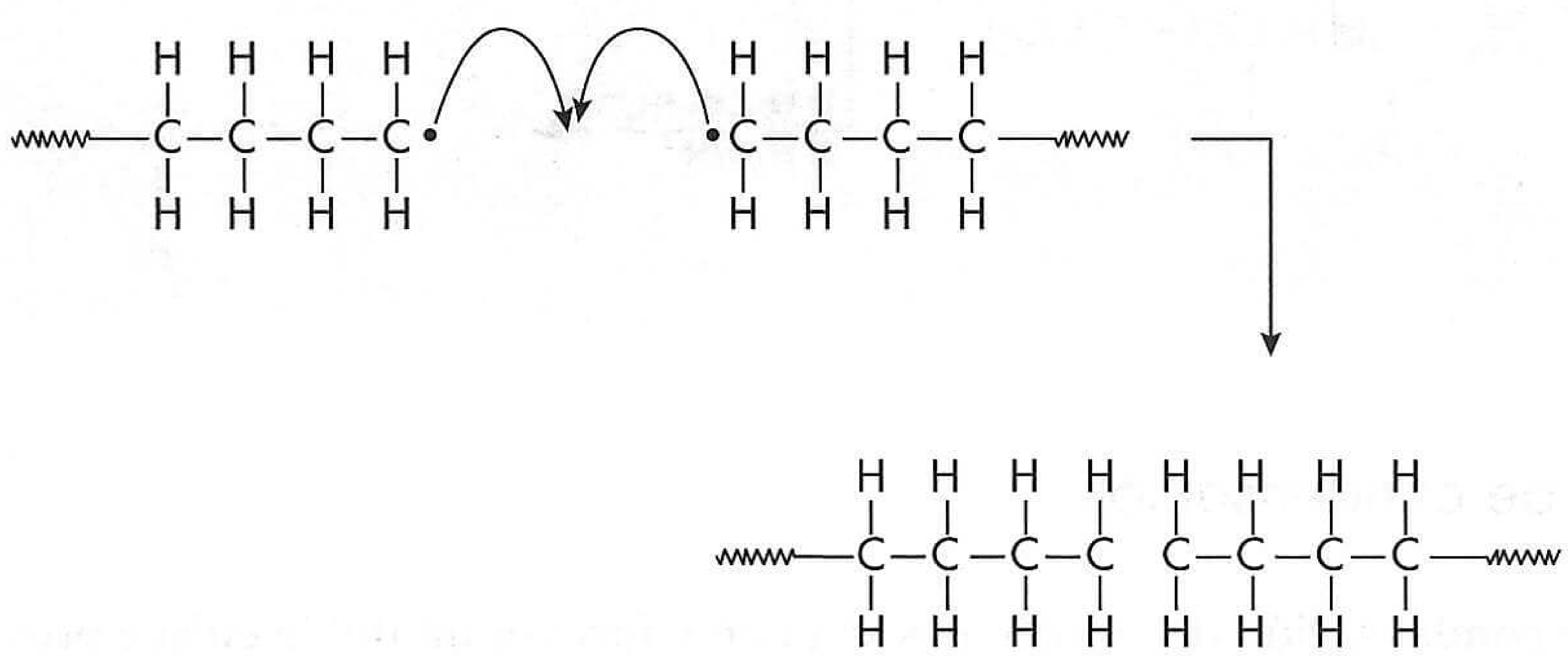
Ejemplo

CH_4	+	Cl_2	→	$CH_3 - Cl$	+	HCl
metano				cloruro de metilo		

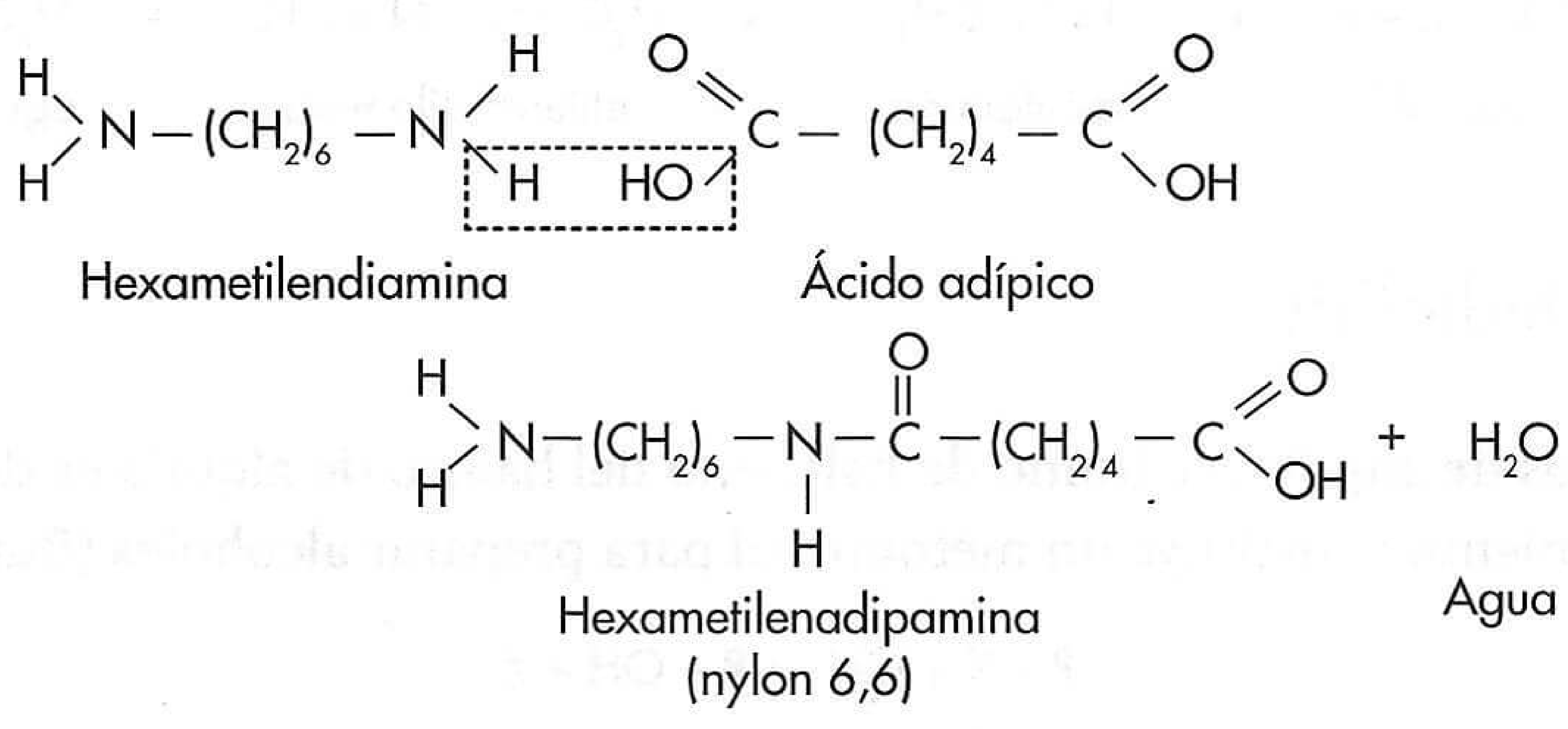
▼ Reacciones de polimerización por adición y condensación

Un *polímero* es un compuesto molecular con una gran masa molar, la cual puede consistir en miles o millones de gramos y contener muchas unidades repetidas (Chang, 2002).

El ejemplo más sencillo de polimerización por adición es el proceso de formación de polietileno a partir de moléculas de etileno: el doble enlace de cada molécula se abre y dos de los electrones que originalmente participaban en el enlace, se utilizan para constituir nuevos enlaces sencillos con otras moléculas de etileno.



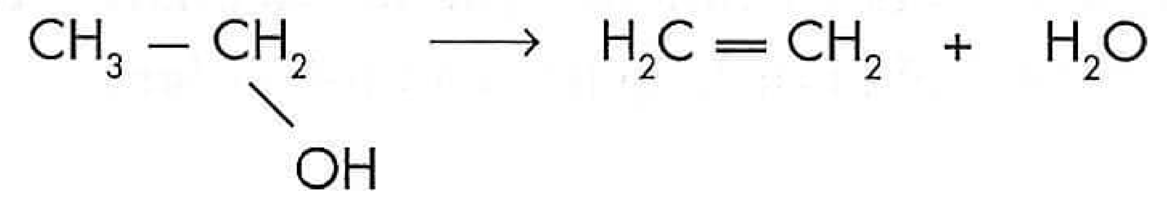
Por otra parte, en la polimerización por condensación se unen dos moléculas para formar otra más grande por eliminación de una molécula pequeña, como agua (Brown, 2004).



El producto más conocido de las reacciones de condensación es el nylon 66 y el poliéster.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Qué tipo de reacción ocurre en la siguiente descomposición?



alcohol etílico etileno agua

a) eliminación b) adición c) sustitución d) condensación

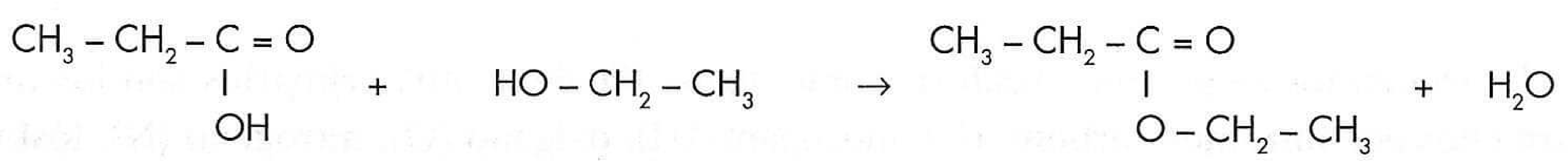
Solución:
En una reacción por eliminación, parte de la molécula del compuesto inicial se separa de ella para formar otro compuesto. En este caso, de la molécula del alcohol etílico se eliminó agua para formar etileno.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

2. ¿Cuál es la sustancia que se obtiene al hacer reaccionar químicamente al ácido propanoico con el alcohol etílico?

a) etanoato de propilo
b) pentanoato de etilo
c) propanoato de etilo
d) anhídrido propanoico

Solución:
Los alcoholes reaccionan con los ácidos orgánicos en presencia de catalizadores formando ésteres.



ácido propanoico + etanol o alcohol etílico → propanoato de etilo + agua

Por consiguiente, la respuesta correcta es el inciso c.

3. La ecuación $CH_3 - CH_2 - Cl + NaCN \rightarrow CH_3 - CH_2 - CN + NaCl$ es un ejemplo de una reacción de...

a) sustitución. b) hidrólisis. c) condensación. d) adición.

Solución:
En las reacciones de sustitución se intercambian iones con la misma carga eléctrica, por ejemplo, en el cloruro de etilo se intercambió el ion cloro por el ion cianuro para formar cianuro de etilo y en la molécula de cianuro de sodio se intercambió el ion cianuro por el ion cloruro para formar cloruro de sodio.

Debido a lo anterior, la respuesta correcta es el inciso a.

Bioquímica

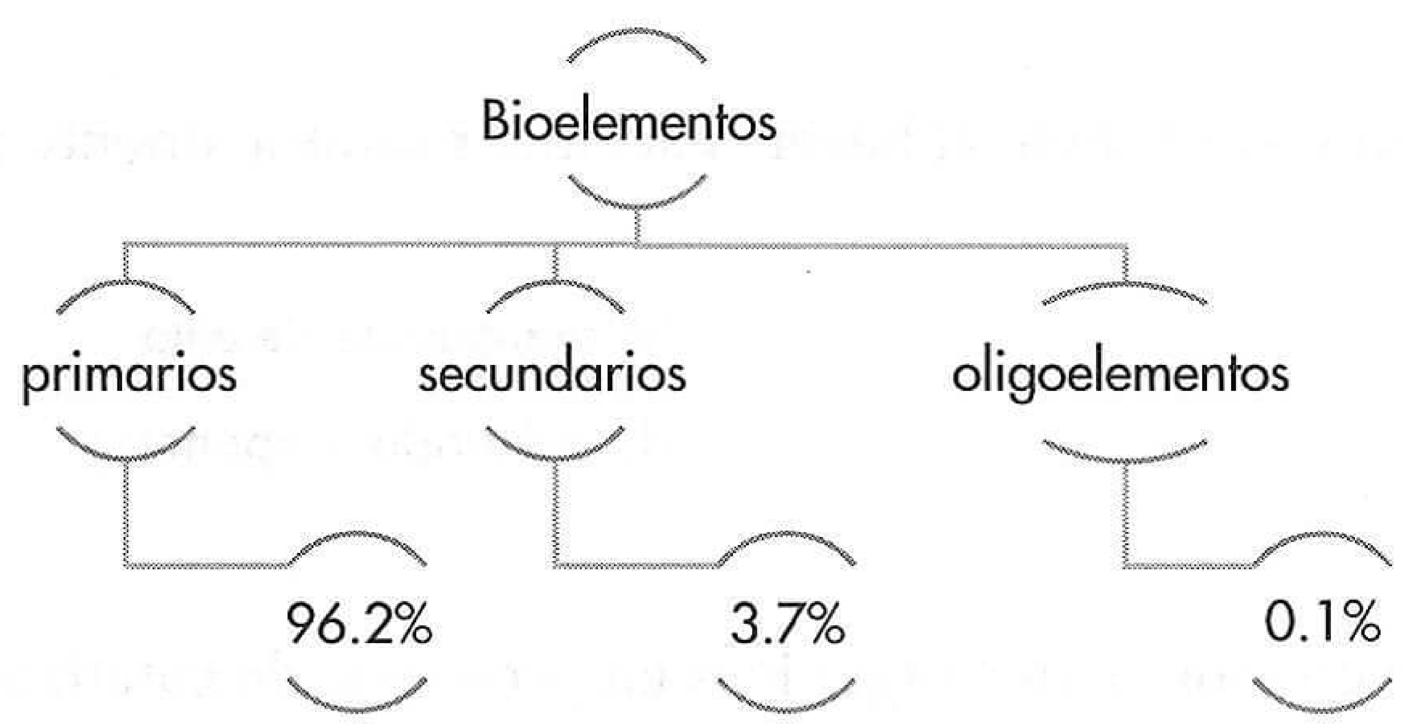
Es la parte de la química que estudia los elementos que forman parte de la naturaleza de los seres vivos, como los hidratos de carbono, los lípidos y las proteínas; además se ocupa del estudio de los procesos y test bioquímicos. Por ejemplo, la célula tiene un complejo sistema bioquímico que le permite leer la información que hay en el ADN y utilizarla.

La bioquímica se ocupa de tres áreas principales:

a) La química estructural de los componentes de la materia viva y la relación de la función biológica con la estructura química.
b) El metabolismo, es decir, la totalidad de las reacciones químicas que se producen en la materia viva; y
c) La química de los procesos y las sustancias que almacenan y transmiten la información biológica. (Esta última también es estudiada por la genética molecular).

▼ Bioelementos

Los bioelementos son los elementos químicos que forman parte de los seres vivos, ya sea en forma atómica, o bien, como parte de las biomoléculas. Los bioelementos corresponden a más de sesenta elementos de la tabla periódica; por otra parte, en todos los seres vivos se encuentran unos 25. Los bioelementos se presentan en proporciones diferentes y su abundancia, mas no su importancia, se emplea como criterio para clasificarlos.

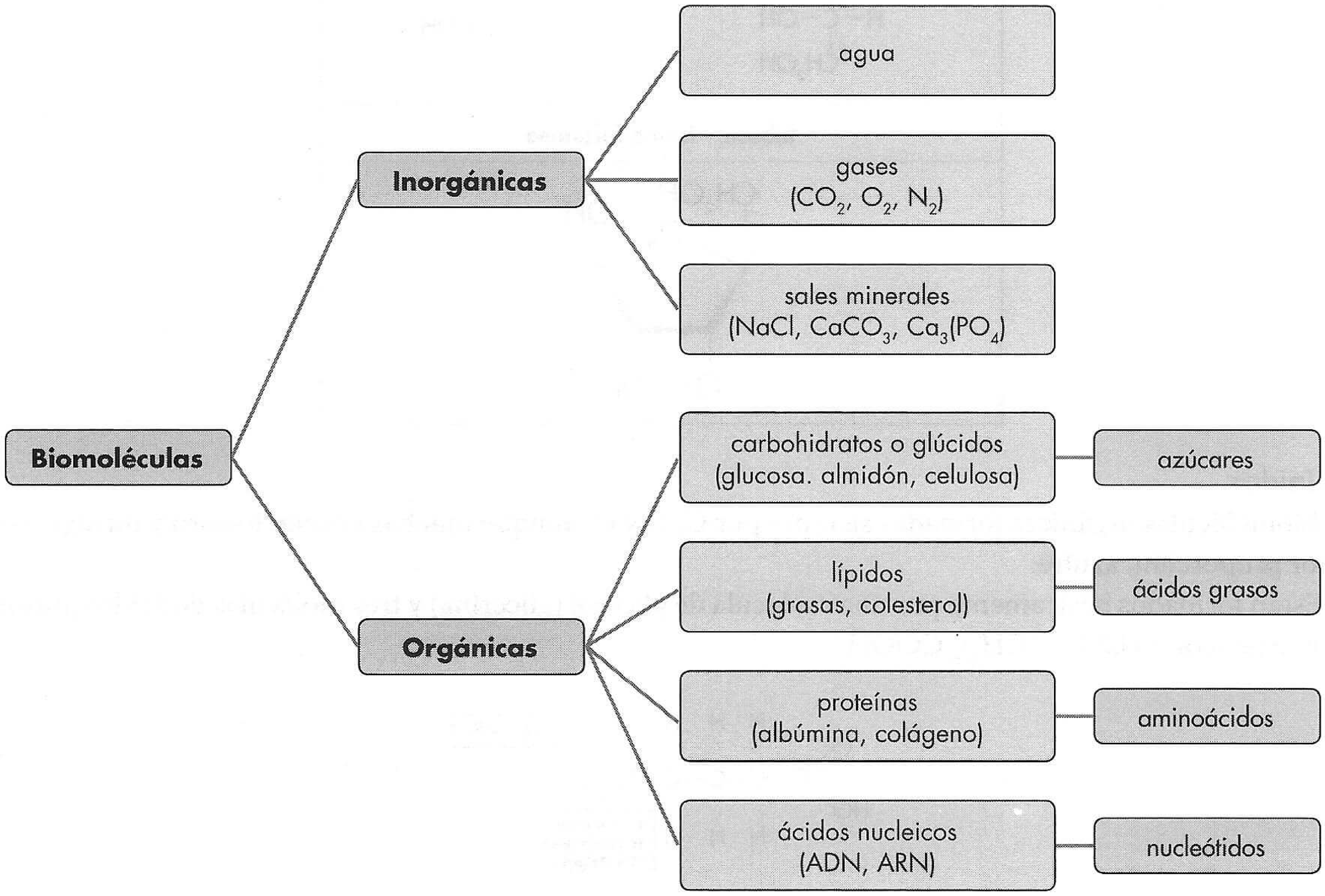


- Los bioelementos se pueden clasificar como sigue. Bioelementos primarios son los más abundantes, entre ellos encontramos carbono (C), hidrógeno (H), oxígeno (O), nitrógeno (N), fósforo (P) y azufre (S). De estos seis elementos, los cuatro primeros constituyen aproximadamente 95% de la materia viva y los seis juntos alcanzan a formar hasta 96.2% de la misma. Estos elementos tienen mucha facilidad para constituir moléculas complejas en forma de cadena; las más sencillas se componen sólo de carbono e hidrógeno (hidrocarburos) y, a partir de ellos, mediante la sustitución de algunos hidrógenos por otros átomos o grupos de átomos (grupos funcionales), se obtiene infinidad de compuestos o biomoléculas.
- Bioelementos secundarios: son todos los demás elementos. Entre ellos hay algunos más abundantes que suelen formar sales. Hay otros minoritarios, que sólo forman parte de ciertas moléculas (hemoglobina, tiroxina, clorofila...). Se clasifican de la siguiente manera.
  - Indispensables: se encuentran presentes en todos los organismos. Entre ellos destacan el calcio (Ca), cuyos iones intervienen en el metabolismo del glucógeno y el cual se encuentra presente en los huesos; el cloro (Cl), que facilita la producción de jugos gástricos y ayuda a mantener el equilibrio ácido-base; el potasio (K), cuyo ion está presente en los extremos de los cromosomas estabilizando así su estructura; el sodio (Na), que es un electrolito fundamental en el metabolismo celular; el magnesio (Mg), que se localiza principalmente en los huesos y es parte de reacciones que dependen de la ATP; el hierro (Fe), el cual es indispensable en la formación de la hemoglobina de los glóbulos rojos y en la de las vitaminas del grupo B; entre otros.
  - Variables: pueden faltar en algunos organismos. Algunos de ellos son bromo (Br), cinc (Zn), aluminio (Al), cobalto (Co), yodo (I), cobre (Cu), etcétera.
- Oligoelementos: se denomina así a aquellos bioelementos secundarios que se encuentran en cantidades ínfimas en los seres vivos, por ejemplo, el cobalto (Co) o el litio (Li).

Un bioelemento incluido en una categoría puede, en determinados organismos, pertenecer a otra, por ejemplo, el silicio (Si), generalmente secundario, en organismos como las diatomeas (algas unicelulares), se convierte en un bioelemento primario, constituyendo el caparazón de éstas.

▼ Biomoléculas

Son los compuestos químicos que forman la materia viva. Son el resultado de la unión de bioelementos por enlaces químicos, entre los que destacan los de tipo covalente. Se clasifican como muestra la siguiente figura.



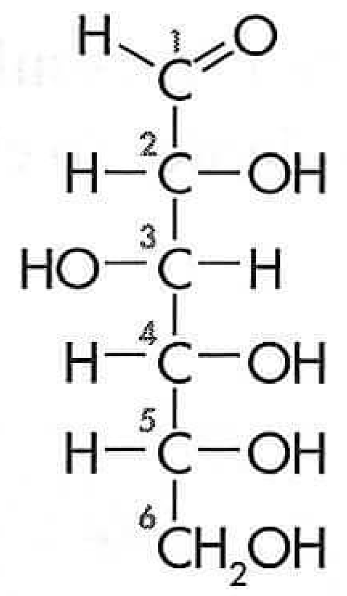
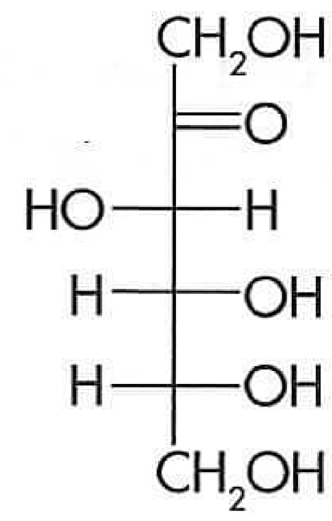
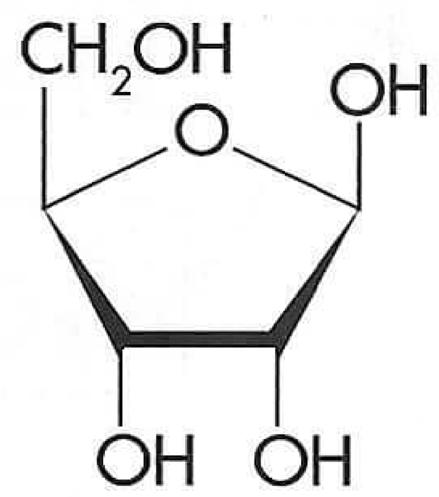
- Biomoléculas inorgánicas: son características de la materia inerte, pero se encuentran también entre los seres vivos. No poseen átomos de carbono o éste, si aparece, no forma cadenas con otros carbonos y con hidrógenos. Algunos ejemplos de estas biomoléculas son el agua, las sales minerales y algunos gases que pueden desprenderse o utilizarse en el transcurso de las reacciones químicas de las células, como el oxígeno (O_2) y el dióxido de carbono (CO_2).
- Biomoléculas orgánicas: están formadas por carbono al que se unen, al menos, hidrógeno y oxígeno y, en muchos casos, nitrógeno, fósforo y azufre. En general, son moléculas exclusivas de los seres vivos, salvo el metano, que es el hidrocarburo más simple, del cual se sabe que puede tener un origen no biológico. Los principales grupos funcionales de estas biomoléculas son alcohol o hidroxilo, aldehído, cetona, ácido carboxílico, amina y sulfhidrilo.

➤ Glúcidos

También son conocidos con los nombres poco apropiados de hidratos de carbono, carbohidratos o azúcares.

Los *glúcidos* son biomoléculas formadas por C, H y O; se definen como polialcoholes con un grupo aldehído o cetona. Sus funciones biológicas son fundamentalmente dos: energética y estructural.

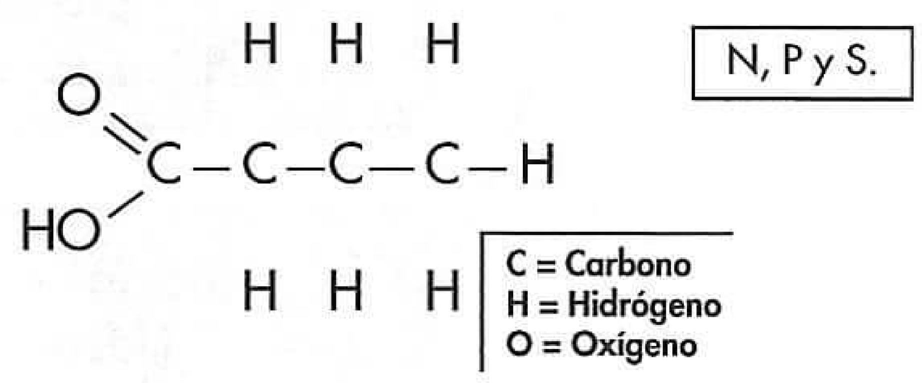
Debido a la proporción entre los componentes de los glúcidos se cometió el error de hacer lo siguiente: $C_nH_{2n}O_n = C_n(H_2O)_n$. De lo anterior surgieron los nombres erróneos, pero hoy en día utilizados, de *hidratos de carbono* o *carbohidratos* (hidrato significa agua).

Glucosa – forma dextrógira	Fructosa – forma levógira
	
Ribosa – forma furanosa	
	

➤ Lípidos

Son biomoléculas orgánicas formadas siempre por C, H y O, aunque muchas poseen fósforo y nitrógeno y, en menor proporción, azufre.

Están formados básicamente por una molécula de glicerol (glicerina) y tres moléculas de ácidos grasos. Su fórmula general es $CH_3 - (CH_2)_n\ COOH$.



Constituyen un grupo muy heterogéneo en cuanto a su composición química y suelen incluirse en éste aquellas sustancias que presentan estas características físicas: ser insolubles en agua (disolvente polar) y solubles en disolventes orgánicos (apolares), como el benceno, el éter, el alcohol, la acetona, la gasolina, etc.; además, suelen ser untuosos al tacto y menos densos que el agua.

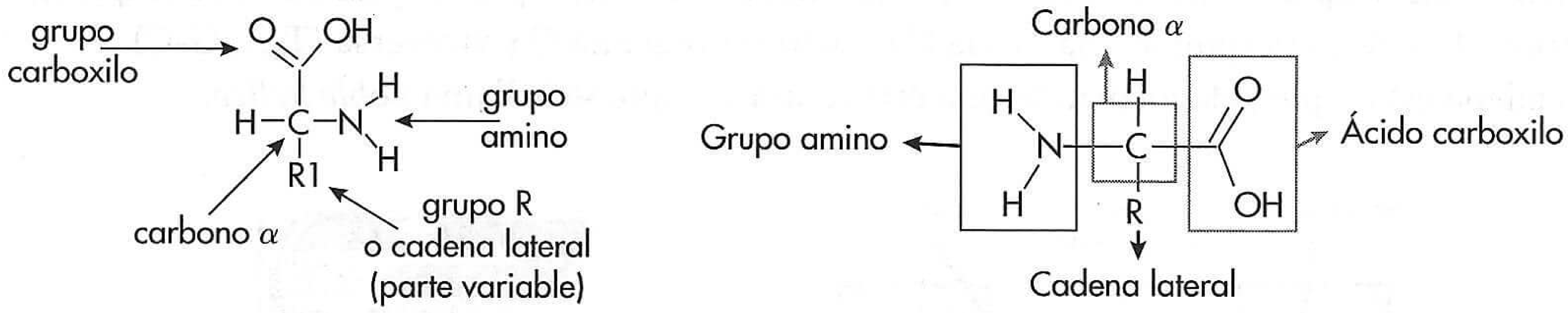
➤ Proteínas

Los *prótidos* son biomoléculas orgánicas formadas por C, H, O y N; pueden contener también S, P y algunos otros bioelementos. Los prótidos se componen de pequeñas moléculas denominadas *aminoácidos*, que se enlazan entre sí mediante un *enlace peptídico*. Una cadena formada por sólo unos pocos aminoácidos recibe el nombre de *péptido*; *oligopéptido*, si contiene muy pocos; *polipéptido*, si son más; a partir de 50 aminoácidos, se le llama *proteína*.

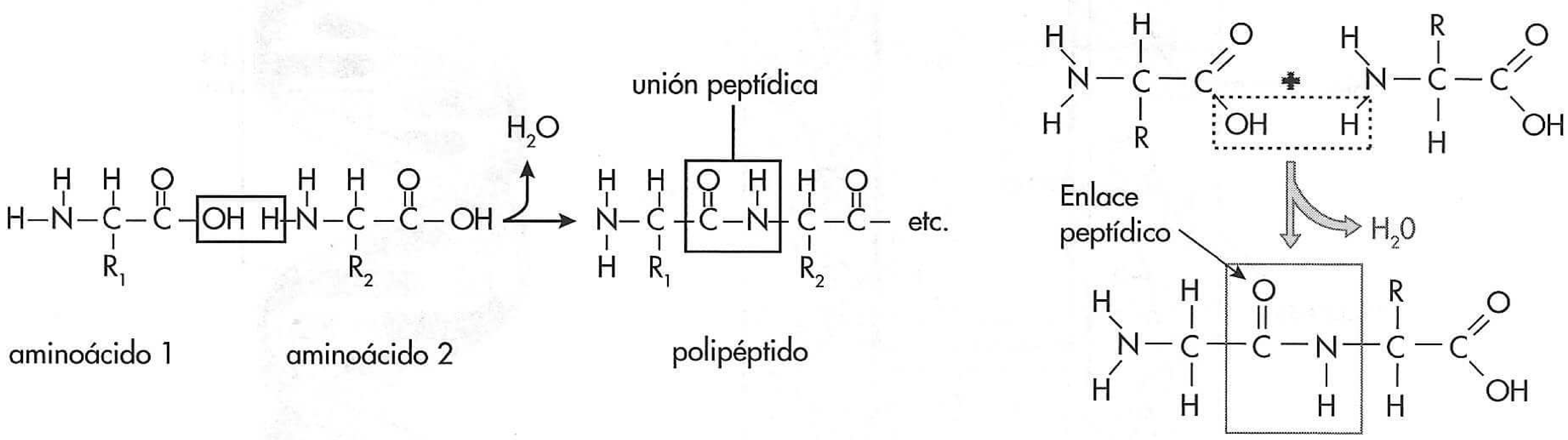
El *aminoácido* es una biomolécula que posee un carbono con sus cuatro valencias saturadas de la forma siguiente: lleva unido un grupo amino, un carbono con un grupo ácido carboxilo y un hidrógeno —esto es común para todos los aminoácidos— y la cuarta valencia está saturada por diferentes átomos o moléculas dependiendo del aminoácido del que se trate. Normalmente, se le denomina *–R* o *cadena radical*; este radical puede ser el hidrógeno (en el caso de la glicocola), una cadena carbonada con un grupo alcohol (en la treonina), un grupo sulfhidrilo (en la metionina), una molécula orgánica cíclica (en la fenilalanina), etcétera. Sin embargo, existen sólo 20 aminoácidos, diferentes formadores de proteínas.

El enlace peptídico se establece entre el grupo hidroxilo del ácido graso de un aminoácido y el nitrógeno del grupo amino de otro aminoácido. En este caso también se desprende agua.

Las proteínas son el resultado de la unión de decenas a cientos de aminoácidos mediante un enlace peptídico. A pesar de que sólo existen 20 aminoácidos diferentes, se pueden formar infinidad de proteínas distintas.



Estructura de un aminoácido



Las *enzimas* son proteínas catalizadoras de las reacciones químicas en los seres vivos, es decir, sustancias que, sin consumirse en una reacción, aumentan de manera considerable su velocidad. No hacen factibles las reacciones imposibles, sino que sólo aceleran las que espontáneamente podrían producirse. Ello favorece que, en condiciones fisiológicas, ocurran reacciones que sin la presencia de un catalizador requerirían condiciones extremas de presión, temperatura o pH.

➤ Ácidos nucleicos

Son compuestos formados siempre por C, H, O, N y P. Los ácidos nucleicos son polímeros de monómeros llamados *nucleótidos*.

Un *nucleótido* es una molécula formada por tres moléculas menores: una base nitrogenada, un monosacárido y una molécula de ácido fosfórico.

Una base nitrogenada es una molécula cíclica que posee nitrógeno además de carbonos en el anillo. La base nitrogenada puede ser de dos tipos: púrica o pirimidínica, según su estructura se derive de la purina o de la pirimidina. Entre las bases púricas se encuentran la adenina y la guanina, mientras que entre las pirimidínicas se hallan la citosina, la timina y el uracilo.

El monosacárido siempre es una pentosa (cinco carbonos). Existen dos diferentes: ribosa y desoxirribosa. Esta última se diferencia de la ribosa en que posee un oxígeno menos (el carbono 2' posee un hidrógeno en lugar de un –OH).

La molécula de ácido fosfórico H_3PO_4 es única, pero algunos nucleótidos pueden tener hasta tres.

La estructura del nucleótido es la siguiente: la pentosa se encuentra unida por el carbono 1' y a la base nitrogenada, y el carbono 5', a la molécula de ácido fosfórico. A los carbonos de la pentosa se les nombra con el número correspondiente, de acuerdo a los sustituyentes que posee, seguido de una comilla para diferenciarlos de los carbonos y nitrógenos de la base nitrogenada que no la llevan, evitando así confusiones.

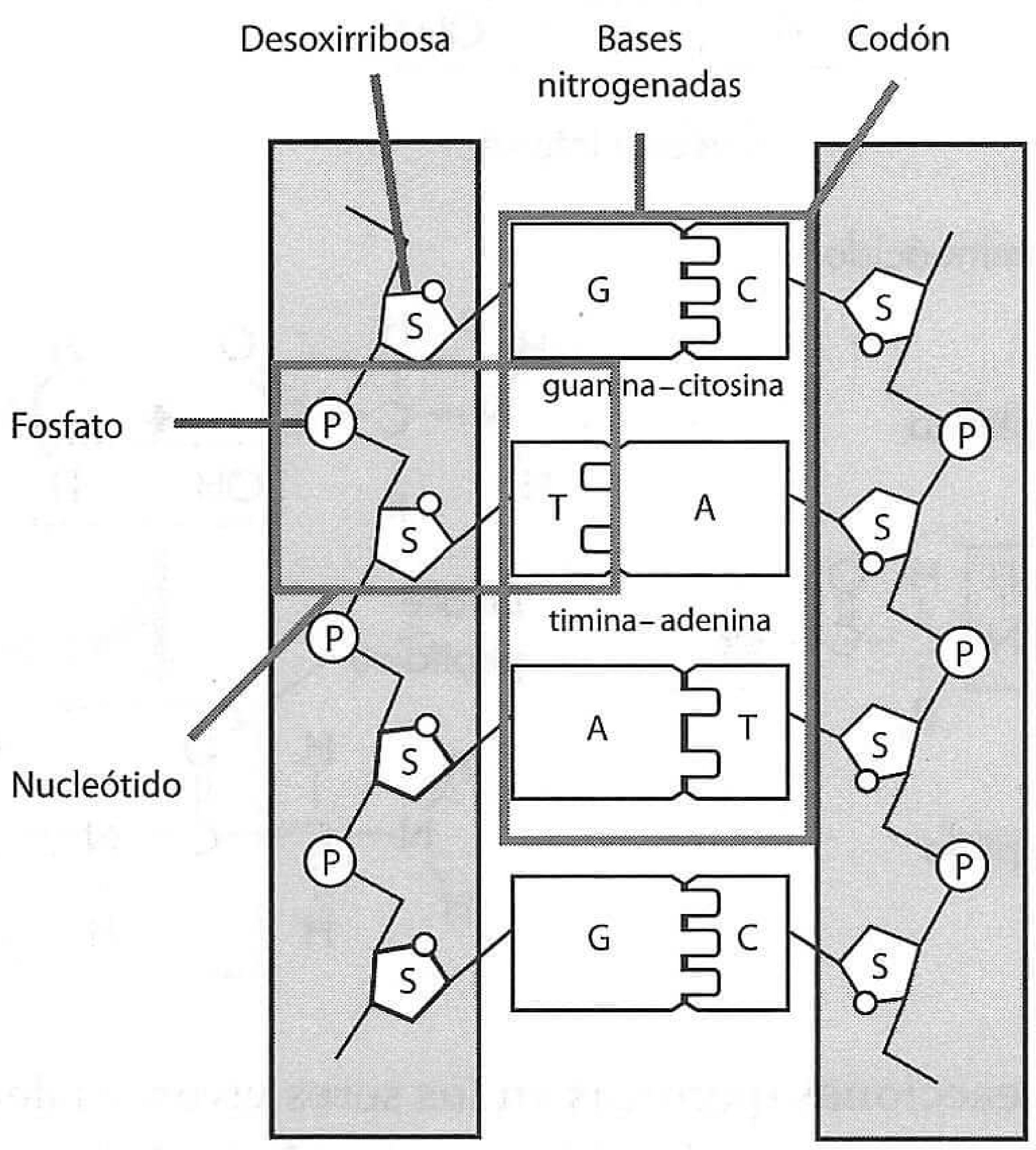
Existen dos tipos de ácidos nucleicos:

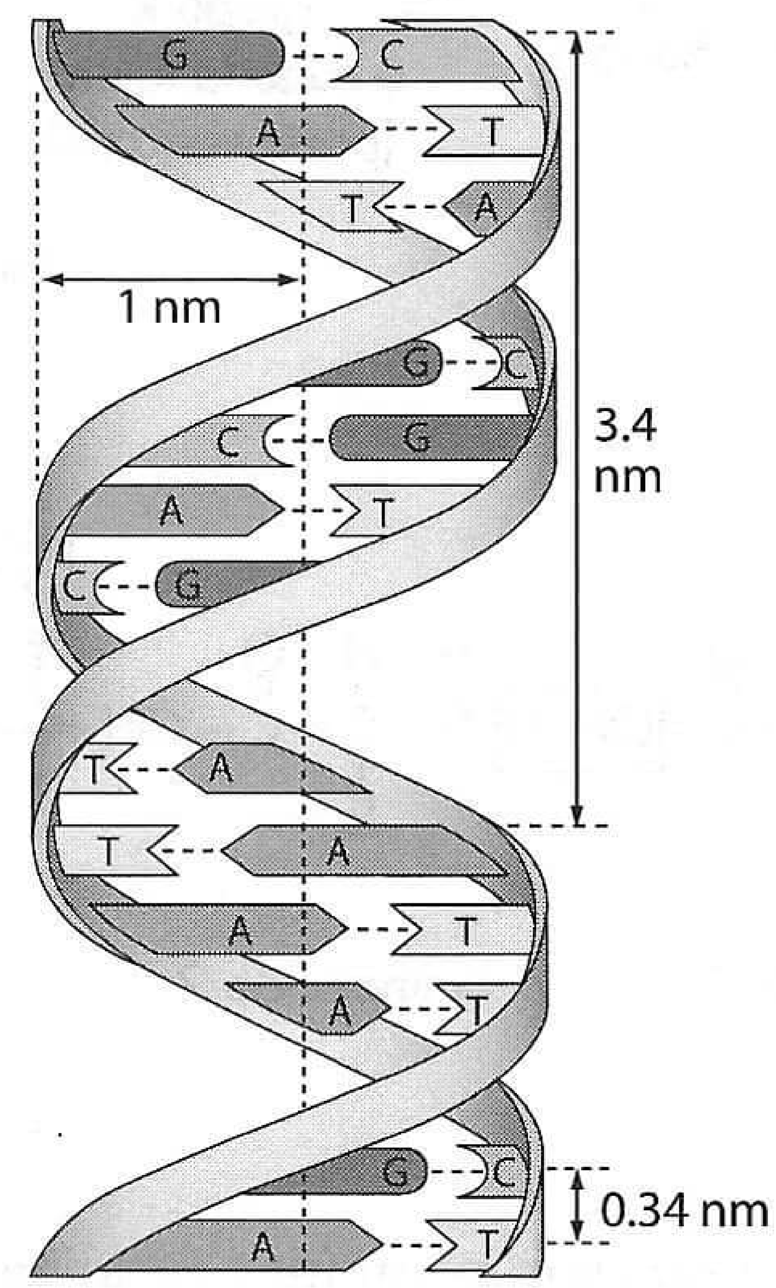
- **ADN**: es un polinucleótido, es decir, una cadena de nucleótidos que están formados por una de estas bases: A, T, C, G. En el ADN nunca hay uracilo; además, presenta desoxirribosa como monosacárido y una molécula de ácido fosfórico. Por tanto, existen cuatro nucleótidos diferentes. La molécula de ADN suele ser muy larga, con un gran peso molecular y está formada por una doble cadena de nucleótidos.

Los nucleótidos que forman la cadena se unen por medio del ácido fosfórico y la desoxirribosa, quedando las bases nitrogenadas dispuestas lateralmente.

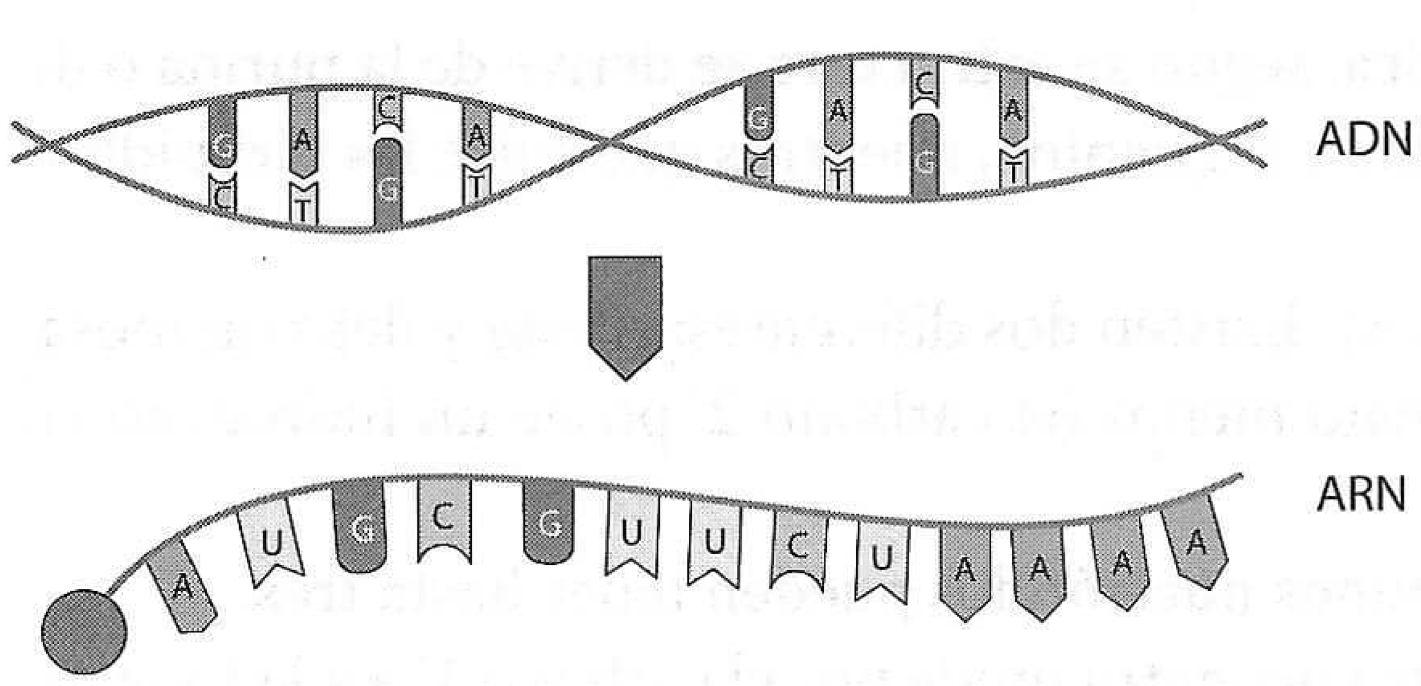
Las dos cadenas son antiparalelas, es decir, están enfrentadas en orden opuesto y las bases se emparejan de modo que siempre a la A le corresponde una T, a la C le corresponde una G y viceversa (T-A, G-C).

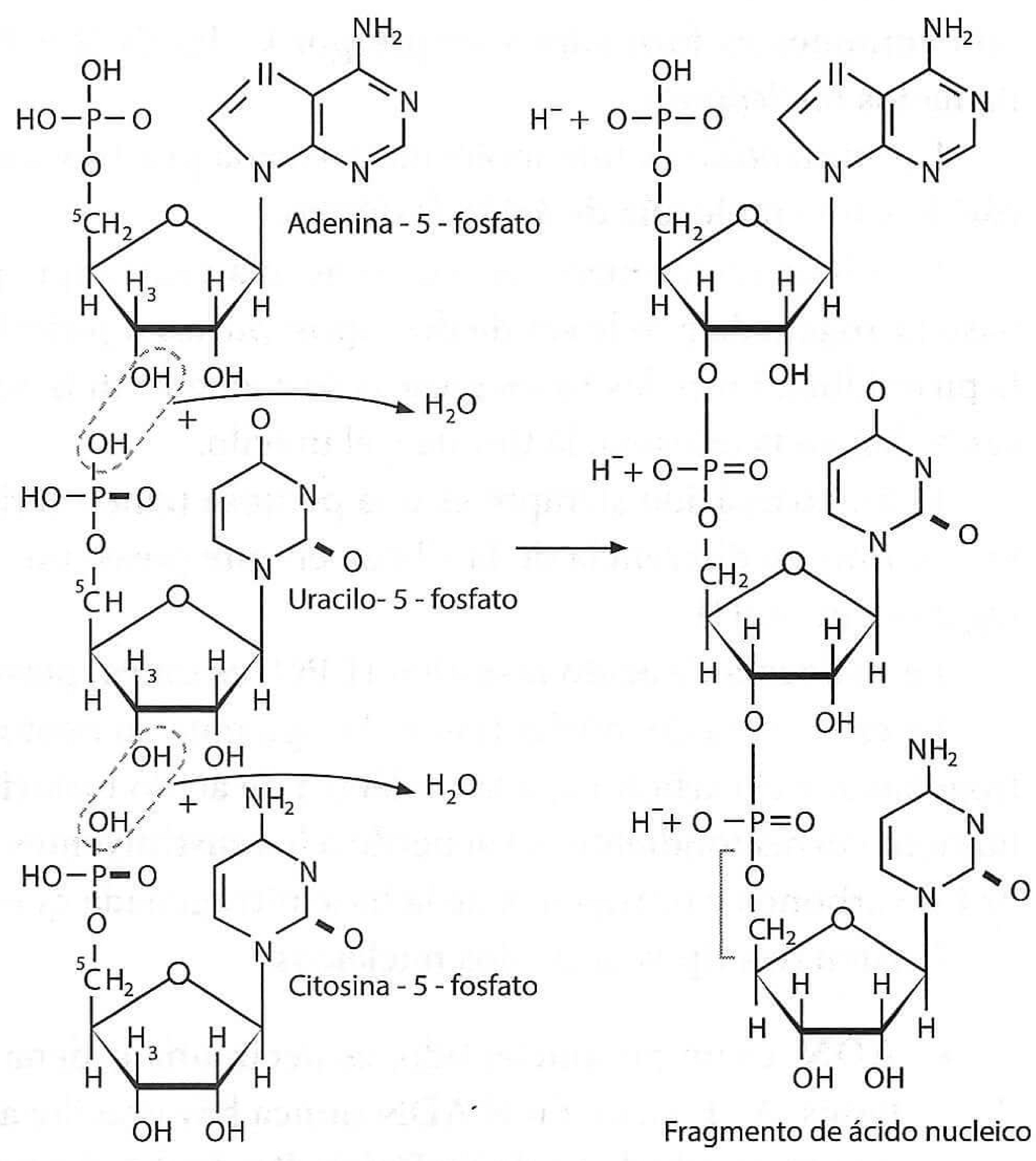
Esta doble cadena está replegada formando una estructura a la que se le llama *doble hélice*.





- **ARN**: es un polinucleótido formado de ribosa, ácido fosfórico y bases nitrogenadas que pueden ser A, U, C, G (pero nunca timina). En el ARN existen cuatro nucleótidos diferentes: se trata de moléculas más cortas que las de ADN, de cadena sencilla.





Formación de un fragmento de ARN constituido por tres nucleótidos en la secuencia A-U-C (A = adenina, U = uracilo, C = citosina)

Ejemplos de reactivos

1. La glucosa es un compuesto que contiene:

a) 3 átomos de carbono

b) 5 átomos de carbono

c) 4 átomos de carbono

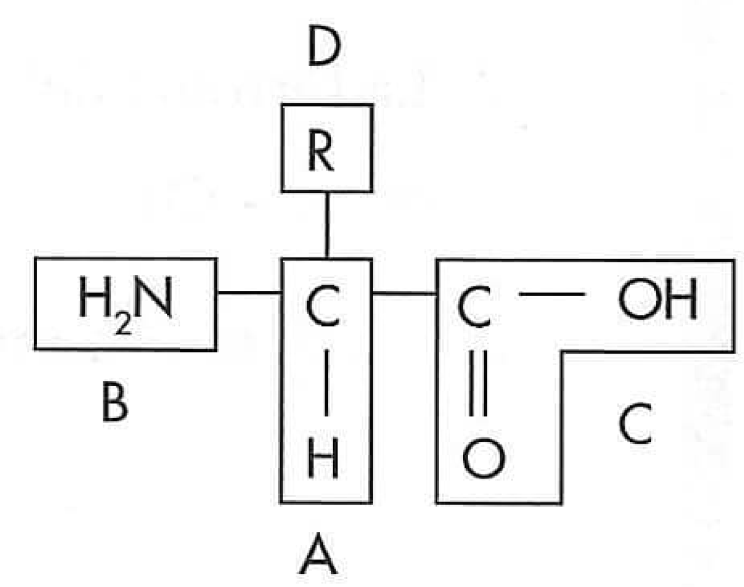
d) 6 átomos de carbono

Solución:

La glucosa es una hexosa del grupo de los carbohidratos monosacáridos cuya fórmula es $C_6H_{12}O_6$.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. En la siguiente fórmula se representa la estructura general de un aminoácido. Respecto a ésta podemos afirmar que:



a) A y B son grupos característicos de un aminoácido.

b) B y D son grupos característicos de un aminoácido.

c) A y C son grupos característicos de un aminoácido.

d) B y C son grupos característicos de un aminoácido.

Solución:

Los aminoácidos, como su nombre lo indica, están formados por un grupo amino (NH_2 – R) y un grupo carboxilo o ácido carboxílico (R – COOH).

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

3. ¿Cuáles son los grupos funcionales presentes en un aminoácido?

a) amida y ácido carboxílico

b) amina y aldehído

c) amina y ácido carboxílico

d) amida y cetona

Solución:

Los aminoácidos, como se deduce de su nombre, están formados por un grupo amino (NH_2 – R) y un grupo carboxilo o ácido carboxílico (R – COOH).

Debido a lo anterior, la respuesta correcta es el inciso c.

4. Las proteínas están formadas por:

a) azúcares b) aminoácidos c) lípidos d) enzimas

Solución:

Las proteínas están formadas por un conjunto de más de 50 aminoácidos unidos por enlaces peptídicos.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

5. Las enzimas son catalizadores de reacciones bioquímicas, estas sustancias son proteínas formadas por:

a) nucleótidos b) carbohidratos c) lípidos d) aminoácidos

Solución:

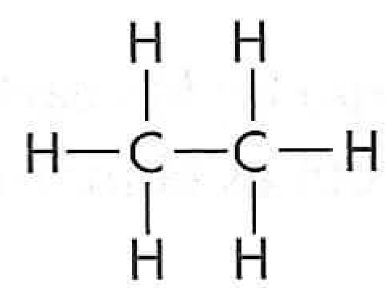
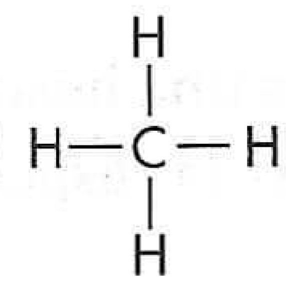
Las proteínas están formadas por un conjunto de más de 50 aminoácidos unidos por enlaces peptídicos.

Por consiguiente, la respuesta correcta es el inciso d.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

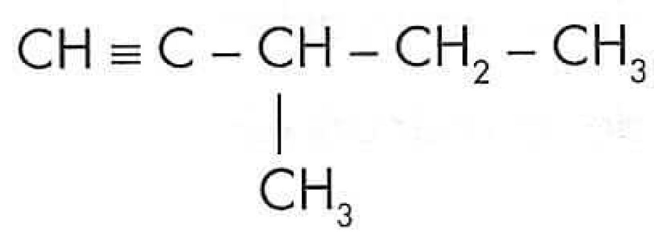
1. ¿Cuál es la fórmula estructural del metano?

   a) CH_4 b) $CH_3 - CH_3$ c)  d) 

2. La fórmula del propino es:

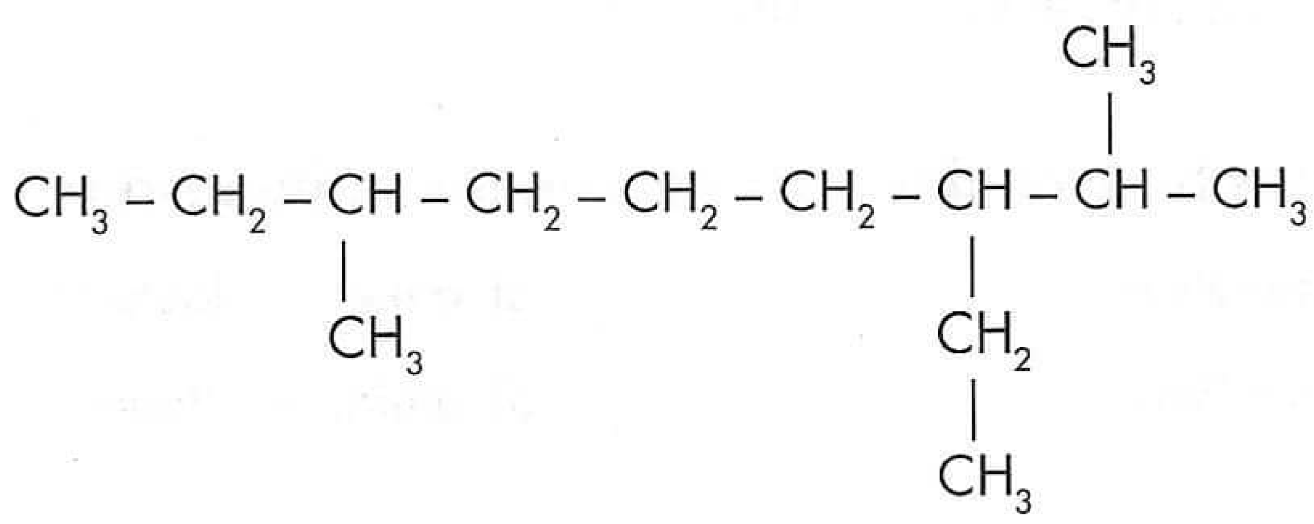
   a) $HC - CH$ b) $H_2C = CH_2$ c) $CH_3 - C \equiv CH$ d) $CH_3 - C = CH_2$

3. ¿Cuál es el nombre del siguiente compuesto?



   a) 2–metil–3–pentino b) 3–metil–1–pentino c) 3–metil–4–pentino d) metil–3–pentino

4. El nombre del siguiente compuesto es:



   a) 2–metil–6–propilnonano b) 3–propil–7–etiloctano
   c) 3–etil–2, 7–dimetilnonano d) 3–metil–3–propilnonano

5. ¿Cuál de los siguientes pares de sustancias son isómeros?

   a) n–butano; 2–metilpropano b) n–pentano; 2,3–dimetilbutano
   c) 2–metilpropano; n–pentano d) 2–metilbutano; n–hexano

6. El grupo funcional que representa a los ácidos carboxílicos es:

   a) –CHO b) $–CONH_2$ c) –COOH d) –OH

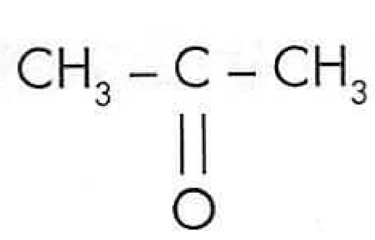
7. El grupo funcional alcohol es:

   a) –CHO b) $–CONH_2$ c) –COOH d) –OH

8. Un éster es el producto de la reacción entre un ácido carboxílico y:

   a) amina b) alcohol c) éter d) amida

9. El siguiente compuesto representa a la función:



   a) alcohol b) cetona c) aldehído d) éter

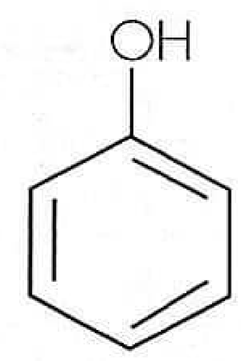
10. El grupo funcional de los éteres se representa como:

a) –COOH b) –O– c) –COO– d) –CO–

11. ¿Cuál de los siguientes compuestos representa a un alcohol?

a) $CH_3 - COOH$ b) $CH_3 - OH$ c) $CH_3 - CH_2 - CH_3$ d) $CH_3 - CO - CH_3$

12. Nombre del siguiente compuesto.

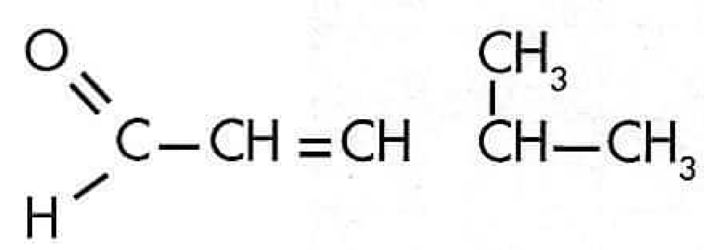


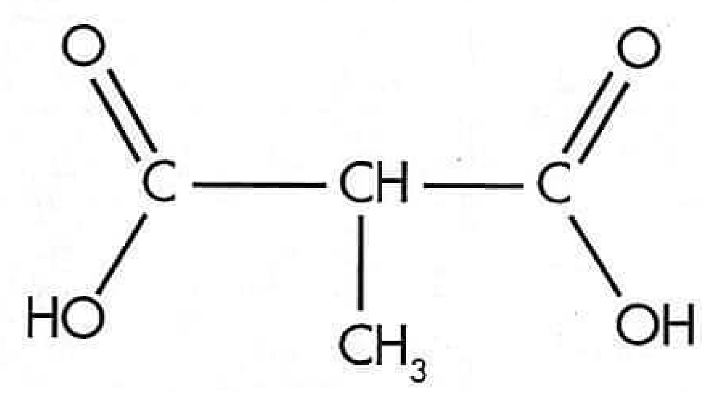
a) hexanol b) fenol c) alcohol bencénico d) ciclo benzol

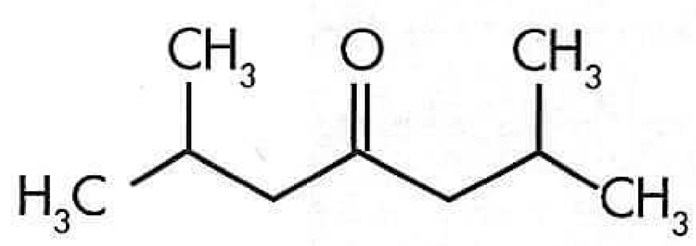
13. De las siguientes funciones orgánicas, ¿cuál representa un éter?

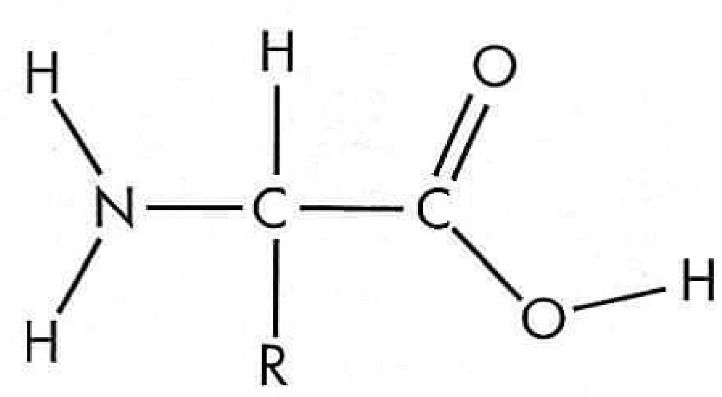
a) R – COOH b) R – X c) R – O – R′ d) $R - NH_2$

14. ¿Cuál de las siguientes moléculas es un aminoácido?

a)


b)


c)


d)


15. Las proteínas son compuestos orgánicos que contienen:

a) Ca b) Na c) N d) S

16. La alanina junto con otros 19 __________ son moléculas con las que se construyen __________.

a) ácidos grasos/lípidos b) aminoácidos/proteínas

c) monosacáridos/carbohidratos d) lípidos/aminoácidos

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1		Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4	Unidad 5
1. b	31. c	1. d	1. a	1. c	1. d
2. d	32. c	2. a	2. b	2. d	2. c
3. d	33. b	3. b	3. c	3. a	3. b
4. b	34. c	4. c	4. b	4. d	4. c
5. d	35. c	5. b	5. b	5. a	5. a
6. a	36. c	6. b	6. d	6. c	6. c
7. d	37. d	7. d	7. b	7. c	7. d
8. b	38. d	8. d	8. c	8. c	8. b
9. c	39. a	9. d	9. b	9. b	9. b
10. a	40. b	10. c	10. a	10. c	10. b
11. d	41. c	11. b	11. a	11. c	11. b
12. b	42. a	12. b	12. c	12. a	12. b
13. a	43. c	13. b	13. b	13. a	13. c
14. b	44. d	14. a	14. d	14. a	14. d
15. d	45. b	15. a	15. a	15. b	15. c
16. d	46. d	16. d	16. c	16. d	16. b
17. c	47. b	17. b	17. d		
18. b	48. b	18. a	18. d		
19. c	49. b	19. c	19. d		
20. b	50. b				
21. a	51. c				
22. d	52. b				
23. d	53. a				
24. a	54. d				
25. c	55. d				
26. b	56. c				
27. b	57. b				
28. a	58. b				
29. b	59. c				
30. a	60. c				
	61. a				

Bibliografía

BRADY, J. E. (1993). *Química básica, principios y estructura.* México: Limusa.

BROWN, T. y LeMay, H. (2009). *Química. La ciencia central.* México: Pearson-Prentice Hall.

BURNS, R. (2011). *Fundamentos de química.* México: Pearson.

BURTON, D. y Routh, J. (2001). *Química orgánica y bioquímica.* México: McGraw-Hill.

CHANG, R. y Collage, W. (2002). *Química.* Colombia: McGraw-Hill.

DAUB, W. y Seese, W. (2005). *Química.* México: Pearson.

DICKSON, T. (1982). *Introducción a la química.* México: Publicaciones Cultural.

FLORES, T. y Ramírez, A. (2005). *Química.* México: Publicaciones Cultural.

GARRITZ, A. (1996). *Química. Antologías.* México: UNAM.

GARRITZ, A. y Chamizo, J. (2001). *Tú y la química.* México: Pearson-Prentice Hall.

HILL, J. y Kolb, D. (1999). *Química para el nuevo milenio.* México: Pearson-Prentice Hall.

HOLUM, J. (2005). *Fundamentos de química general, orgánica y bioquímica para ciencias de la salud.* México: Limusa.

MORRISON, R. y Boyd, R. (1990). *Química orgánica.* México: Addison-Wesley Iberoamericana.

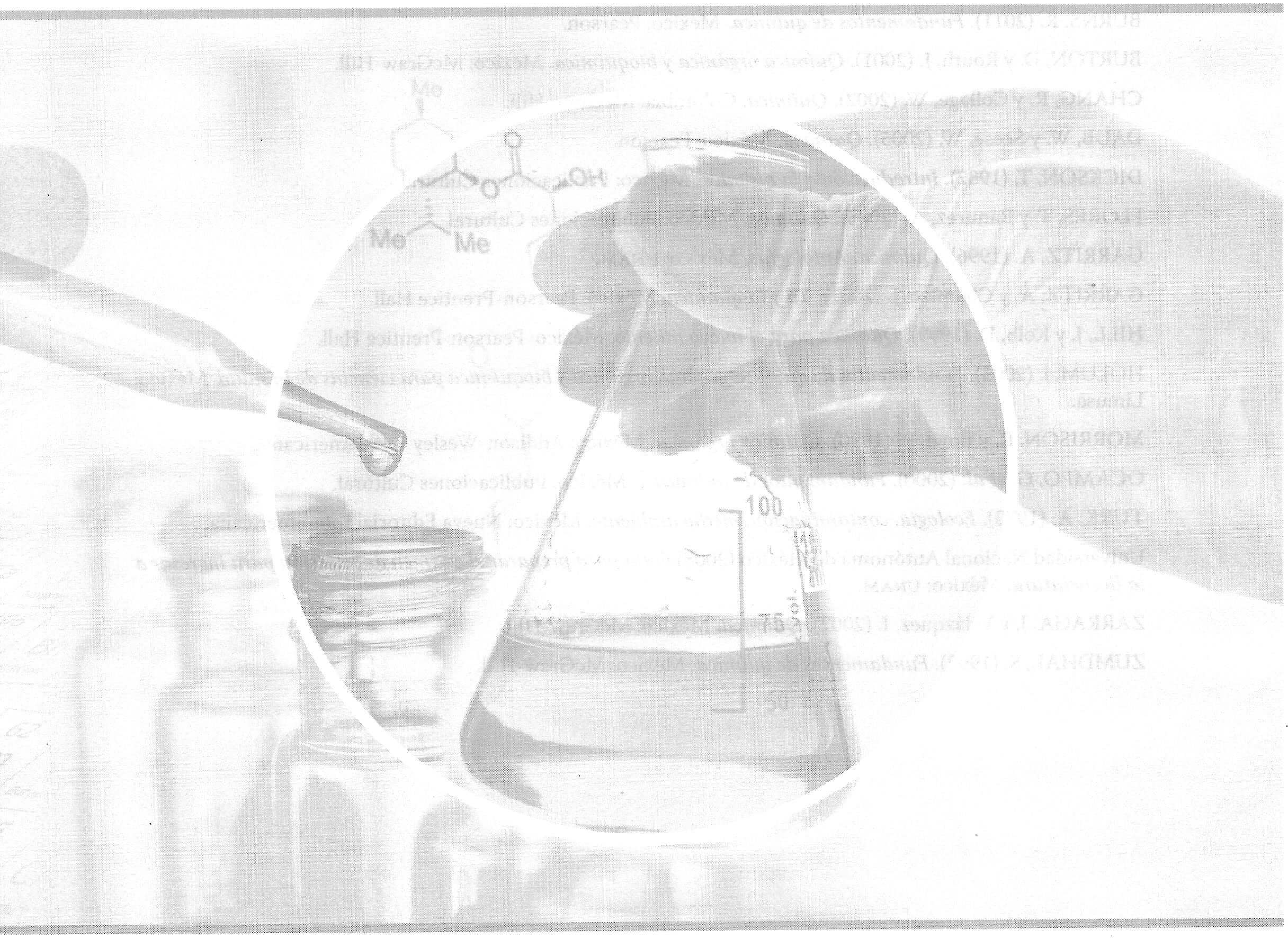
OCAMPO, G. *et al.* (2000). *Fundamentos de química 1.* México: Publicaciones Cultural.

TURK, A. (1973). *Ecología, contaminación, medio ambiente.* México: Nueva Editorial Interamericana.

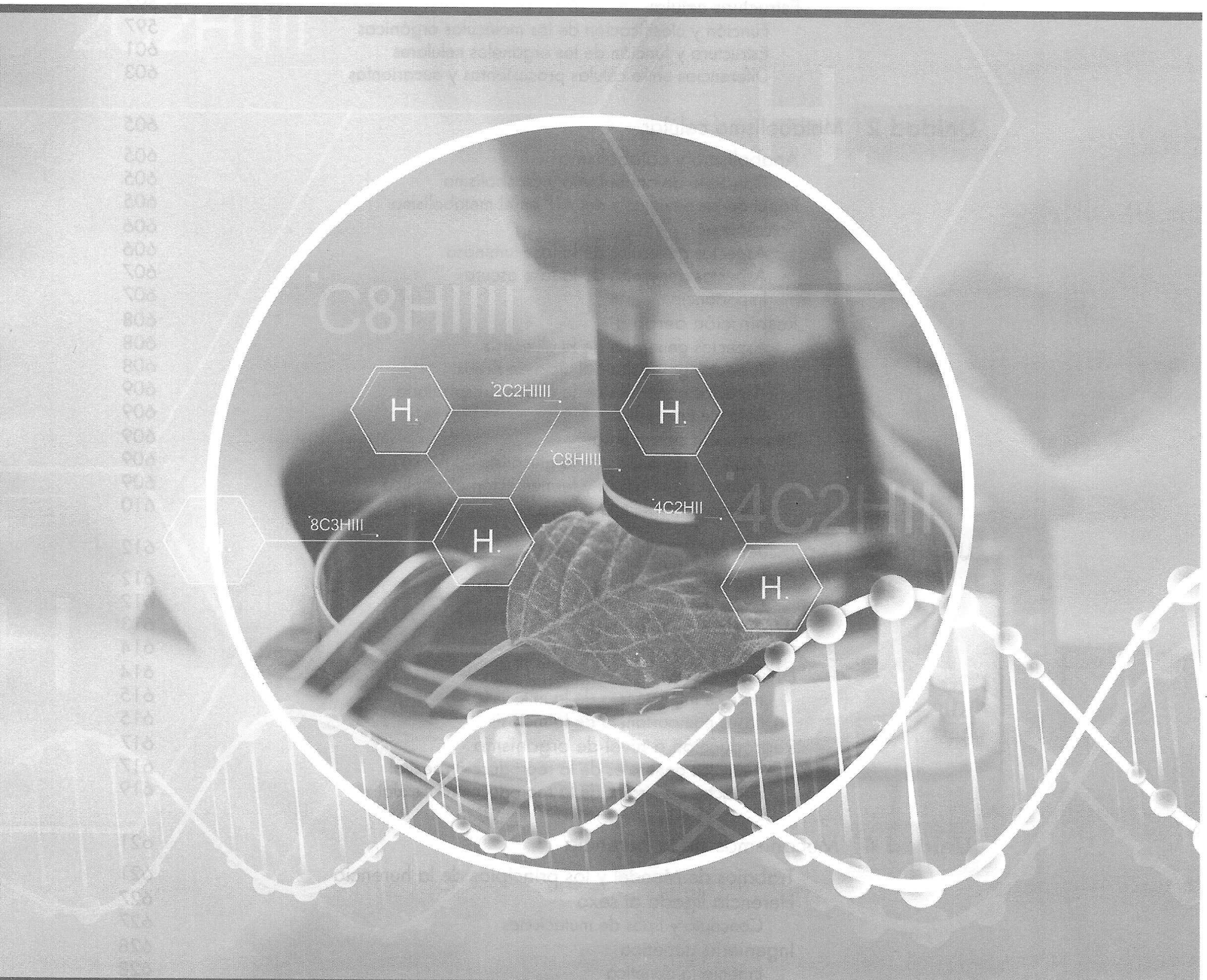
Universidad Nacional Autónoma de México (2008).*Guía para preparar el examen de selección para ingresar a la licenciatura.* México: UNAM.

ZÁRRAGA, J. y Velázquez, I. (2002). *Química.* México: McGraw-Hill.

ZUMDHAL, S. (1992). *Fundamentos de química.* México: McGraw-Hill.



BIOLOGÍA



Antes pensábamos que nuestro futuro estaba en las estrellas,
ahora sabemos que está en nuestros genes.

James Watson

Contenido

BIOLOGÍA

Objetivo: el estudiante describirá la importancia de las biomoléculas y organelos celulares.

Teoría celular

La *biología* es la ciencia que se encarga del estudio de los seres vivos. Se relaciona con un gran número de ciencias y disciplinas, por lo que tiene una infinidad de aplicaciones en el medio que nos rodea.

De la misma forma en que el átomo es considerado la unidad básica de la materia, la **célula** es la unidad de estructura y función de todo ser.

▼ Descubrimiento de la célula

Desde tiempos antiguos el estudio de la célula ha preocupado a muchos científicos. Gracias al conocimiento y el avance de la ciencia, se ha llegado a establecer que la unidad que forma a todos los seres vivos es la célula.

Las células por primera vez fueron descritas por Leeuwenhoek, al realizar observaciones de diversos materiales con ayuda de cristales con aumento que construyó, de esta forma describió las bacterias y los espermatozoides. A partir de las observaciones que realizó Robert Hooke en cortes de corcho, encontró pequeñas celdillas a las que les dio el nombre de células.

▼ Formulación y postulados de la teoría celular

A mediados del siglo XIX, M. Schleiden señaló que la célula era la unidad estructural en plantas; T. Schwann mencionó que la célula era la unidad estructural en animales y R. Virchow explicó que toda célula proviene de otra célula. Estos tres científicos construyeron la teoría celular, la cual se resume en tres postulados:

- **Anatómico**. Todos los seres vivos están formados por una o más células.
- **Fisiológico**. En las células se llevan a cabo todas las reacciones metabólicas.
- **Origen**. Las nuevas células se forman por división de las células que ya existen.

Estructura celular

Si analizamos el entorno donde nos desarrollamos, nos daremos cuenta que constantemente están interaccionando la materia y la energía. Todo está conformado por partículas diminutas y, a su vez, los seres vivos están integrados por bioelementos o elementos biogenésicos, de los cuales los más importantes son el carbono, el hidrógeno, el oxígeno y el nitrógeno, los cuales constituyen casi 95% de la materia viva; 4.5% está representado por azufre, fósforo, magnesio, calcio, sodio, potasio y cloro. La interacción de estos bioelementos da como resultado la formación de moléculas biológicas indispensables para el metabolismo de los seres vivos.

Función y clasificación de las moléculas orgánicas

En esta sección analizaremos cómo funcionan y se clasifican las siguientes moléculas orgánicas: carbohidratos, lípidos, aminoácidos, proteínas, ácidos nucleicos y vitaminas.

Carbohidratos (glúcidos, azúcares o hidratos de carbono)

Son compuestos orgánicos formados por C, H y O; son de rápida absorción y forman estructuras celulares como las membranas; se utilizan como combustibles en el proceso respiratorio y constituyen a los ácidos nucleicos. Se clasifican en:

- **Monosacáridos o azúcares simples**
  Son monómeros simples, estructuralmente están constituidos por varios átomos de carbono como la ribosa de 5C (pentosa) o la desoxirribosa de 6C (hexosa). Como ejemplos generales tenemos la glucosa ($C_6H_{12}O_6$), la fructuosa y la galactosa.
- **Disacáridos**
  Son el resultado de la unión, por medio de un enlace glucosídico, de dos azúcares sencillos; por ejemplo:
  - *Sacarosa.* Se forma de la unión entre glucosa + fructuosa (de la cual está formado el néctar de las flores).
  - *Lactosa.* Se forma de la unión entre glucosa + galactosa (azúcar de leche).
  - *Maltosa.* Se forma de la unión entre glucosa + glucosa (se usa en la elaboración de bebidas como el whisky y la cerveza).
- **Polisacáridos**
  Son macromoléculas constituidas por varios monosacáridos y esto les concede propiedades diferentes. Sus funciones son estructurales y energéticas. Incluimos moléculas como:
  - *Almidones.* Constituidos por amilosa y amilopectina; es la forma de almacenamiento energético más importante en el reino vegetal y se encuentran en semillas (chícharo y el frijol) y tubérculos.
  - *Celulosa.* Principal polisacárido estructural que constituye las paredes celulares de los vegetales, proporcionando resistencia y sostén a la planta. Es el principal compuesto del papel, madera y algodón. Pocos organismos son capaces de digerirla, como las vacas y otros rumiantes, las termitas y cucarachas, las cuales la utilizan como fuente de energía.
  - *Glucógeno.* Es la forma de almacenamiento de carbohidratos en células animales; lo tenemos en el tejido muscular, donde proporciona energía para la contracción y en el hígado en forma de glucógeno hepático.

Lípidos

Son compuestos orgánicos, constituidos por C, H, O y P. Están formados básicamente por una molécula de glicerina (glicerol) y tres de ácidos grasos. Son insolubles en agua y solubles en compuestos orgánicos (cloroformo, éter, alcohol, etc.). Desempeñan diversas funciones biológicas, se almacenan y fungen como reserva energética, son aislantes térmicos, protegen estructuras y forman parte de la membrana celular en

animales y vegetales. Los lípidos son un grupo muy heterogéneo, porque pueden presentar características fisicoquímicas diferentes. Para nuestros fines, los dividiremos en seis grupos:

1. **Grasas:** que a su vez se subdividen en dos subgrupos: saturadas e insaturadas.
   a) *Saturadas*: lípidos de consistencia sólida a temperatura ambiente, constituyen una fuente de reserva en animales.
   b) *Insaturadas*: casi todas son líquidas a temperatura ambiente y, en general, se les llaman *aceites*; son comunes en las células vegetales.
2. **Triglicéridos**: químicamente se componen de glicerina y pueden tener ácidos grasos, por ejemplo, palmítico, esteárico y oleico.
3. **Fosfolípidos (fosfoglicéridos)**: están compuestos por una "cabeza" hidrofílica representada por ácido fosfórico y una "cola" hidrofóbica constituida por cadenas de ácidos grasos; son componentes importantes de las membranas celulares. Otros ejemplos serían la lecitina (yema de huevo) y cefalina (tejido cerebral).
4. **Esfingolípidos**: se representan como las esfingomielinas, cerebrósidos y gangliósidos, las cuales se encuentran en el cerebro y en el tejido nervioso.
5. **Esteroides**: como la progesterona, testosterona, aldosterona, cortisol, ecdisona (relacionada a la muda en los insectos) y colesterol, el cual es el precursor de otros esteroides como los ácidos biliares, vitamina D y algunas hormonas como estradiol.
6. **Terpenos**: como los carotenos y xantofilas (pigmentos fotosintéticos), a partir de los terpenos se sintetizan las vitaminas A, E y K.

Ejemplo de reactivo

¿Cuáles son las biomoléculas que actúan como reserva de energía en el cuerpo humano?

a) Carbohidratos b) Proteínas c) Lípidos d) Aminoácidos

Solución:
Los carbohidratos al igual que los lípidos son biomoléculas que se relacionan con energía; sin embargo, los lípidos actúan como reserva de ella mientras que los carbohidratos fungen como energía que se utiliza a corto plazo.

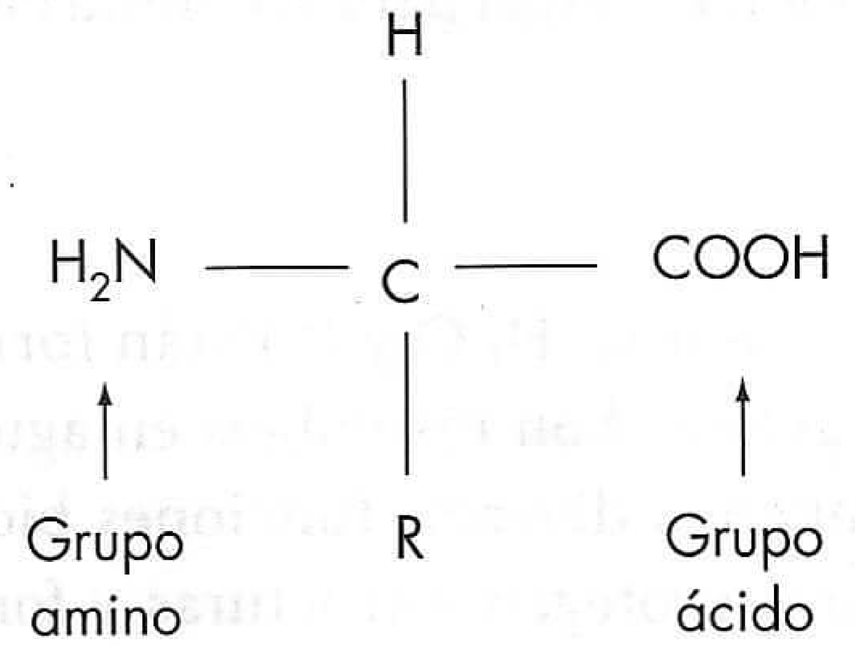
Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Aminoácidos

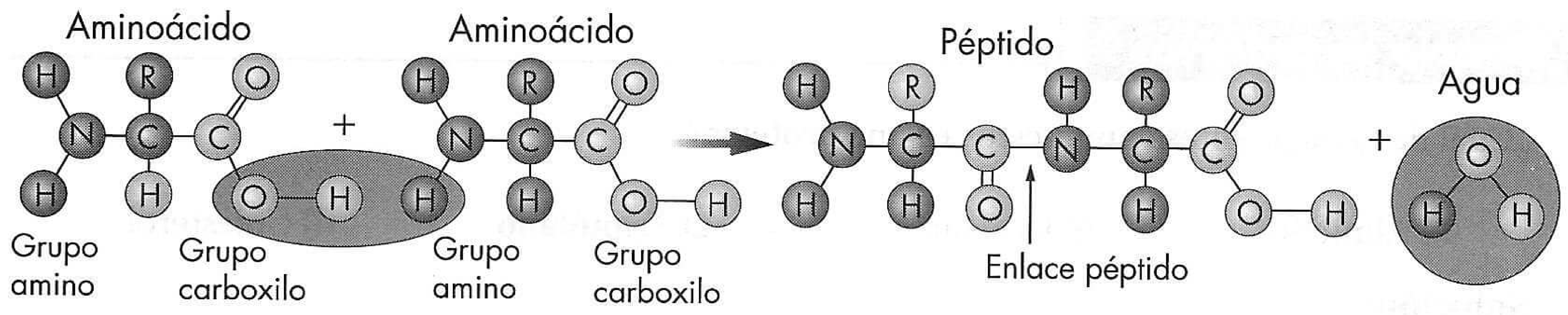
Son moléculas o monómeros compuestos por un grupo carboxilo, un grupo amino, una cadena lateral y un hidrógeno.

La estructura química fundamental de un grupo carboxilo $COOH^-$ y un grupo amino NH_2^-, son característicos de todos los aminoácidos.

Los aminoácidos se unen entre sí mediante enlaces peptídicos, éstos unen el grupo carboxilo terminal de un aminoácido con el grupo amino terminal del otro, liberando agua.



Estructura fundamental de un aminoácido



Enlace peptídico

En la formación de las proteínas intervienen veinte aminoácidos: arginina, triptófano, treonina, lisina, valina, isoleucina, leucina, metionina, fenilalanina, histidina (esenciales) y cisteína, ácido aspártico, ácido glutámico, aspargina, glutamina, glicina, alanina, prolina, serina y tirosina (no esenciales).

➤ Proteínas

Son polímeros constituidos por C, H, O y N, algunos con P, S, Fe. Son los compuestos orgánicos más abundantes (alrededor de 50% del peso seco de la célula) (Valdivia, 2002). Con base en la estructura de las proteínas, éstas se dividen en dos grupos:

- **Proteínas fibrosas.** Se encuentran en forma de cables o hebras, como la queratina o el colágeno; proporcionan soporte mecánico a las células y aparecen como componentes de tendones, piel y huesos.
- **Proteínas globulares.** Con formas esféricas; participan en los procesos vitales de los organismos como enzimas y anticuerpos.

Por su composición química, las proteínas se dividen en:

- **Simples.** Formadas sólo por aminoácidos, como la albúmina (clara de huevo), globulinas (proteína de defensa), escleroproteínas (colágeno de tendones y ligamentos).
- **Conjugadas.** Constan de aminoácidos unidos a un grupo prostético (formado de metales, lípidos, azúcares, etc.). Por ejemplo, nucleoproteínas (proteínas combinadas con ácidos nucleicos), fosfoproteínas (combinaciones con fósforo), etcétera.

Las proteínas sufren cambios drásticos cuando se les expone a cambios en el pH o en su temperatura, ya que se rompen los puentes de hidrógeno y los enlaces de las proteínas, lo que produce un desarreglo en la secuencia de los aminoácidos. Este proceso, conocido como *desnaturalización*, puede ocasionar graves trastornos en los organismos, incluso la muerte.

Las proteínas son esenciales para la vida y desempeñan funciones básicas como:

- *Estructurales*: como el colágeno, elastina y queratina.
- *Catalizadoras*: como las enzimas (lactasa, ureasa).
- *Hormonales*: como la insulina y la oxitocina.
- *De defensa*: como las inmunoglobulinas.
- *Materiales contráctiles*: como la miosina y actina.
- *Transporte*: como la hemoglobina.
- *Elemento de coagulación*: como la fibrina.
- *Material de reserva*: como la albúmina, caseína, ferritina.
- *En la división celular*: como las histonas.
- *Neurotransmisores*: como la encefalina y endorfina.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál de los siguientes compuestos es una proteína?

a) Almidón b) Caseína c) Triptófano d) Colesterol

Solución:
Recordemos que el almidón es un carbohidrato del grupo de los polisacáridos, la caseína una proteína de reserva, el triptófano un aminoácido y el colesterol un lípido del grupo de los esteroides.

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Ácidos nucleicos

Son polímeros formados por nucleótidos; cada nucleótido está constituido por un azúcar, un ión de fosfato y una base nitrogenada. Su función principal es formar parte del código genético y de la síntesis de proteínas. Existen dos categorías: ADN (ácido desoxirribonucleico) y ARN (ácido ribonucleico).

➤ Vitaminas

Son nutrientes orgánicos esenciales, participan en la nutrición, precursoras de coenzimas y hormonas o funcionan como agentes antioxidantes.

Nombre	Función	Síntomas de la deficiencia
B_1 (tiamina) hidrosoluble	Formación de las coenzimas importantes para el ciclo de Krebs	Beri-beri (desorden neurológico), insuficiencia cardiaca
B_2 (riboflavina) hidrosoluble	Formación de coenzimas en el transporte de electrones	Dermatitis, queilosis (descamación de los labios y las comisuras)
B_3 (niacina o ácido nicotínico) hidrosoluble	Formación de coenzimas que forman parte de los transportadores de electrones, NAD (nicotín adenín dinucleótido) y NADP (nicotín adenín dinucleótido fosfato)	Pelagra (alteraciones en la piel y mucosas, tracto gastrointestinal y sistema nervioso)
B_6 (piridoxina) hidrosoluble	Participante en el metabolismo de los aminoácidos y ácidos grasos	Trastornos nerviosos (depresión, irritabilidad)
B_{12} (cianocobalamina) hidrosoluble	Maduración de los glóbulos rojos	Anemia perniciosa (glóbulos rojos mal formados)
C (ácido ascórbico) hidrosoluble	Necesaria para la síntesis de sustancias fundamentales como colágeno y dentina	Escorbuto (sangrado de mucosas debajo de la piel), debilidad y dolor de huesos
K (naftoquinona) liposoluble	Interviene en la síntesis de los factores de coagulación hepáticos	Coagulación sanguínea deficiente
E (tocoferol) liposoluble	Antioxidante, mantiene la resistencia a la hemólisis	Mayor fragilidad de los glóbulos rojos; deficiencia en las membranas celulares
D (calciferol) liposoluble	Favorece la absorción de Ca en el intestino, interviene en la formación de huesos y dientes	Raquitismo (formación defectuosa de los huesos), huesos blandos, elásticos y a menudo deformes
A (retinol) liposoluble	Formación de pigmentos visuales, en el hueso promueve la formación de colágeno	Xeroftalmia (alteración de la córnea), ceguera nocturna

(Higashida, 2005)

▼ Estructura y función de los organelos celulares

A partir de la formulación de la teoría celular, muchos investigadores se plantearon nuevas preguntas acerca de las células. El microscopio fue una herramienta que permitió avances en su conocimiento, de tal forma que hoy en día se distinguen a detalle las partes especializadas que conforman y realizan todas las actividades celulares. Estas estructuras son los organelos celulares, que se describen a continuación.

• Citoplasma

Es la región de la célula que se localiza entre la membrana celular y el núcleo; contiene los componentes químicos y estructurales necesarios para la integración de los distintos componentes celulares. Da a la célula elasticidad, rigidez, cohesión, contractilidad, etcétera.

• Citoesqueleto

Armazón proteínico que da forma y sostén a la célula.

• Membrana celular o plasmática

En todas las células se puede observar la presencia de una estructura externa, la cual permite la transmisión de mensajes para realizar múltiples funciones. Es una estructura altamente especializada (resistente, elástica y semipermeable o permeable selectiva), conformada por lípidos (fosfolípidos), proteínas y carbohidratos. La disposición de estos elementos se recoge en el modelo de Singer y Nicholson (1972) o modelo del mosaico fluido, según el cual:

1. Las membranas biológicas son estructuras fluidas y asimétricas.
2. Están constituidas por una bicapa lipídica, proteínas y carbohidratos.
3. Sus componentes se integran formando un mosaico (Muñiz *et al.*, 2000).

La membrana permite la entrada, salida y permanencia de ciertas moléculas, además de mantener el medio interno constante. Para llevar a cabo esto, la célula cuenta con dos mecanismos: transporte pasivo y transporte activo.

➤ Transporte pasivo

Durante éste las sustancias pasan de un lado a otro de la membrana, movidas por una diferencia en la concentración de la sustancia que las desplaza de una zona de mayor a otra de menor concentración (gradiente de concentración); esto no implica un gasto de energía para la célula.

Existen, a su vez, dos casos de transporte pasivo:

- **Difusión simple**. En ésta, el movimiento de átomos, moléculas o iones es de un área de mayor a otra de menor concentración, por ejemplo, O_2, CO_2, etcétera.
- **Ósmosis**. Es el movimiento de agua a través de una membrana, desde una región de mayor a otra de menor concentración; existe, además, otro factor que determina el paso de agua: la presión osmótica (fuerza del agua para atravesar una membrana con permeabilidad selectiva), que es directamente proporcional a la concentración de la solución.

➤ Transporte activo

El movimiento de moléculas o iones en la célula ocurre en contra del gradiente de concentración, es decir, de una región de menor a otra de mayor concentración. Esto implica un gasto energético, suministrado en forma de ATP (adenosín trifosfato). Un ejemplo de transporte activo lo constituyen las bombas de iones que impulsan o fuerzan a las partículas a pasar a través de la membrana plasmática. Entre las bombas más comunes se encuentran las de intercambio de Na^+ y K^+, las de Ca^{2+}, así como iones de H^+.

- **Pared celular**. Es una capa rígida, externa a la membrana plasmática, formada por celulosa, en vegetales, y de quitina en hongos. Sus principales funciones son de soporte mecánico y protección.
- **Núcleo**. Es el rector de las funciones celulares, contiene a los cromosomas (cromatina) y al nucléolo, controla la herencia (ADN) y dirige la división celular. Se presenta en todas la células eucariontes, aunque en algunas estructuras se pierden al madurar, como es el caso de los glóbulos rojos.
- **Nucléolo**. No tiene membrana propia; es un conglomerado de ARN y proteínas, cuya función es formar los ribosomas.
- **Centriolos**. Estructuras que originan el huso en la mitosis y forman cilios y flagelos.
- **Retículo endoplásmico**. Red membranosa que comunica a la membrana plasmática con el núcleo. Es de dos tipos: liso (participa en síntesis y transporte de lípidos) y rugoso (asociado a los ribosomas y la síntesis de proteínas).
- **Ribosomas**. Gránulos densos formados de ARN, sintetizan proteínas.
- **Aparato de Golgi**. Es la continuación del retículo endoplásmico; en él se distinguen vesículas y cisternas membranosas, y tiene diversas funciones como almacenamiento, modificación, síntesis, empaque y transporte de diversas moléculas.
- **Lisosomas**. Estructuras esféricas que contienen enzimas digestivas, efectúan la degradación o digestión de nutrientes, bacterias, organelos dañados, etcétera.
- **Peroxisomas**. Estructuras casi esféricas, muy pequeñas que contienen enzimas, principalmente catalasas. Participan en procesos oxidativos, como la degradación del peróxido de hidrógeno (H_2O_2).
- **Vacuolas**. Son huecos en el citoplasma, dentro de las que se encuentran diversas sustancias. Funcionan como almacén de sustancias en plantas y liberan exceso de agua (en protistas).
- **Mitocondrias**. Cuerpos ovoides con doble membrana; la membrana interna se pliega para formar crestas; contienen ADN, ribosomas y sustancias requeridas para la cadena respiratoria. Son los sitios donde se realiza la respiración celular y, por tanto, donde se produce la energía (ATP) para las funciones celulares.
- **Cloroplastos**. Organelos exclusivos de plantas y algas, con doble membrana y clorofila. Son el sitio donde se efectúa la fotosíntesis.
- **Plástidos**. Exclusivos de células vegetales, de doble membrana, que contienen diversos pigmentos que le proporcionan color a la planta, flores y frutos; otros almacenan almidón (amiloplastos), lípidos (eleoplastos) o proteínas (proteinoplastos).

Ejemplo de reactivo

Organelo celular con doble membrana donde se produce la energía que requieren las células.

a) Mitocondria b) Cloroplasto c) Aparato de Golgi d) Retículo endoplásmico

Solución:

La mitocondria y el cloroplasto son organelos con doble membrana, pero la mitocondria sintetiza la energía (ATP) que requieren los seres vivos.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

▼ Diferencias entre células procariontas y eucariontas

Todos los organismos que habitan el planeta tuvieron su origen a partir de una célula ancestral primitiva, que al evolucionar dio origen a las células procariontas y posteriormente a las eucariontas. A continuación se enuncian a detalle sus características:

➤ Células procariontas

- Del *pro*: antes, *cariote*: núcleo, carecen de núcleo y demás organelos encerrados por membranas.
- Pequeñas, generalmente entre una y diez micras.
- Núcleo no delimitado por membrana.
- El ADN se encuentra en un cromosoma único en el citoplasma.
- Con plásmido (fragmento circular de ADN que utiliza los ribosomas de la célula, el ARN y las enzimas para sintetizar sus propias proteínas y duplicarse a sí mismo) (Biggs, 2000).
- Organelos transitorios si llegan a estar presentes.
- Inmóviles o con flagelos simples.
- Reproducción comúnmente por bipartición.

Ejemplo

Bacterias y cianobacterias

➤ Células eucariontas

- Del *eu*: verdadero, *cariote*: núcleo, presentan un núcleo encerrado por una membrana.
- Grandes, generalmente entre diez y cien micras.
- Núcleo delimitado por membrana.
- El ADN se ubica en varios cromosomas localizados en el núcleo.
- Sin plásmido.
- Organelos permanentes, presentan cloroplastos y mitocondrias con membrana.
- Cuando son móviles, presentan cilios o flagelos complejos.
- Pared celular formada por celulosa o quitina, los animales carecen de ella.
- Reproducción por mitosis.

Ejemplo

Protozoarios, algas, hongos, plantas y animales

Ejemplo de reactivo

¿Qué tipo de célula es la bacteria *Escherichia coli*?

a) Eucarionta b) Totipotencial c) Procarionta d) Funcional

Solución:

Sólo las bacterias y las cianobacterias son procariontes. Los protozoarios, algas, hongos, plantas y animales son eucariontes.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Ejercicios

1 Resuelve las siguientes preguntas:

1. Científico que elabora la teoría celular:
   a) T. Schwann
   b) Antonie Leeuwenhoek
   c) Robert Hooke
   d) H. Dutrochet
2. Es un postulado de la Teoría celular:
   a) todas las células están formadas de carbono
   b) en las células se llevan a cabo todas las reacciones exotérmicas
   c) las nuevas células se forman de las muertas
   d) todos los seres vivos están formados por células
3. Molécula orgánica formada por C, H y O:
   a) lípidos b) proteínas c) aminoácidos d) carbohidratos
4. Son ejemplos de moléculas orgánicas, conocidas como lípidos:
   a) estradiol y lactosa
   b) oleico y colesterol
   c) ribosa y caseína
   d) valina y almidón
5. ¿Cuál es el compuesto orgánico que funciona como energía de reserva?
   a) Carbohidratos b) Aminoácidos c) Vitaminas d) Lípidos
6. Biomoléculas que constituyen a las membranas celulares.
   a) Fosfolípidos b) Aminoácidos c) Vitaminas d) Triglicéridos
7. Es una proteína de reserva:
   a) colágeno b) globulinas c) albúmina d) histonas
8. Organelo celular presente en hongos, formado por quitina.
   a) Ribosomas b) Cloroplasto c) Pared celular d) Lisosomas
9. Estructura ovoide con doble membrana y ADN, formadora de ATP:
   a) vacuola
   b) plástido
   c) mitocondria
   d) retículo endoplásmico
10. ¿En cuál de los siguientes incisos encontramos una vitamina?
    a) Timina b) Cloruro de potasio c) Ácido ascórbico d) Ácido acetilsalicílico

Objetivo: el estudiante describirá los procesos biológicos: metabolismo, fotosíntesis y respiración.

Anabolismo y catabolismo

Todas las células utilizan energía para llevar a cabo sus procesos. Para esto desarrollan una compleja serie de reacciones químicas, a la cual se le conoce como *metabolismo*. La mayoría de estas reacciones están ligadas en secuencias que se llaman *rutas metabólicas*; en el metabolismo se diferencian dos tipos de rutas: las *anabólicas* y las *catabólicas*.

Concepto de anabolismo y catabolismo

Anabolismo

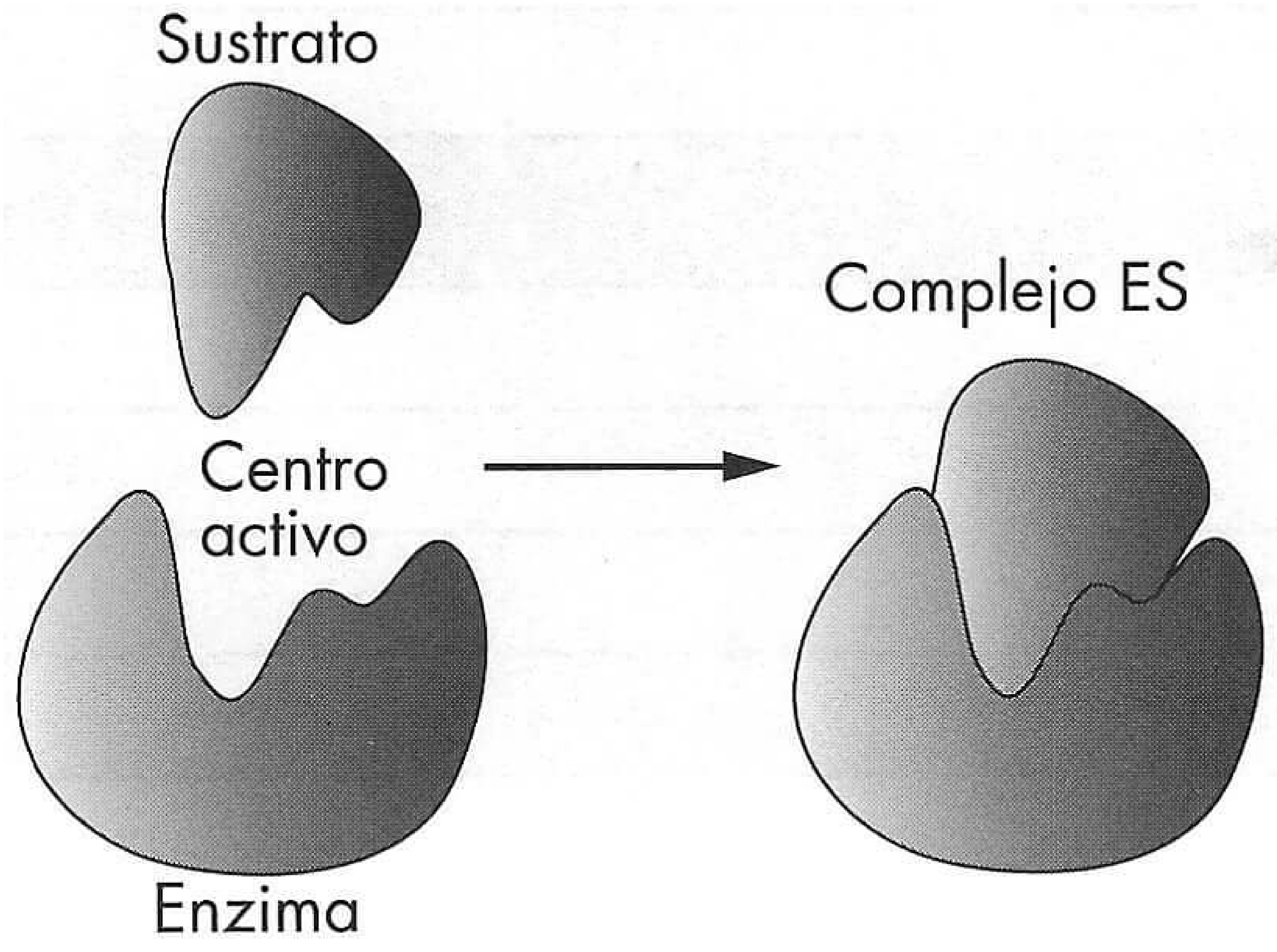
Se designa a las reacciones químicas que permiten, a partir de sustancias sencillas, producir sustancias complejas (a partir de glucosa + galactosa, formación de lactosa), pero requieren energía para llevarse a cabo, por ejemplo, en la síntesis de carbohidratos durante la fotosíntesis o la de proteínas, a partir de aminoácidos.

Catabolismo

Reacciones químicas que desdoblan sustancias complejas para dar paso a sustancias más simples (hidrólisis de la lactosa) con liberación de energía; un ejemplo es la descomposición de la glucosa durante los procesos respiratorios en dióxido de carbono, agua y energía.

Papel de las enzimas y del ATP en el metabolismo

Las enzimas son proteínas que actúan como catalizadores, aumentan la velocidad de las reacciones químicas de las células, sin sufrir alteración y son específicas, es decir, cada una de ellas desarrolla determinada reacción. La mayoría de ellas recibe su nombre de acuerdo con el sustrato sobre el que actúan, agregándoles la terminación -asa. Se conocen seis grandes grupos de ellas: oxido-reductasas, transferasas, hidrolasas, liasas, isomerasas y ligasas.



La función enzimática se encuentra relacionada con la estructura de la enzima, la cual está formada por un *sitio activo,* en el que pueden entrar las moléculas de los reactivos, llamados *sustratos.* Al unirse se forma el complejo enzima-sustrato. Para funcionar, algunas de ellas demandan moléculas auxiliares llamadas *coenzimas.* Estas moléculas orgánicas se unen a la enzima e interactúan con la molécula del sustrato. Las coenzimas ayudan a debilitar los enlaces del sustrato para que éstas pueda reaccionar con la enzima.

Una de las fuentes de energía más importante para los sistemas biológicos es la molécula del ATP (adenosín trifosfato), la cual es considerada la molécula universal de energía. Está formada por una pentosa (ribosa), adenina (base nitrogenada) y tres grupos fosfatos. Su importancia a nivel energético se debe a sus enlaces fosfato-fosfato que se hidrolizan, liberando energía y un fósforo inorgánico (Pi). El compuesto que resulta cuando se hidroliza el ATP es el ADP (adenosín difosfato), si este compuesto a su vez, sufre una hidrólisis se convertirá en AMP (adenosín monofosfato):

$$\text{ATP} \rightarrow \text{ADP} \rightarrow \text{AMP}$$

La formación de ATP es un proceso inverso, que ocurre mediante la fosforilación del ADP.

$$\text{ATP} \leftarrow \text{ADP}$$

Fotosíntesis

La vida en el planeta es conservada por dos de los grandes procesos químico-biológicos que mantienen nuestra Tierra: la **fotosíntesis** y la **respiración**. Lo anterior se puede expresar como una lucha entre cloroplastos y mitocondrias; los primeros fabrican moléculas, descomponen agua y producen oxígeno; la mitocondria las degrada, produce agua y genera dióxido de carbono.

La *fotosíntesis* es el proceso donde se transforma la energía solar en energía química aprovechable y es la principal fuente de materia orgánica. A los organismos capaces de hacer esto (plantas, algas y cianobacterias) se les llama *autótrofos.* Por tanto, las células y los organismos que carecen de pigmentos fotosintéticos y que dependen de los seres autótrofos para obtener su alimento son los *heterótrofos.*

La siguiente reacción química resume la fotosíntesis.

$$6CO_2 + 6H_2O + \text{energía} \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

La fotosíntesis se divide en dos fases: la luminosa y la oscura.

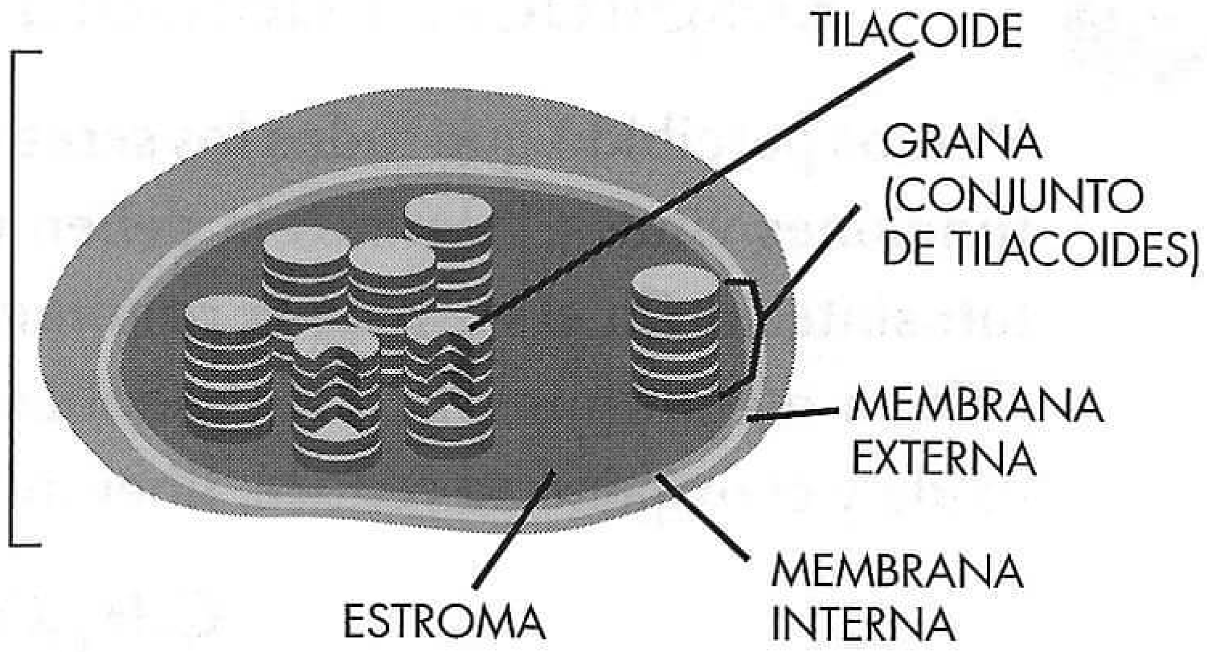
▼ Aspectos generales de la fase luminosa

Los principales fenómenos que ocurren son la *captación de energía luminosa* y la *excitación de las moléculas de clorofila,* liberando electrones. Participan dos sistemas, cada uno con cierto tipo de clorofila: el fotosistema I y el fotosistema II.

La fase luminosa requiere la participación de los siguientes factores:

➤ Cloroplastos

Cada célula presenta entre 25 y 75 cloroplastos (Gold, 1983) formados por estroma, tilacoides (sitio donde se efectúa esta fase), grana, lamelas y varios pigmentos, entre los que sobresalen las clorofilas a y b.



➤ Luz

La clorofila (se encuentra dentro del tilacoide) capta la energía primaria que proporciona la luz del Sol y la transforma en energía química. Los pigmentos tienen un espectro de absorción distinto, capaz de absorber diferentes longitudes de onda.

➤ Agua

La absorbe la raíz y transporta sales minerales. Dentro de los tilacoides por fotólisis, se rompe la molécula del agua para formar O_2, que se desprende a la atmósfera.

➤ CO_2

Se utiliza para la formación de glucosa, y se intercambia por oxígeno a través de los estomas (que se encuentran en el envés de la hoja).

En resumen: en las reacciones luminosas el agua se descompone en H y O_2, y la energía que se captura del Sol se convierte en ATP y NADPH.

▼ Aspectos generales de la fase oscura

Se le conoce también como *ciclo de Calvin* o *fijación del carbono,* se efectúa en el estroma de los cloroplastos, donde se usa el ATP y NADPH (que se originan en la fase luminosa) para convertir el CO_2 y el H_2O en glucosa.

La formación de glucosa comienza con la unión del CO_2 a un compuesto de cinco carbonos que se encuentra en el estroma del cloroplasto. La glucosa que se obtiene en la fase oscura se utiliza en la nutrición de las plantas y los seres vivos que se alimentan de ellas; el ADP se usa en la fase luminosa como materia prima para la formación de ATP, y el NADP se utiliza como materia prima para formar NADPH + H.

▼ Importancia

Del proceso de la fotosíntesis depende la vida del planeta, ya que los organismos autótrofos liberan el oxígeno que es indispensable para realizar la respiración aerobia. Además, los alimentos que fabrican estos organismos son la base de alimentación de todos los organismos, por lo que son considerados productores.

Ejemplo de reactivo

La función de la clorofila en la fase dependiente de la luz es:

a) permitir la combinación de H_2O y CO_2
b) la producción de oxígeno
c) la síntesis de glucosa
d) la captación de energía luminosa

Solución:

En la fase luminosa de la fotosíntesis la energía luminosa o solar es recibida por la clorofila para transformarla en energía química.

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Respiración aerobia

Hemos percibido que todos los seres vivos requieren de un constante aporte de energía para realizar sus funciones vitales. Algunos la deben obtener mediante la degradación de moléculas producidas por la fotosíntesis. En el caso de la respiración, proceso donde se requiere oxígeno (llamada aerobia) y emite CO_2, a menudo implica el desdoblamiento de glucosa en dióxido de carbono y agua. Esta glucosa se oxida y el oxígeno se reduce, liberando energía (ATP). Esto se muestra en la siguiente reacción:

$$C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2 \rightarrow 6\,CO_2 + 6\,H_2O + \text{energía}$$

La respiración aerobia se realiza en tres fases:

1. Glucólisis (se efectúa en el citoplasma, fuera de la mitocondria).
2. Ciclo de Krebs (se realiza en la matriz mitocondrial).
3. Cadena respiratoria (transporte de electrones) (crestas mitocondriales).

Aspectos generales de la glucólisis

En el citoplasma se rompe la molécula de glucosa en dos moléculas de ácido pirúvico (piruvato), dos moléculas de ATP y dos NADH.

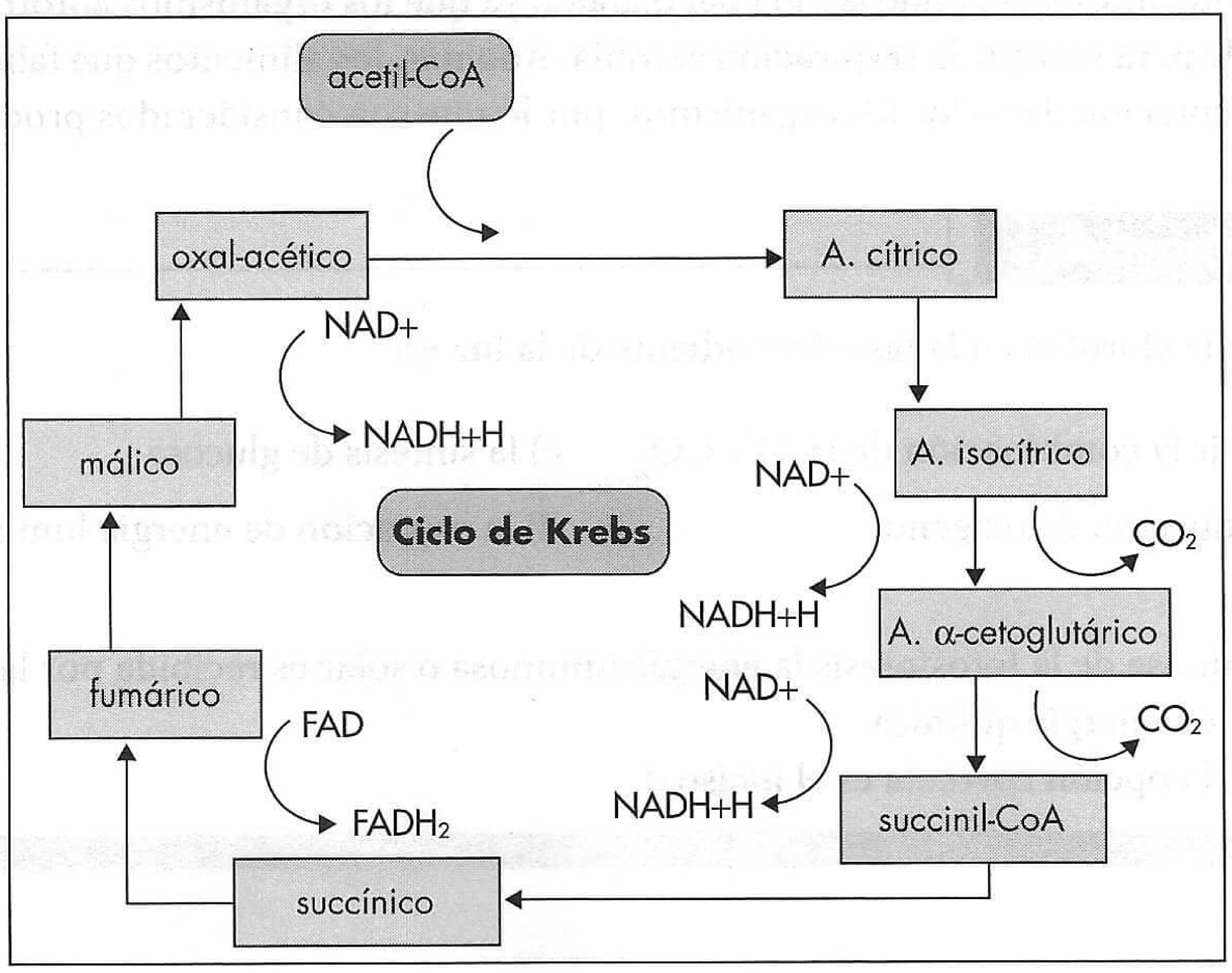
Aspectos generales del ciclo de Krebs

Este proceso debe su nombre a quien lo descubrió, Sir Hans Krebs (1937), y recibe también el nombre de *ciclo del ácido cítrico.*

Es una secuencia repetitiva de transformaciones donde el ácido pirúvico se descompone por medio de enzimas y forma un grupo acetilo, este grupo se combina con la coenzima A formando la acetil-coenzima A (AcetilCoA), la cual lo transfiere y transforma en ácido cítrico. A partir de esto se lleva a cabo una serie de reacciones químicas, en las que intervienen enzimas como descarboxilasas y coenzimas aceptoras de hidrógeno como el NAD (dinucleótido de niacina-adenina) y el FAD (dinucleótido de flavin-adenina). En cada una de estas reacciones se separan moléculas para formar H, CO_2, H_2O y energía.

Estas reacciones se sintetizan en la siguiente expresión:

$$2\text{ acetil CoA} + 6\text{ NAD} + 2\text{ FAD} + 2\text{ ADP} + 2\text{ Pi} \rightarrow 6\text{ NADH} + \text{H} + 2\text{ FADH}_2 + 2\text{ ATP} + 4\,CO_2$$



(Ville, 1996)

▼ Aspectos generales de la cadena respiratoria

La última fase de la respiración aeróbica es la cadena de transporte de electrones o cadena respiratoria. Existe una relación entre la glucólisis, ciclo de Krebs y la cadena de transporte de electrones, ya que los productos obtenidos en las dos primeras fases activan la tercera.

La membrana interna de la mitocondria contiene moléculas transportadoras de electrones; un transportador recibe un electrón y los pasa a otro transportador en una serie de reacciones de reducción-oxidación, conocidos como complejos I, II y III. Este proceso es aerobio, ya que el aceptor de electrones es el oxígeno; cuando el oxígeno acepta electrones se combina con dos hidrogeniones o protones para formar una molécula de agua.

El movimiento de los protones de un lado a otro del compartimento de la mitocondria permite la generación de energía para fosforilar al ADP a ATP, proceso conocido como fosforilación quimiosmótica (Curtis, 2000).

La siguiente ecuación sintetiza las reacciones de la respiración aerobia: glucólisis, ciclo de Krebs y cadena de transporte de electrones:

$$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6\ H_2O + 38\ ATP$$

▼ Balance energético

Energéticamente se obtienen durante la respiración aerobia, 38 ATP netos. Dos ATP en la glucólisis, dos en el ciclo de Krebs y los 34 restantes se generan en la cadena de transporte de electrones (Campbell, 2001).

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es el resultado de la glucólisis?

a) Ácido cítrico y NAD
b) Acido purúvico y ATP
c) AcetilcoA y glucosa
d) Agua y ATP

Solución:
Al final de la glucólisis se obtienen dos piruvatos, dos moléculas energéticas (ATP) y dos NADH.
Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Respiración anaerobia

Tenemos ahora que algunas formas de respiración son **anaerobias** (ocurren en ausencia de oxígeno) y se efectúan en dos fases:

▼ Aspectos generales de la glucólisis

En este proceso se degrada la glucosa ($C_6H_{12}O_6$) en ausencia de oxígeno, para producir dos moléculas de ácido pirúvico, el cual puede seguir una de dos vías, la fermentación láctica o la fermención alcohólica.

▼ Fermentación láctica y fermentación alcohólica

Para efectuar la fermentación, el piruvato es transformado por el NADH a cualquier alcohol y CO_2 o ácido láctico, dependiendo de las enzimas que presente el organismo en particular.

La fermentación *ácida* es común en bacterias anaeróbicas (*Lactobacillus*) y mamíferos. En este proceso el ácido pirúvico se reduce, convirtiéndose en ácido láctico o lactato ($C_3H_6O_3$), indispensable en la elaboración de yogurt, quesos y otros productos similares. Algunos animales pueden producir ácido láctico si no hay suficiente oxígeno en la célula. Por ejemplo, cuando se realiza un ejercicio vigoroso y no llega suficiente O_2 el lactato se acumula en los músculos, produciendo dolor durante y después del ejercicio.

En la fermentación *alcohólica*, el ácido pirúvico sufre una descarboxilación enzimática con lo cual se transforma en acetaldehído para convertirse después en alcohol etílico o etanol (C_2H_5OH) y CO_2. Estas reacciones tienen aplicaciones comerciales como la fabricación de cerveza, vinos y pan. En panadería, el dióxido de carbono hace que se esponje la masa. Este tipo de fermentación es la que llevan a cabo algunas bacterias y la levadura *Saccharomyces cerevisiae*.

La respiración anaerobia se resume en la siguiente reacción química.

$$\text{Glucosa} \rightarrow C_2H_5OH \text{ ó } C_3H_6O_3 + CO_2 + 2\text{ ATP}$$

▼ Balance energético

En los procesos de glucólisis, así como en la fermentación alcohólica y láctica se generan solamente dos moléculas de ATP por cada molécula de glucosa procesada, y el aceptor final de electrones no es el oxígeno, sino una molécula orgánica, distinta según el tipo de reacción. Esto fue y sigue siendo adecuado para las necesidades de muchos organismos.

Ejemplo de reactivo

La fermentación láctica se da en el músculo a partir de...

a) que utiliza suficiente CO_2
b) que no utiliza suficiente CO_2
c) que usa oxígeno
d) que no usa oxígeno

Solución:
La respiración anaerobia se realiza en ausencia o bajos niveles de oxígeno, por tanto realizará la fermentación láctica lo que formará en el músculo al efectuar un trabajo físico extenuante, lactato.

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Ejercicios

1 Resuelve las siguientes preguntas:

1. Se forman sustancias complejas a partir de simples.
   a) Anabolismo b) Fotólisis c) Catabolismo d) Digestión
2. ¿Cuál de los siguientes ejemplos no es una enzima?
   a) Hidrolasa b) Lactasa c) Ligasa d) Miosina
3. La molécula del ATP se relaciona con:
   a) energía b) alimento c) reproducción d) síntesis

4. La base nitrogenada que forma al adenosín trifosfato es:
   a) timina b) citosina c) adenina d) uracilo
5. Principal molécula que capta energía en la fase luminosa de la fotosíntesis.
   a) Bióxido de carbono b) Adenosín trifosfato c) Agua d) Clorofila
6. ¿En qué parte de los cloroplastos se efectúa la fase oscura de la fotosíntesis?
   a) lamelas b) tilacoides c) estroma d) grana
7. La fermentación láctica en el músculo de los mamíferos se realiza si...
   a) usa oxígeno.
   b) no usa oxígeno.
   c) no tiene suficiente bióxido de carbono.
   d) tiene suficiente bióxido de carbono.
8. ¿Qué productos energéticos se obtienen al final de la fase luminosa de la fotosíntesis?
   a) NADPH y ADP b) ADP y ATP c) FAD y NADP d) NADPH y ATP
9. En el proceso de la fotosíntesis a partir del CO_2, se obtiene:
   a) glucosa b) agua c) oxígeno d) vapor de agua
10. Organelo celular encargado de la fotosíntesis.
    a) mitocondria b) lisosoma c) cloroplasto d) vacuola
11. La respiración aerobia se lleva a cabo en presencia de:
    a) CO_2 b) O_2 c) H_2O_2 d) CH_4
12. Producto final en la fermentación alcohólica y láctica, respectivamente:
    a) etanol y ácido pirúvico
    b) butanol y ácido acético
    c) etanol y ácido láctico
    d) hexanol y ácido láctico
13. Los procesos de combustión y descomposición devuelven a la atmósfera ______. Este compuesto químico es utilizado por las plantas para realizar la fotosíntesis.
    a) H_2 b) O_2 c) $C_6H_{12}O_6$ d) CO_2
14. Productos que se obtienen al final de la glucólisis.
    a) Ácido láctico + ATP + $2CO_2$
    b) Piruvato + 2ATP + NADH
    c) Ácido pirúvico + H_2O + $C_6H_{12}O_6$
    d) Lactato + O_2 + NAD
15. ¿Cuántos ATP se generan durante la glucólisis, ciclo de Krebs y cadena de transporte de electrones?
    a) 34 b) 2 c) 38 d) 40

Objetivo: el estudiante distinguirá los diferentes tipos de reproducción en los seres vivos.

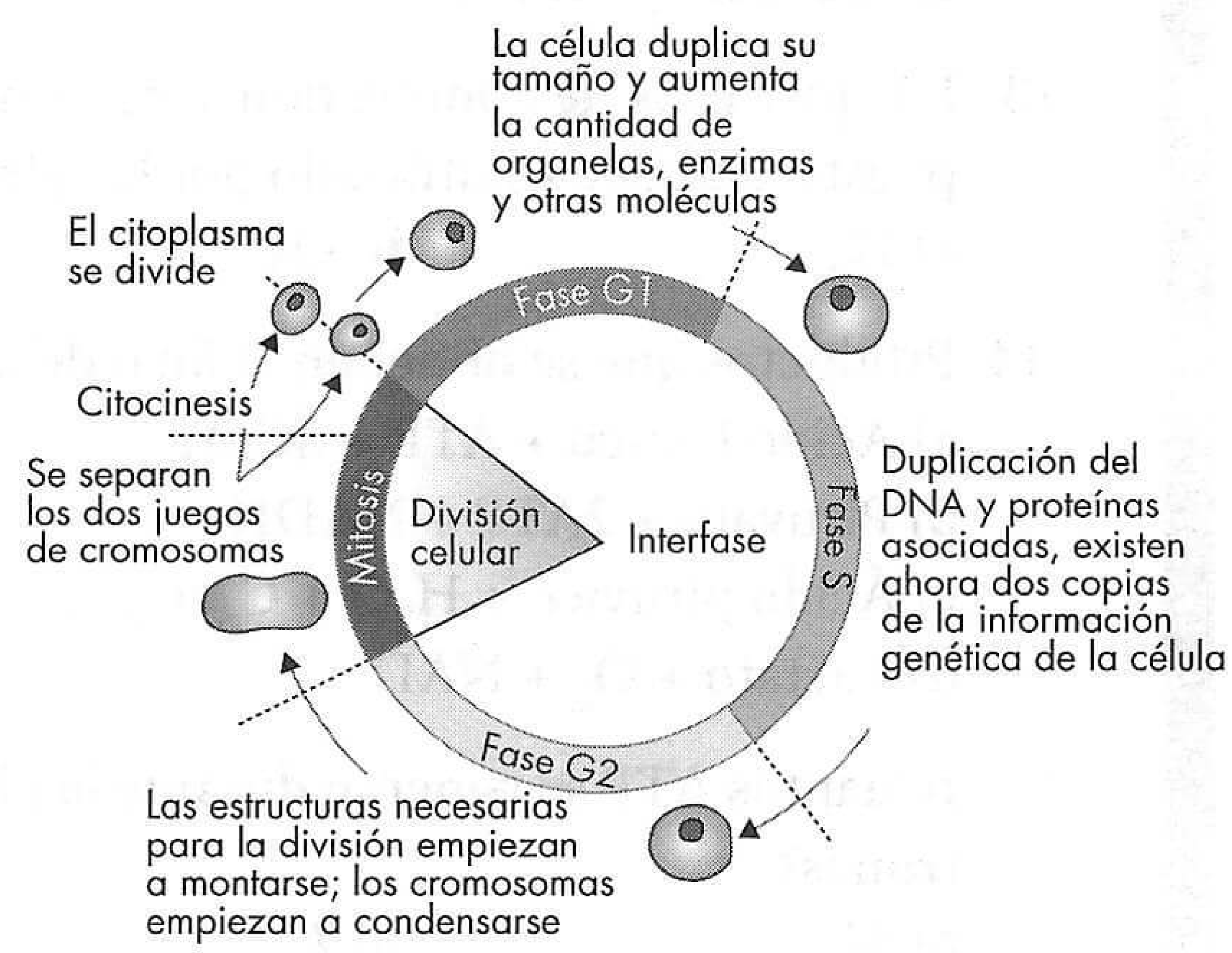
Ciclo celular

La continuidad de un ser vivo se puede obtener gracias a la constante generación de nuevas células, que ocurre a la misma velocidad de las que mueren. Cuando una célula se divide, aumenta su tamaño, el número de organelos se duplica y a medida que el ADN se replica, éste dobla su cantidad. El ciclo celular está controlado por señales (moléculas que estimulan o inhiben un evento), las cuales garantizan que las etapas se sucedan una a otra en la secuencia normal, además de que cada una se efectúe de manera completa y adecuada, antes que dé inicio la siguiente.

▼ Fases del ciclo celular

Es la secuencia de crecimiento y división de una célula, que se divide en cuatro fases: G1 (primer intervalo), S (síntesis), G2 (segundo intervalo), M (mitosis) (Biggs, 2000).

- **Fase G1** (cinco horas): periodo en el cual la célula hija crece, cada cromosoma consta de una sola molécula de ADN.
- **Fase S** (ocho horas): se duplica o sintetiza ADN, al final cada cromosoma está formado por dos cromátidas.
- **Fase G2** (seis horas): se incrementa la síntesis de proteínas y la célula se prepara para pasar a la fase M.
- **Fase M** (50-90 minutos): fase de división celular por mitosis (profase, metafase, anafase, telofase).



Ejemplo de reactivo

¿Cuáles son las fases del ciclo celular que integran la interfase de la mitosis?

a) G1, S, G2 b) G1, M, profase c) G2, meiosis, B2 d) Mitosis, meiosis, anafase

Solución:
El ciclo celular ocurre en dos etapas alternadas cíclicamente: interfase que se subdivide en tres intervalos (G1, S, y G2) y la división celular M (mitosis y meiosis).

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

▼ Estructura y función del ADN

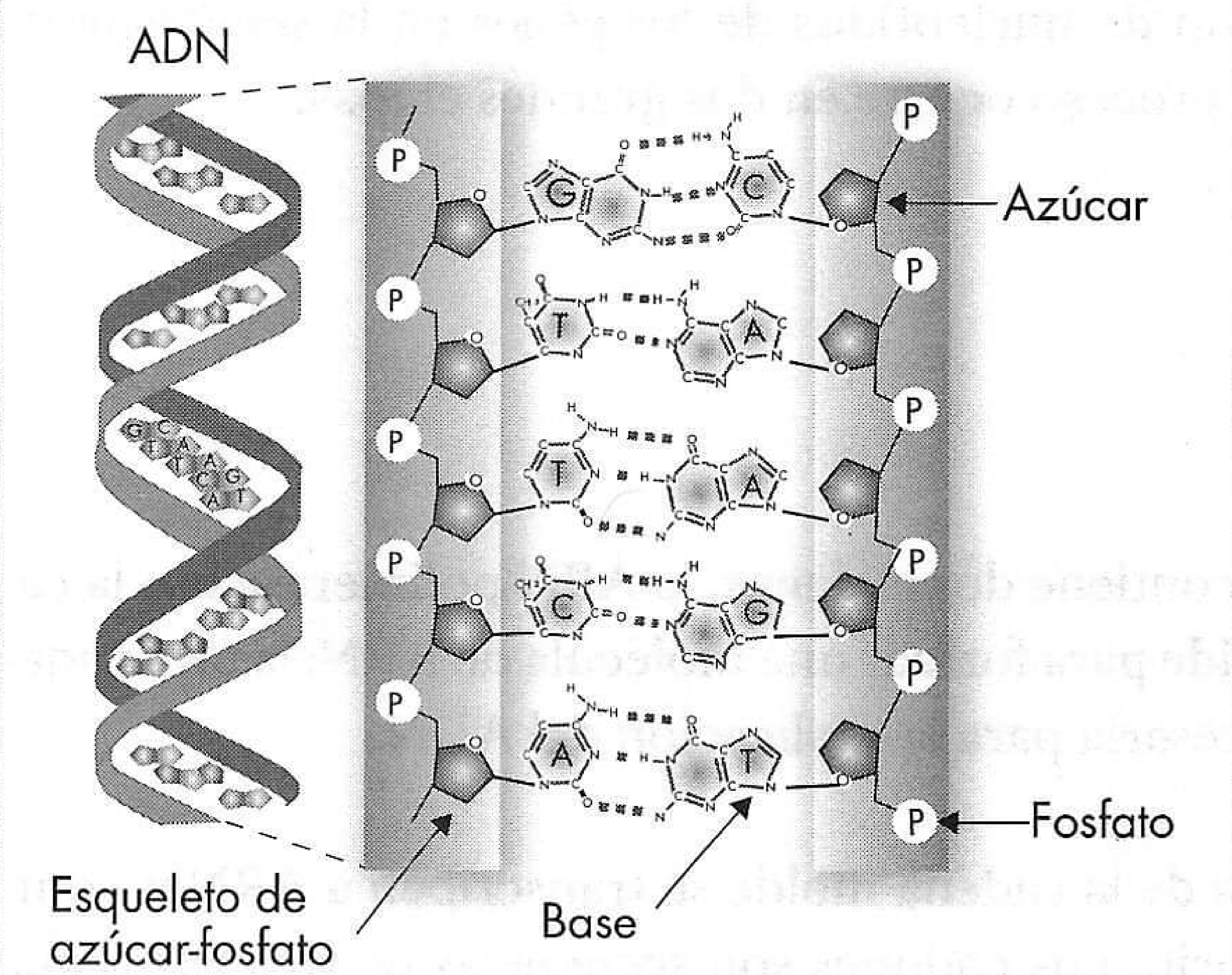
Anteriormente estudiamos las moléculas orgánicas, ahora sólo nos concentraremos en los ácidos nucleicos.

A mediados de la década de los cuarenta, Avery y sus colaboradores demostraron que el material genético es el ácido desoxirribonucleico (Muñiz, 2000), los científicos británicos Wilkins y Franklin estudiaron la estructura del DNA mediante difracción de rayos X y fue hasta 1953 cuando Watson y Crick proponen su modelo del ADN (doble hélice). Con esto se dio un gran paso en la biología molecular. Hoy en día no se puede estudiar ningún problema biológico aislado del contexto genético.

El estudio de las células cuando están en proceso de división aportó datos sólidos referentes a que los genes se encuentran dentro de las células en ciertas estructuras llamadas *cromosomas*, las cuales a su vez contienen al ADN y proteína; sin embargo, los secretos de la función del ADN y de la herencia misma sólo se descubrieron cuando se comprendió su estructura tridimensional.

El ADN está constituido por dos cadenas (que forman una doble hélice) compuestas por nucleótidos (un azúcar-desoxirribosa, un grupo fosfato-PO_4 y bases nitrogenadas diferentes), las cuales se unen por medio de enlaces covalentes.

Esquema del apareamiento de bases en el ADN



Las bases nitrogenadas son cuatro diferentes: dos formadas por anillo simple, llamadas pirimídicas, timina (T) y citosina (C); dos formadas por anillo doble, llamadas púricas, adenina (A) y guanina (G) (Valdivia, 2002).
Estas bases unen las dos cadenas de ADN de una manera específica, Adenina – Timina por medio de dos enlaces puente de hidrógeno, y Guanina – Citosina, por tres. Los nucleótidos que forman al ADN son:

Fosfato + Desoxirribosa + Adenina
Fosfato + Desoxirribosa + Timina
Fosfato + Desoxirribosa + Guanina
Fosfato + Desoxirribosa + Citosina

El ADN de una célula humana contiene tres millones de pares nucleótidos y mide cerca de 1.5 metros de longitud (Bernstein, 1998).

Ejemplo de reactivo

¿Cuáles de las siguientes bases son púricas?

a) Adenina, guanina
b) Adenina, citosina
c) Uracilo, guanina
d) Timina, citosina

Solución:
Las bases púricas del ADN son la adenina y guanina, mientras que las pirimídicas son la timina y citosina.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

▼ Estructura y función del ARN

El ADN de los eucariontes lo ubicamos en el núcleo y la síntesis de proteínas se efectúa en los ribosomas. Por tanto, el ADN no puede dirigir al mismo tiempo la síntesis de proteínas, debe haber un intermediario; es decir, una molécula que lleve la información del ADN del núcleo a los ribosomas del citoplasma, esta molécula es el ARN.

El ácido ribonucleico está constituido por una sola cadena de nucleótidos, se encuentra en el citoplasma y ribosomas de las células procariontes y, en las eucariontes, además, en el nucleolo. El ARN presenta cuatro tipos de bases nitrogenadas A, G, C y U (uracilo), un azúcar (ribosa) y su correspondiente grupo fosfato.

El ADN codifica la formación de tres tipos de ARN: mensajero, transferencia y ribosomal.

➤ ARN mensajero (ARNm)

Transporta la información genética desde el ADN en el núcleo hasta el citoplasma, donde la información es traducida en secuencia de aminoácidos.

➤ ARN transferencia (ARNt)

Transporta los aminoácidos desde el citoplasma hasta el sitio donde se forman las proteínas.

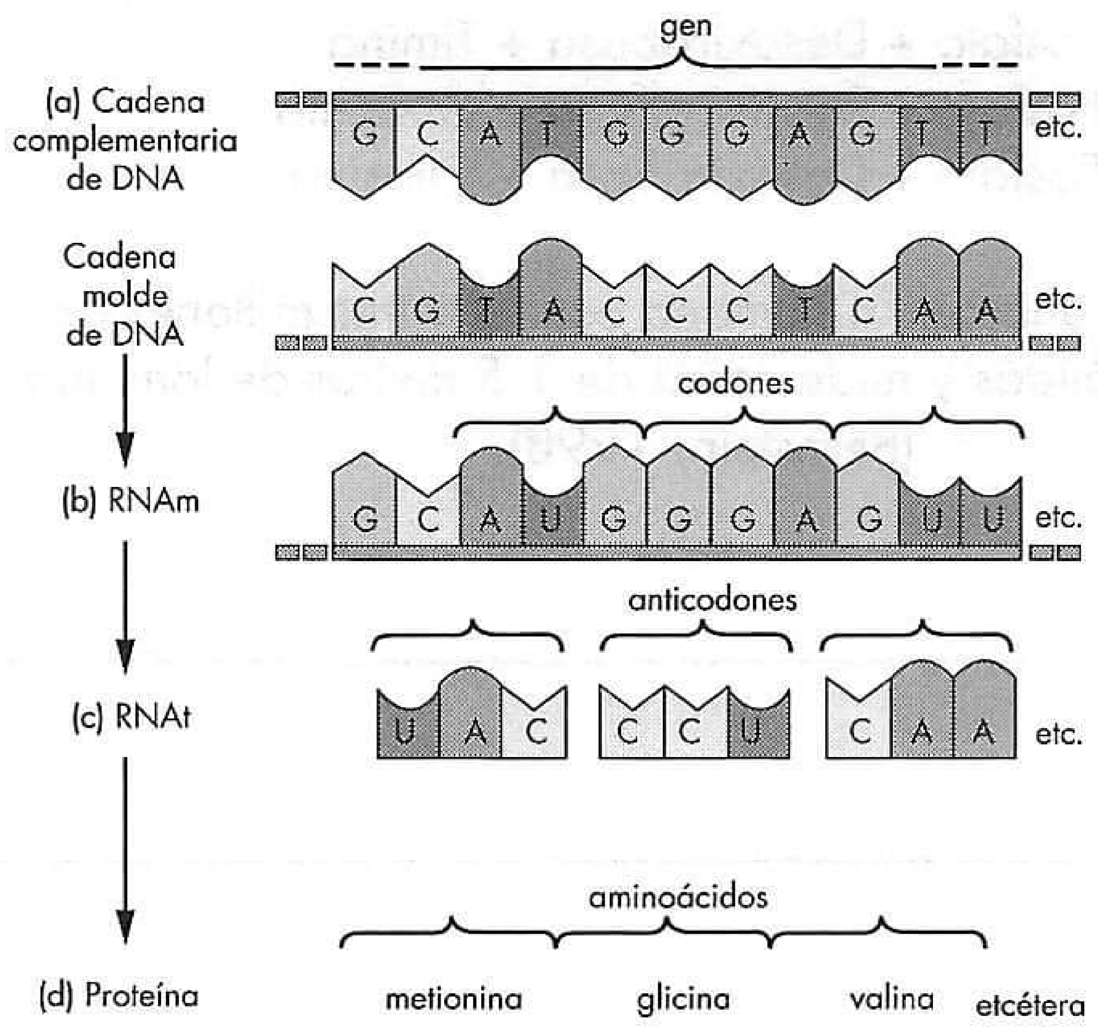
➤ ARN ribosomal (ARNr)

Interactúa con los otros ARN para lograr la síntesis de proteínas.

Cada uno de ellos interviene en la secuenciación de nucleótidos de los genes en la secuencia de aminoácidos de las proteínas (Audesirk, 2003). Este proceso ocurre en dos grandes etapas:

1. Transcripción
2. Traducción

El siguiente esquema sintetiza este proceso.



El ADN contiene dos cadenas, la ARN polimerasa usa la cadena molde para formar una molécula de ARN; la otra cadena es necesaria para la replicación del ADN.

Las bases de la cadena molde se transcriben a ARNm complementario. Los codones son secuencias de tres bases que especifican un aminoácido o señal de "alto" durante la síntesis de proteínas. Cada codón de ARNm formará pares de bases con el anticodón de una molécula de ARNt que lleva consigo un aminoácido específico, a menos que sea un codón de "alto". Al final, el ribosoma enlaza los aminoácidos unos con otros para formar la proteína.

División celular

Las células se encuentran en división durante toda la vida, esto garantiza la producción necesaria para el crecimiento, desarrollo y reparación de todas ellas. Una de las formas de mantener estos procesos es mediante la mitosis.

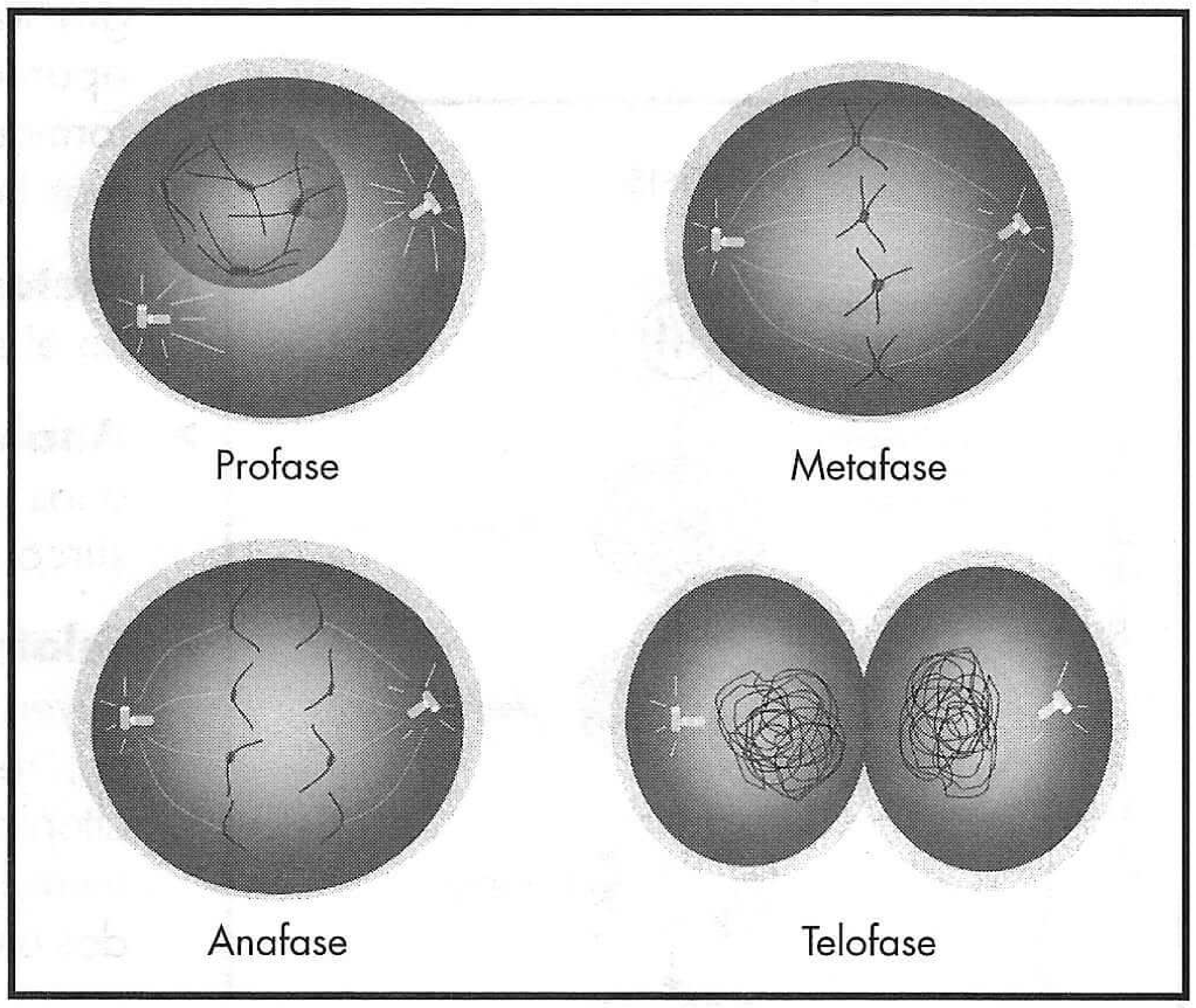
▼ Fases e importancia de la mitosis

La mitosis la realizan las células somáticas: cuando una se divide, da origen a dos células hijas que poseen información genética idéntica a la original (diploides–2n). Todos los procesos de crecimiento, reparación de tejidos, desarrollo y reemplazo de células muertas que ocurren en los seres vivos (pluricelulares), son posibles gracias a la mitosis. En organismos unicelulares, esta división equivale a su mecanismo de reproducción. Se divide en cuatro fases:

➤ Profase

La cromatina se enrolla para formar cromosomas visibles; la envoltura nuclear y el nucleolo desaparecen haciendo visibles los cromosomas, los cuales están formados por dos cromátides hermanas unidas a un centrómero. En células animales los centríolos se mueven hacia los polos opuestos de la célula, formando un huso cromático y una estructura en forma de estrella llamada *áster*.

Las células vegetales carecen de centríolo y áster, pero sí presentan huso cromático (Overmire, 2001). Al final de esta fase, el nucleolo y la membrana nuclear desaparecen.



➤ Metafase

Los cromosomas se ordenan o acomodan uniéndose a las fibras del huso cromático, en la placa ecuatorial.

➤ Anafase

Los cromosomas se separan por sus centrómeros y las cromátides se dirigen a los polos opuestos de la célula; se forma un surco de separación (animales) o una placa celular (vegetales).

➤ Telofase

Se reintegra la membrana nuclear y el nucléolo. Se lleva a cabo la *citocinesis*.

Ejemplo de reactivo

Fase de la mitosis donde se da la división de la célula:

a) anafase b) profase c) telofase d) metafase

Solución:

En la última fase de la mitosis (telofase) se realiza la división del citoplasma a lo largo de su centro (citocinesis) para formar dos células.

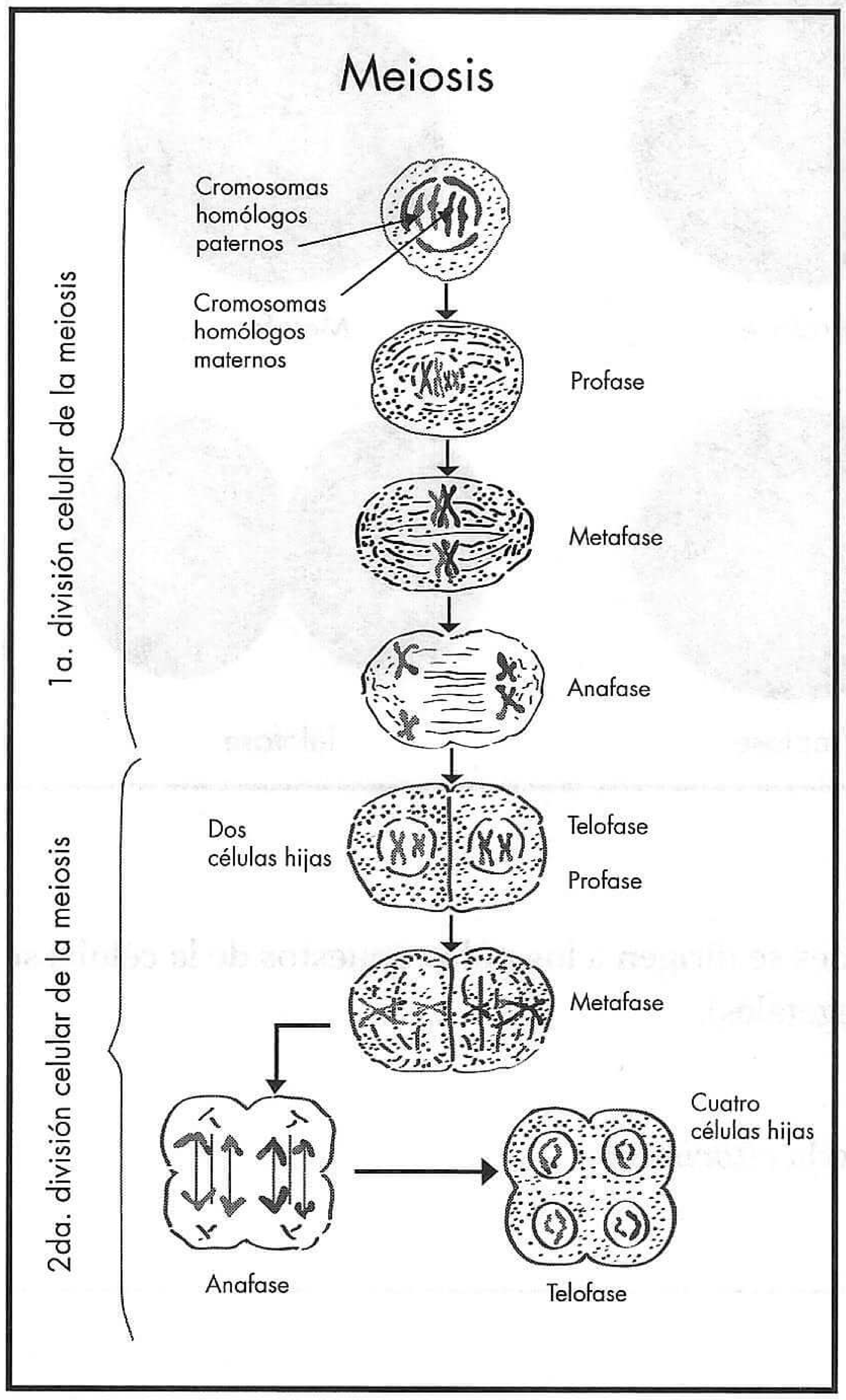
Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Fases e importancia de la meiosis

La *meiosis* (del griego *mio*: menos y *sis*: el acto o proceso de) es una división nuclear donde se reduce el número de cromosomas, produciendo cuatro células hijas, con sólo la mitad de la información (células haploides–n). Las cuales no son genéticamente idénticas unas a las otras, lo que permite la recombinación (intercambio genético) de cromosomas materno y paterno, propiciando una gran variabilidad en las especies. Se efectúa por

medio de dos divisiones nucleares, llamadas *la primera* y *segunda división meiótica*; cada una de las cuales consta, a su vez, de cuatro fases:

- Primera división meiótica: Profase I, Metafase I, Anafase I, Telofase I.
- Segunda división meiótica: Profase II, Metafase II, Anafase II, Telofase II (Ville, 1996).



➤ Primera división meiótica

➤ **Profase I**: la cromatina se condensa, se hacen visibles los cromosomas, aparece el huso cromático, se desintegra la membrana nuclear y el nucleolo. Se realiza el apareamiento de cromosomas homólogos (sinapsis), la formación de tétradas y el entrecruzamiento de cromosomas homólogos.

➤ **Metafase I**: los cromosomas homólogos se acomodan en el ecuador uniéndose al huso cromático.

➤ **Anafase I**: cada miembro del par homólogo se aleja a los polos opuestos del huso y comienza a formarse el surco de separación.

➤ **Telofase I**: los cromosomas llegan a los polos, se reconstruyen los dos núcleos hijos, desaparece el huso cromático, reaparece el nucleolo y la membrana nuclear. El citoplasma se divide y se generan dos células con un número haploide de cromosomas cada uno, constituido por dos cromátides.

➤ Segunda división meiótica

➤ **Profase II**: en las células hijas, los cromosomas se observan al condensarse la cromatina en el núcleo, aparece el huso y desaparece la membrana nuclear.

➤ **Metafase II**: los cromosomas (ya no en pares) se acomodan en el ecuador unidos a las fibras del huso.

➤ **Anafase II**: los cromosomas se dividen por su centro en dos cromátides que emigran a cada uno de los polos de la célula; se inicia la formación del segundo surco de separación.

➤ **Telofase II**: los cromosomas llegan a los polos, cada célula se divide, y se originan dos, por lo que se producen cuatro células haploides.

Ejemplo de reactivo

¿Qué sucede durante la meiosis?

a) Generación de células somáticas
b) Separación del huso cromático
c) Entrecruzamiento de cromosomas homólogos
d) La fase oscura y luminosa

Solución:
En la meiosis se forman los gametos, se intercambia la información genética y se realiza el apareamiento de cromosomas homólogos.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Reproducción a nivel de organismo

Uno de los aspectos más importantes de los seres vivos es su capacidad de poder originar organismos semejantes y así perpetuar la especie. Los detalles del proceso reproductivo difieren según el organismo en cuestión. Pero existen dos estrategias por las cuales se generan nuevos seres: la reproducción sexual y la asexual.

Aspectos generales de la reproducción sexual

La reproducción sexual comprende la fusión de gametos haploides, lo cual ocurre por fecundación interna o externa. En las gónadas, masculina y femenina, se producen los gametos y hormonas que controlan los procesos reproductivos. Se presenta en la mayoría de los seres vivos, incluyendo plantas y animales superiores e inferiores.

La reproducción sexual se propaga lentamente, pero al participar dos células y darse un intercambio genético, se produce una descendencia parecida pero no idéntica a ellos. El intercambio genético representa una ventaja, que se traduce en la facilidad de adaptación a diferentes medios.

A continuación describiremos las principales estructuras de los sistemas reproductores y se analizarán los fenómenos involucrados en la reproducción humana; menstruación, fecundación y desarrollo embrionario, para concluir con un panorama general de los métodos anticonceptivos.

Aparato reproductor masculino

Está formado por:

Pene	Órgano copulador, deposita el semen en la vagina.
Testículos	Producen espermatozoides y hormonas sexuales masculinas (testosterona y andrógenos).
Escroto	Protege y contiene a los testículos fuera de la cavidad corporal, manteniéndolos a una temperatura adecuada.
Túbulos seminíferos	Producen espermatozoides (¿sabe cuántos espermatozoides hay en 1.5 ml de semen?).
Epidídimo	En él se produce la maduración y almacén de los espermatozoides.
Conducto deferente	Transporta espermatozoides desde el epidídimo hacia las glándulas accesorias.
Glándulas accesorias (vesícula seminal, próstata, Cowper)	Producen líquido seminal que, junto con los espermas, forman el semen.
Uretra	Transporta el semen y la orina al exterior.

Aparato reproductor femenino

Está integrado por:

Ovarios	Producen óvulos y hormonas sexuales femeninas (progesterona y estrógenos).
Trompas de Falopio	Conducen el óvulo liberado por el ovario hasta el útero.
Útero	Contiene el endometrio que recibe el óvulo fecundado y en él se desarrolla el embrión.
Vagina	Órgano de copulación y conducto del parto, vía de excreción del endometrio.
Vulva (labios mayores, menores y clítoris)	Los labios dan protección a la entrada de la vagina y el clítoris; tienen función sensitiva.

➤ Ciclo menstrual

En las mujeres se libera, aproximadamente cada 28 días, un óvulo del ovario y al mismo tiempo en el útero se realizan cambios que lo preparan para un embarazo, a estos procesos se les llama, ciclo menstrual. Este ciclo, constituido por cuatro fases (menstruación, folicular, ovulación y luteínica) (Higashida, 2005), es el resultado de la interacción entre las hormonas del hipotálamo, la pituitaria y los ovarios.

A continuación lee lo que sucede en cada una de ellas.

- **Menstruación**: se disminuye drásticamente el nivel de progesterona, expulsando el tejido epitelial y vasos sanguíneos (endometrio).
- **Folicular**: se secretan estrógenos y la hormona folículo estimulante (HFE), ocurre la maduración del folículo del ovario, crece el endometrio.
- **Ovulación**: se rompe el folículo con lo que se libera el óvulo maduro del ovario, ocurre un aumento brusco del nivel hormonal de luteinizante (HL).
- **Luteínica**: el folículo roto se convierte en cuerpo lúteo o amarillo, se produce hormona luteotrópica (HLT), progesterona y estrógenos, se incrementa el suministro de sangre, se acumulan grasas y líquidos.

➤ Desarrollo embrionario

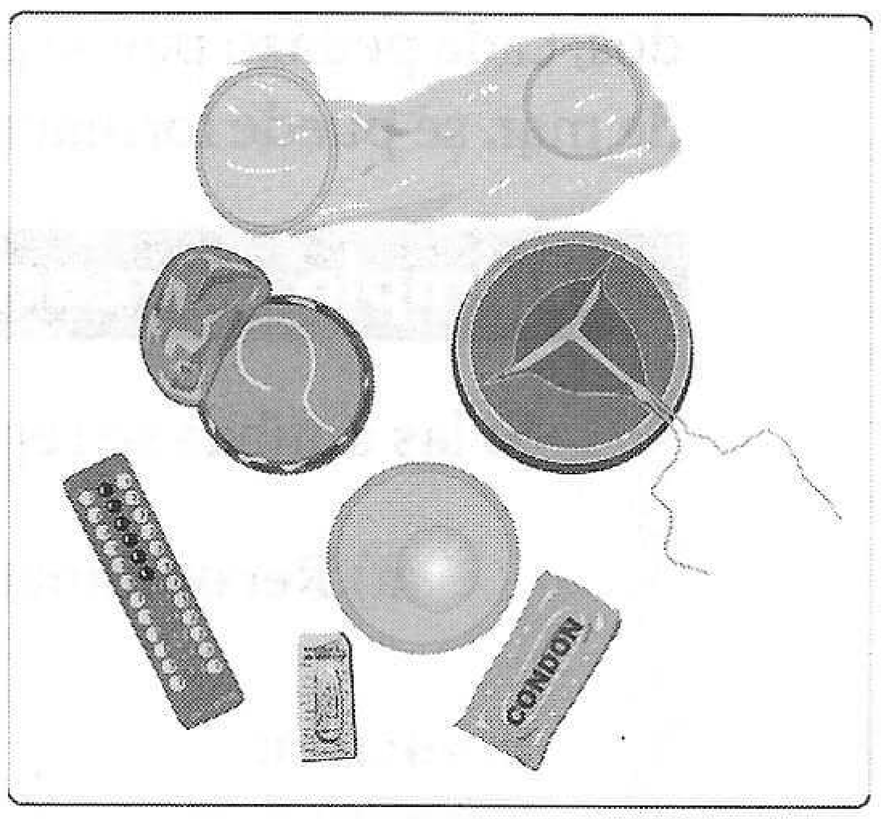
En los seres vivos, cuando ocurre una concepción (fecundación seguida de la implantación), da inicio el proceso conocido como embarazo o gestación, periodo durante el cual se desarrolla un nuevo organismo pasando por el desarrollo embrionario y fetal. Para fines prácticos, en el desarrollo embrionario se distinguen tres procesos fundamentales:

- **Segmentación**: se caracteriza por una serie de divisiones mitóticas, que darán lugar a la formación de un cigoto, al tercer día se forma una esfera sólida llamada mórula que se convierte rápidamente en una esfera hueca de células, la blástula; ésta también llamada *blastocisto*, se implantará en la pared del útero.
- **Gastrulación**: el blastocisto formará la gástrula que se divide en tres capas de células llamadas germinales, embrionarias o blastodérmicas (ectodermo, mesodermo, endodermo).
- **Diferenciación u organogénesis**: las capas germinales se diferencian y especializan para formar tejidos y órganos del embrión.
  - *Ectodermo*: formará piel, cabello, órganos de los sentidos y sistema nervioso central.
  - *Mesodermo*: músculos, huesos, sistema circulatorio (sangre, corazón), gónadas, riñones.
  - *Endodermo*: pulmones, hígado, páncreas, tiroides, paratiroides, timo, sistema digestivo.

➤ Métodos anticonceptivos

Los métodos anticonceptivos permiten a la pareja tener relaciones sexuales con un riesgo mínimo de embarazo y algunos reducen el contagio de enfermedades de transmisión sexual (ETS). La búsqueda y el uso de métodos capaces de impedir el embarazo son casi tan antiguos como la humanidad. Los egipcios utilizaban tapones de excremento de cocodrilo colocados en la vagina; posteriormente estos tapones se elaboraron a partir de diferentes sustancias: trozos de algas, hierbas, telas empapadas con aceites aromatizantes o miel. Más tarde se utilizaron vainas en el pene elaboradas con membranas de animales como vejigas o fragmentos de intestino (Higashida, 2005). Conforme se fue conociendo la anatomía y fisiología del sistema reproductor se fueron perfeccionando los métodos conocidos y se descubrieron otros que actualmente conocemos.

Los métodos anticonceptivos se pueden clasificar de la siguiente forma:



- **Métodos naturales**: ritmo, temperatura basal, método de Billings, coito interrumpido, ducha vaginal, lactancia.
- **Métodos mecánicos**: preservativo o condón masculino y femenino, diafragma, dispositivo intrauterino (DIU).
- **Métodos químicos**: cremas, jaleas, óvulos, espumas/hormonales: pastillas, inyecciones, parche, injerto, anillo o aro vaginal.
- **Métodos quirúrgicos**: salpingoclasia y vasectomía.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es la función básica de la reproducción sexual?

a) Preservar la especie
b) Mantener la especie haploide
c) Permitir la formación de células idénticas
d) Conservar las características de los progenitores

Solución:
La reproducción sexual es el mecanismo por el cual se forman nuevos individuos con el fin de mantener o preservar la especie.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

▼ Aspectos generales de la reproducción asexual

La reproducción asexual se lleva a cabo sin la presencia o unión de gametos y sólo participa un progenitor; esto presenta ventajas y desventajas, ya que su velocidad de propagación es muy rápida con respecto al tiempo, y la cantidad de individuos generados es muy alta; sin embargo, al participar un solo progenitor no hay intercambio genético, lo que genera que los organismos sean genéticamente iguales y más vulnerables al ataque de enfermedades, o susceptibles a factores externos. Este tipo de reproducción es común tanto en organismos unicelulares como pluricelulares.

Las formas más frecuentes de la reproducción asexual son:

➤ Bipartición (fisión binaria o esquizogénesis)

Consiste en la división de un organismo en dos células hijas del mismo tamaño; se presenta en organismos unicelulares como bacterias, amibas, protozoarios y algas.

➤ Gemación

Proceso por el cual un nuevo organismo se origina a partir de una yema o brote que se forma en el progenitor, separándose del individuo para crecer y formar un nuevo organismo. Las anémonas, hidras y corales, se reproducen por esta vía.

➤ Esporulación

Es la formación de esporas dentro de estructuras especializadas que al romperse se dispersan y, si llegan a un medio favorable, cada una será capaz de originar un nuevo organismo.

➤ Reproducción vegetativa

Característica de muchas plantas, la cual implica la separación de grandes fragmentos o cualquier parte de la planta, que pueden desarrollarse independientemente para formar nuevos organismos, como los bulbos (cebolla, ajo), las estacas (vid, rosal) o los estolones (fresas).

➤ Fragmentación o división múltiple

Un organismo se reproduce al separarse en dos o más fragmentos, este proceso debe estar acompañado de la *regeneración* (crecimiento de partes corporales faltantes de un organismo). Si una planaria (gusano plano) se corta en

dos, cada pedazo puede generar un organismo completo (Overmire, 2001). En algunas especies de estrellas de mar, se puede formar un organismo completo a partir de un brazo separado de éstas.

Ejemplo de reactivo

Si las amibas se reproducen por bipartición o fisión binaria, ¿cómo son las amibas hijas?

a) Recombinadas b) Con variabilidad c) Diferentes d) Iguales

Solución:
Los hijos que resultan de la reproducción asexual, no importando la variante de la misma, siempre serán idénticos al progenitor.

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Fase del ciclo celular donde se duplica o sintetiza ADN:
   a) S b) G2 c) M d) G1
2. ¿Cuál de las siguientes bases es púrica?
   a) citosina b) guanina c) uracilo d) timina
3. Azúcar presente en el ARN (ácido ribonucleico):
   a) ribosa b) glucosa c) desoxirribosa d) galactosa
4. Los monómeros de los ácidos nucleicos son:
   a) monosacáridos b) aminoácidos c) lípidos d) nucleótidos
5. Las células que intervienen en la reproducción sexual se les llama:
   a) somáticas b) diploides c) haploides d) procariontas
6. ¿En qué fase de la mitosis se efectúa la citocinesis?
   a) anafase b) profase c) metafase d) telofase
7. Son características de la reproducción asexual:
   a) presencia de gametos y se presenta en organismos unicelulares
   b) fecundación interna y variabilidad genética
   c) velocidad de propagación muy alta, no variabilidad genética
   d) presencia de gametos e intercambio genético
8. Fase de la meiosis donde las cromátides se separan y se dirigen hacia los polos opuestos de la célula.
   a) Metafase I b) Anafase II c) Profase II d) Telofase I
9. Las células sexuales llamadas gametos se forman por el proceso de meiosis y su genoma es:
   a) diploide b) triploide c) haploide d) completo
10. Los gametos se caracterizan porque:
    a) son diploides, es decir, tienen el total de cromosomas de la especie
    b) son células que contienen la misma información genética de sus progenitores
    c) son haploides, es decir, contienen la mitad de la información de la dotación de cromosomas
    d) son células cuyo ciclo celular es breve

Objetivo: el alumno describirá la importancia de la genética y sus aplicaciones.

Trabajos de Mendel y los principios de la herencia

La *genética* es la rama de la biología que se encarga del estudio de los fenómenos relacionados con la herencia, esto es, todo lo que implica características heredables, mutaciones o temas vinculados con la biotecnología, y abarca aspectos que seguramente has escuchado: la clonación, las células madre y los alimentos transgénicos, entre otros.

Muchos han sido los científicos que aportaron información importante para el desarrollo de la genética y, a pesar de que Mendel no sabía la existencia de los cromosomas, los genes y el ADN, es sorprendente que sus trabajos sean aplicados a todos los organismos y que diera inicio hacia la comprensión más exacta del funcionamiento de los genes. En años consecutivos, otros científicos aportaron conocimientos elementales para el desarrollo del genoma.

A continuación se presenta una breve historia de los científicos más importantes en el estudio formal de la genética.

- 1760: Kölreuter cruza plantas de tabaco, y hace la inferencia lógica de que los caracteres de los padres se transmiten por el polen y los óvulos.
- 1865: Gregorio Mendel realiza sus primeros trabajos con plantas de chícharo.
- 1871: Friedrich Miescher, de los glóbulos blancos obtiene un precipitado, "nucleína", después se le llamó ácido nucleico (encontró el ADN).
- 1901: Sutton y Boveri demuestran que los genes descritos por Mendel están situados en los cromosomas del núcleo. Postulan que "los cromosomas son la base física de la herencia".

➤ Teoría cromosómica de la herencia

- 1903: William Sutton encontró semejanzas entre el comportamiento de los cromosomas y el de los factores hereditarios de Mendel; de esta forma postula la teoría cromosómica de la herencia que establece: "Cada cromosoma puede contener muchos genes" (Solari, 1995).
- 1905: Reginald Punnett desarrolló un método rápido para encontrar las proporciones esperadas de los posibles genotipos de la descendencia de una cruza (cuadros de Punnett).

- 1906: T. Hunt Morgan realizó y desarrolló nuevas hipótesis genéticas para consolidar la teoría cromosómica, con base en sus experimentos en la mosca de la fruta (*Drosophila melanogaster*), y concluyó que la determinación del sexo en la mosca depende del tipo de cromosoma sexual que aporte el espermatozoide al unirse con el óvulo (el mismo mecanismo se aplica a los seres humanos).
- 1914: Robert Feulgen descubrió que el ADN atrae al colorante de nombre fucsina.
- 1920: P. A. Levene mostró que el ADN podía degradarse en un azúcar de cinco carbonos, un grupo fosfato y cuatro bases nitrogenadas.
- 1927: Muller postula que los genes pueden cambiarse o sufrir alteraciones.
- 1940: Beadle G. y Tatum E. formulan la hipótesis "un gen-una enzima", la cual establece que la función de un gen en particular es dar las instrucciones para la producción de una enzima específica.
- 1944: Avery, O. Colin y M. McCarty descubren que el ADN es el que almacena y transmite la información genética de una generación a otra.
- 1953: J. Watson y F. Crick publican su modelo del ADN.

Como parte del vocabulario básico aplicado en temas genéticos, listamos los siguientes conceptos:

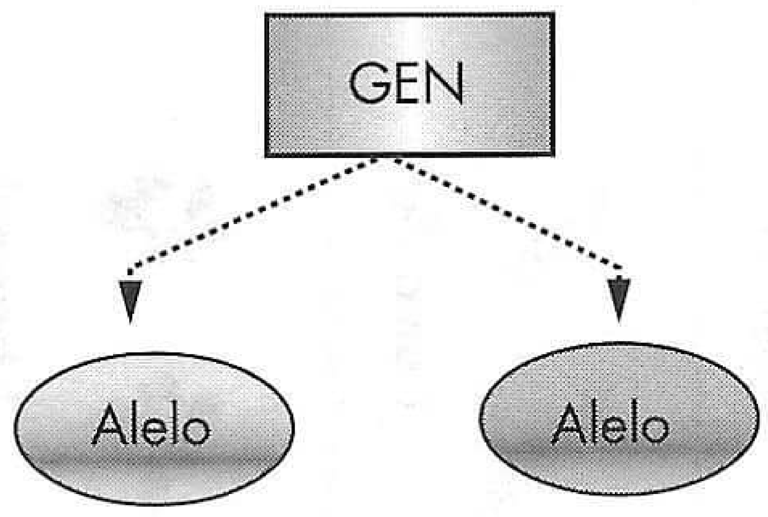
- *Gen o gene*: unidad(es) portadora(s) de la herencia.
- *Alelo*: una de varias formas alternativas de un gen específico.
- *Cromosoma*: base física de la herencia, conformado por genes.
- *Locus*: posición específica que tiene un gen en un cromosoma (*loci*, en plural).
- *Fenotipo*: características físicas de los individuos, lo que se puede ver o medir.
- *Genotipo*: la constitución genética del individuo.
- *Homocigoto*: un individuo que presenta dos alelos iguales para un gen.
- *Heterocigoto*: individuo que en su genotipo presenta el par de alelos diferentes.

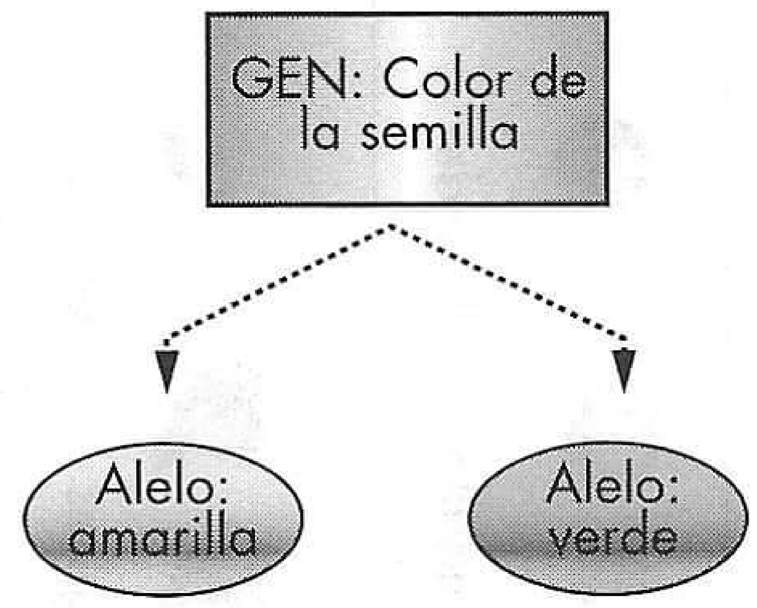
Iniciaremos hablando brevemente de los trabajos realizados por el padre de la genética: Gregorio Mendel (1822-1884). Sus estudios los realizó con plantas de chícharo de la especie *Pisum sativum*, asegurándose de que contaba sólo con variedades puras, cuya descendencia fuera siempre igual al fenotipo parental.

La especie trabajada presentaba siete diferentes caracteres, cada uno con dos variaciones, que se resumen en el cuadro de la página siguiente:

Rasgos	Forma dominante	Forma recesiva	Primera generación (F_1)	Segunda generación (F_2)
Forma de la semilla	Semilla lisa	Semilla rugosa	Todas lisas	3 lisas 1 rugosa
Color de la semilla	Semilla amarilla	Semilla verde	Todas amarillas	3 amarillas 1 verde
Color de la cáscara	Cáscara gris	Cáscara blanca	Todas grises	3 grises 1 blanca
Forma de la vaina	Vaina lisa	Vaina rugosa	Todas lisas	3 lisas 1 rugosa
Color de la vaina	Vaina verde	Vaina amarilla	Todas verdes	3 verdes 1 amarilla
Posición de la flor	Flor axial	Flor terminal	Todas axiales	3 axiales 1 terminal
Longitud del tallo	Tallo largo	Tallo corto	Todas largas	3 largas 1 corta

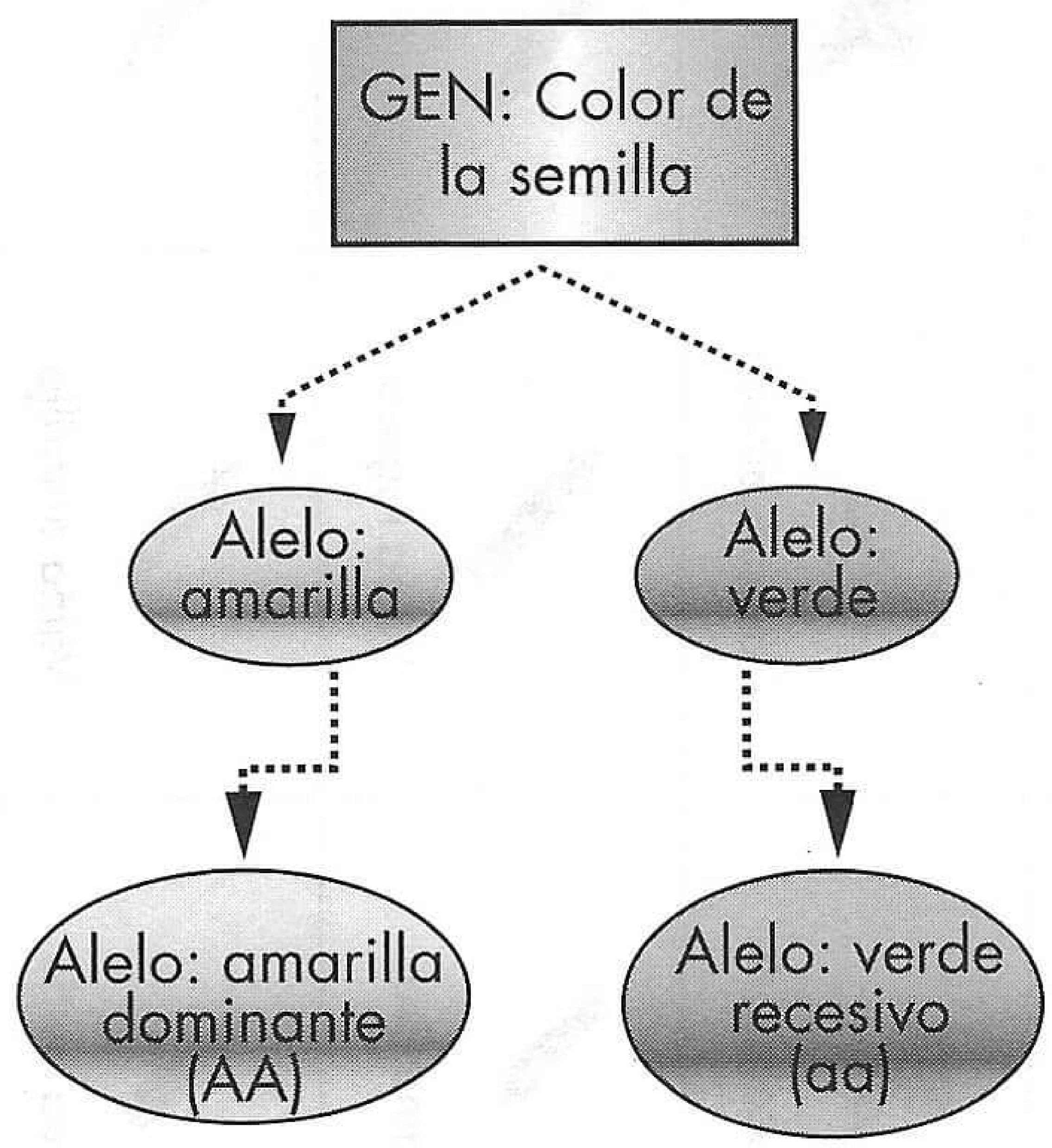
Para sus primeros trabajos tomó en cuenta sólo uno o dos caracteres de la planta como el color de la semilla, las diferencias en la posición de la flor (gen), etcétera. Cada gen tiene dos alelos, y en cada cromosoma homólogo está presente un alelo del gen.

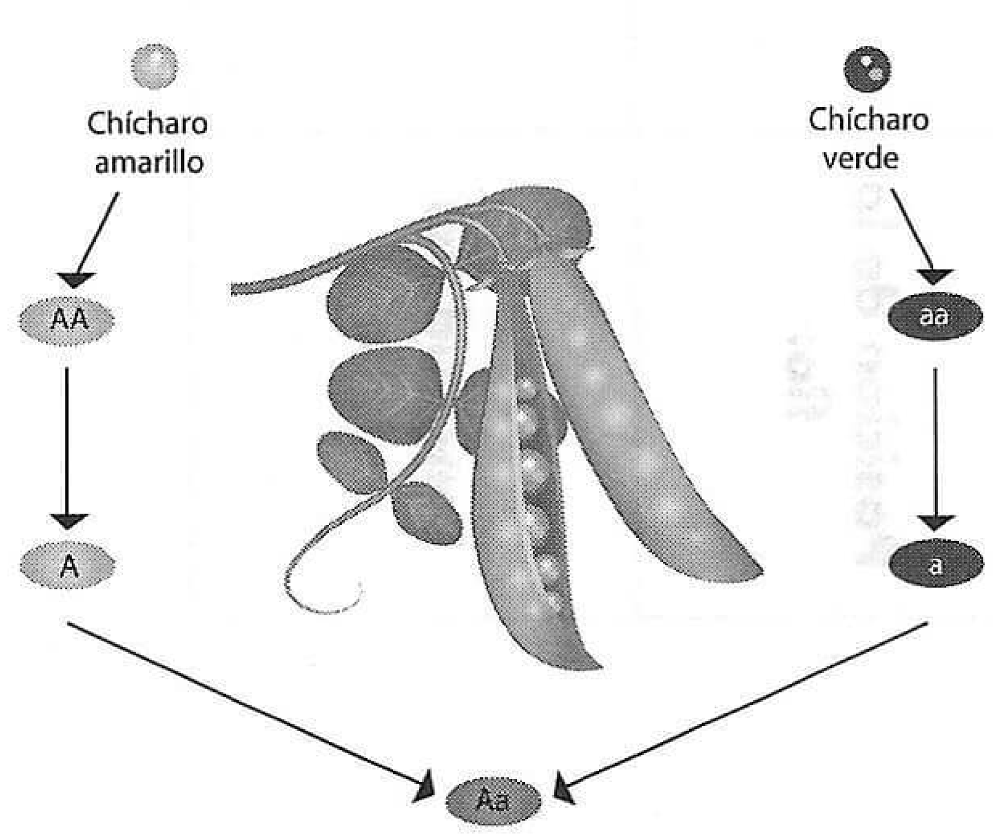




Los cuadros de Punnett son un procedimiento intuitivo para predecir los fenotipos y genotipos de la progenie, con la asignación y uso de letras mayúsculas y minúsculas.

El azar determinará qué alelo se incluye en un gameto; cuando un organismo tiene dos alelos diferentes, uno de ellos puede enmascarar la expresión del otro, llamándolos *dominante* y *recesivo*, respectivamente.

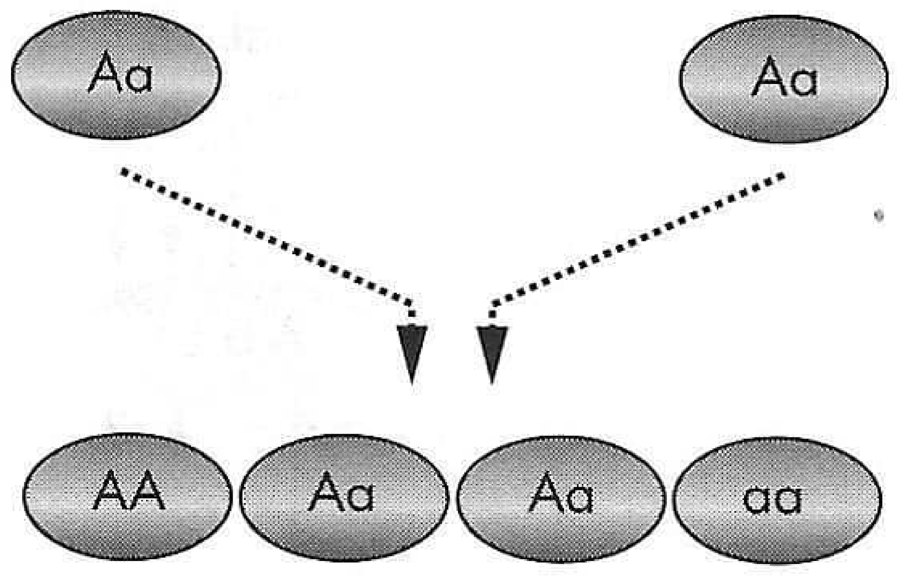




Una vez identificadas estas características, inicia sus cruzas entre alelos (**cruza monohíbrida**); el resultado en la F_1 es que los pares de genes de cromosomas homólogos se separan durante la formación de los gametos, de tal forma que cada gameto recibe un solo alelo de cada par de genes del organismo.

La siguiente cruza consistió en la unión de los guisantes híbridos, procedentes del cruzamiento anterior, y analizar los resultados de la autofecundación (Aa × Aa).

Hay 3/4 de guisantes amarillos por 1/4 de verdes, de esto se deduce que los alelos presentes en un heterocigoto se reparten independientemente cuando se forman los gametos.



Los resultados obtenidos le dieron a Mendel la posibilidad de elaborar dos principios o leyes: segregación (o separación) de los factores y distribución independiente.

Ejemplo de reactivo

Tipos de gametos producidos por un antecesor con el siguiente genotipo Mm–Nn.

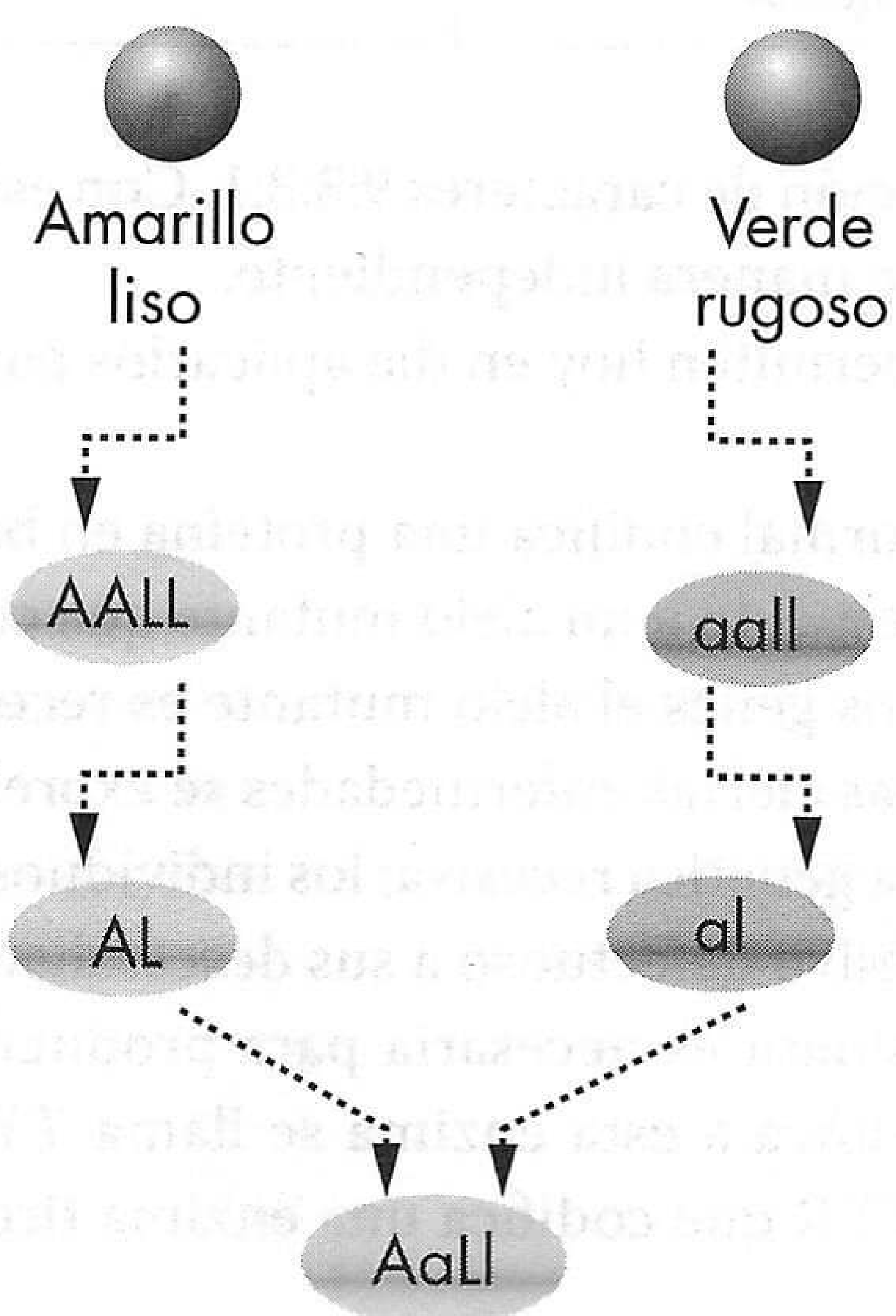
a) MN–Nm–Mn–mn b) MM–Mn–Nm–mn c) MN–NN–mm–nn d) MN–Nm–MN–Nm

Solución:
Si nos ayudamos con los cuadros de Punnet para realizar la cruza de los genotipos anteriores, tenemos lo siguiente:

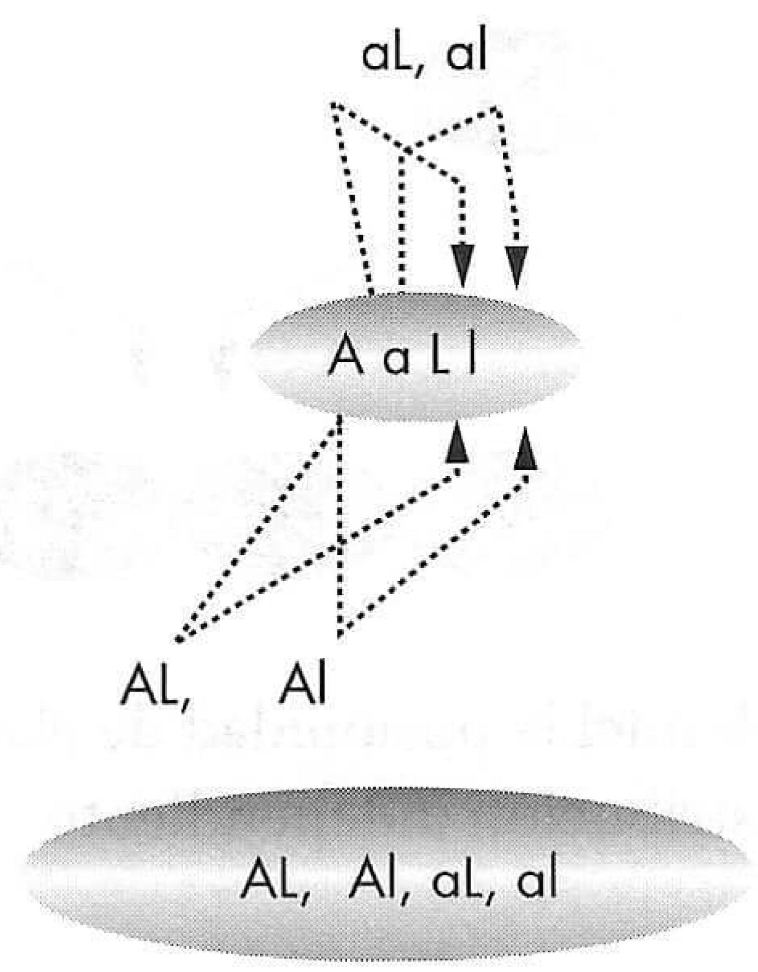
	M	m
N	MN	Nm
n	Mn	mn

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

En otro grupo de experimentos estudió las cruzas entre plantas que diferían en dos caracteres independientes (**cruza dihíbrida**). Seleccionó chícharos amarillos (AA) y superficie lisa (LL) y los cruzó con otra variedad de chícharos verdes (aa) y superficie rugosa (ll).



Al cruzarlos se obtiene AaLl (todos amarillos y lisos), deduciendo que amarillo (A) domina sobre verde (a) y liso (L) sobre rugoso (l). De los hijos (AaLl) surgieron los siguientes gametos: AL, Al, aL, al.



Y éstos se autopolinizaron, obteniendo lo siguiente:

	AL	Al	aL	al
AL	ALAL	ALAl	ALaL	ALal
Al	AlAL	AlAl	AlaL	Alal
aL	aLAL	aLAl	aLaL	aLal
al	alAL	alAl	alaL	alal

Lo anterior se interpreta así:

Fenotipo	Probabilidad
Amarillos lisos	9 de 16
Amarillos rugosos	3 de 16
Verdes lisos	3 de 16
Verdes rugosos	1 de 16

Al final se obtuvo una proporción de caracteres 9:3:3:1. Con esto, se concluye que los pares de alelos diferentes se combinan entre sí de manera independiente.

Los trabajos de Mendel nos permiten hoy en día aplicarlos para entender algunas anomalías en los seres humanos.

En muchos genes, un alelo normal codifica una proteína en buenas condiciones de funcionamiento y es considerado dominante, respecto a un alelo mutante que codifica una proteína sin función.

También es cierto que en estos genes el alelo mutante es recesivo respecto a un alelo normal; esto nos indica que en algunas personas ciertas enfermedades se expresan en condición heterocigota ya que son portadoras de la característica genética recesiva; los individuos son fenotípicamente normales, pero transmiten cada uno su alelo recesivo defectuoso a sus descendientes.

Por ejemplo, la enzima tirosinasa es necesaria para producir melanina (pigmento oscuro de las células cutáneas), el gen que codifica a esta enzima se llama *TYR*. Si un individuo es homocigótico respecto a un alelo mutante de TYR que codifica una enzima tirosinasa defectuosa, tendrá albinismo (Audesirk, 2003).

También podemos citar otras enfermedades como la galactosemia (acumulacion de galactosa en tejidos), la fibrosis cística (exceso de moco en pulmones, tracto digestivo, hígado), la anemia falciforme (glóbulos rojos en forma de media luna) o la fenilcetonuria (acumulacion de fenilalanina en el torrente sanguíneo y orina).

Herencia ligada al sexo

El avance a nivel microscópico de los cromosomas ha permitido deducir que tanto los alelos como los cromosomas aparecen en las células en parejas.

El número de cromosomas en un individuo es de 46, los cuales se acomodan en 23 pares: los primeros 22 se conocen como autosomas debido a que no determinan de manera activa el sexo. El par que es diferente se denomina *cromosoma sexual* (par 23) y establece el sexo del individuo. En los seres humanos, los cromosomas sexuales en las mujeres se representa como XX y en los hombres como XY.

La herencia ligada al sexo se refiere a la transmisión de aquellas características cuyos genes están localizados en el cromosoma sexual X.

En el ser humano, la hemofilia y el daltonismo son anomalías que están determinadas por genes que se encuentran en el cromosoma X y no existen en el cromosoma Y.

La hemofilia es una enfermedad en la cual la sangre no coagula normalmente. La coagulación ocurre por una serie compleja de reacciones, en las que cada una depende de la presencia de ciertos factores proteicos en el plasma sanguíneo. La falla para producir una proteína esencial del plasma conocida como factor VIII, da como resultado la forma más común de hemofilia A, que está asociada a un alelo recesivo de un gen que se lleva en el cromosoma X (Solari, 1995).

En el daltonismo, la mayor parte de las formas de ceguera parcial al color (no se distingue entre el rojo y el verde) son anomalías genéticas hereditarias asociadas al sexo.

Ejemplo de reactivo

En una familia donde los hijos padecen la enfermedad congénita del padre, pero las hijas no (portadoras) este carácter es heredado de manera:

a) determinante del sexo
b) autosómica recesiva
c) adaptativa funcional
d) herencia ligada al sexo

Solución:

En las enfermedades de herencia ligada al sexo, las mujeres actúan como portadoras y los varones desarrollan la enfermedad.

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ Concepto y tipos de mutaciones

A través de detallados experimentos y múltiples observaciones hechos por los genetistas, se ha puesto de manifiesto que las mutaciones (alteraciones en el material genético) son más frecuentes de lo que se creía, pues se ha demostrado que ocurren constantemente y que, en algunos casos, pueden ser de gran valor para la adaptación y sobrevivencia de los seres vivos.

Además, desde el punto de vista evolutivo, las mutaciones son el origen de la variabilidad genética, ya que sin ellas no existiría la gran diversidad genética que permite actuar de manera constante a la selección natural.

Las mutaciones pueden surgir espontáneamente o por la acción de algún agente (rayos X, los rayos ultravioleta, los compuestos radiactivos y una diversidad de sustancias químicas como el benceno, asbesto, formaldehído, entre otras).

A continuación se explicarán brevemente tres de los principales tipos de mutaciones.

➤ Mutaciones generales

- **Espontáneas**. Se producen sin causa específica.
- **Puntuales**. Se deben a la sustitución inadecuada de una sola base nitrogenada.
- **Inducidas**. Son causadas debido a los efectos de un agente conocido.
- **Letales**. Pueden ocasionar la muerte.
- **Silenciosas**. No causan sustitución en los aminoácidos y pueden pasar inadvertidas.

➤ Mutaciones cromosómicas

- **Deleción o supresión**. Donde un segmento del cromosoma se pierde o rompe.
- **Translocación**. Unión de fragmentos cromosómicos con un cromosoma no homólogo.
- **Duplicación**. El fragmento de un cromosoma se une a un cromosoma homólogo y aparece repetido.
- **Inversión**. Un segmento cromosómico se rompe y se vuelve a unir, pero en forma invertida a la secuencia original.

➤ Mutaciones genómicas (aneuploidia)

- Se refieren a variaciones en el número de un cromosoma particular, es decir, se gana (trisomía) o se pierde un solo cromosoma (monosomía). Como ejemplo de trisomías tenemos: síndrome de Patau (par 13), síndrome de Edwards (par 18), síndrome de Down (par 21) y síndrome de Klinefelter (par 23).
- El síndrome de Turner (par 23) es una monosomía que afecta sólo a las mujeres.

Ingeniería genética

El empleo de la genética en la segunda mitad del siglo XX ha sido muy amplio y diverso; gran parte de las investigaciones biológicas se orientaron hacia este campo con el fin de mejorar, directa o indirectamente, la vida de los seres humanos. A continuación se mencionan algunos de los principales avances genéticos enfocados a resolver problemas actuales de nuestra sociedad. Proyecto genoma humano, clonación, ingeniería genética, terapia génica, organismos transgénicos, ADN recombinante, biotecnología, medicina genómica, células totipotenciales, entre otros.

Ingeniería genética

Se conoce como *ingeniería genética* a los procedimientos que permiten alterar y/o tomar genes y segmentos de ADN de una especie y colocarlos dentro de otra. Al hacerlo, la ingeniería genética proporciona un conjunto de técnicas para cortar el DNA, ya sea al azar o en número específico de lugares. Una vez separado se pueden estudiar los diferentes segmentos del ADN, multiplicarlos y pegarlos junto con la información genética de cualquier otra célula u organismo.

Aspectos generales de la tecnología del ADN recombinante y sus aplicaciones

Una técnica esencial de la ingeniería genética es el ADN recombinante, que permite la transferencia de genes específicos de una célula a otra y su expresión en el nuevo hospedador.

Siguiendo este razonamiento, se hace posible que el gen de una especie pueda funcionar y manifestarse en otra completamente distinta, como es el caso de la producción de insulina recombinante mediante la bacteria *Escherichia coli.*

En la década de los setentas, los científicos insertaron los genes responsables para codificar la insulina humana dentro de la bacteria y fueron capaces de producir grandes cantidades de la hormona para tratar la diabetes.

La aplicación de las técnicas de ADN recombinante en la fabricación de insulina ha disminuido sustancialmente el precio de dicha hormona. La insulina que era utilizada normalmente en el tratamiento de la diabetes se extraía del páncreas de vaca o cerdo y producía reacciones alérgicas que desarrollaban los diabéticos.

Sin embargo, a pesar de los beneficios que podemos obtener del uso de la ingeniería genética se han desencadenado diversas controversias ante las repercusiones que se pueden obtener a largo plazo.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Descendencia de la cruza de dos plantas de chícharos con genotipos AA amarillo y aa verde.
   a) 50% amarillos y 50% verdes
   b) 100% verdes
   c) 100% amarillos
   d) 75% amarillos y 25% verdes
2. ¿Qué se le atribuye a Gregorio Mendel?
   a) La evolución por mutaciones
   b) Las características genotípicas de un organismo
   c) La herencia de caracteres adquiridos
   d) La dominancia y recesividad de un gen
3. La teoría cromosómica de la herencia establece que:
   a) las unidades hereditarias se localizan en los cromosomas
   b) cada cromosoma puede contener muchos genes
   c) los cromosomas se encuentran a lo largo de los genes
   d) los segmentos del ADN de varios cromosomas se intercambian entre sí
4. Cromosomas que determinan el sexo masculino:
   a) XY b) XO c) XX d) YO
5. Unidad básica de la herencia:
   a) genotipo b) alelo c) gen d) cromosoma
6. Son enfermedades producidas por una herencia ligada al sexo.
   a) daltonismo y raquitismo
   b) daltonismo y hemofilia
   c) hemofilia y VIH
   d) diabetes y fenilcetonuria
7. ¿Quién estableció las bases de la herencia génica?
   a) Gregorio Mendel b) Reginald Punnet c) William Sutton d) Hunt Morgan
8. Tipos de gametos producidos por un progenitor con genotipo Mm y Nn:
   a) MM, Mn, NN, mn b) MN, Nm, Mn, mn c) NN, MN, mn, Mn d) Mm, Nn, mm, nn
9. ¿Qué ventaja presenta una mutación?
   a) Evolución b) Selección natural c) Organismos numerosos d) Extinción
10. El niño tiene la enfermedad, pero papá y mamá son portadores de la misma. ¿A qué se debe esto?
   a) A genes dominantes
   b) A alelos dominantes
   c) A que la mujer es sólo portadora
   d) A alelos recesivos

Objetivo: el alumno identificará las teorías y evidencias de la evolución, así como la clasificación en cinco reinos.

Teorías para explicar el origen de la vida

Desde la Antigüedad, se ha tratado de conocer el origen de la vida en nuestro planeta, por ello, se han creado diversas teorías con las que se ha intentado explicar este hecho. Entre las teorías que se han propuesto, las más conocidas son:

▼ Teoría de la generación espontánea (abiogénesis)

Menciona que la vida surge de materia sin vida (inerte). La idea de la generación espontánea se consideró un hecho indiscutible desde el siglo XVII hasta la segunda mitad del siglo XIX. Tiempo más tarde, los experimentos de Luis Pasteur (1864) la refutaron.

▼ Teoría de la Panspermia

Postulada por Svante Arrenius en 1908, contempla que la vida en el planeta se desarrollo a partir de esporas muy resistentes que llegaron en meteoritos o cometas desde el espacio exterior a la Tierra.

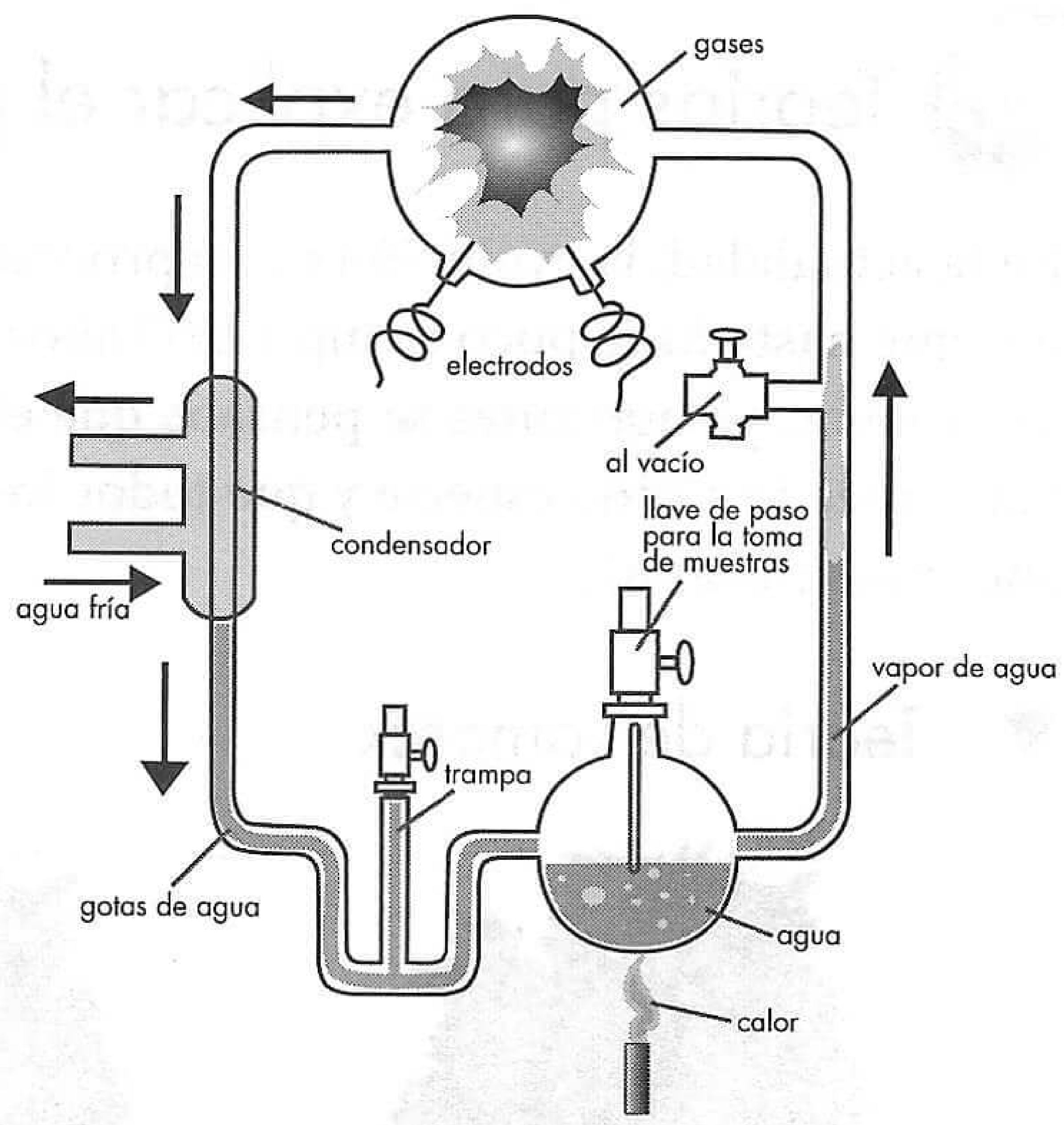
▼ Teoría quimiosintética de Oparin-Haldane

En 1924, Alexander I. Oparin publicó el libro *El origen de la vida*, donde expuso una teoría en la cual los compuestos orgánicos necesarios para la vida se habrían originado abióticamente, es decir, sin la participación de seres vivos. Según Oparin, para el origen de la vida fueron determinantes las características que prevalecieron en la atmósfera primitiva.

De una manera independiente, John B. S. Haldane propuso, cuatro años después de Oparin, otra teoría que coincide en varios aspectos, por lo que se le conoce como la teoría Oparin-Haldane. En su teoría fisicoquímica (también llamada *abiogenética*) estos autores describen las condiciones que prevalecieron en la Tierra primitiva, la cual se caracterizó por su atmósfera reductora (pobre en oxígeno, O_2), altas concentraciones de gases atmosféricos como: CO_2, N_2, H_2, CH_4, NH_3, H_2S y CO, así como vapor de agua. No existía la capa de ozono y prevalecía una intensa acción de diversas fuentes de energía como descargas eléctricas, radiación ultravioleta, energía calorífica y presencia de volcanes, etc.; estos factores físicos del medio propiciaron la formación de moléculas orgánicas complejas que a su vez conformaron a los

primeros seres vivos. Oparin también propuso que la formación de estructuras llamadas *coacervados* (sistemas coloidales constituidos por macromoléculas diversas), dieron origen a las formas precelulares que antecedieron a los seres vivos (Curtis, 2000).

Años más tarde, fundamentados en la teoría de Oparin, los norteamericanos Miller y Urey realizaron en 1953 una serie de experimentos donde simularon las características de la atmósfera primitiva, y los resultados fueron sorprendentes. Después de una semana, descubrieron que se habían producido una gran variedad de aminoácidos, y otros compuestos complejos, que a su vez pudieron haber formado moléculas orgánicas fundamentales para la vida.



Ejemplo de reactivo

Principales fuentes de energía en la Tierra primitiva de Oparin.

a) Huracanes y terremotos
b) Materia orgánica y lluvia
c) Tormentas eléctricas y erupciones volcánicas
d) Explosiones e infrarrojos

Solución:
En la teoría quimiosintética se señalan las condiciones que prevalecieron en la atmósfera primitiva, entre ellas se mencionan una gran diversidad de gases, su carácter reductor y la presencia de diversas fuentes de energía como rayos UV, descargas eléctricas, presencia de volcanes, energía calorífica, entre otras.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Teoría endosimbiótica de Margulis

Hace 30 años, la investigadora Lynn Margulis propuso el primer mecanismo para explicar cómo se dio el paso de los procariontes a los primeros eucariontes. Margulis postula la llamada *Teoría endosimbiótica* para explicar el origen de algunos organelos eucariónticos.

La hipótesis señala que las células procariontas se combinaron para formar células eucariontas; cada fusión ocurría cuando un procarionte más pequeño entraba a las células como alimento, pero al no ser digerido empezó a vivir dentro del procarionte más grande. Las dos células convivieron por muchas generaciones y desarrollaron especializaciones que las hicieron independientes.

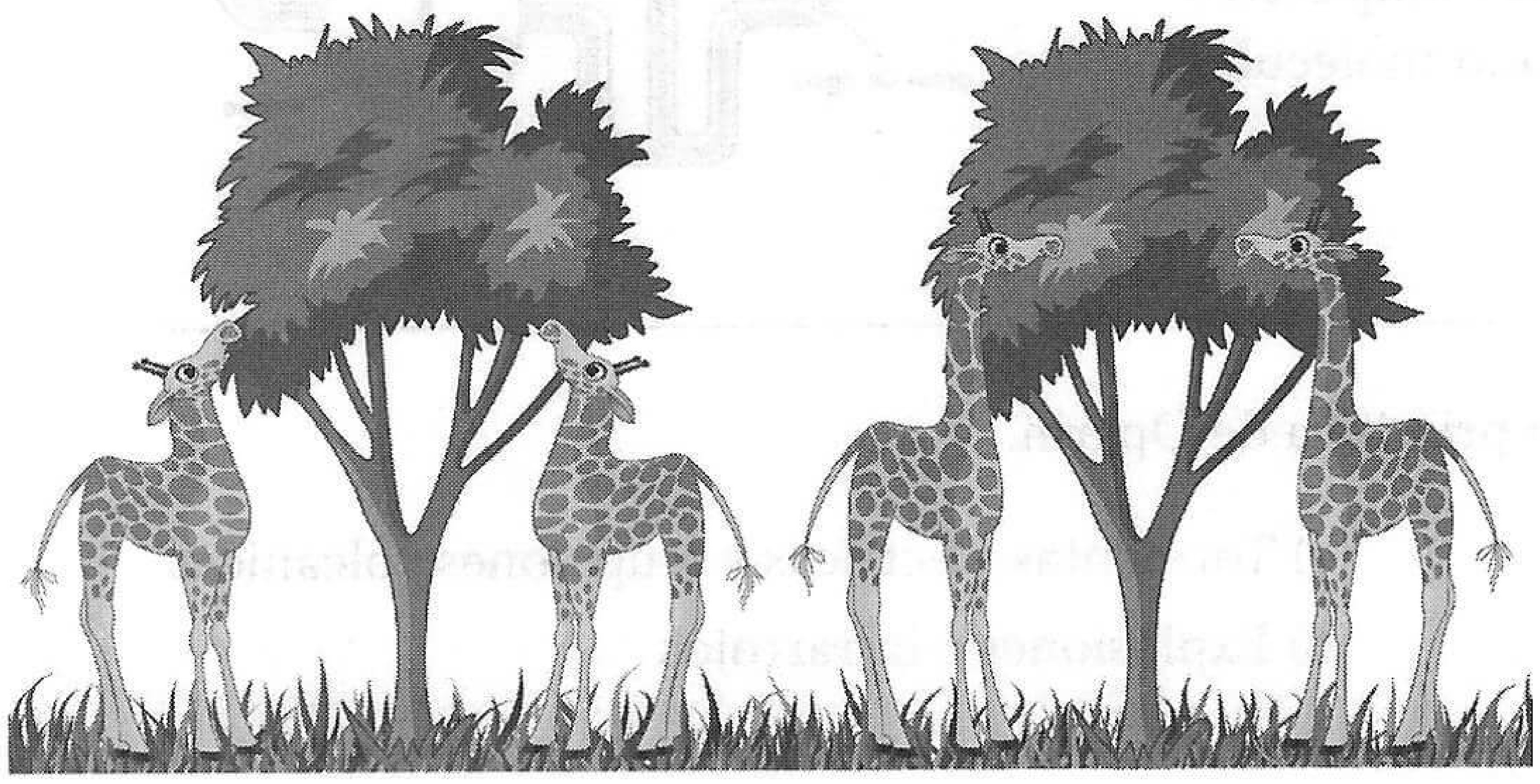
Se menciona que las mitocondrias evolucionaron cuando el procarionte grande, que adquiría energía por fermentación, ingirió al procarionte menor que adquiría energía por la vía más eficiente, de respiración aeróbica. Después de muchas generaciones, la célula más grande se especializó en adquirir el alimento, mientras que la célula más pequeña se especializó en la respiración aeróbica; con el tiempo la célula menor llegó a ser una mitocondria dentro de una célula eucarióntica. Los cloroplastos igualmente evolucionaron de la difusión de una célula grande que se alimentaba de materiales orgánicos a una célula más pequeña que efectuaba fotosíntesis; con el tiempo, la célula más grande se especializó en adquirir materiales inorgánicos y la célula más pequeña en la fotosíntesis. La célula menor llegó a ser un cloroplasto dentro de una célula eucariótica (Bernstein, 1998).

En conclusión, las propiedades de los seres vivos son el resultado de la interacción evolutiva de un conjunto molecular, más que de moléculas aisladas.

Teorías para explicar el proceso evolutivo

En la actualidad, la evolución es un proceso que parece tan evidente desde siempre, que cuesta trabajo entender que hasta hace poco tiempo (200 años) comenzaron a surgir ideas de un origen en común para todos los seres vivos, ya que antes se pensaba que el origen y diversidad de la vida se debía a un ser sobrenatural, que había creado a cada especie y que todos los organismos eran el resultado de descendientes inalterables de sus ancestros (fijismo).

Teoría de Lamarck



Uno de los primeros biólogos en creer en la existencia de la evolución y en relacionar la diversidad con la adaptación al ambiente fue Jean-Baptiste de Lamarck (1744-1829).

Propone que todos los seres poseen un impulso natural hacia la perfección; además menciona que los organismos evolucionan mediante la herencia de caracteres adquiridos, proceso por el que los organismos sufren modificaciones en función del uso y desuso de algunas partes y heredan estas modificaciones a sus descendientes. En su modelo más conocido propuso que los antepasados de las jirafas estiraban el cuello para alimentarse de las hojas altas de los árboles y, en consecuencia, se alargaba su cuello. Sus descendientes habrían heredado este cuello más largo y nuevamente se estiraban para alcanzar hojas más altas. Con el tiempo, este proceso dio origen a jirafas de cuello muy largo.

A manera de resumen: los postulados que propone son el automejoramiento de las especies, el uso y desuso de los órganos, así como la herencia de caracteres adquiridos.

Ejemplo de reactivo

De los siguientes enunciados, ¿cuál es un postulado propuesto por Lamarck?

a) La variabilidad promueve genotipos nuevos y a su vez, la especiación.
b) Tienden a desarrollarse los órganos que se utilizan.
c) Sobrevivencia de las especies por la competencia que hay en el medio.
d) La adaptación favorece la evolución en todas las especies.

Solución:
Las teorías que propone Lamarck son el automejoramiento de las especies, el uso y desuso de los órganos y la herencia de caracteres adquiridos.

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Teoría de Darwin-Wallace

El naturalista más importante debido a las aportaciones realizadas en su época fue Charles Darwin (1809-1882), quien propuso la teoría de la evolución por selección natural y aunque no era su intención original, comenzó a reunir pruebas de que los organismos se relacionan mediante un ancestro común y que la adaptación a diferentes medios produce la diversidad.

La región que Darwin investigó fueron las Islas Galápagos (15 islas rocosas, frente a las costas de Ecuador). Allí estudió un grupo de aves llamadas pinzones, las cuales mostraban diferencias en la forma de sus picos, debido a un aislamiento geográfico que las obligó a adaptarse a nuevas condiciones de alimentación. Con su investigación explicó que las especies adaptadas se reproducían y sobrevivían en mayor número que las menos adaptadas. A este proceso lo llamó *selección natural.*

El proceso formulado como selección natural se resume en los siguientes puntos:

- **Variación**: los organismos cambian presentando variaciones al azar en muchas de sus características.
- **Sobreproducción**: al reproducirse, los organismos generan más descendientes de los que pueden sobrevivir.
- **Lucha por la existencia**: si nacen más organismos de los que el medio puede mantener, se establece entre ellos una lucha por la existencia, es decir, una competencia por la sobrevivencia.
- **Sobrevivencia del más apto**: el medio seleccionará a los organismos más adaptados, es decir, aquellos que tengan las características favorables para sobrevivir.
- **Herencia de las variaciones favorables**: los organismos adaptados se reproducen y transmiten las nuevas características a los hijos.

Cabe mencionar que Alfred Russel Wallace (1823-1913) propuso de manera independiente a la selección natural como el proceso que podía explicar el origen de una especie. Como resultado de su viaje al Amazonas, afirmó que toda especie surge en coincidencia de tiempo y espacio con una preexistente y estrechamente relacionada (Mader, 2008). En 1858 imprevistamente mientras sufría de un ataque de malaria se le ocurrió la idea de la supervivencia del más apto. Darwin y Wallace presentaron sus trabajos conjuntamente, pero la amplia documentación de Darwin dio como resultado la sinonimia de su nombre y no el de Wallace, con la evolución (Overmire, 2001).

▼ Teoría sintética (neodarwinista)

A partir de las investigaciones y publicaciones que hicieron T. Dobzhansky (*Genética y el origen de las especies*), J. S. Huxley, G. Simpson y otros científicos más —reforzados y complementados con la teoría de Oparin-Haldane— se logra integrar en forma concreta la "Teoría sintética moderna de la evolución", la cual reconoce los siguientes puntos:

- **Variabilidad**: que es el resultado de mutaciones y sus recombinaciones.
- **Selección natural**: favorece la supervivencia y reproducción de los organismos más aptos o que se adapten al medio.
- **Aislamiento reproductivo**: son las barreras que impiden el intercambio de genes entre poblaciones.

Además, reconoce tres procesos más, que influyen sobre la acción de los puntos anteriores:

- **Migración**: se realiza cuando los individuos se trasladan de una población a otra y se cruzan con los individuos de otra población.
- **Hibridación**: es el apareamiento entre especies, razas y variedades diferentes.
- **Deriva génica**: variación aleatoria en la frecuencia de alelos en una población. Se observa en poblaciones pequeñas.

Todo esto nos lleva a resumir lo siguiente: la evolución biológica puede explicarse por la acción conjunta de pequeñas mutaciones favorables y recombinaciones genéticas (variabilidad), las cuales son inducidas por la selección natural en las poblaciones a través del tiempo (Gama, 2007).

Ejemplo de reactivo

Relaciona las siguientes columnas.

I. Fijismo
II. Lamarckismo
III. Neodarwinismo
a. Propone los caracteres adquiridos
b. Los seres vivos son inmutables
c. La adaptación como mecanismo de la selección natural
d. La evolución es el resultado de la interacción entre la selección natural y la variación genética

a) Ia, IId, IIIc b) Ib, IIc, IIId c) Ib, IIa, IIId d) Ic, IIb, IIIa

Solución:
La teoría del fijismo hace mención a la inmutabilidad de los seres vivos, Lamarck postula tres teorías: el automejoramiento de las especies, el uso y desuso de los órganos y la herencia de caracteres adquiridos. La teoría sintética o neodarwinista menciona la selección natural, mutaciones, variación y recombinación genética entre poblaciones, deriva génica entre otros, como procesos que permiten la evolución.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c

Evidencias de la evolución: paleontológicas, anatómicas, embriológicas, genéticas y biogeográficas

Diversas pruebas apoyan la teoría de que la evolución biológica ha estado presente desde siempre. Para explicarlo se proponen diferentes evidencias; a continuación se mencionan las más importantes.

Pruebas paleontológicas

La *paleontología* es la rama de la biología que estudia las formas de vida que se presentaron en épocas geológicas. Por medio del registro fósil se intenta reconstruir un esbozo del organismo y del hábitat donde existió, así como sus líneas evolutivas.

Los principales procesos de fosilización son:

a) Impresiones: que constituyen huellas de algunos organismos tanto animales como vegetales.
b) Inclusión: cuando algunas formas de vida quedan atrapadas en resinas o en hielo conservando al organismo completo.
c) Petrificación: proceso por el cual la materia orgánica del ser vivo es reemplazada por minerales hasta su conversión en piedra.

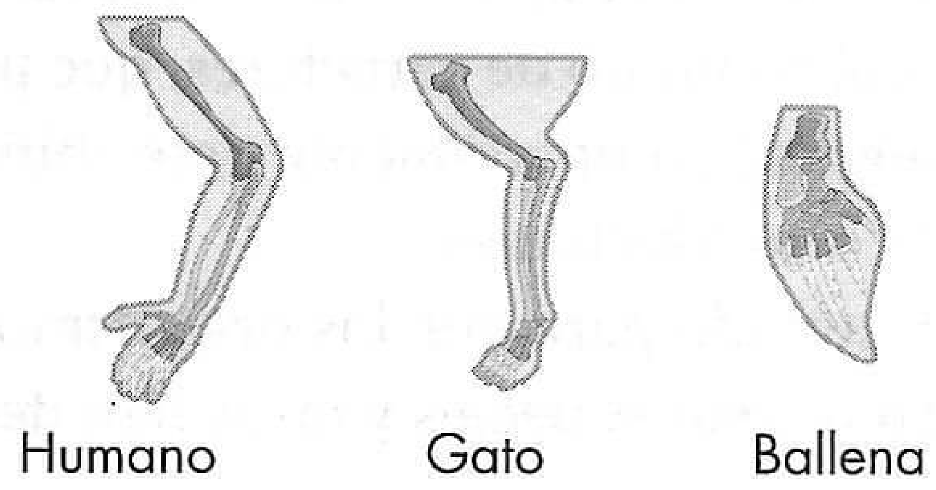
La edad de los fósiles se puede medir de diversas formas, para determinar la edad absoluta de ellos se emplea el método de la datación radiactiva, basándose en el hecho de que algunos de sus componentes son radiactivos y se descomponen en no radiactivos a una velocidad determinada. Los isótopos radiactivos utilizados para este fin son C^{14}, U^{238}, entre otros.

Pruebas anatómicas

Establece las similitudes y diferencias entre las estructuras de distintas clases de organismos. En el estudio de la anatomía comparada se distinguen tres tipos de órganos: homólogos, análogos, vestigiales.

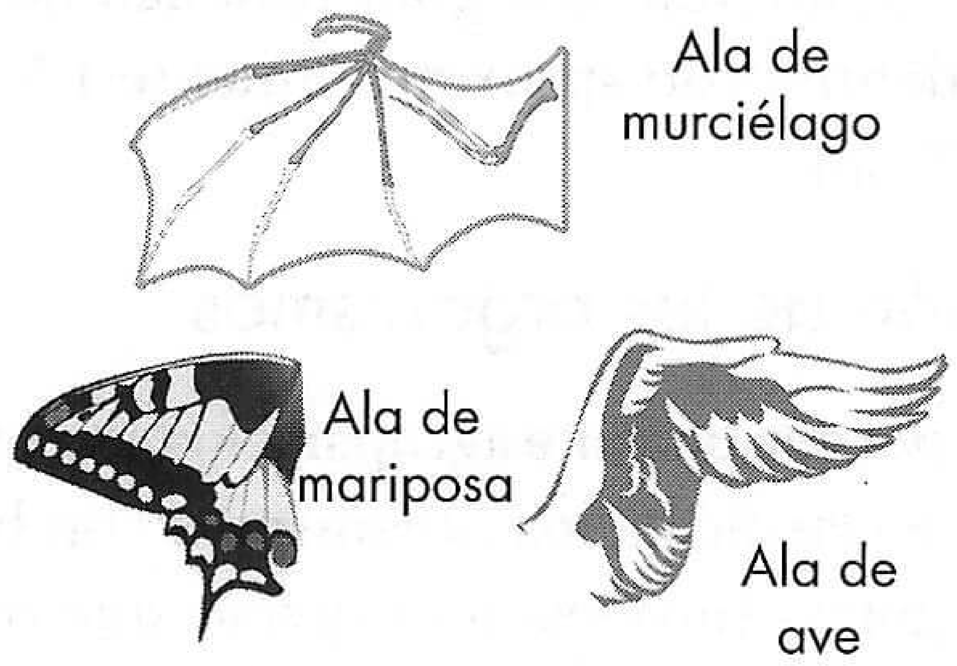
➤ Homólogos

Estructuras que son anatómicamente similares debido a que se han heredado de un ancestro común, aunque su función actual es diferente, como la aleta de una ballena, la pata de un gato o el brazo del hombre.



➤ Análogos

Estructuras que son anatómicamente diferentes debido a que no se han heredado de un ancestro común, aunque su función actual es similar, como las alas de mariposa, de un ave y un murciélago.



➤ Vestigiales

Son estructuras anatómicas completamente desarrolladas en un grupo de organismos, pero reducidas y quizá carezcan de función en grupos similares. En la mayoría de las aves, las alas están perfectamente desarrolladas y son utilizadas para volar, sin embargo, otras especies cuentan con alas reducidas y no funcionales (como en el avestruz).

▼ Pruebas embriológicas

A partir de las etapas tempranas del desarrollo, encontramos semejanzas entre los organismos; por ejemplo, en los animales las etapas embrionarias de segmentación y gastrulación son casi iguales, ya sea que se trate de un gusano, un molusco, un pez o el hombre. A medida que la relación evolutiva entre dos organismos es más cercana, más semejanza se observa en el curso de su desarrollo embrionario (Ville, 1996).

▼ Pruebas genéticas

Los evolucionistas que estudian el desarrollo de los seres vivos han encontrado una gran cantidad de genes relacionados con el desarrollo en diversos animales. Estas diferencias son posibles debido a pequeñas diferencias en los mismos genes. Las especies comparten similitudes en cuanto a estructuras cromosómicas, secuencia de aminoácidos en las proteínas y composición del ADN. Todo esto permite investigar el parentesco entre los organismos.

▼ Pruebas biogeográficas

El estudio de la distribución de los seres vivos en la Tierra (biogeografía) representa un apoyo a la evolución, suponiendo que las formas relacionadas cambiaron en una región, después se diversificaron y se distribuyeron en otras áreas, formaron nuevas especies adaptadas a las condiciones de su hábitat.

Consecuencias de la evolución: adaptación y biodiversidad

La evolución es el proceso continuo de transformación de las especies gracias a cambios producidos en sucesivas generaciones. Este proceso puede llevar a la aparición de nuevas especies, a la adaptación a diversos ambientes, entre otros. La *adaptación* es el conjunto de caracteres, que permiten a los individuos incrementar su capacidad de sobrevivir (eficacia biológica) en un ambiente determinado con respecto a sus antecesores y éstas puedes ser: anatómicas, fisiológicas o conductuales.

La variabilidad de los seres vivos ha servido para que los organismos se adapten a diferentes medios durante miles de años, con ello han surgido nuevas especies y otras han desaparecido. Así es como la evolución contribuye a la diversidad biológica.

Taxonomía

Como consecuencia de la evolución, se desprende una gran variedad de formas de vida que los biólogos han querido clasificar. Hasta ahora se han identificado aproximadamente 1.5 millones de especies de los 30 millones que posiblemente existan (Mader, 2008).

Criterios para la clasificación de los organismos

La clasificación de los organismos es útil porque permite agrupar a los seres vivos a partir de sus características. La *taxonomía* es la rama de la biología que clasifica a los organismos con base en sus similitudes y parentescos evolutivos. Además se colocan en categorías (niveles) jerárquicas que reflejan sus relaciones evolutivas. Las ocho categorías principales, de la más general a la más específica son: Dominio, Reino, División o Phylum, Clase, Orden, Familia, Género y Especie.

La identificación, nomenclatura y clasificación de los seres vivos inició con los griegos y romanos antiguos. Sin embargo, se considera a Carl von Linneo (1707-1778), botánico sueco, como el iniciador de la taxonomía, al establecer el sistema binomial o nomenclatura binaria, en el que a los seres vivos se les asigna un nombre "científico", el cual está formado por dos palabras en latín: la primera nos dice el género al cual pertenece el organismo, la segunda nos indica la especie. Además, propone con base en su anatomía, la clasificación de los seres vivos en dos reinos: animal y vegetal.

El evolucionista Ernst Haeckel a finales del siglo XIX y con el desarrollo del microscopio propuso la construcción de un tercer reino, el de los Protistas (cuyas características son intermedias entre vegetales y animales). Haeckel reconoció que algunos de estos organismos carecían de núcleo celular y los denominó Monera, posteriormente, en 1956, Herbert Copeland clasificó a las bacterias como reino Monera independiente de los Protistas (Curtis, 2000).

No obstante, a medida que nuestro conocimiento acerca del tema ha ido en aumento, ha sido necesario modificar aspectos taxonómicos. En 1969, Robert Whittaker propuso un esquema de clasificación de cinco reinos, con base en tres criterios: estructura celular, nivel de organización y forma de nutrición. Por tanto, de acuerdo con estas características los postuló así: reino Monera, Protista, Fungi, Plantae y Animalia.

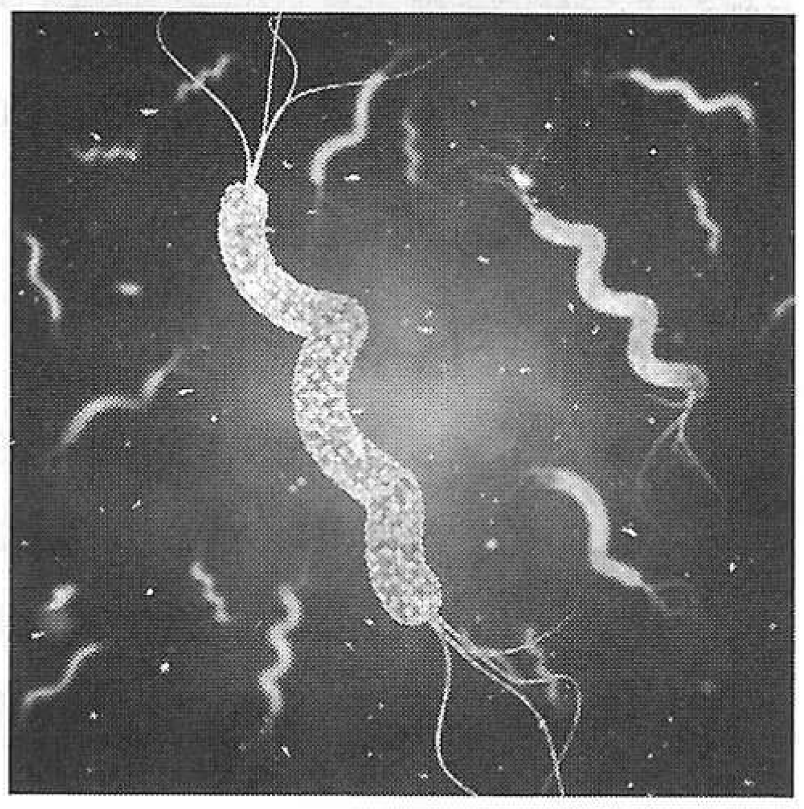
A partir de los años setenta Carl Woese estudió la bioquímica de los organismos y propuso que se debe clasificar la vida en tres categorías amplias, llamadas *Dominios*: Eubacteria (cianobacterias y bacterias), Archaebacteria (bacterias de ambientes extremos) y Eukarya (donde se agrupan a los reinos Protista, Fungi, Plantae y Animalia) (Miller, 2007). Para los fines esperados explicaremos brevemente la clasificación propuesta por Whittaker.

Características generales de los cinco reinos

Reino Monera

Agrupa a organismos procariontes, sin núcleo definido, unicelulares, sin organelos, pared celular formada por polisacáridos unidos a polipéptidos; en ellos predomina la reproducción asexual (bipartición o gemación), tienen una nutrición autótrofa o heterótrofa y aparecieron hace 3 500 millones de años. Lo integran las bacterias y las algas verde-azules (cianobacterias).

➤ Bacterias



Forman un grupo heterogéneo de microorganismos; son seres vivos muy simples, unicelulares y carecen de núcleo, invaden los tejidos o secretan toxinas que viajan por la sangre y de ahí se distribuyen a diversas partes del organismo. Tienen la forma de cocos (forma de esfera), diplococos, estafilococos, estreptococos, bacilos, espirilos. En un ambiente desfavorable, algunas bacterias forman estructuras de resistencia que les permiten sobrevivir durante largos periodos, permanecen latentes y viables durante años hasta que las condiciones se tornen nuevamente favorables; entonces vuelven a activarse.

Las bacterias son sensibles a los antibióticos (penicilina) que contrarrestan infecciones, inhibiendo la producción de las cubiertas protectoras, por lo que la bacteria muere, aunque algunas de ellas pueden generar resistencia. Algunas enfermedades importantes transmitidas por bacterias son: cólera, tifoidea, ántrax, botulismo, lepra, entre otras.

➤ Reino Protista

Agrupa a células eucariontas y aparecieron aproximadamente hace 2 500 millones de años. Su respiración es aeróbica y son de organización simple, con diversos mecanismos de locomoción. La mayoría son unicelulares, con reproducción asexual por fragmentación, aunque algunas veces se reproducen sexualmente por fusión. Su nutrición es heterótrofa y autótrofa. Lo integran los protozoarios y algas. Los protozoarios son organismos de tamaño muy pequeño (de 5 a 100 micras), en tanto que las algas como *Macrocystis* pueden llegar a medir hasta setenta metros (Overmire, 2001).

➤ Reino Fungi

Los organismos están formados por células eucariontas, con pared celular de quitina y nutrición heterótrofa. Son unicelulares y multicelulares, formados por hifas (conjunto micelio); su reproducción es sexual (conjugación) y asexual (esporas) con gran importancia económica, médica, alimenticia e industrial. Existen especies de hongos muy venenosos, como la seta *Amanita phaloides*, la cual provoca vómitos y delirio y, en menos de 15 horas, la muerte en el ser humano.

➤ Reino Plantae

Han existido desde hace más de 400 millones de años; son eucariontes y pluricelulares. Su nutrición es autótrofa, tienen pared celular de celulosa, con tejidos y órganos especializados; reproducción asexual por esporulación y sexual por gametos.

➤ Reino Animal

Eucariontes, pluricelulares, sin pared celular, heterótrofos, reproducción sexual, la mayoría con capacidad de locomoción, vertebrados e invertebrados.

➤ Virus

El que sean seres vivos o no, continúa en debate y algunos científicos han optado por llamarles *entes biológicos*. Los virus son partículas infecciosas microscópicas que requieren infectar una célula para multiplicarse y asegurar así su permanencia en la naturaleza. Constan de un núcleo de ADN o ARN, una cápside (cubierta de proteínas) y en algunos casos de una envoltura lipoproteica. Pueden infectar bacterias, protozoarios, hongos y plantas, así como animales invertebrados y vertebrados, por lo que son considerados parásitos. Es claro que los virus no se pueden reproducir por sí mismos, lo hacen al entrar a una célula y asumir el control de ella; la infección clásica ocurre cuando el núcleo del ácido nucleico viral penetra en una célula, mientras que la cubierta de proteínas permanece fuera. El ácido nucleico del virus utiliza las enzimas y ribosomas de la célula para sintetizar nuevas partículas virales. Finalmente, la célula se lisa (disuelve), liberando las partículas virales recién formadas. Algunas enfermedades importantes transmitidas por virus son: influenza, poliomielitis, ébola, fibropapiloma, sida (VIH), entre otras.

Ejemplo de reactivo

Los seres vivos que pertenecen a los reinos protista, animal y vegetal presentan células de tipo:

a) autótrofas b) eucariontas c) somáticas d) procariontas

Solución:

Sólo los seres vivos del reino monera están constituidos por células procariontas, los reinos protista, fungi, vegetal o plantae y animal de células eucariontas.

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Algunas características que prevalecieron en la atmósfera primitiva, según Oparin-Haldane:
   a) amósfera oxidativa, pobre en H_2O, presencia de NH_3
   b) descargas eléctricas, atmósfera reductora, capa de O_3
   c) CH_4, rayos ultravioleta, descargas eléctricas
   d) volcanes, bajos niveles de H_2, vapor de agua
2. Científico que propone que las especies adaptadas se reproducen y viven en mayor número que las menos adaptadas:
   a) Alfred Wallace b) Baptiste Lamarck c) Charles Darwin d) Luis Pasteur
3. ¿Cuál es el reino que abarca únicamente organismos procariontes?
   a) Fungi b) Monera c) Plantae d) Protista
4. Teoría que explica la evolución como un proceso basado en cambios genéticos poblacionales:
   a) Teoría de la selección natural b) Teoría de la evolución c) Teoría sintética d) Teoría filogenética
5. Relaciona las siguientes columnas.

Teoría	Características
1. Fijismo	a. Uso y desuso de los órganos
2. Lamarckismo	b. Las especies han permanecido sin cambio alguno
3. Darwinismo	c. Origen de las especies y selección natural

   a) 1a, 2b, 3c b) 1a, 2c, 3b c) 1b, 2a, 3c d) 1b, 2c, 3b
6. Rama de la biología que estudia la clasificación de los seres vivos.
   a) Taxonomía b) Citología c) Embriología d) Genética
7. Evidencia de la evolución en la que las estructuras son anatómicamente similares, pero desempeñan funciones diferentes:
   a) órganos homólogos b) paleontológicas c) pruebas genéticas d) órganos análogos
8. Con el paso del tiempo, las jirafas adquirieron su cuello largo y lo heredaron, ¿quién hace referencia al postulado anterior?
   a)Wallace b) Lamarck c) Darwin d) Oparin
9. Reino que agrupa a células eucariontas, con pared celular de quitina, de importancia económica, médica, etc., y nutrición heterótrofa:
   a) Plantae b) Fungi c) Protista d) Monera
10. Teoría que explica que la vida se forma de la materia inerte.
    a) Panspermia b) Creación molecular c) Evolución d) Generación espontánea

Unidad 6 Los seres vivos y su ambiente

Objetivo: el estudiante describirá los niveles de organización ecológicos, su dinámica, y la amenaza de la contaminación.

Estructura del ecosistema

Todos los organismos, además de compartir un espacio, recursos y tiempo, interactúan entre sí y con el lugar donde viven. En 1866, el zoólogo Ernst Haeckel acuñó la palabra ecología. Expuso que la *ecología* es el estudio de las interacciones de los organismos entre sí y con el ambiente físico.

La Ecología tiene como base la unidad de estudio llamado ecosistema; la dinámica y el equilibrio de éste dependen de las relaciones en la comunidad, el medio físico y la interacción de estos elementos.

Niveles de organización ecológicos: población, comunidad y ecosistema

Uno de los aspectos de mayor relevancia para la ecología es el estudio de las poblaciones en lo que respecta a su concepto, características y dinámica. Definimos *población* como el conjunto de individuos de la misma especie (organismos similares que se cruzan entre sí dando descendencia fértil) que habitan en un área determinada, que comparten cierto tipo de alimentos y que al reproducirse intercambian información genética.

Las poblaciones en su calidad de grupo dinámico poseen determinadas características:

- **Densidad**: número de organismos de una misma especie por unidad de superficie o volumen.
- **Tasas de natalidad**: característica que nos indica el número de organismos en que se incrementa una población.
- **Tasas de mortalidad**: se refiere al número de muertes de los organismos en una población. La mortalidad se expresa como el número de individuos que mueren en un periodo determinado.
- **Potencial biótico**: ritmo máximo de crecimiento de una población en condiciones ideales, es decir, capacidad que tienen los organismos para reproducirse a velocidad máxima en un ambiente ideal o teórico, donde no haya competencia, ni limitantes de alimento o de espacio, etcétera.
- **Migración**: es el desplazamiento de una población de organismos más allá del área que normalmente ocupa, e implican la inmigración y la emigración.

La *comunidad* se define como las poblaciones de animales y plantas que ocupan un área determinada. Su característica principal es la interacción que se establece entre los organismos de las poblaciones para mantener un equilibrio dinámico y difieren en su composición (especies que la habitan) y diversidad (riqueza de especies y abundancia relativa).

Las grandes extensiones de tierra con condiciones ambientales similares y comunidades vegetales características reciben el nombre de *ecosistemas.* El nombre de cada uno de ellos corresponde al tipo principal de

vegetación que se encuentra en él y está determinada por la compleja interacción de la precipitación pluvial y la temperatura. Ejemplos de ecosistemas son tundra, taiga, bosque, desierto, pradera, sabana, etcétera.

Ejemplo de reactivo

El conjunto de flamingos que habitan el Caribe mexicano son un ejemplo de:

a) Población b) Comunidad c) Ecosistema d) Potencial biótico

Solución:
Los organismos de la misma especie que interaccionan entre sí y con el medio que los rodea se le llama población.

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Componentes bióticos y abióticos

El conjunto de elementos que forman el ecosistema, y que por tanto integran el ambiente natural, está formado por los siguientes componentes:

- **Bióticos**: contituidos por los seres vivos. Estos factores dadas sus interacciones ocasionan procesos que se ven afectados por la densidad, por lo que se conocen como **densodependientes**. Esto significa que las interacciones ecológicas son más intensas a medida que aumenta el tamaño de la población. Por ejemplo, la intensidad del número de peces que sean comidos por tortugas dependera de su número, si hay más peces, las tortugas los encuentran más fácilmente y serán atrapados con mayor frecuencia.
- **Abióticos**: componen la parte física o inerte, como la energía solar, temperatura, altitud, latitud, presión atmosférica, viento, agua sustrato y sales minerales, entre otros. Estos factores influyen en el desempeño y abundancia de los seres vivos, por tanto, son reguladores del tamaño poblacional, impidiendo que crezcan demasiado, ya que provocan la muerte de muchos organismos. A los componentes abióticos se les conocen como **densoindependientes**. Ejemplo de ellos son las catástrofes naturales, sequías, incendios forestales, huracanes, entre otros.

Ejemplo de reactivo

Son ejemplos de factores bióticos:

a) Agua y lombriz b) Bacteria y tierra c) Plancton y aves d) Energía y presión atmosférica

Solución:
Los factores bióticos son aquellos que están representados por todos los seres vivos que encontramos en el planeta.

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Dinámica del ecosistema

Todo ecosistema se caracteriza por incluir dos fenómenos esenciales: el flujo de energía y los ciclos químicos.

El flujo de energía inicia cuando los productores absorben energía solar, y los ciclos químicos cuando los productores toman nutrimentos inorgánicos de su ambiente físico.

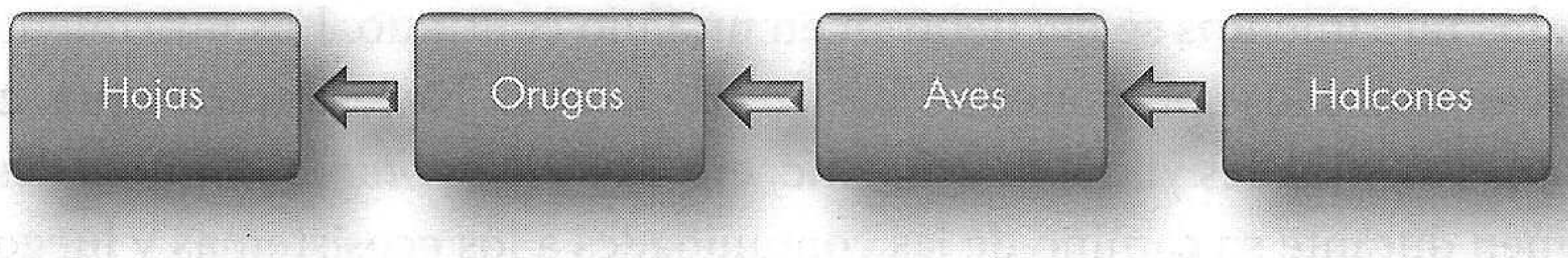
Las leyes de la termodinámica respaldan el concepto de que a través de un ecosistema la energía fluye. La primera ley establece que la energía no se crea ni se destruye; esto explica el porqué los ecosistemas son depen-

dientes de una fuente externa de energía continua (Sol), la cual se utiliza para fotosintetizar y producir nutrimentos orgánicos. La segunda ley establece que con cada transformación, una parte de la energía se degrada a una forma menos disponible como lo es el calor (Mader, 2008).

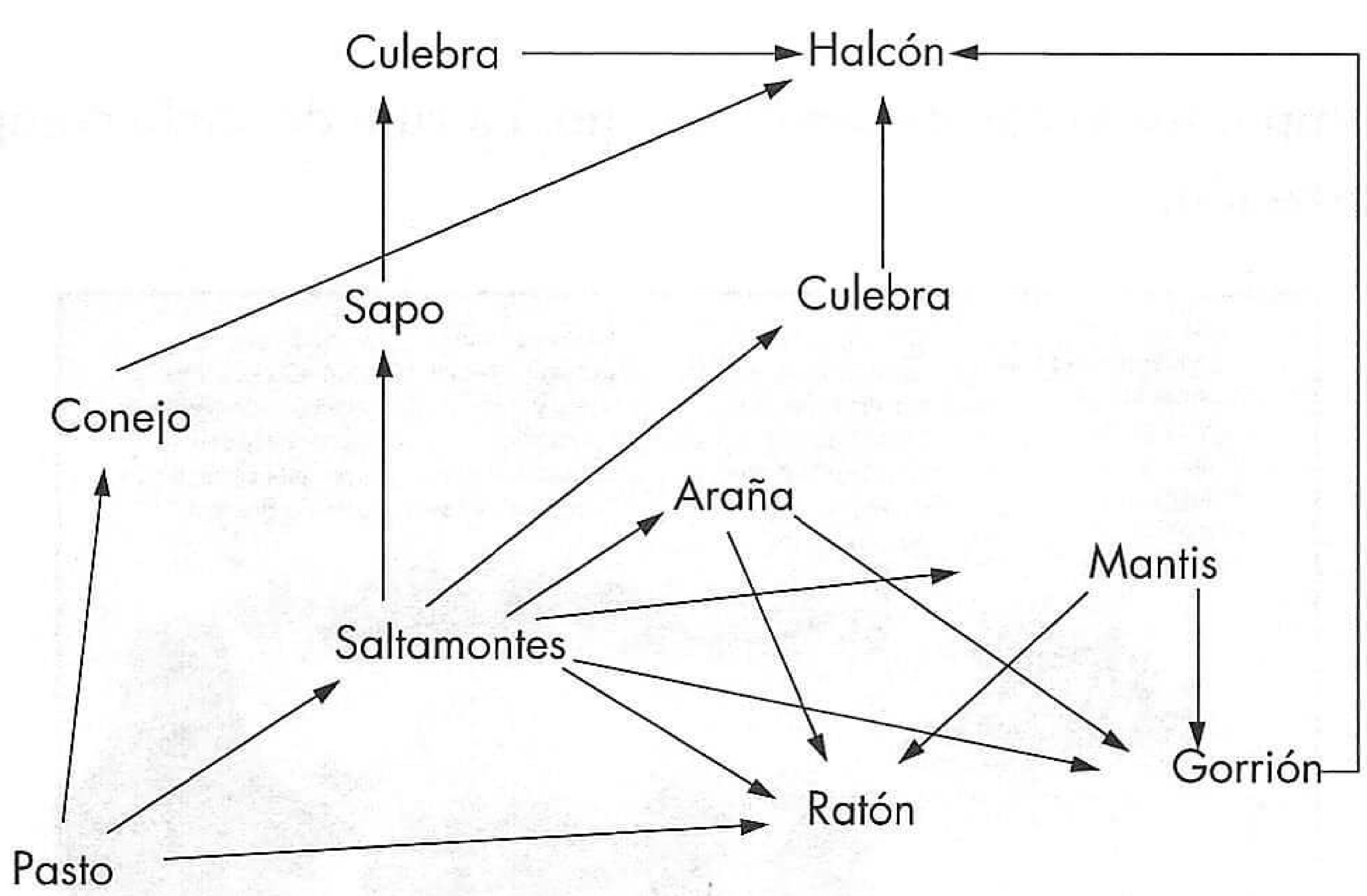
▼ Flujo de energía en las cadenas y tramas alimenticias

Los diversos caminos interconectados de flujo de energía se representan mediante una cadena, red o trama y una pirámide alimentaria.

La relación en la que los organismos están enlazados unos con otros en línea recta, de acuerdo con relaciones de alimentación y que muestra un solo flujo de energía en un ecosistema, se le llama *cadena alimenticia.*

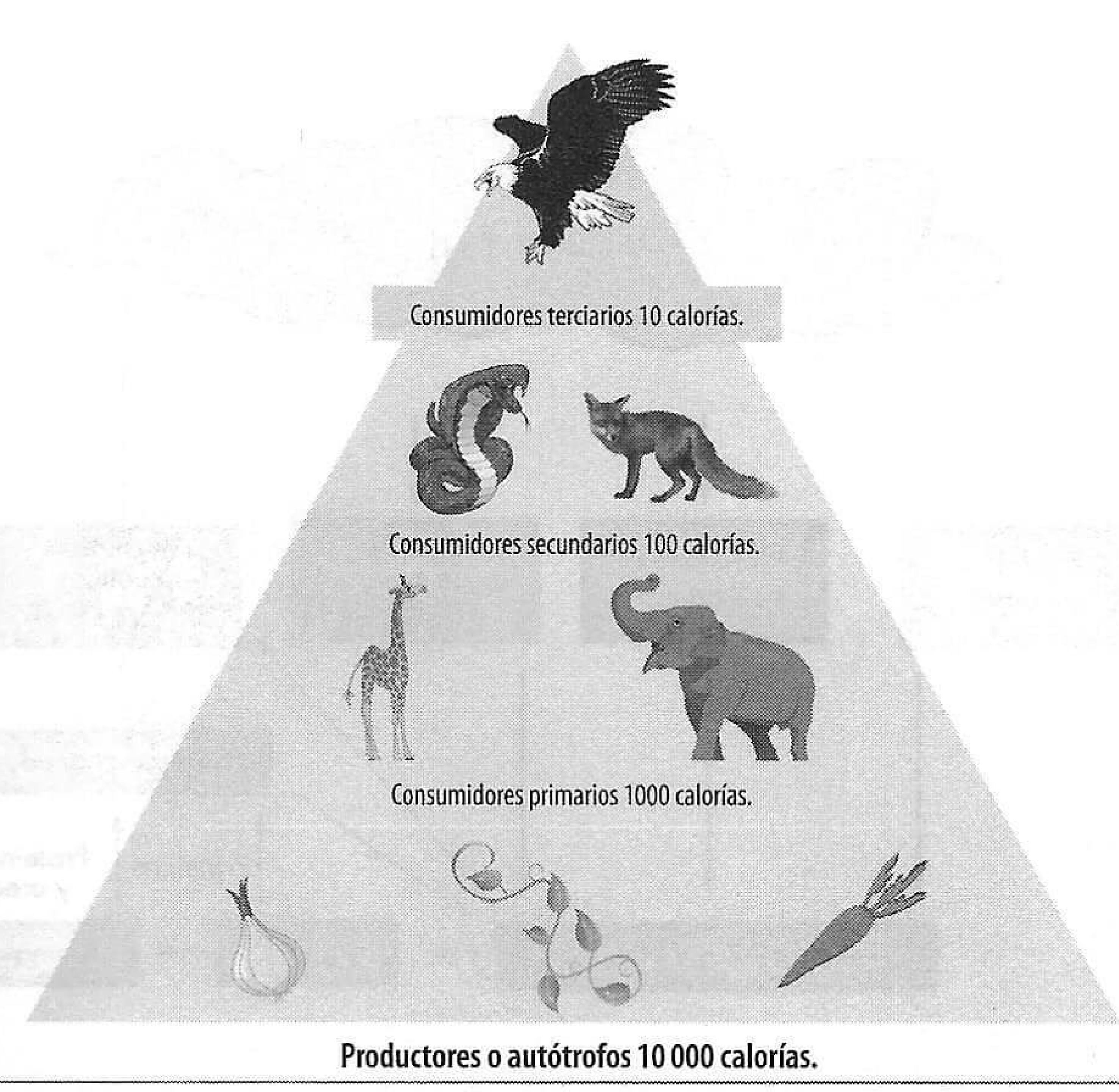


Sin embargo, rara vez se tienen grupos bien definidos, una *red* alimentaria muestra las múltiples cadenas interconectadas de una comunidad y describe las relaciones de alimentación efectivas dentro de una comunidad específica.



Una *pirámide* alimenticia muestra la energía máxima en la base y cantidades decrecientes en los niveles más altos. La energía fluye a través de las comunidades a partir de los productores fotosintéticos y a lo largo de varios niveles de consumidores. Cada categoría de organismo constituye un nivel trófico.

- **Desintegradores (descomponedores)**: son organismos que se alimentan de restos de animales o vegetales muertos y transforman la materia orgánica, como bacterias, hongos y lombrices, entre otros.
- **Nivel 4. Consumidores terciarios**: son organismos que se alimentan de depredadores, como las águilas, búhos y tiburones. Aunque en algunos casos, son especies omnívoras (cerdo, mapache, cuervo).
- **Nivel 3. Consumidores secundarios o carnívoros**: son depredadores que se alimentan principalmente de consumidores primarios, como arañas, serpientes y lobos.
- **Nivel 2. Consumidores primarios o herbívoros**: son organismos que se alimentan directa y exclusivamente de los productores, incluyen desde insectos y conejos, hasta grandes herbívoros como el panda o la jirafa.
- **Nivel 1. Productores o autótrofos**: son organismos (plantas, algas y cianobacterias) que obtienen su energía directamente de la luz solar.



Biodiversidad

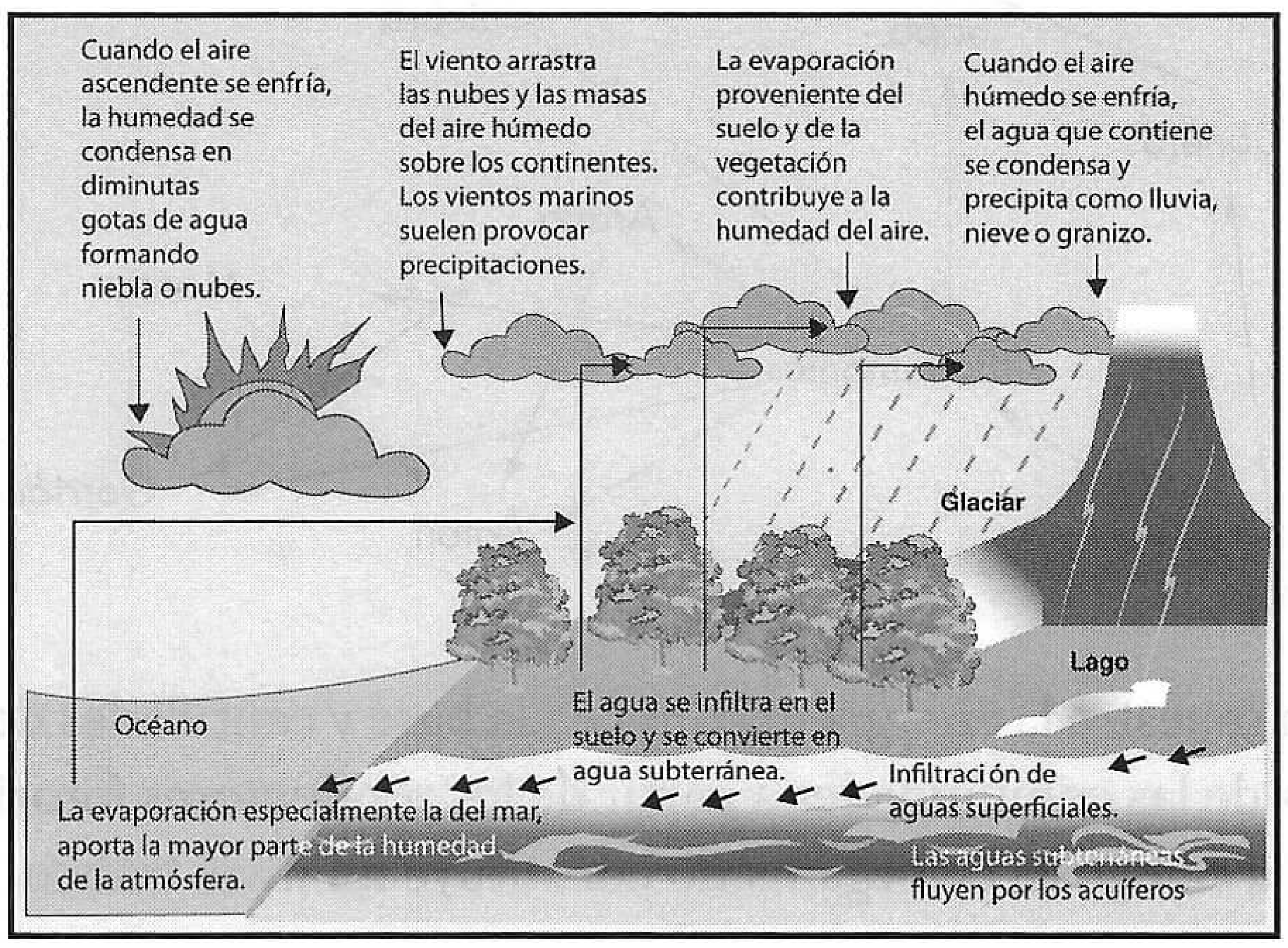
La *biodiversidad* es la variedad de formas de vida que constituye una comunidad y comprende tres niveles de organización: los genes, las especies y los ecosistemas. Muchos conservacionistas se han interesado por preservar el mayor número de especies posible, pero particularmente a las especies endémicas, o sea aquellas que sólo se encuentran o distribuyen en una región determinada del planeta, Por mencionar algunas tenemos al teporingo, viznagas, ajolote,vaquita marina, entre otros.

Ciclos biogeoquímicos

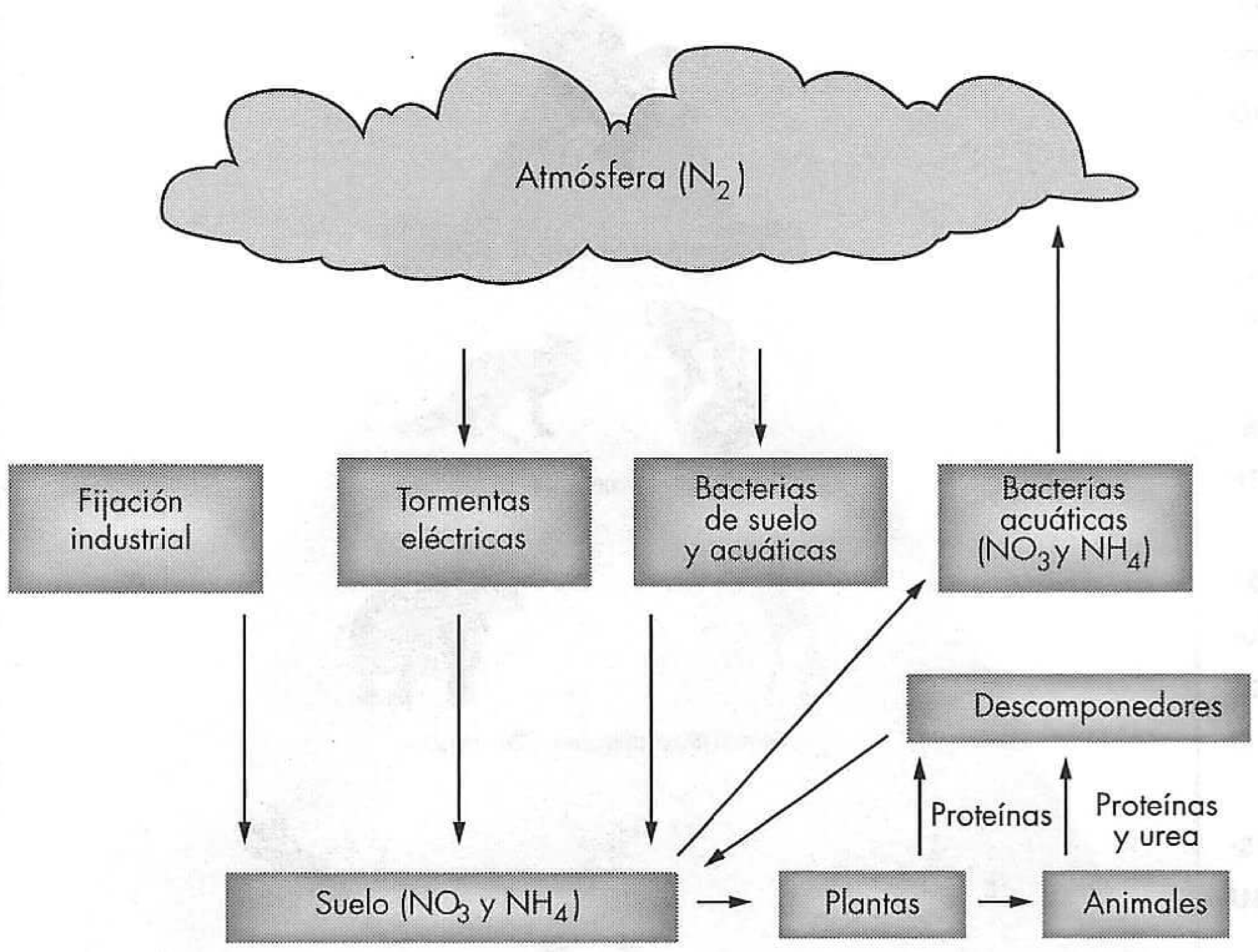
Al igual que la energía, los nutrimentos se encuentran en un flujo continuo. Los nutrimentos son elementos y moléculas que constituyen todos los componentes básicos de la vida. Necesitamos agua, carbono, nitrógeno, fósforo, etc., y en pequeñas cantidades yodo, hierro, zinc, etc. Los *ciclos biogeoquímicos* describen los caminos que estas sustancias siguen durante su camino de las comunidades a los ecosistemas y luego de regreso. Desde el punto de vista ecológico, los ciclos se clasifican en atmosféricos (agua, nitrógeno y carbono) y sedimentarios (fósforo y azufre).

➤ Ciclo del agua

La mayor reserva de este compuesto lo constituye el océano. La ruta del ciclo comprende tres fases: evaporación, condensación y precipitación.



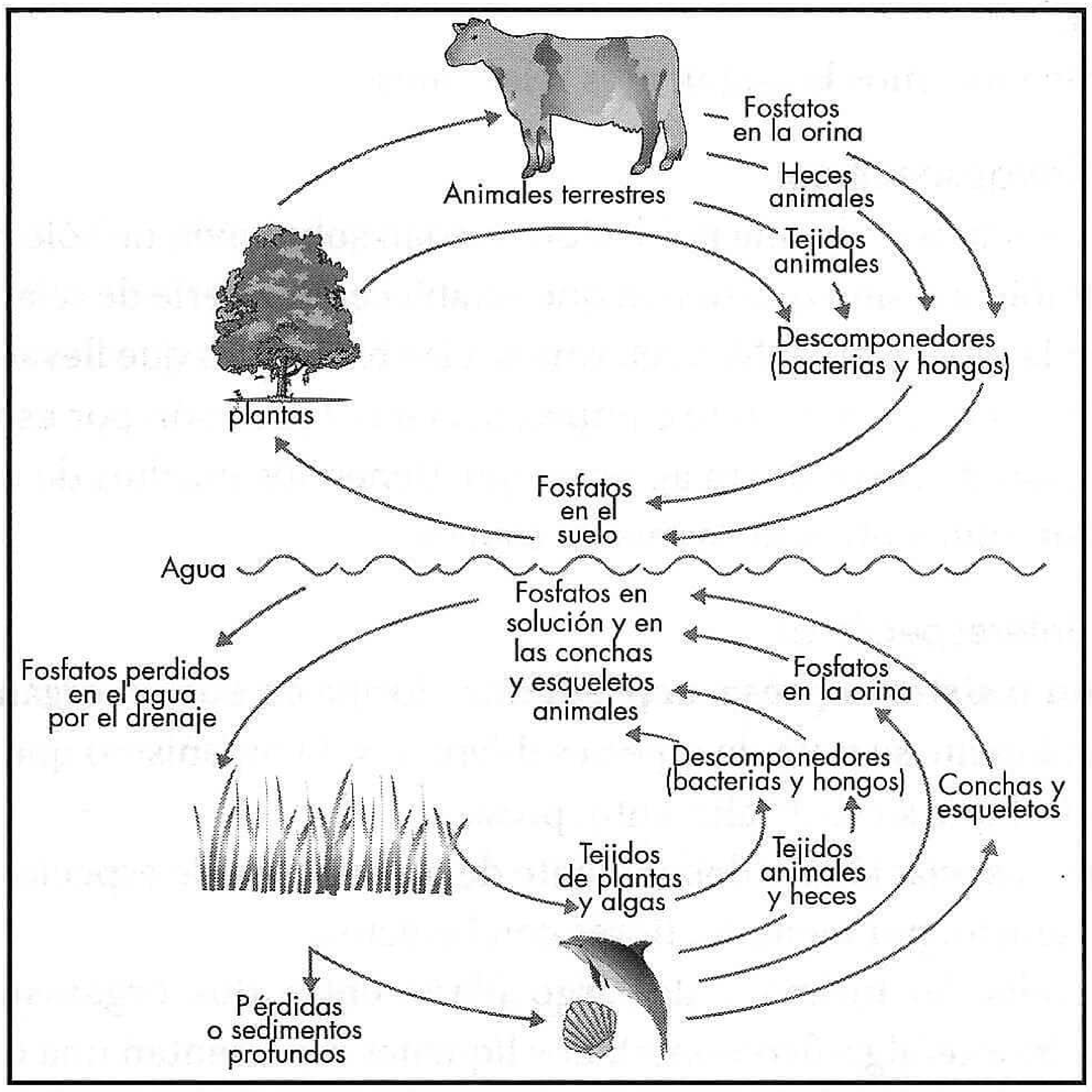
➤ Ciclo del nitrógeno



El nitrógeno es uno de los constituyentes más importantes de los seres vivos y conforma 78% del volumen de la troposfera; los seres vivos no lo utilizan en forma gaseosa, porque antes de aprovecharlo es necesario transformarlo en nitratos solubles. Esta transformación la realizan las bacterias fijadoras de nitrógeno (del género *Rhizobium*) en las raíces de algunas leguminosas; éstas convierten los nitratos en aminoácidos y posteriormente en proteínas. Las proteínas se pueden transformar en urea, amoniaco o ácido úrico, que al descomponerse producen nitratos reiniciando así el ciclo (González, 1995).

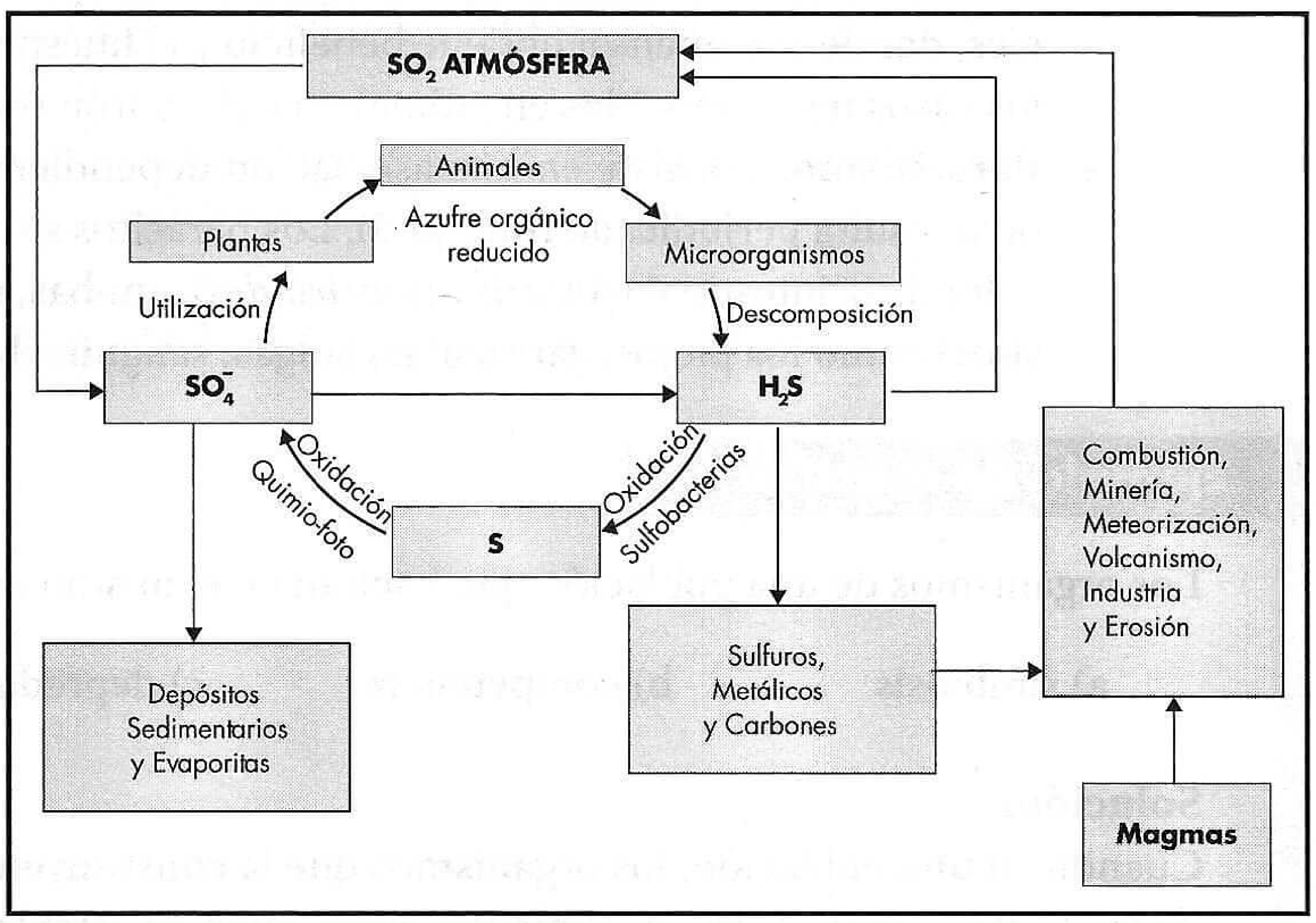
➤ Ciclo del fósforo

El fósforo forma parte del ATP, los ácidos nucleicos y los fosfolípidos de la membrana celular. El ciclo del *fósforo* es sedimentario, ya que su reserva principal son las rocas. Se encuentra principalmente en el suelo en forma de fosfatos de donde lo toman los productores; de ahí pasa a los consumidores y reductores que lo reintegran al ambiente.



➤ Ciclo del azufre

El azufre forma parte de algunos aminoácidos (cistina-cisteína) que forman proteínas, su reserva principal la constituyen los sulfatos (marinos) y sulfuros presentes en la corteza terrestre. Los productores los absorben y así pasan a los consumidores; cuando éstos mueren los desintegradores transforman el azufre orgánico en inorgánico, reintegrándolo al ambiente.



Ejemplo de reactivo

¿Cuáles son los seres vivos implicados en la fijación del nitrógeno atmosférico?

a) Peces b) Plantas c) Hongos d) Bacterias

Solución:

Sólamente algunas bacterias pueden fijar, descomponer y transformar el nitrógeno atmosférico.

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ Relaciones intra e interespecíficas

En diversos ambientes y de forma constante, la competencia por los recursos y la interacción entre los seres vivos se manifiesta de diversas formas. De la misma manera en que las poblaciones, comunidades y ecosistemas se relacionan, entre organismos de diferentes o iguales especies están presentes relaciones de coexistencia.

Básicamente reconocemos las siguientes relaciones:

➤ Relaciones intraespecíficas

Para que los miembros de una población puedan sobrevivir, no sólo deben adaptarse a las condiciones del ambiente, sino que tienen que establecer una serie de relaciones con otros organismos que viven en la misma área. Nos referimos a las relaciones que llevan a cabo entre especies iguales, las cuales están en constante competencia o cooperación por espacio, alimento o pareja. Por ejemplo, el caso de la conducta agresiva que tienen los machos de una población al expulsar de su área de dominio a otros de la misma especie.

➤ Relaciones interespecíficas

- **Depredación o sistema presa-depredador**: forma en que un organismo caza, captura y devora a otro; generalmente se trata de especies diferentes. El organismo que ejecuta la acción es llamado depredador y el que sirve de alimento, presa.
- **Mutualismo**: asociación no dependiente de organismos de especies diferentes en la cual ambos obtienen beneficio, por ejemplo, flores con insectos.
- **Simbiosis**: relación íntima y de largo plazo entre dos organismos de especies diferentes (hongo-micobionte/alga-ficobionte). Los líquenes representan una de las simbiosis más antiguas y ecológicamente más exitosas.
- **Comensalismo**: consiste en la asociación no dependiente entre organismos de diferentes especies, donde el comensal obtiene beneficio y el huésped no es beneficiado, ni perjudicado; uno de los casos más conocidos en animales es el tiburón (huésped) y la rémora (comensal).
- **Parasitismo**: consiste en una asociación dependiente en la que uno se beneficia (parásito) y el otro resulta perjudicado (huésped). Los parásitos se pueden alojar dentro (endoparásitos), como la lombriz intestinal (*Ascaris lumbricoides*), amibas, solitaria (*Taenia solium*), o fuera (ectoparásitos) como los piojos, garrapatas, pulgas, sanguijuelas y ácaros.

Ejemplo de reactivo

Los organismos de una población que habitan en el mismo espacio físico mantienen una relación de:

a) simbiosis b) competencia c) depredación d) comensales

Solución:

Cuando en una población, los organismos que la constituyen comparten el espacio y las mismas necesidades como la reproducción, alimento, entre otras, se establece una competencia.

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Deterioro ambiental

La humanidad desde sus albores se ha distinguido porque tiene la posibilidad de controlar el ambiente. Esa es la característica que le ha permitido desarrollar conocimientos y técnicas para controlar los ecosistemas, espacios y todo lo que el planeta produce.

Sin embargo, el crecimiento desmesurado de la población humana, la falta de límites en el uso de los recursos naturales, la sobreexplotación, la falta de previsión y políticas adecuadas para la administración y manejo de la naturaleza, han ocasionado que se presenten graves problemas ecológicos. A la intensidad del daño ocasionado a un hábitat se le conoce como deterioro ambiental.

Al analizar la parte del ambiente que se deteriora se han encontrado tres tipos principales de contaminación: atmosférica, acuática y del suelo.

▼ Contaminación atmosférica

Es el deterioro en la calidad del aire provocada por el exceso de gases y partículas provenientes de actividades humanas. Los principales contaminantes en la atmósfera son:

- Esmog
- Monóxido de carbono (CO)
- Óxidos de nitrógeno (NO, NO_2)
- Dióxidos de azufre (SO_2)
- Hidrocarburos
- Ozono (O_3)
- Partículas suspendidas
- Plomo
- Radiactividad
- Ruido

Los contaminantes del aire producen diversos problemas ecológicos atmosféricos, entre ellos citaremos: la inversión térmica, la lluvia ácida, la destrucción de la capa de ozono y el cambio climático global.

▼ Contaminación del agua

La contaminación ha deteriorado la calidad del agua, lo que ha disminuido su disponibilidad para los seres vivos e impide que sea aprovechable. Las fuentes de contaminación del agua son variadas, entre ellas se encuentran:

- Desechos domésticos y detergentes (casas, escuelas, comercios).
- Desechos industriales (fábricas, hospitales, pesticidas).
- Desechos agrícolas y ganaderos (fertilizantes, heces fecales, animales muertos).
- Derrames de petróleo.
- Contaminación térmica (agua caliente).

▼ Contaminación del suelo

El suelo es el sustrato para la vida en el medio terrestre; sin embargo, se degrada o pierde calidad por el uso de sustancias que lo afectan en diferente grado. Los principales factores que causan la contaminación del suelo o edáfica son:

- Detergentes
- Fertilizantes
- Plaguicidas (DDT)
- Basura

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Conjunto de individuos de la misma especie que habitan en un área determinada. El concepto anterior hace referencia a:
   a) comunidad b) población c) ecosistema d) biosfera

2. Relaciona las siguientes columnas de nivel trofico con sus ejemplos.

Nivel trófico	Ejemplos
I. Desintegradores II. Productores III. Consumidores primarios IV. Consumidores secundarios	a. Hipopótamo y conejo b. Coyote y puma c. Musgo y helecho d. Lombriz y bacteria

   a) Id, IIa, IIIb, IVc
   b) Ib, IIc, IIIa, IVd
   c) Id, IIc, IIIa, IVb
   d) Ia, IIb, IIIc, IVd

3. El conjunto formado por una comunidad de organismos que interactúan entre sí y con el medio en que viven, se llama:
   a) biocenosis b) bioma c) nicho ecológico d) ecosistema

4. A través de los ciclos biogeoquímicos, el CO_2 y el H_2O se dirigen a los productores para llevar a cabo la__________ asimismo, como resultado se obtiene___________.
   a) homeostasis–oxígeno y luz
   b) fotosíntesis–glucosa y oxígeno
   c) respiración–oxígeno y glucosa
   d) descomposición–clorofila y ATP

5. Son consumidores primarios:
   a) koala, caballo b) hongos, bacterias c) lobo, oso d) murciélago, ballena

6. Bioma donde predominan los musgos, líquenes y coníferas.
   a) Selva b) Tundra c) Desierto d) Sabana

7. Ciclo biogeoquímico donde las bacterias transforman la urea en nitratos.
   a) Ciclo del P b) Ciclo del N c) Ciclo del S d) Ciclo del C

8. El ciclo biogeoquímico del____participa en la formación del adenosín trifosfato y los ácidos nucleicos.
   a) C b) S c) P d) N

9. El uso de clorofluorocarbonos ha provocado la disminución de la capa de ___.
   a) O_2 b) CO_2 c) N_2 d) O_3

10. Cuando dos organismos se benefician al permanecer juntos y dependen uno del otro, se le llama.
    a) Simbiosis b) Comensalismo c) Competencia d) Mutualismo

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4	Unidad 5	Unidad 6
1. a	1. a	1. a	1. c	1. c	1. b
2. d	2. d	2. b	2. d	2. c	2. c
3. d	3. a	3. a	3. b	3. b	3. d
4. b	4. c	4. d	4. a	4. c	4. b
5. d	5. d	5. c	5. c	5. c	5. a
6. a	6. c	6. d	6. b	6. a	6. b
7. c	7. b	7. c	7. a	7. a	7. b
8. c	8. d	8. b	8. b	8. b	8. c
9. c	9. a	9. c	9. a	9. b	9. d
10. c	10. c	10. c	10. d	10. d	10. a
	11. b				
	12. c				
	13. d				
	14. b				
	15. c				

Bibliografía

AUDESIRK *et al.* (2003). *Biología 1. Unidad en la diversidad.* México: Pearson Prentice Hall.

BERNSTEIN, R., Bernstein, S. (1998). *Biología.* México: McGraw-Hill.

BIGGS, A. (2000). *Biología. La dinámica de la vida.* Colombia: McGraw-Hill.

CAMPBELL, N. (2001). *Biología. Conceptos y relaciones.* México: Pearson Educación.

CURTIS, H. (2000). *Biología.* México: Panamericana.

GAMA, A. (2007). *Biología I y II. Un enfoque constructivista.* México: Pearson Educación.

GOLD, M. (1983). *Procesos energéticos de la vida. Fotosíntesis.* México: Trillas.

GONZÁLEZ, F. y Medina, L. (1995). *Ecología.* México: McGraw-Hill.

HIGASHIDA, H. (2005). *Ciencias de la salud.* México: McGraw-Hill.

MADER, S. (2008). *Biología.* México: McGraw-Hill Interamericana.

MILLER, K. y Levine, J. (2007). *Biología I. La naturaleza de la vida.* México: Pearson Prentice Hall.

MUÑIZ *et al.* (2000). *Biología.* México: McGraw-Hill Interamericana.

OVERMIRE, T. (2001). *Biología.* México: Limusa.

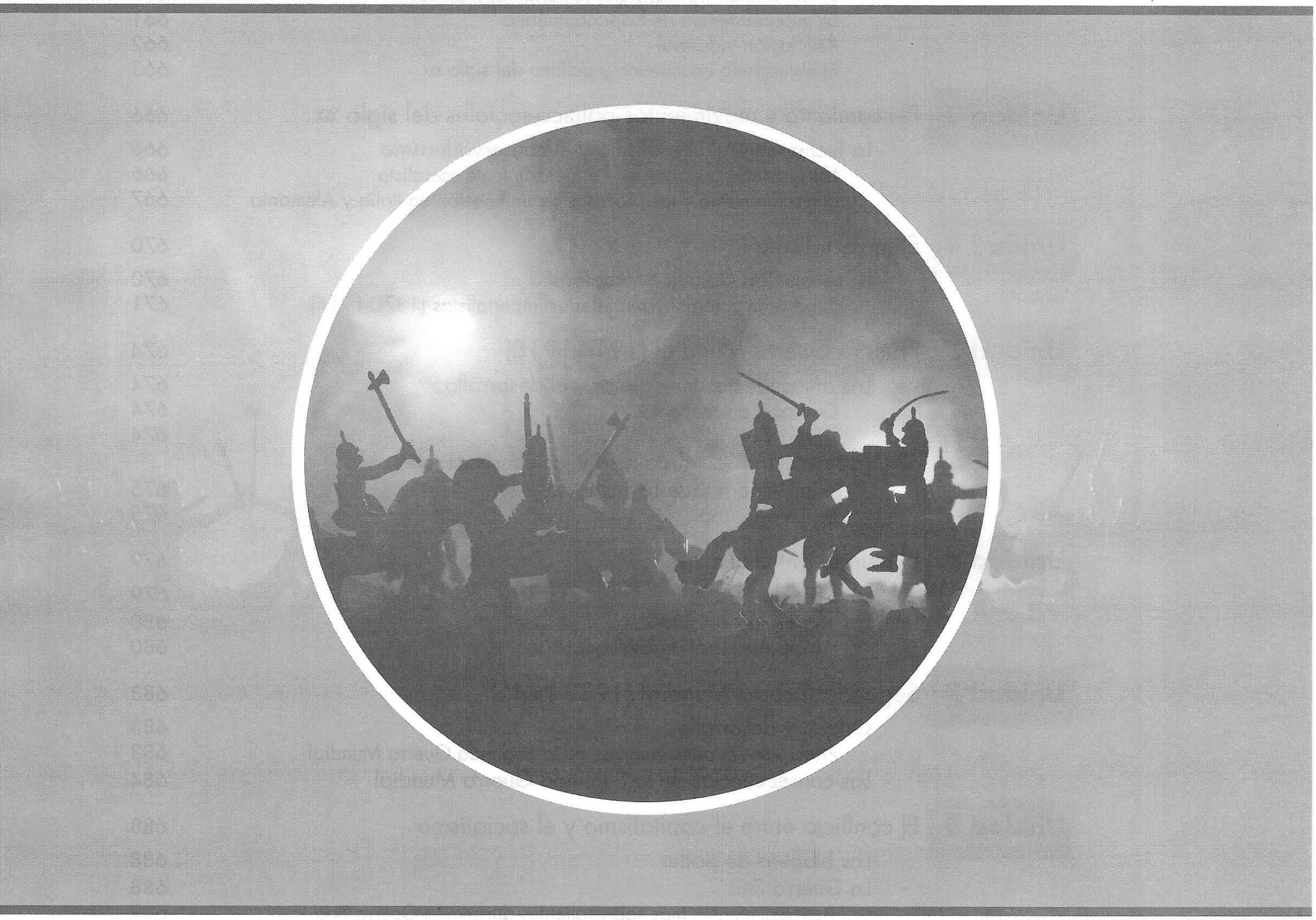
SOLARI, A. (1995). *Introducción a la genética general y médica.* México: McGraw-Hill Interamericana.

Universidad Nacional Autónoma de México (2018). *Guía para preparar el examen de selección para ingresar a la licenciatura.* México: UNAM.

VALDIVIA, B. y Granillo, P. (2002). *Biología. La vida y sus procesos.* México: Grupo Editorial Patria.

VILLE, C. (1996). *Biología.* México: McGraw-Hill.

HISTORIA UNIVERSAL



No olvides tu historia ni tu destino.

Bob Marley

Contenido

HISTORIA UNIVERSAL

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante distinguirá el significado de historia y la importancia de su periodización.

Definición y utilidad de la historia

La definición más completa de *historia* señala que es una ciencia social que estudia el pasado para ayudar a los seres humanos a entender a la sociedad en la que viven, y así comprender su presente.

Por lo anterior, el historiador Pierre Vilar menciona que la historia debe enseñarnos la utilidad de leer el periodo para ayudarnos a comprender nuestro presente.

Ejemplos de reactivos

1. ¿En qué consiste la utilidad de la historia?
   a) Nos ayuda a saber más del mundo
   b) Nos ayuda a ser mejores personas
   c) Nos ayuda a comparar épocas
   d) Nos ayuda a comprender el presente

   La respuesta correcta es el inciso d, de acuerdo con el primer párrafo.

2. La historia es una ______________ que estudia el pasado.
   a) Ciencia social
   b) Metodología
   c) Materia escolar
   d) Explicación subjetiva

   La respuesta correcta es el inciso a, de acuerdo con el primer párrafo.

▼ Fuentes de la historia

Asimismo, el historiador aborda su objeto de estudio mediante fuentes a las que selecciona, analiza e interpreta, las cuales son:

- Fuentes directas o materiales: son aquellas que no han sido objeto de interpretación, como restos humanos, utensilios, armas, muebles, vestimentas, monumentos, etcétera.
- Fuentes indirectas o escritas, gráficas: pergaminos, papiros, lápidas, materiales impresos, imágenes y pinturas rupestres o murales.

Ejemplos de reactivos

1. El historiador aborda su objeto de estudio mediante la selección, análisis e interpretación de fuentes, las cuales pueden ser:
   a) políticas, económicas y sociales
   b) dialécticas y empíricas
   c) directas e indirectas
   d) hermenéuticas y positivas

   La respuesta correcta es el inciso c, de acuerdo con los últimos dos párrafos.

2. El estudio de la historia está basado en:
   a) fuentes gráficas, escritas y materiales
   b) fuentes imaginarias, estadísticas y espirituales
   c) fuentes indirectas y extensivas
   d) fuentes alternas y directas

   La respuesta correcta es el inciso a.

▼ Corrientes de interpretación del conocimiento histórico

A partir de lo anterior, el historiador interpreta los acontecimientos relevantes de la historia, apoyándose en diversas corrientes de interpretación del conocimiento histórico, como:

Corriente	Representante	Objetivos
Idealismo	Platón René Descartes Hegel Kant	• El Estado como expresión "dios-razón" hegeliano. • La historia como una dialéctica del espíritu.
Positivismo	Auguste Comte Emilé Durkheim	• Estudiar la historia desde la metodología utilizada por las ciencias experimentales. • Enriquecer la historia con el dato exacto. • El hecho social considerado fuera de la conciencia del individuo.
Materialismo histórico	Karl Marx Friedrich Engels	• Afirma que el factor económico es determinante en la historia. • Explica la historia como una lucha de clases. • Considera al Estado como instrumento de la clase explotadora.
Estructuralismo	Claude Lévy-Strauss Michel Foucault	• Formular leyes generales para la interpretación de la historia.
Historicismo	Leopold von Ranke José Ortega y Gasset Benedetto Croce	• Especificar que el suceso histórico es único e irrepetible.
Escuela de los Annales	Fernand Braudel	• Destacar la importancia del medio geográfico en la historia. • Incorporar diversos campos del conocimiento humano en el estudio histórico: antropología, sociología, economía, etcétera.

Ejemplos de reactivos

1. Personaje representante del materialismo histórico:
   a) Auguste Comte
   b) Claude Lévy Strauss
   c) Fernand Braudel
   d) Karl Marx

   La respuesta correcta es el inciso d, según la tabla del texto.

2. Corriente que afirma que el motor de la historia es una constante lucha de clases.
   a) Idealismo
   b) Positivismo
   c) Materialismo histórico
   d) Estructuralismo

   La respuesta correcta es el inciso c, según la tabla del texto.

▼ Periodización de la historia

Para facilitar el estudio de la historia, se hace una organización cronológica llamada *periodización*, a la cual podemos reconocerla principalmente, por medio de cuatro edades o etapas:

- Edad Antigua. Del 3500 a.C. hasta la caída del Imperio Romano de occidente en 476 d.C.
- Edad Media. Caracterizada por el feudalismo y las cruzadas hasta la caída del Imperio Romano de oriente (Constantinopla), en 1453.
- Edad Moderna. Movimientos como la Ilustración, la Revolución Industrial y la independencia de las Trece Colonias británicas marcarían la Edad Moderna por sus profundas transformaciones sociales.
- Edad Contemporánea. Inicia con la Revolución francesa en 1789 hasta la fecha.

Ejemplos de reactivos

1. Con la Revolución francesa da inicio la Edad:
   a) Antigua
   b) Media
   c) Moderna
   d) Contemporánea

   La respuesta correcta es el inciso d, según el último párrafo.

2. A la organización cronológica de la historia se le llama:
   a) Siglos
   b) Periodización
   c) Edades
   d) Eras

   La respuesta es el inciso b, según el primer párrafo.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas

1. La definición más completa de historia está marcada en la opción:
   a) es el pasar del tiempo sin interrupciones en el tránsito de las ideas y de los procesos que van dando forma a nuestro sentir inmanente.
   b) es el estudio y sistematización de los fenómenos humanos, a partir de sus causas y consecuencias, al considerar la relación entre el pasado y el presente.
   c) es una ciencia social que se encarga de estudiar el pasado y así comprender el presente.
   d) es el pasado de la humanidad a través del tiempo y del espacio.

2. Para hacer más fácil su estudio, la historia se organiza cronológicamente en lo que llamamos:
   a) Periodización
   b) Siglos
   c) Eras
   d) Edades

3. Son aquellas fuentes que no han sido objeto de interpretación:
   a) formales
   b) fácticas
   c) indirectas
   d) directas

4. Relaciona los periodos de la historia con su acontecimiento.

I. Edad Antigua	a) Inicia con la Revolución francesa
II. Edad Media	b) El feudalismo y las cruzadas son parte de este periodo
III. Edad Moderna	c) La caída del Imperio Romano de occidente marca su final
IV. Edad Contemporánea	d) Se desarrolló la Revolución Industrial

   a) I c, II b, III d, IV a
   b) I b, II d, III c, IV a
   c) I a, II b, III c, IV d
   d) I c, II b, III a, IV d

5. Corriente de interpretación histórica que se caracteriza por el uso de las ciencias experimentales.
   a) Idealismo
   b) Positivismo
   c) Materialismo histórico
   d) Historicismo

6. Representante del materialismo histórico:
   a) Auguste Comte
   b) Fernand Braudel
   c) Karl Marx
   d) Ortega y Gasset

7. También son llamadas *fuentes gráficas*.
   a) Formales
   b) Reales
   c) Indirectas
   d) Directas

8. Relaciona las corrientes historicistas con el representante que le corresponda:

I. Historicismo	a) Lévi Strauss
II. Materialismo histórico	b) Fernand Braudel
III. Positivismo	c) Auguste Comte
IV. Estructuralismo	d) Karl Marx
V. Escuela de los Annales	e) Benedetto Croce

   a) I a, II b, III c, IV d, V e
   b) I b, II c, III a, IV e, V d
   c) I e, II c, III a, IV b, V d
   d) I e, II d, III c, IV a, V b

9. La lucha de clases y el factor económico son determinantes en la historia, son dos afirmaciones del:
   a) Estructuralismo
   b) Positivismo
   c) Materialismo histórico
   d) Historicismo

10. Los restos humanos, utensilios, armas, monumentos son ejemplos de las fuentes materiales también conocidas como:
   a) formales
   b) reales
   c) indirectas
   d) directas

11. El Renacimiento, el desarrollo de la burguesía y las ideas de la Ilustración forman parte de la Edad:
   a) Antigua
   b) Media
   c) Moderna
   d) Contemporánea

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante identificará los diversos acontecimientos y factores vinculados con las revoluciones burguesas.

Las ideas de la Ilustración

Hasta el siglo XVIII la forma característica de gobierno, en la mayoría de los países europeos, era la monarquía absolutista basada en el derecho divino, por lo cual era incuestionable la carencia de derechos políticos y civiles para el pueblo.

Por tanto, surge un movimiento racionalista conocido como la Ilustración, el cual se puede definir como el movimiento histórico, político e ideológico que surge en Francia en el siglo XVIII.

La Ilustración presenta las siguientes características:

1. Se basa en el uso de la razón<racionalismo, como fundamento de todos los conocimientos acerca de los fenómenos naturales y humanos.
2. Movimiento burgués que se opone al absolutismo en busca del progreso material, político, económico y científico con base en las libertades de conciencia, credo y expresión (liberalismo) con el propósito de transformar a la sociedad.
3. Se le conoce como el Siglo de las Luces o iluminismo.
4. Exalta los derechos naturales del hombre como la libertad, igualdad, propiedad, tolerancia y felicidad.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cómo se llamó el movimiento político e ideológico surgido en Francia durante el siglo XVIII?
   a) Ludismo
   b) Socialismo
   c) Positivismo
   d) Ilustración

   La respuesta correcta es el inciso d.

2. Movimiento burgués del siglo XVIII basado en el uso de la razón y que se oponía al absolutismo:
   a) materialismo histórico
   b) capitalismo
   c) iluminismo
   d) mercantilismo

   La respuesta correcta es el inciso c.

Pensadores e ideas políticas de la Ilustración

Thomas Hobbes. Autor de *El Leviatán* expone en dicha obra un estado primitivo, llamado *estado de naturaleza*, en el cual no hay gobierno ni leyes, un estado inseguro, donde hay una guerra constante entre sus habitantes. Según Hobbes, para dejar dicho estado, fue necesaria la creación de un soberano con poder absoluto para garantizar la paz y el orden social por medio de un pacto social entre población y soberano.

John Locke. Declaró que es una obligación moral del pueblo quitar al mal soberano, es así que justifica la revolución en caso de que el soberano no cumpla con el pacto original.

Montesquieu. En su obra *El espíritu de las leyes* afirma que hay factores que determinan el carácter de la ley, siendo la forma de gobierno el principal elemento para la esencia de las leyes. Según el autor, el mejor sistema de gobierno es el republicano por presentar una división de poderes y así evitar el absolutismo.

J.J. Rousseau. En su texto el *Contrato social* habla de la república como una forma de gobierno justa, ya que en ella el pueblo puede participar en la elaboración de las leyes, a lo que llamó *soberanía popular*.

Quesnay. En su teoría económica llamada *fisiocracia* (gobierno de la naturaleza) explica que la riqueza de una nación está en la agricultura por encima de otras actividades.

Adam Smith. Autor de *La riqueza de las naciones*, obra que expone el liberalismo económico en el que señala los siguientes principios:

- La no intervención del Estado en la economía (libre competencia).
- La riqueza debe circular por medio del trabajo y el comercio.
- La ley de la oferta y la demanda para regular el precio de las mercancías.

Ejemplos de reactivos

1. Aportación ideológica de la Ilustración:
   a) Absolutismo
   b) Soberanía de la nobleza
   c) División de poderes
   d) Imperialismo

   La opción correcta es el inciso c.

2. Aportación de la Ilustración:
   a) Soberanía popular
   b) Inmovilidad de ideas
   c) Centralización del poder
   d) Privilegios de clase

   La respuesta correcta es el inciso a.

El fortalecimiento de la burguesía

La *Enciclopedia*

Para facilitar la difusión de las ideas ilustradas, fue necesario hacer una simplificación de las principales obras surgiendo así un compendio de 28 volúmenes llamado la *Enciclopedia*, la cual fue elaborada por Denis Diderot en colaboración con Jean D´Alembert y Voltaire.

Sin embargo, la *Enciclopedia* no llegó a los sectores populares, sino que fueron los monarcas quienes se vieron influenciados por algunas ideas progresistas referentes a educación, tecnología, arte, ciencias y administración, pero no en lo relativo a derechos civiles, a esto se le conoció como *despotismo ilustrado*, claro ejemplo de esto fueron Federico II de Prusia, José II de Austria y Catalina de Rusia. Siendo una característica común de estos déspotas ilustrados la centralización del poder.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Cómo se les llamó a los monarcas que se vieron influenciados por la enciclopedia?
   a) Déspotas ilustrados
   b) Monarcas liberales
   c) Reformadores sociales
   d) Filósofos absolutistas

   La respuesta correcta es el inciso a.

2. La Ilustración fue difundida por medio de:
   a) Periódicos
   b) La *Enciclopedia*
   c) Constituciones
   d) Panfletos

   La respuesta correcta es el inciso b.

Independencia de las Trece Colonias

Antecedentes

Trece territorios ingleses en América con población de puritanos en busca de libertad de culto y autonomía política y económica.

No fue sino hasta la guerra de los siete años (1756-1763) entre Inglaterra y Francia por el territorio de Canadá, que el rey Jorge III decide cambiar el trato hacia los colonos, aplicándoles una serie de impuestos por consumo de té, azúcar, así como la imposición de la ley del timbre y la ley del acuartelamiento.

Desarrollo

Por su parte, los colonos intentaron oponerse a estas medidas, pero fueron reprimidos por tropas inglesas (matanza de Boston de 1773), por lo que inician su proceso de independencia mediante tres congresos en Filadelfia:

1er. Congreso 1774 → Se redacta la *Carta de derechos de los americanos*.

2o. Congreso 1775 → Se crea el Ejército Continental, encabezado por George Washington.

3er. Congreso 1776 → Se declaran estados independientes (rompimiento con Inglaterra).

El 4 de julio de 1776 se firma el Acta de Independencia.

Francia y España deciden apoyar a los colonos en su lucha de independencia y es en 1781, con la batalla de Yorktown, cuando Inglaterra decide rendirse.

Finalmente, en 1783 se firma el Tratado de Versalles con el que Inglaterra reconoce la independencia de las Trece Colonias, que se forman como nación hasta 1787 cuando promulgan su *Constitución* en la que se establece un régimen republicano.

Ejemplos de reactivos

1. La guerra de los siete años, los impuestos excesivos y el pensamiento ilustrado fueron causas para:
   a) la emancipación de América Latina
   b) la Revolución francesa
   c) el surgimiento del imperialismo
   d) la independencia de las Trece Colonias

   La respuesta correcta es el inciso d.

2. En el segundo congreso de Filadelfia (1775) se creó el Ejército Continental, el cual fue comandado por:
   a) George Washington
   b) Benjamin Franklin
   c) Jorge III
   d) Thomas Jefferson

   La respuesta correcta es el inciso a.

▼ La Revolución francesa y el imperio napoleónico

➤ Causas

- La Ilustración o enciclopedismo como base ideológica sobre el sistema republicano, dicha forma de gobierno y la exaltación de los derechos naturales del hombre.
- La independencia de las Trece Colonias y la aparición del primer país republicano en la Edad Moderna.
- La crisis económica y política.
- La condición de los tres estados:
  - **Primer estado**: alto clero < no pagaban impuestos
  - **Segundo estado**: nobleza < no pagaban impuestos
  - **Tercer estado**: pueblo común < pagan impuestos y diezmo

➤ Desarrollo

En mayo de 1789, el rey de Francia Luis XVI convoca a la Asamblea de Estados Generales para discutir la forma de terminar con la crisis económica del país, proponiendo el aumento de impuestos a lo que el tercer estado se opone, rompiendo la convocatoria y proclamándose en Asamblea Nacional.

Ante la negativa de Luis XVI por reconocer a la Asamblea Nacional, los grupos de ciudadanos toman las calles de París, destituyen al ayuntamiento y llevan a cabo la toma de la Bastilla, con lo que formalmente inicia la Revolución francesa el 14 de julio de 1789.

El 26 de agosto de 1789, la Asamblea Nacional emite la *Declaración de los derechos del Hombre y del Ciudadano*, base de lo que hoy conocemos como derechos humanos.

El 22 de septiembre de 1792, la Convención Nacional proclama la república francesa y la abolición de la monarquía, así Luis XVI es destituido y, posteriormente, ejecutado en enero de 1793.

Con la abolición de la monarquía y la muerte de Luis XVI, inicia una lucha interna por el poder político entre el grupo conservador (girondinos) y el grupo radical extremista (jacobinos). Para garantizar el régimen revolucionario, el jacobino Maximiliano de Robespierre toma el poder, pero su gobierno se caracterizó por ser una dictadura que se valió de las ejecuciones de los enemigos del nuevo gobierno; esta etapa es conocida como el régimen del terror que abarcó de 1793 hasta la propia ejecución de Robespierre en 1794.

La Convención decide crear como nueva forma de gobierno, el directorio, el cual duró de 1795 a 1799, año en el que Napoleón Bonaparte toma el poder estableciendo el Consulado como sistema político.

➤ La era de Napoleón (1799-1815)

Napoleón Bonaparte se destacó en la milicia porque supo defender a Francia ante las continuas coaliciones que organizaban potencias como Austria, Prusia e Inglaterra en contra de la Revolución de 1789. La figura de Napoleón empezó a sobresalir como hábil estratega, ya que supo encauzar el nacionalismo francés y lograr mantener la soberanía de esa nación hasta convertirla en un imperio (1804-1815).

Entre las medidas que impulsó destacan:

- Los códigos napoleónicos: civil y comercial.
- Impulsó la educación pública.
- El imperio se extendió sobre Italia, Prusia, España, Portugal, Bélgica, Holanda, y llegó a ser una amenaza para la Rusia zarista.
- En 1808 invade la Península Ibérica obligando a Carlos IV a abdicar al trono español.
- En 1812 fracasó al intentar invadir Rusia.
- En 1814 es derrotado por la coalición europea y es exiliado a la isla de Elba.
- Hacia 1815, Napoleón regresa al poder e integra el imperio de los cien días.
- En la batalla de Waterloo del 18 de junio de 1815, Napoleón es derrotado definitivamente; mientras el Congreso de Viena, impulsado por las potencias vencedoras, proclama a Luis XVIII como rey de Francia y establece un predominio conservador en Europa que prevaleció hasta 1848.
- Napoleón es recluido en la isla de Santa Elena, donde muere en 1821.

A pesar de todo, Napoleón pretendió materializar los ideales de la Revolución francesa al formar un gobierno moderno basado en una constitución liberal y al intentar convertir a Francia en una potencia por medio de sus intervenciones militares.

Ejemplos de reactivos

1. Hechos característicos de la Revolución francesa:
   a) nacionalismo, privilegios de la nobleza
   b) imperio de Napoleón III, la batalla de Waterloo
   c) toma de la Bastilla, creación de la república, gobierno de Robespierre
   d) impuestos, expansionismo y apoyo al rey

   La respuesta correcta es el inciso c.

2. Aportaciones de la Revolución francesa que impulsó Napoleón Bonaparte:
   a) establecimiento de un imperio
   b) división de clases
   c) la creación del régimen del terror
   d) un gobierno moderno basado en una nueva constitución

   La respuesta correcta es el inciso d.

▼ La independencia de hispanoamérica

➤ La emancipación de América Latina

En 1492, Cristóbal Colón descubre el continente americano. A partir del siglo XVI, España establece un sistema colonial en este continente, creando cuatro virreinatos: la Nueva España, Perú, Nueva Granada y Río de la Plata.

- Causas externas de la independencia en América:
  - Difusión de ideas enciclopedistas y liberales procedentes de Europa.
  - Impacto de los movimientos burgueses del siglo XVIII.
  - Hermetismo e inoperancia de las reformas borbónicas.
  - Invasión de Napoleón a la Península Ibérica en 1808.

- Causas internas:
  - Monopolio ejercido por España.
  - Impuestos obsoletos.
  - La sociedad de castas.
  - Nacionalismo de los criollos y su rivalidad con los peninsulares.

Argentina fue el primer país de la América española que proclamó su independencia a raíz de la invasión napoleónica a la Península Ibérica, al proclamar una junta de gobierno a nombre de Fernando VII. En 1816, Argentina divulgó formalmente su independencia, la cual ya ejercía desde 1810.

En el proceso de emancipación de América Latina sobresale la figura de Simón Bolívar llamado el Libertador de América, debido a su participación en las guerras de independencia de Colombia, Perú y Ecuador.

Ejemplos de reactivos

1. Primer país latinoamericano en independizarse de España:
   a) Haití
   b) Argentina
   c) México
   d) Colombia

   La respuesta correcta es el inciso b.

2. Por su participación en las guerras de independencia de Colombia, Perú y Ecuador es conocido como el Libertador de América:
   a) José de Sucre
   b) Emiliano Zapata
   c) Benito Juárez
   d) Simón Bolivar

   La respuesta correcta es el inciso d.

Revolución Industrial

Se puede definir a la Revolución Industrial como la transformación sufrida en los medios de producción pasando del taller artesanal a la fábrica.

La Revolución Industrial se desarrolla en Inglaterra a finales del siglo XVIII, con el fortalecimiento de la clase burguesa emprendedora y el surgimiento de una clase obrera asalariada.

Esta revolución provocó un aumento de la producción, la disminución de los costos, el incremento del comercio y el desarrollo tecnológico; sin embargo, lo anterior sólo benefició a los dueños de los medios de producción, ya que provocó desempleo masivo, explotación laboral, migración campo-ciudad, aumento de delitos, vicios y prostitución.

En la historia se han presentado tres revoluciones industriales:

- Siglo XVIII con la aparición de la máquina de vapor.
- Siglo XIX con el uso de petróleo y electricidad.
- Siglo XX con la energía nuclear y la informática.

El liberalismo económico y político del siglo XIX

Las revoluciones burguesas y liberales de finales del siglo XVIII, el desarrollo científico-tecnológico ligado a la proliferación de ideas enciclopedistas a favor del progreso, así como el liberalismo económico –que se puso en práctica conforme las repúblicas modernas iban apareciendo y conforme los esquemas mercantilistas del antiguo régimen se vieron desplazados a ritmo de la Revolución Industrial– constituyen factores del mundo moderno que suscitaron una vertiginosa transformación económica. De este modo, se consolidó el capitalismo.

A continuación se mencionan las principales características del capitalismo:

1. Visión social que enfatiza al individuo.
2. Propiedad privada.
3. Libre competencia.
4. Explotación salarial de la fuerza de trabajo.
5. Acumulación de la riqueza vía la plusvalía.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Forma de gobierno de la mayoría de los países europeos en el siglo XVIII.
   a) Monarquía constitucional
   b) Monarquía absolutista
   c) Monarquía parlamentaria
   d) República
2. El proceso histórico y filosófico del siglo XVIII que tuvo como fundamentos al racionalismo y al liberalismo.
   a) La revolución científica
   b) El Renacimiento
   c) El liberalismo
   d) La Ilustración
3. Relaciona a cada autor con su postulado.

Autor	Postulado
I. Thomas Hobbes	a) Justifica la revolución cuando el soberano no cumple con el pacto original.
II. John Locke	b) El Estado no debe intervenir en la economía.
III. Montesquieu	c) Justifica el poder absoluto para garantizar la paz y el orden social.
IV. Rousseau	d) La división de poderes.
	e) La voluntad general.

   a) Ic, IIa, IIId, IVe
   b) Ic, IIe, IIIb, IVa
   c) Ia, IIb, IIIc, IVd
   d) Ic, IIa, IIIe, IVd

4. "La riqueza debe circular libremente por medio del trabajo y del comercio sin la participación del Estado", es una propuesta de:
   a) La monarquía absoluta
   b) La Ilustración
   c) El liberalismo económico
   d) La fisiocracia

5. Surge en Francia durante el siglo XVIII, se basa en el uso de la razón para la transformación de la sociedad y se opuso al absolutismo.
   a) Renacimiento
   b) República
   c) Ilustración
   d) Despotismo ilustrado

6. Obra que se utilizó para difundir las ideas de la Ilustración.
   a) *Enciclopedia*
   b) *Leviatán*
   c) *El espíritu de las leyes*
   d) *El contrato social*

7. La influencia de las ideas ilustradas, los impuestos excesivos, así como el monopolio económico ejercido por la Corona después de la guerra de los siete años, fueron causas que provocaron el estallido de:
   a) la Revolución francesa
   b) la Revolución Industrial
   c) la independencia de las Trece Colonias
   d) la emancipación de América Latina

8. Provocaron la caída del antiguo régimen y abrieron el camino para el nacimiento de repúblicas modernas, basadas en la división de poderes y la soberanía popular.
   a) Las comunas de París
   b) Las profecías del siglo XIX
   c) Los postulados de los fisiócratas
   d) Las revoluciones burguesas

9. Tras la muerte de Luis XVI, ¿quién tomó el poder en Francia?
   a) Denis Diderot
   b) Robespierre
   c) Napoleón Bonaparte
   d) Luis XVIII

10. Monarca español que fue obligado a abdicar cuando Napoleón invadió este territorio:
    a) Fernando VII
    b) Carlos III
    c) Carlos IV
    d) Carlos V

11. Primer país latinoamericano en proclamar su independencia de España:
    a) Haití
    b) México
    c) Venezuela
    d) Argentina

12. La Revolución Industrial del siglo XVIII inició en:
    a) Francia
    b) Inglaterra
    c) Alemania
    d) Estados Unidos

13. Relaciona ambas columnas referentes a los movimientos sociales del siglo XIX.

I. Ludismo	a) Mejora las condiciones laborales por la vía pacífica.
II. Cartismo	b) Garantiza el abasto de mano de obra barata.
III. Socialismo utópico	c) Busca reformas políticas y derechos laborales.
IV. Socialismo científico	d) Destrucción de las máquinas.
	e) Propone una dictadura del proletariado.

    a) Id, IIc, IIIa , IVb
    b) Id, IIc, IIIa , IVe
    c) Id, IIc, IIIe , IVa
    d) Id, IIc, IIIb , IVa

14. Ordena cronológicamente los siguientes hechos de la Edad Moderna.
    I. Revolución Industrial
    II. Reforma protestante
    III. La *Enciclopedia*
    IV. Caída de Constantinopla
    V. Guerra de los siete años

    a) I, II, III, IV, V
    b) IV, II, III, V, I
    c) III, II, IV, V, I
    d) IV, III, II, V, I

15. Personaje conocido como el Libertador de América.
    a) José de San Martín
    b) Simón Bolívar
    c) Antonio José de Sucre
    d) Miguel Hidalgo

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante identificará los principales movimientos sociales y políticos del siglo XIX.

La lucha entre el liberalismo y el conservadurismo

A continuación, se resumen los principales ideales del liberalismo como corriente de pensamiento y de acción social y política a principios del siglo XIX.

Fundamentos del liberalismo:

- Las libertades y los derechos civiles.
- La república, la división de poderes, la democracia y el Estado laico.
- La propiedad privada y la libre competencia.
- El progreso social, político, económico e industrial.

Y en oposición al espíritu progresista del pensamiento liberal, se puede advertir al conservadurismo apegado a las tradiciones del antiguo régimen.

Fundamentos del conservadurismo:

- El orden como fundamento del Estado.
- La monarquía absolutista y hereditaria como tradición política.
- La religión de Estado.
- Los privilegios sociales de sectores conservadores como la aristocracia y el clero.

Las revoluciones liberales provocaron la caída del antiguo régimen y abrieron el camino para el nacimiento de repúblicas modernas, basadas en el equilibrio político y la división de poderes, en la soberanía popular y en los derechos universales. La Revolución francesa consolidó en Europa y América el nacionalismo y la era moderna, ligadas a las aspiraciones capitalistas de la burguesía.

Los partidarios del conservadurismo rivalizaron con la Revolución francesa y, en especial, con Napoleón, por lo cual aprovecharon su derrota entre 1814 y 1815 para impulsar el Congreso de Viena con el propósito de restaurar las monarquías conservadoras y del régimen borbónico, tanto en España (Fernando VII) como en Francia (Luis XVIII).

Monarquías conservadoras, opuestas a la tendencia liberal, establecieron un bloque llamado la Santa Alianza integrada por Austria, Prusia y Rusia.

▼ Los movimientos obreros y el pensamiento socialista

Debido a la profunda explotación laboral por la Revolución Industrial en Inglaterra, se iniciaron varios movimientos sociales encaminados a mejorar las condiciones laborales. Destacan los siguientes:

- Ludismo: consiste en la destrucción de las máquinas.
- Cartismo: busca reformas políticas y derechos laborales por medio de cartas enviadas al parlamento.
- Humanitarismo: iniciado por David Dale, quien pretendió mejorar la condición de vida de los obreros mediante incentivos.
- Socialismo utópico: propuesto por Robert Owen. Este socialismo busca la transformación social por medios pacíficos, así como el establecimiento de las cooperativas para el desarrollo social.
- Socialismo científico: propuesto por Karl Marx y Friedrich Engels, quienes en 1848 publican el *Manifiesto del Partido Comunista,* obra dialéctica que establece los siguientes puntos:

  1. La lucha de clases como motor de la historia.
  2. La erradicación de la propiedad privada para convertirla en propiedad colectiva.
  3. Un gobierno de dictadura del proletariado.

Esta obra está dirigida al obrero para generar una conciencia de clase, con el objetivo de realizar una revolución proletaria, por medio de una explicación dialéctica del capitalismo como sistema represor y caduco.

Por otra parte, el anarquismo como ideología y movimiento social niega cualquier tipo de autoridad o control, ya sea político o religioso acerca de la sociedad.

▼ El nacionalismo y los procesos de unificación en Italia y Alemania

➤ Unificación de Italia

A inicios del siglo XVIII, Italia seguía sin lograr conformar una unidad nacional; Austria y Francia ejercían un predominio geográfico y político adverso a las aspiraciones de unidad que empezaba a madurar en la Península Itálica. En 1820 se organizaron sociedades secretas conocidas como "carbonarios", provocando rebeliones que, aunque fueron controladas, marcaron el antecedente para la futura unificación italiana.

El proceso de unificación es iniciado por el rey de Piamonte-Cerdeña, Víctor Manuel II, quien con el apoyo de su primer ministro Camilo di Cavour derrota a Austria en 1866. La alianza con Napoleón III le permite a Cerdeña anexarse territorios en el norte que hasta entonces Austria había dominado.

Un personaje representativo de la unificación italiana fue Giuseppe Garibaldi, quien dirigió la lucha liberal en Nápoles y Sicilia contra el rey Fernando II. En 1870 los Estados Papales se disuelven y son anexados, junto con Roma, al reino de Italia con lo cual este país logra su unificación total.

➤ Unificación de Alemania

En 1815, el Congreso de Viena decretó la integración de una confederación de 30 estados germanos con la protección de Austria. En 1819, Prusia impulsó una unión aduanera y comercial entre estados alemanes, conocida como Zollverein.

Con la agitación nacionalista de 1848 y la presencia del socialismo en la movilización social en Alemania, se presentó un nuevo antecedente histórico en la unificación debido a la apertura liberal y nacionalista en Prusia.

La unificación inicia a partir de 1861 cuando Guillermo Primero ascendió al trono de Prusia comenzando una fase político-militar de la unidad alemana.

El personaje importante de esta unificación fue el primer ministro Otto von Bismark el canciller de hierro, quien lideró las siguientes guerras para lograr la unificación germana:

I. La guerra danesa en 1864: conocida como la guerra por los ducados.

II. La guerra austro-prusiana en 1866 y la firma del Tratado de Praga con lo que se da la unificación parcial.

III. La guerra franco-prusiana de 1870 a 1871. Se da el triunfo de Prusia y la firma del Tratado de Frankfurt con el que se logra la unificación total de Alemania, además de que Francia pierde las provincias de Alsacia y Lorena.

Ejemplo de reactivo

1. Relaciona los siguientes movimientos sociales del siglo XIX con sus características.

Movimiento	Características
1. Ludismo	a) Destrucción de las máquinas.
2. Cartismo	b) Transformación social por medios pacíficos.
3. Socialismo utópico	c) Búsqueda de reformas políticas.
4. Socialismo científico	d) Hace un llamado a los obreros para eliminar la propiedad privada.

a) 1d, 2b, 3a, 4c
b) 1a, 2c, 3b, 4d
c) 1c, 2d, 3b, 4a
d) 1b, 2a, 3d, 4c

La respuesta correcta es el inciso b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Los conservadores aprovecharon la caída de Napoleón entre 1814 y 1815 para impulsar:
   a) el Congreso de Viena
   b) el socialismo
   c) el Tratado de Versalles
   d) la Santa Alianza
2. Filósofo creador del socialismo científico en favor del movimiento proletario:
   a) José Stalin
   b) León Trotsky
   c) Karl Marx
   d) Lenin
3. Países que integraron la Santa Alianza:
   a) Austria, Prusia, Rusia
   b) Inglaterra, Rusia, Prusia
   c) Francia, Austria, Rusia
   d) Italia, Bélgica, Inglaterra
4. Representante del socialismo utópico en Francia:
   a) Robert Owen
   b) Denis Diderot
   c) Charles Fourier
   d) Voltaire

5. El ____________________ favorece al capitalismo, a la propiedad privada y al predominio de la clase burguesa.
   a) liberalismo
   b) socialismo
   c) imperialismo
   d) mercantilismo

6. La concepción de la historia como una lucha de clases es uno de los fundamentos del *Manifiesto del Partido Comunista*, que distingue al:
   a) ludismo
   b) cartismo
   c) socialismo utópico
   d) socialismo científico

7. A finales del siglo XIX los movimientos de unificación en Europa tuvieron como principio ideológico al:
   a) marxismo
   b) socialismo
   c) capitalismo
   d) nacionalismo

8. Monarca de Cerdeña que inició el proceso de unificación en Italia:
   a) Camilo di Cavour
   b) Víctor Manuel
   c) Guisseppe Garibaldi
   d) Clemente Metternich

9. Conocido como el Canciller de hierro, participó en la unificación de Alemania:
   a) Guillermo I
   b) Holstein
   c) Bismarck
   d) Metternich

10 Movimiento nacionalista de 1820 que sirvió de base para la unificación italiana:
   a) carbonario
   b) republicano
   c) socialista
   d) utópico

11. Personaje fundamental para la unificación italiana:
   a) Camilo di Cavour
   b) Víctor Manuel
   c) Guisseppe Garibaldi
   d) Napoleón III

12. Tratado con el cual Francia pierde las provincias de Alsacia y Lorena ante Prusia:
   a) Versalles
   b) Praga
   c) Fonteinbleau
   d) Frankfurt

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante analizará los factores y aspectos económicos y políticos de las grandes potencias imperialistas.

La revolución científico-tecnológica

A finales del siglo XVIII, Inglaterra seguía consolidando su imperialismo manteniendo dominio sobre países como Canadá, India, Australia, África del sur y Egipto con lo que su economía se fortalecía considerablemente.

En el siglo XIX, con la segunda Revolución Industrial, los modos de producción se modernizaron por medio de nuevas formas de energía como el uso del petróleo y la electricidad, lo que motivó que los países industrializados buscaran materias primas y otros recursos en países con instituciones débiles o inexistentes para satisfacer sus demandas y extender su dominio económico.

Las principales causas para que se dé este sistema de dominio de una nación a otra son las siguientes:

1. La búsqueda de recursos naturales, principalmente en África y Asia.
2. Obtención de mano de obra barata.
3. Crear nuevos mercados para sus productos.
4. Invertir su excedente de capitales en otros países.
5. La justificación de una misión civilizadora.

Ejemplo de reactivo

1. Justificación de los países europeos para el surgimiento del imperialismo del siglo XIX.
   a) Obtener recursos naturales
   b) Industrializar a otros países
   c) Abrir nuevos mercados
   d) Llevar a cabo una misión civilizadora

   La respuesta correcta es el inciso d.

▼ Expansión colonial y rivalidades imperialistas (1870-1914)

La necesidad de garantizar colonias, mercados, materias primas y fuerza de trabajo movió a potencias imperialistas a rivalizar por el control de África. Francia logró colonizar territorios como Túnez, Argelia y Marruecos. Inglaterra logró ejercer un imperio naval mediante la Guerra del Opio, obligando a China a abrir sus fronteras al capital británico con el *Tratado de Nanking* en 1842. Japón modernizó su política impulsada por la dinastía Meiji desde 1868 hasta llegar en 1905 a arrebatarle a Rusia el territorio de Corea.

Otra potencia que desarrollaba su capacidad industrial y su influencia geopolítica era Estados Unidos. Desde su independencia a finales del siglo XVIII y con su conocida doctrina Monroe "América para los americanos", logró ejercer su dominio colonialista sobre México, Panamá y Sudamérica, además de obtener territorios como Alaska, Guam, Puerto Rico, Hawai y Filipinas.

Este proceso político-económico tuvo las siguientes consecuencias:

- Aparición de nuevas potencias imperialistas como Alemania, Estados Unidos y Japón, por medio de las *trusts* o monopolios económicos.
- Una competencia entre países expansionistas por el control de océanos y sitios estratégicos en todo el planeta.
- Inicia la carrera armamentista como posibilidad de resolver mediante la guerra los conflictos geopolíticos entre potencias capitalistas en el nuevo orden económico-industrial.
- El nacionalismo exacerbado.
- La paz armada.
- El imperialismo será la causa principal para el estallido de la Primera Guerra Mundial o Gran Guerra.

Ejemplo de reactivo

1. Una consecuencia del imperialismo fue:
   a) el uso de energía nuclear en las fábricas
   b) la competencia entre países expansionistas
   c) la búsqueda de recursos naturales
   d) el uso del petróleo y la electricidad

   La respuesta correcta es el inciso b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Una de las causas que originaron el surgimiento del imperialismo en el siglo XIX fue:
   a) la máquina de vapor
   b) el uso de combustibles y electricidad en fábricas
   c) la caída de Napoleón III
   d) el mercantilismo

2. La búsqueda de materia prima, mano de obra barata, nuevos mercados, entre otras causas, motivaron el desarrollo del:
   a) liberalismo económico
   b) capitalismo
   c) absolutismo
   d) imperialismo
3. Durante el imperialismo del siglo XIX, Marruecos, Túnez y Argelia quedaron bajo el dominio de:
   a) Francia
   b) Alemania
   c) Inglaterra
   d) Bélgica
4. La frase "América para los americanos" se encuentra en:
   a) Tratado de Versalles
   b) Doctrina Monroe
   c) Destino manifiesto
   d) Tratado de McLane-Ocampo
5. Documento que determina el dominio de Inglaterra sobre China en el marco del imperialismo del siglo XIX:
   a) Tratado de Versalles
   b) Tratado de Londres
   c) Tratado de Nanking
   d) Tratado de Hong Kong
6. País que intervino militarmente a Japón a mediados del siglo XIX provocando la caída del primer ministro y el establecimiento de una monarquía con política imperialista.
   a) Estados Unidos
   b) Rusia
   c) Inglaterra
   d) China
7. A finales del siglo XIX fueron las principales potencias imperialistas:
   a) España, Portugal, Rusia
   b) Estados Unidos, España, Austria
   c) Inglaterra, Francia, Alemania
   d) Japón, Italia, Alemania
8. Fue una característica del imperialismo:
   a) establecimiento de derechos laborales
   b) integración de bloques económicos
   c) inversión de capitales en el interior de otros países
   d) colonización del continente americano
9. Fuente de energía utilizada en las fábricas durante el siglo XIX:
   a) vapor
   b) petróleo
   c) nuclear
   d) solar

10. De la siguiente lista, identifica algunas consecuencias del imperialismo.

I. Paz armada
II. Nacionalismo exacerbado
III. Mano de obra barata
IV. Competencia entre potencias
V. Nuevos mercados
VI. Inversión de capitales
VII. Carrera armamentista

a) I, V
b) II, IV, V
c) I, III, VI, VII
d) I, II, IV, VII

Unidad 5 Primera Guerra Mundial (1914-1918)

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante describirá los hechos representativos que formaron parte de la Primera Guerra Mundial.

Los antecedentes inmediatos y el desarrollo

Causas y antecedentes

1. Imperialismo
2. Formación de bloques político-militares:

   Triple Alianza (Alemania, Italia y Austria-Hungría)

   Triple Entente (Inglaterra, Francia y Rusia)
3. La Península de los Balcanes como zona de conflicto por su posición geográfica estratégica entre tres continentes

Motivo que desencadena el inicio de la Primera Guerra Mundial: la tragedia de Sarajevo (asesinato del archiduque Francisco Fernando, heredero al trono de Austria-Hungría, el 28 de junio de 1914) en la Península de los Balcanes, lugar conocido como "el polvorín de Europa", debido a sus conflictos étnicos políticos.

Desarrollo

Primera etapa (1914-1915)
Alemania invade Bélgica y ataca a Francia de acuerdo con el Plan Schlieffen. Italia se declara neutral y rompe con la Triple Alianza. El general alemán Hindenburg derrota a Rusia en la batalla de Tannenberg.

Segunda etapa (1915-1916)
La guerra se estanca (Guerra de Trincheras) y adquiere las siguientes características:

a) Se levantó un frente paralizado.
b) Mayor desgaste de los ejércitos.
c) Uso de la aviación y de artillería pesada.
d) Nuevos materiales bélicos como gases tóxicos.
e) Aumento de mortandad.

Tercera etapa (1916-1917)
Estados Unidos define su apoyo al Triple Entente debido al hundimiento del navío *Lusitania* por parte de Alemania en 1915.

En 1917, Estados Unidos declara la guerra contra las potencias centrales por causa del Telegrama Zimmermann enviado por Alemania a México para pretender invadir a Estados Unidos.

En octubre de 1917, estalló la Revolución bolchevique, causa por la que Rusia sale de la guerra en 1918.

➤ Cuarta etapa (1917-1918)

Rusia firma el Tratado de Brest-Litovsk con Alemania. Austria-Hungría, Turquía y Bulgaria se rinden. Alemania se empieza a colapsar. El triunfo de esta guerra corresponde a cuatro países: Inglaterra, Francia, Italia y Estados Unidos.

Ejemplos de reactivos

1. Hecho que provocó el estallido de la Primera Guerra Mundial:
   a) la ocupación alemana en Francia
   b) la formación de bloques
   c) el asesinato del archiduque Francisco Fernando
   d) la operación Barbarroja

   La respuesta correcta es c.

2. Bloque formado por Alemania, Italia y Austria-Hungría:
   a) la Santa Alianza
   b) el Eje
   c) Triple Entente
   d) Triple Alianza

   La respuesta correcta es d.

La revolución socialista rusa y las consecuencias de la Primera Guerra Mundial

▼ Revolución rusa

1. Último zar de Rusia, Nicolás II Romanov.
2. Integración de la duma o parlamento y de los soviets (asamblea de trabajadores soviéticos).
3. En 1914 inicia la crisis política en Rusia.
4. Febrero de 1917, Nicolás II abdica; la duma establece un gobierno reformista representado por Alexander Kerensky.
5. Lenin, líder de los bolcheviques, encabeza la Revolución de Octubre y toma el poder.
6. León Trotsky firma con Alemania el Tratado de Brest-Litovsk con el que Rusia sale de la guerra.
7. Rusia se convierte en el primer país socialista del mundo.

➤ Consecuencias de la guerra

Conforme la Primera Guerra Mundial llegaba a su fin, el presidente de Estados Unidos, Woodrow Wilson propone un plan de paz denominado los Catorce Puntos, pero no fue aceptado por Inglaterra y Francia.

El Tratado de Versalles fue firmado el 28 de junio de 1919 y estipulaba los acuerdos que las naciones vencedoras habían negociado previamente. Se castigó severamente a las potencias centrales con pérdidas de territorios y con pago de indemnizaciones.

En el ámbito social, la participación de la mujer en la dinámica económica-social marcó un auge feminista lo que logró que se instituyera el voto femenino en varios países occidentales.

Como resultado de la victoria aliada se suscribieron varios tratados:

El de Versalles con Alemania, el de Saint Germain con Austria, el de Neuilly con Bulgaria, el de Trianón con Hungría y el de Sévres con Turquía.

Los tratados de paz no sirvieron para solucionar los problemas que había creado la guerra; por el contrario, plantearon nuevos problemas originados sobre todo por el resentimiento alemán y la falta de respeto a la soberanía de varias naciones. Estos problemas se manifestaron en este periodo y condujeron a una nueva guerra mundial.

Ejemplos de reactivos

1. En 1917, lideró la Revolución bolchevique de octubre y creó el primer país socialista de la humanidad.
   a) Lenin
   b) Kerensky
   c) Stalin
   d) Trotsky

   La respuesta correcta es el inciso a.

2. Documento con el que Rusia sale de la Primera Guerra Mundial.
   a) Tratado de Sévres
   b) Tratado de Molotov
   c) Tratado de Brest-Litovsk
   d) El Pacto de Hierro

   La respuesta correcta es el inciso c.

3. Tratado firmado en 1919 que oficializa el fin de la Primera Guerra Mundial:
   a) Saint Germain
   b) Versalles
   c) Trianón
   d) Nevlly

   La respuesta correcta es el inciso b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Por sus conflictos, tanto internos como externos, esta zona era conocida como el polvorín poco antes de que iniciara la Primera Guerra Mundial.
   a) La Península Ibérica
   b) El Canal de Suez
   c) La Península de los Balcanes
   d) La frontera francoalemana

2. Hecho acontecido el 28 de junio de 1914 conocido como la Tragedia de Sarajevo y que provocó el estallido de la Primera Guerra Mundial.
   a) La ocupación de Alemania en Francia
   b) La invasión de Alemania a Polonia
   c) El asesinato del archiduque Francisco Fernando
   d) La guerra de los seis días
3. Plan con el cual Alemania pretendía invadir Francia por medio de Bélgica al inicio de la Primera Guerra Mundial:
   a) Zimermann
   b) Rommel
   c) Schlieffen
   d) Molotov
4. Relaciona los países con el bloque al que pertenecían.

   I. Triple Alianza
   II. Triple Entente

   a) Francia
   b) Italia
   c) Austria-Hungría
   d) Inglaterra
   e) Rusia
   f) Alemania

   a) I: a,b,c/ II: d,e,f
   b) I: b,c,e/ II: a,d,f
   c) I: a,d,e/ II: b,c,f
   d) I: b,c,f/ II: a,d,e
5. Nombre del último zar ruso ejecutado en 1918.
   a) Nicolás II
   b) Alejandro Kerensky
   c) Pedro el Grande
   d) Nicolás I
6. Líder de la Revolución bolchevique de octubre de 1917:
   a) Alejandro Kerensky
   b) Lenin
   c) León Trotsky
   d) José Stalin
7. Documento con el que Rusia sale de la Primera Guerra Mundial a cambio de entregar territorios a Alemania :
   a) Tratado de Brest-Litovsk
   b) El Pacto de Hierro
   c) Tratado de Praga
   d) Tratado de Versalles
8. Con este documento Alemania pretende hacer una alianza con México para invadir Estados Unidos en 1917:
   a) Pacto de Berlín
   b) Tratado de Brest-Litovsk
   c) El Plan de Schlieffen
   d) El Telegrama Zimmermann
9. Tratado firmado el 28 de junio de 1919 y que oficializa el final de la Primera Guerra Mundial:
   a) Saint Germain
   b) Trianón
   c) Versalles
   d) Neully

10. Al finalizar la Primera Guerra Mundial, las naciones vencedoras suscribieron varios tratados. Relaciona los siguientes tratados con el país con el que se firmó.

I. Versalles	a) Alemania
II. Saint German	b) Austria
III. Neully	c) Bulgaria
IV. Trianón	d) Hungría
V. Sévres	e) Turquía

a) Ia, IIb, IIIc, IVd, Ve
b) Ia, IId, IIIc, IVb, Ve
c) Ia, IIb, IIIc, IVe, Vd
d) Ia, IIc, IIIe, IVd, Vb

Unidad 6 El mundo entre guerras

Unidad 7 Segunda Guerra Mundial (1939-1945)

Unidad 8 El conflicto entre el capitalismo y el socialismo

Unidad 9 El mundo actual

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante identificará la crisis de 1929 y los regímenes totalitarios que tuvieron lugar en el periodo entre las dos guerras mundiales.

La crisis de 1929

Al finalizar la Primera Guerra Mundial, Estados Unidos se convirtió en la primera potencia económica del mundo; sin embargo, la sobreproducción y mala planificación en sus exportaciones provocaron una crisis que se agudizó con la caída de las acciones en la Bolsa de Valores de Nueva York el 24 de octubre de 1929, hecho conocido como el jueves negro.

Entre las graves consecuencias que suscitó la crisis del 29, destacan la quiebra de bancos y de la industria hotelera y turística, además del desempleo y endeudamiento.

Para 1932, Franklin Delano Roosevelt tomó la presidencia y aplicó un programa emergente conocido como el *New deal* (nuevo trato) con el que el Estado tomó las riendas de la economía, con el fin de rescatar al país de esta crisis.

Entre las medidas del "nuevo trato", estaban la aplicación del presupuesto federal para la creación de empleos, la fijación de límites en la producción, la aplicación del subsidio a productos de consumo básico.

Las medidas de Roosevelt lograron estabilizar la economía y una recuperación paulatina del país, fue hasta 1936 cuando la industria armamentista en Estados Unidos marcó el fin de esta depresión económica.

Ejemplos de reactivos

1. Una causa para que se diera la crisis del 29 en Estados Unidos fue:
   a) la Primera Guerra Mundial
   b) la sobreproducción
   c) el totalitarismo
   d) la Guerra Fría

   La respuesta correcta es el inciso b.

2. Presidente que con su política del "nuevo trato" logró rescatar a Estados Unidos de su depresión económica:
   a) Franklin D. Roosevelt
   b) Richard Nixon
   c) Harry Truman
   d) J.F. Kennedy

   La respuesta correcta es el inciso a.

Los regímenes totalitarios

Se denomina *totalitarismo* a la forma de gobierno donde el Estado controla todo el sistema político, económico, cultural y social de un país.

Principales sistemas totalitarios

El régimen de Stalin en la URSS

Con el triunfo de la Revolución bolchevique, Lenin estableció el socialismo como forma de gobierno y de organización social. Posteriormente, en 1921 creó la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS) y aplicó su política socializando la economía de esta federación.

En 1924, Lenin murió y comenzó en la URSS una lucha interna por el poder entre León Trotsky y José Stalin. En 1927, Stalin logró quedarse con el poder aplicando un sistema totalitario con los planes quinquenales para el desarrollo de la industria pesada y con la aplicación de una purga contra sus adversarios, y así mantener el control político y económico de esa región.

El fascismo en Italia

Benito Mussolini implementó en Italia un sistema totalitario conocido como *fascismo.*

Las principales características del sistema fascista son las siguientes: sistema de partido único, militarismo, nacionalismo, racismo, expansionismo e imperialismo.

La Alemania nazi

Debido a las sanciones contra Alemania, contenidas en el Tratado de Versalles de 1919, se presentaron las condiciones para que surgiera un movimiento nacionalista, llamado *nazismo*, el cual estuvo encabezado por Adolfo Hitler.

Tras un golpe de Estado fallido, Hitler y otros miembros del partido nazi fueron encarcelados; es allí en prisión donde Hitler escribió *Mi lucha*, obra base de la ideología nazi.

En 1933, tras la muerte de Hidenburg, Hitler tomó el poder; su gobierno se caracterizó por los siguientes puntos:

1. Supremacía de la raza aria.
2. La búsqueda de espacio vital para la creación del nuevo Estado alemán.
3. Censura hacia otras culturas, principalmente a la cultura judía.
4. Política expansionista.
5. El desconocimiento del Tratado de Versalles por considerarlo arbitrario y que limitaba el desarrollo de Alemania.

Otras dictaduras totalitarias

Otros países con sistema fascista se pueden ubicar en España con Francisco Franco (falangismo) y en Japón con el emperador Hirohito y su gobierno militar.

Ejemplos de reactivos

1. Forma de gobierno donde el Estado controla todo el sistema político, económico, cultural y social de un país:
   a) absolutista
   b) centralista
   c) imperialista
   d) totalitarista

   La respuesta correcta es el inciso d.

2. Son características del sistema fascista:
   a) Militarismo y nacionalismo
   b) Racismo y pluripartidista
   c) Expansionista y católico
   d) Nacionalismo y civilista

   La respuesta correcta es el inciso a.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Factores como la sobreproducción, la mala planificación en las exportaciones y la caída de la Bolsa de Valores de Nueva York provocaron en Estados Unidos:
   a) el establecimiento del Plan Marshall
   b) la crisis del 29
   c) la doctrina Monroe
   d) la guerra de Secesión

2. Sistema de gobierno surgido durante el periodo entre guerras que se caracterizó por su nacionalismo y militarismo:
   a) fascismo
   b) socialismo
   c) imperialismo
   d) absolutismo

3. Realizó un golpe de Estado e impuso una dictadura falangista desde 1936 en España:
   a) Fernando VII
   b) Augusto Pinochet
   c) Domingo Perón
   d) Francisco Franco

4. Representante del fascismo en Italia:
   a) Camilo di Cavour
   b) Benito Mussolini
   c) Charles de Gaulle
   d) José Garibaldi

5. Obra escrita por Adolfo Hitler que estableció las bases de la ideología del nazismo:
   a) *Mi verdad*
   b) *El contrato social*
   c) *El manifiesto comunista*
   d) *Mi lucha*
6. Los planes quinquenales y "la purga" política son características del totalitarismo impuesto en la URSS por:
   a) Lenin
   b) Gorbachov
   c) Stalin
   d) Trotsky

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante esquematizará los hechos más sobresalientes de la Segunda Guerra Mundial.

Origen y desarrollo

Las causas que provocaron la Segunda Guerra Mundial se pueden enumerar de la siguiente manera:

1. El totalitarismo que produjo la militarización de algunos países europeos y las ambiciones expansionistas.
2. La formación de dos bandos:
   - El Eje: formado por Alemania, Italia y Japón.
   - Los Aliados: integrado por Inglaterra, Francia, Estados Unidos y la URSS.
3. El desconocimiento del Tratado de Versalles por parte de Alemania.

El motivo que detonó el inicio de esta guerra fue la invasión nazi sobre Polonia el 1 de septiembre de 1939. Aunque los Aliados declararon la guerra al Eje, no se realizaron ataques por lo que el periodo comprendido de septiembre de 1939 a abril de 1940 se le conoce como la *guerra falsa* o *sentada*. En este lapso Alemania llevó a cabo la Guerra Relámpago (*blitzkrig*).

▼ Principales acontecimientos de la Segunda Guerra Mundial

Fecha	Acontecimiento
1940	• Hitler invadió el norte de Francia. Charles de Gaulle promovió la resistencia francesa desde Londres. • Italia invadió Grecia.
1941	• Roosevelt y Churchill firmaron la Carta del Atlántico. • Fracasos de Alemania en Inglaterra y la URSS (Operación Barbarroja). • Ataque sorpresivo de la aviación nipona contra Pearl Harbor. Estados Unidos declaró la guerra contra el Eje.
1942	• Batalla de Midway, Estados Unidos derrotó a Japón.
1943	• Conferencia de la Casa Blanca: Estados Unidos e Inglaterra diseñaron su ofensiva contra Alemania.
1944	• El Día D: desembarco en Normandía para liberar a Francia de la ocupación alemana. • La URSS atacó a Alemania e inició el sitio de Berlín.

Fecha	Acontecimiento
1945	• Conferencia de Yalta entre Stalin, Churchill y Roosevelt para pactar el final de la guerra. Se tomó la decisión de dividir Alemania en cuatro zonas de ocupación para Inglaterra, Francia, Estados Unidos y la URSS. • Acuerdan dividir a Corea en dos zonas. • Tras la muerte de Roosevelt, Harry Truman asumió la presidencia de Estados Unidos. • En Italia, la rebelión partisana ejecutó a Mussolini. • Hitler y otros generales alemanes se suicidaron. • Ante la negativa de Japón por rendirse, Estados Unidos decidió lanzar un ataque nuclear sobre Hiroshima y otro sobre Nagasaki el 6 y 9 de agosto, respectivamente. • Rendición de Japón. Termina la Segunda Guerra Mundial el 2 de septiembre de 1945.

Ejemplos de reactivos

1. Fue una causa que provocó la Segunda Guerra Mundial:
   a) la crisis del 29
   b) la carrera armamentista
   c) el desconocimiento del Tratado de Versalles por parte de Alemania
   d) la alianza entre Alemania, Italia y Austria-Hungría

   La respuesta correcta corresponde al inciso c.

2. Motivo que detonó el inicio de la Segunda Guerra Mundial:
   a) el asesinato de Francisco Franco
   b) la invasión de Alemania a Polonia
   c) la invasión de Alemania al norte de Francia
   d) el surgimiento del fascismo en Europa

   La respuesta correcta corresponde al inciso b.

3. En la conferencia de Yalta (1945), se tomaron varios acuerdos, entre éstos estaba:
   a) la creación de la ONU
   b) el apoyo de Estados Unidos a Inglaterra
   c) la coordinación para liberar a Francia
   d) dividir a Corea en dos zonas de ocupación, una para Estados Unidos y otra para la URSS

   La respuesta correcta corresponde al inciso d.

Las consecuencias de la Segunda Guerra Mundial

Entre las consecuencias, está el reacomodo político y económico de diversos países en distintos contextos geográficos, la descolonización de Asia y África promovida por la conferencia de Bandung y la fragmentación de Europa en dos áreas: el oriente bajo dominio soviético y el occidente predominantemente capitalista.

Otra consecuencia fue la ocupación de los países vencidos, como Alemania que fue dividida en cuatro zonas de ocupación para los países vencedores, lo cual provocó un conflicto entre el capitalismo y el socialismo.

Ejemplo de reactivo

1. Una consecuencia de la Segunda Guerra Mundial fue:
   a) el surgimiento de la globalización
   b) el derecho del voto a la mujer
   c) la ocupación de los países vencidos
   d) los 14 puntos de Wilson

   La respuesta correcta es el inciso c.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Acontecimiento que marcó el inicio de la Segunda Guerra Mundial:
   a) el asesinato del archiduque Francisco Fernando
   b) la invasión de Alemania a Polonia
   c) la invasión de Alemania a Francia
   d) el surgimiento del imperialismo
2. Fue una causa que provocó el estallido de la Segunda Guerra Mundial:
   a) el desconocimiento del Tratado de Versalles por parte de Alemania
   b) la Carta del Atlántico
   c) la paz armada
   d) la invasión de Alemania a Polonia
3. Países que integran al Eje:
   a) Inglaterra, Francia, Rusia
   b) Alemania, Italia, Austria-Hungría
   c) Inglaterra, Francia, Estados Unidos
   d) Alemania, Italia, Japón
4. ¿Cómo se le conoce al intento de invasión por parte de Alemania a la URSS en 1941?
   a) Batalla de Tannenberg
   b) Guerra Relámpago
   c) Batalla de Jutlandia
   d) Operación Barbarroja
5. Con la invasión del norte de Francia por parte de Alemania, este personaje promovió la resistencia francesa desde Londres:
   a) Charles de Gaulle
   b) Philippe Petain
   c) Auguste Comte
   d) Maximiliano de Robespiere

6. Motivo por el cual Estados Unidos declaró la guerra al Eje:
   a) la Conferencia de Teherán
   b) por el desconocimiento del Tratado de Versalles
   c) el ataque japonés contra Pearl Harbor
   d) hundimiento del *Lusitania*

7. Ataque dirigido por Eisenhower en 1944, conocido como el Día D:
   a) Desembarco aliado en Normandía
   b) Operación Barbarroja
   c) La batalla por Inglaterra
   d) Batalla de Waterloo

8. Ordena cronológicamente los siguientes acontecimientos de la Segunda Guerra Mundial.

a) II, III, I, V, IV	I. Conferencia de Yalta
b) I, II, III, IV, V	II. Invasión nazi a Polonia
c) II, III, I, V, IV	III. Ataque japonés a Pearl Harbor
d) II, III, V, I, IV	IV. Conferencia de San Francisco
	V. El Día D

9. Último país del Eje en rendirse en la Segunda Guerra Mundial.
   a) Alemania
   b) Japón
   c) Italia
   d) Austria-Hungría

10. En esta conferencia, los Aliados acordaron dividir a Alemania en cuatro zonas y a Corea en dos zonas de ocupación:
    a) Conferencia de Teherán
    b) Conferencia de Yalta
    c) Conferencia de San Francisco
    d) Conferencia de Postdam

11. Documento firmado en 1941 con el que Estados Unidos decidió apoyar a Inglaterra durante la Segunda Guerra Mundial:
    a) Carta del Atlántico
    b) Pacto de hierro
    c) Conferencia de Yalta
    d) El nuevo tratado

12. País que logró la derrota definitiva de Alemania en 1945:
    a) Francia
    b) Estados Unidos
    c) URSS
    d) Inglaterra

13. Tras la muerte de Roosevelt, ¿quién ocupó la presidencia de Estados Unidos?
    a) Bush
    b) Truman
    c) Nixon
    d) Marshall

14. Una consecuencia de la Segunda Guerra Mundial fue:
    a) el derecho del voto a la mujer
    b) el surgimiento del totalitarismo
    c) la separación de Austria-Hungría
    d) la descolonización de África

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante analizará el mundo bipolar que se originó durante la Guerra Fría.

Los bloques de poder

Entre 1945 y 1991, se desarrolló una fuerte rivalidad económica, política e ideológica entre los bloques capitalista y socialista, los cuales estaban representados por Estados Unidos y la URSS, respectivamente, dichos países se disputaron la hegemonía y crearon un mundo bipolar.

La Guerra Fría

La Guerra Fría se puede definir como el enfrentamiento entre las potencias capitalistas y socialistas en todos los órdenes de la vida (político, económico y social), pero que nunca llegó al enfrentamiento militar directo. Un mundo bipolar y la amenaza nuclear por parte de Estados Unidos y la URSS son características distintivas de este conflicto, el cual se originó al finalizar la Segunda Guerra Mundial; cuando los Aliados aplicaron los acuerdos de la Conferencia de Yalta respecto a la división de Alemania en cuatro zonas de ocupación, aunque el conflicto real fue por el desacuerdo entre Estados Unidos y la URSS acerca de la política que se implementaría en la zona: capitalismo o socialismo. Al no llegar a un acuerdo, estos países rompieron relaciones diplomáticas dividiendo así a Europa. Como lo declaró Winston Churchill en 1945 acerca de la existencia de una "cortina de hierro" que dividió a Europa en dos partes.

El siguiente cuadro muestra las principales características de este conflicto.

La Guerra Fría 1945-1991

Características	
Mundo bipolar, amenaza nuclear	
Bloques	
Capitalista Estados Unidos (Europa occidental)	Socialismo La URSS (Europa del Este)
Plano ideológico Doctrina Truman • Sustenta la libertad económica • Se propone impedir el comunismo en Europa occidental	Plano ideológico Kominform • La dictadura del proletariado en oposición al capitalismo

La Guerra Fría 1945-1991	
Características	
Mundo bipolar, amenaza nuclear	
Bloques	
Estrategia económica Plan Marshall • Programa de financiamiento económico de Estados Unidos para la recuperación de Europa occidental (base para el mercado común europeo)	Estrategia económica Comecon • Comité de mutua asistencia entre naciones comunistas
Estrategia político-militar OTAN • Bloque armado de Europa occidental con liderazgo de Estados Unidos	Estrategia político-militar Pacto de Varsovia • Alianza militar entre países socialistas en Europa del Este con liderazgo de la URSS

Ejemplos de reactivos

1. Características de la Guerra Fría:
   a) Lazos comerciales y el libre mercado
   b) Mundo bipolar y amenaza nuclear
   c) Intercambio cultural entre potencias
   d) Globalización y neoliberalismo

   La respuesta correcta corresponde al inciso b.

2. Enfrentamiento entre potencias capitalistas y socialistas que nunca llegó al enfrentamiento militar directo:
   a) Guerra Fría
   b) Guerra del Golfo Pérsico
   c) Guerra Báltica
   d) Guerra espacial

   La respuesta correcta corresponde al inciso a.

▼ Acontecimientos más sobresalientes durante la Guerra Fría

- Creación del Estado de Israel (1947), David Ben Gurión (primer ministro).
- Independencia de la India (1974), Gandhi, independencia pacífica.
- Proclamación de la República Popular China (1949), Mao Tsé Tung.
- Guerra de Corea (1950-1953), Corea del Norte (socialista), Corea del Sur (capitalista).
- Intervención contrarrevolucionaria de Estados Unidos en Centroamérica, J. F. Kennedy.
- Revolución cubana (1956-1959), Fidel Castro.
- División de Alemania. Construcción del muro de Berlín (1961).
- Crisis de los Misiles (Cuba, 1962).

- Guerra de Vietnam (1964-1975).
- Conflicto árabe-israelí o "guerra de los Seis Días" (1967).
- Caída de Salvador Allende en Chile (1973).
- Revolución sandinista en Nicaragua (1979).

Ejemplos de reactivos

1. Fueron acontecimientos ocurridos durante la Guerra Fría:
   a) la caída del muro de Berlín
   b) la guerra de Corea y la Revolución rusa
   c) el Comecon y la globalización
   d) la Revolución cubana y la Guerra de Vietnam

   La respuesta correcta es el inciso d.

2. Bloque armado de Europa occidental con liderazgo de Estados Unidos:
   a) Plan Marshall
   b) Pacto de Varsovia
   c) OTAN
   d) Comecon

   La respuesta correcta es el inciso c.

Luchas de liberación nacional en Asia y África

Descolonización después de la Segunda Guerra Mundial

El final de la Segunda Guerra Mundial representó también el inicio de una etapa de descolonización en muchas regiones de Asia y África, así como el constante nacimiento de países soberanos. La Conferencia de Bandung (1955) promovió los movimientos de liberación en dichos continentes.

Entre estas independencias, sobresale la de dos países africanos a inicios de la década de los sesenta. Como el caso del Congo que luchó por su independencia y por los derechos laborales, y Argelia que por medio del Frente de Liberación Nacional logró independizarse de Francia.

Sin embargo, aunque los países africanos han logrado su independencia, muchos de ellos viven en dictaduras, violencia, represión y crisis económica.

En el caso de Sudáfrica, Inglaterra implementó una política de segregación racial hacia la población negra. El *apartheid* o separación entre blancos y negros fue establecido desde 1944 hasta su cancelación en 1990.

Nelson Mandela sobresale como uno de los principales opositores a esta política, por lo cual fue acusado de rebelde y encarcelado de 1964 a 1990, año en el que fue liberado para después convertirse en el primer presidente afrodescendiente de Sudáfrica (1944-1999).

El conflicto árabe-israelí

Desde su creación, Israel fue rechazado por los países árabes, quienes han reprobado la expulsión violenta de los palestinos, por lo que la región se transformó en un foco de gran tensión.

Este conflicto se ubicó en el periodo de la Guerra Fría, Israel era un importante aliado de Estados Unidos, mientras que muchos países árabes empezaron un acercamiento con la URSS.

En 1964, se creó la Organización para la Liberación de Palestina (OLP) con la dirección de Yasser Arafat, quien tenía como objetivos la creación de un Estado nacional palestino y la lucha contra Israel, conflicto que continúa hasta nuestros días.

Ejemplos de reactivos

1. Conferencia que promovió los movimientos de liberación en Asia y África:
   a) Bandung
   b) Yalta
   c) Marruecos
   d) Panasiática

   La respuesta correcta corresponde al inciso a.

2. Primer presidente afrodescendiente de Sudáfrica:
   a) Yasser Arafat
   b) Charles Dessalines
   c) Ho Chi Minh
   d) Nelson Mandela

   La respuesta correcta corresponde al inciso d.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Conflicto político, económico e ideológico entre Estados Unidos y la URSS que abarcó de 1945-1991.
   a) La crisis de los misiles
   b) La guerra nuclear
   c) La Guerra Fría
   d) La guerra por los Balcanes
2. Estrategia económica de Estados Unidos para la recuperación de Europa occidental y antecedente del Mercado Común Europeo.
   a) Mercosur
   b) Plan Marshall
   c) Comecon
   d) Doctrina Truman
3. Alianza militar, liderada por la URSS entre países socialistas en Europa del Este.
   a) Comecon
   b) Pacto de Varsovia
   c) OTAN
   d) Kominform
4. ¿En qué consistía la Doctrina Truman?
   a) Impedir el avance del comunismo en Europa occidental
   b) Un pacto de asistencia mutua entre Estados Unidos y la URSS
   c) Crear un bloque armado en Europa occidental
   d) Respetar la soberanía de las naciones en Europa

5. Líder de la Revolución china de 1949:
   a) Nelson Mandela
   b) Ho Chi Minh
   c) Chiang Kai Shek
   d) Mao Tsé-Tung
6. Ordena cronológicamente los siguientes acontecimientos durante la Guerra Fría.
   a) IV, I, III, V, II
   b) III, V, I, IV, II
   c) IV, II, I, V, III
   d) IV, I, II, V, III

   I. Proclamación de la República Popular China
   II. Caída de Salvador Allende
   III. Revolución cubana
   IV. Creación del Estado de Israel
   V. Crisis de los misiles
7. Líder de la OLP que a partir de 1964 tenía como objetivos la creación de un Estado nacional palestino y la lucha contra Israel.
   a) Simón Pérez
   b) Anwar Al-Sadat
   c) Yasser Arafat
   d) David Ben Gurión
8. Impulsó una lucha pacifista que trajo como consecuencia la independencia de la India.
   a) Menájem Beguín
   b) Nelson Mandela
   c) Isaac Rubin
   d) Mahatma Gandhi
9. Junto con Fidel Castro logró el triunfo de la Revolución cubana y la creación del primer país socialista en el continente americano.
   a) Fulgencio Bautista
   b) Ernesto Guevara
   c) Hugo Chávez
   d) Augusto Pinochet
10. Ordena cronológicamente los siguientes hechos históricos.
    a) II, VI, VI, I, III, V
    b) V, I, IV, VI, III, II
    c) V, I, VI, IV, III, II
    d) V, I, IV, VI, II, III

    I. Guerra de Corea
    II. Revolución sandinista en Nicaragua
    III. Conflicto árabe-israelí "Guerra de los siete días"
    IV. Construcción del muro de Berlín
    V. Independencia de la India
    VI. Guerra de Vietnam
11. Política de apertura económica establecida en 1985 por Mijail Gorbachov en la URSS:
    a) Perestroika
    b) Comecon
    c) Glasnost
    d) Pacto de Varsovia
12. ¿Quién disolvió la URSS para fundar a finales de 1991 a la Comunidad de Estados Independientes (CEI)?
    a) Yuri Gagarin
    b) Vladimir Putin
    c) Mijail Gorbachov
    d) Boris Yeltsin

13. Reforma de Gorbachov que consistió en una apertura política y pluralidad partidista:
    a) Kominform
    b) Glasnot
    c) Comecon
    d) Perestroika

14. Políticas aplicadas en el interior de la URSS, promovidas por Mijail Gorbachov y que aceleraron la caída del socialismo.
    a) Kominform
    b) Perestroika y Comecon
    c) Pacto de Varsovia
    d) Perestroika y Glasnot

15. Activista que fue encarcelado por oponerse al *apartheid* establecido en Sudáfrica y que en 1994 se convirtió en el primer presidente afrodescendiente en ese país.
    a) Mao Tsé-Tung
    b) Charles Dessalines
    c) Gandhi
    d) Nelson Mandela

Unidad 9 El mundo actual

Objetivo: al término de la unidad, el estudiante identificará el fin de la Guerra Fría a partir de la caída del bloque soviético y los principales elementos que caracterizan al mundo actual.

La caída del bloque soviético

Debido al estancamiento de la economía en la URSS inicia un periodo de crisis, lo cual motivó una tendencia separatista en el interior de esta federación, comenzando la aceleración de la caída del socialismo.

Momentos clave del derrumbe del bloque socialista
1985 → Mijail Gorbachov disolvió el socialismo a partir de las reformas en economía y política: **Perestroika** > Apertura comercial basada en modelos occidentales. > Disminución de la dirección económica del Estado. > Impulso a la libre competencia y la productividad. > Fomento a la inversión extranjera.
Glasnot > Apertura política, pluralidad partidista, libertad de expresión.
1989 → Caída del muro de Berlín.
1991 → Boris Yeltsin desintegra a la URSS y crea la Comunidad de Estados Independientes (CEI).

Con la caída del socialismo y la desintegración de la URSS, la Guerra Fría llega a su fin.

Ejemplos de reactivos

1. Reforma económica promovida por Gorbachov que aceleró la caída del socialismo en la URSS.
   a) Kominform
   b) Glasnost
   c) Perestroika
   d) Comecon

   La respuesta correcta corresponde al inciso c.

2. Fueron causas que provocaron la disolución del socialismo en la URSS.
   a) La Guerra Fría
   b) La Perestroika, la Glasnost y las tendencias separatistas
   c) Kominform y Comecon
   d) Pacto de Varsovia y la Doctrina Truman

   La respuesta correcta corresponde al inciso b.

La Guerra del Golfo Pérsico

En agosto de 1990, Irak invadió la franja fronteriza de Kuwait, reclamando como propio ese territorio rico en petróleo.

El gobierno de Estados Unidos integró una coalición de países (Inglaterra, Francia, Arabia Saudita) que la ONU apoyó, con el objetivo de obligar a Irak a desocupar el territorio de Kuwait.

La globalización económica y política

La posibilidad de una economía mundial de mercado se acrecentó en la década de los noventa, con el desplome de la URSS, en el contexto de una apertura económica acorde al mercado neoliberal.

La preponderancia del mercado como sistema convencional de la economía mundial representó el triunfo del capitalismo en una dimensión global.

Por globalización se debe comprender como el fenómeno de interdependencia de las economías mundiales, tendientes a una mayor comunicación y un mayor conocimiento e intercambios de los procesos culturales, económicos, políticos y sociales del mundo.

En la actualidad, estos son los principales organismos financieros internacionales, promotores de la globalización:

Organismo	Objetivo
Fondo Monetario Internacional (FMI)	Sostener la estabilidad del sistema de pagos internacionales y tipos de cambio que permite a los países efectuar transacciones entre sí.
Banco Mundial (BM)	Asistencia financiera y técnica para apoyar a países subdesarrollados. Se propone erradicar la pobreza mediante préstamos de bajo interés.
Banco Interamericano de Desarrollo (BID)	Contrarrestar los índices de pobreza extrema en América Latina y el Caribe.

Ejemplos de reactivos

1. Fenómeno económico mundial caracterizado por el libre mercado, el desarrollo tecnológico y la unificación cultural.
   a) Capitalismo
   b) Globalización
   c) Imperialismo
   d) Mercantilismo

   La respuesta correcta corresponde al inciso b.

2. Organismo que se encarga de otorgar asistencia financiera y técnica a los países subdesarrollados:
   a) Banco Mundial
   b) Fondo Monetario Internacional
   c) Banco Interamericano de Desarrollo
   d) Unión Europea

   La respuesta correcta es el inciso a.

El desarrollo científico y tecnológico

En el siglo XX, las guerras mundiales significaron una competencia armamentista ligada, a su vez, a una carrera científica y tecnológica, vinculada a las exigencias y necesidades que las grandes potencias atendieron en el contexto de la Guerra Fría.

La investigación espacial y el uso de un complejo armamento moderno siguen siendo criterios de gran relevancia para el quehacer científico-tecnológico de la actual era de la globalización.

Ya en el siglo XXI, las principales líneas de investigación científica están orientadas al avance de los siguientes campos:

- El estudio genético. Manipulación del mapa genético en la producción de granos modificados y de mejora en la ganadería. Así como el genoma para buscar soluciones definitivas a enfermedades como el cáncer, la diabetes, el sida, etcétera.
- La investigación astrofísica para explicar el origen del cosmos y la posibilidad programática de colonizar y poblar otros planetas.

La carrera espacial entre grandes potencias inicia desde que la URSS logró colocar al primer ser humano en el espacio exterior en 1961. Aunque fue Estados Unidos quien puso al primer ser humano en la Luna, Neil Armstrong, en 1969.

- La informática en la computación y en el desarrollo de las telecomunicaciones gira actualmente a la transmisión de ondas vía satélite, de las que dependen la telefonía celular e Internet.
- El desarrollo industrial con la microtecnología (nanotecnología) y la robótica para crear máquinas que además de facilitar el trabajo humano también son capaces de desarrollar inteligencia artificial.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Fenómeno mundial de interdependencia económica para el intercambio cultural, político y social.
   a) Globalización
   b) Neoliberalismo
   c) Imperialismo
   d) Capitalismo
2. Rama de la tecnología que diseña y construye máquinas capaces de desarrollar inteligencia artificial.
   a) Clonación
   b) Ingeniería
   c) Inteligencia artificial
   d) Robotización
3. Ciencia que diseña, manipula y emplea estructuras con dimensiones milimétricas.
   a) Biotecnología
   b) Nanotecnología
   c) Inteligencia artificial
   d) Robotización
4. La causa por la que Estados Unidos invadió a Irak con la llamada Guerra del Golfo Pérsico fue:
   a) petróleo
   b) diamantes
   c) agua
   d) oro
5. Nombre del primer astronauta en pisar la Luna:
   a) Yuri Gagarin
   b) Boris Yeltsin
   c) Neil Armstrong
   d) Mijail Gorbachov

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4	Unidad 5	Unidad 6	Unidad 7	Unidad 8	Unidad 9
1. c	1. b	1. a	1. b	1. c	1. b	1. b	1. c	1. a
2. a	2. d	2. c	2. d	2. c	2. a	2. a	2. b	2. d
3. d	3. a	3. a	3. a	3. c	3. d	3. d	3. b	3. b
4. a	4. c	4. a	4. b	4. d	4. b	4. d	4. a	4. a
5. b	5. c	5. a	5. c	5. a	5. d	5. a	5. d	5. c
6. c	6. a	6. d	6. a	6. b	6. c	6. c	6. a	
7. c	7. c	7. d	7. c	7. a		7. a	7. c	
8. d	8. d	8. b	8. c	8. d		8. d	8. d	
9. c	9. b	9. c	9. b	9. c		9. b	9. b	
10. d	10. c	10. a	10. d	10. a		10. b	10. b	
11. c	11. d	11. c				11. a	11. a	
	12. b	12. d				12. c	12. d	
	13. b					13. b	13. b	
	14. b					14. d	14. d	
	15. b						15. d	

Bibliografía

ÁLVAREZ Santaló León, C. (1985). *Los siglos de la Historia.* Barcelona: Salvat.

APPENDINI, I. y Silvio Z. (1984). *Historia universal moderna y contemporánea.* México: Porrúa.

BECERRA Juárez, E., Gotilla Rodríguez, K., Parcero López, R. M., Romo Medrano, L. y Sánchez Córdova, H. (2005). *Historia universal.* México: Pearson.

BROM, J. (1993). *Para comprender la Historia.* México: Editorial Nuestro Tiempo.

____________. (1989). *Esbozo de Historia universal.* México: Grijalbo.

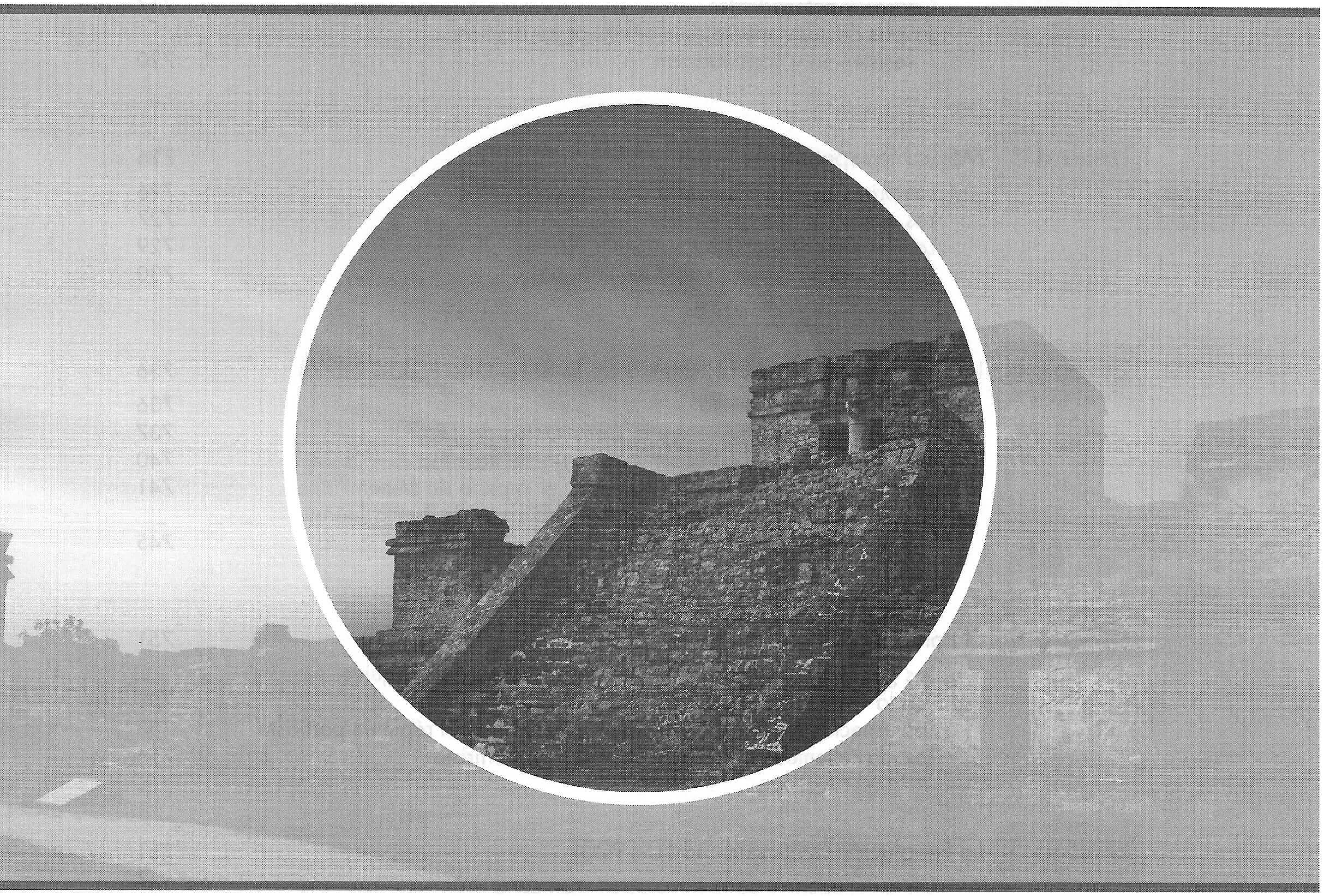
DELGADO de Cantú, Gloria M. (2006). *Historia universal. De la era de las revoluciones al mundo globalizado.* México: Pearson.

____________. (1995). *El mundo moderno y contemporáneo bajo la influencia de occidente.* México: Alhambra.

GONZÁLEZ de Lemoine, G., López Machorro, E., Parcero López, R. M. y Sánchez Córdova, H. (1984). *Atlas de Historia universal contemporánea.* México: Limusa.

SÁNCHEZ, H., Romo, E., Parcero, R. M. y Sánchez, Lilia (2018). *Historia universal.* México: Pearson.

HISTORIA DE MÉXICO



Para servir a la patria nunca sobra el que llega
ni hace falta el que se va.

Venustiano Carranza

Contenido

HISTORIA DE MÉXICO

Objetivo: el estudiante describirá de forma general el pasado indígena mesoamericano, así como aspectos políticos, económicos, sociales y culturales de la Nueva España.

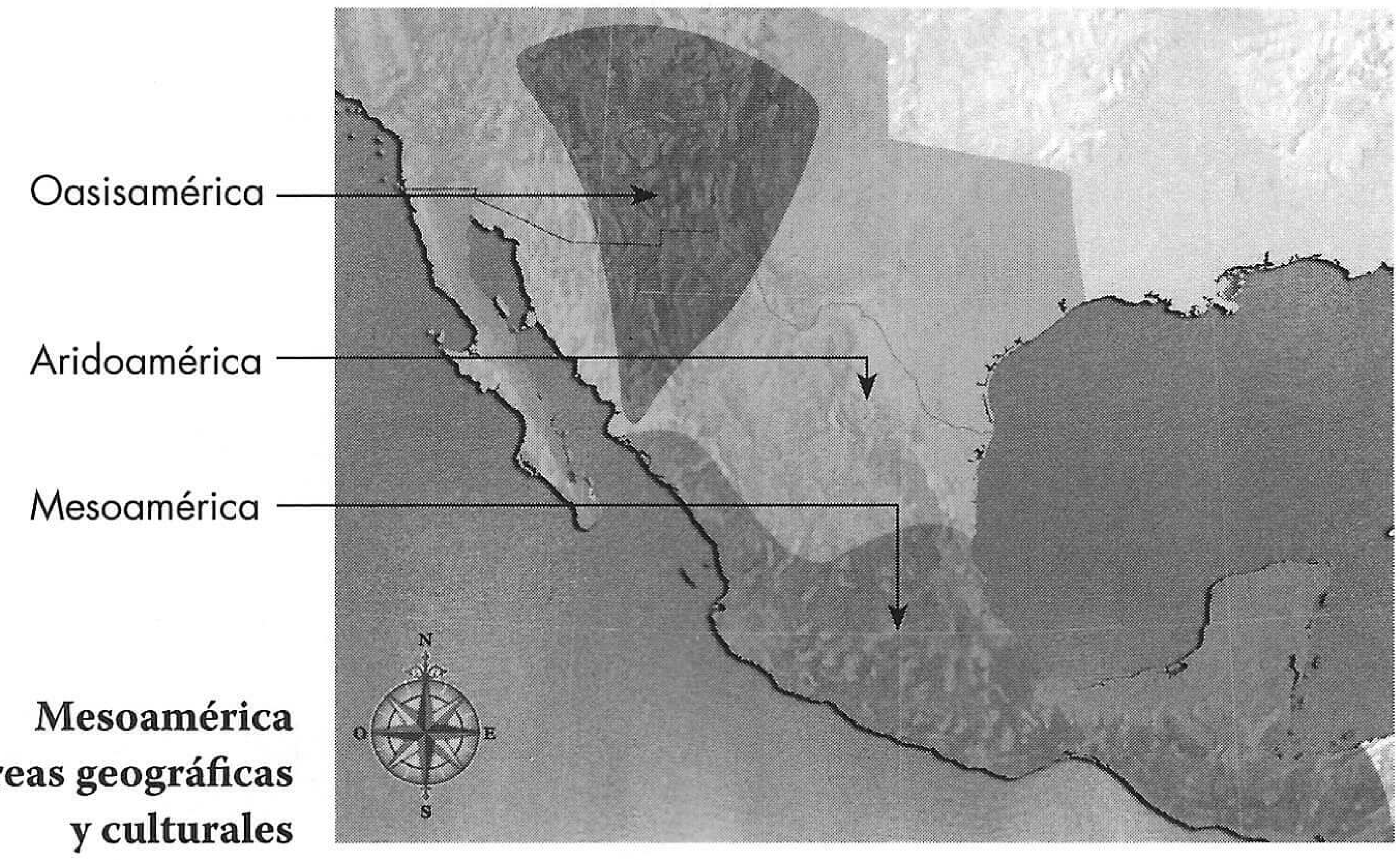
Los antecedentes: Mesoamérica, áreas culturales

▼ Características comunes a las civilizaciones indígenas mesoamericanas

Según lo definió el arqueólogo alemán Paul Kirchhoff, se utiliza el término *Mesoamérica* para identificar el área geográfica donde se establecieron las civilizaciones indígenas prehispánicas que habitaron en diversas regiones al centro y sur del actual territorio mexicano y en parte de Centroamérica desde, por lo menos, el segundo milenio antes de nuestra era y hasta el momento de la conquista.

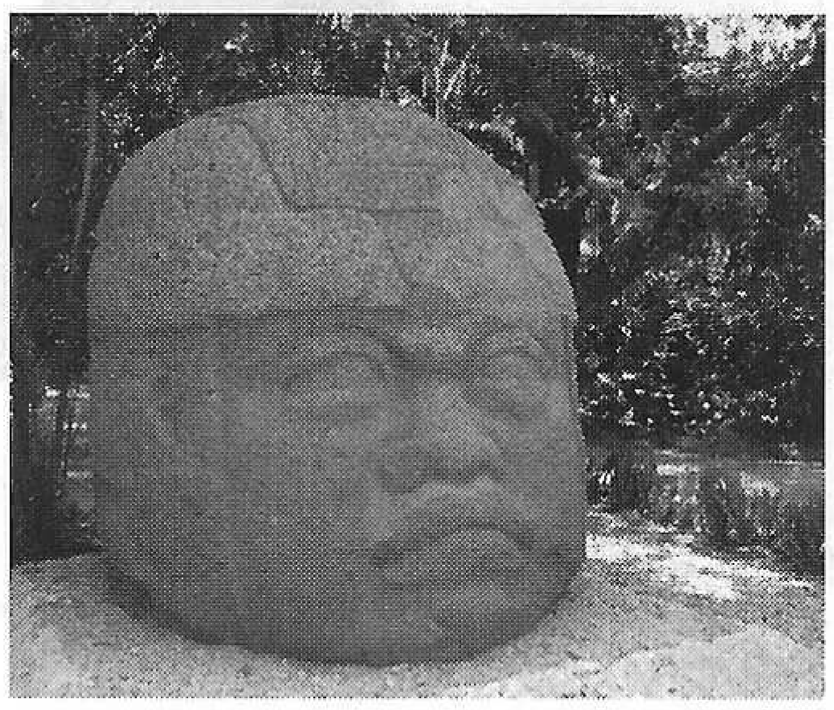
Son algunas características principales de las civilizaciones indígenas mesoamericanas, a lo largo de varios horizontes histórico-culturales (Preclásico, Clásico y Posclásico).

- Se trata de civilizaciones agrícolas, teocráticas y politeístas y con el mayor desarrollo.
- La agricultura fue la base material de todos los pueblos indígenas de Mesoamérica.
- El cultivo del maíz fue la base de su alimentación.
- Construyeron terrazas de cultivo (chinampas) y desarrollaron algunos sistemas de riego.
- Utilizaban la coa o el azadón de palo en sus labores agrícolas.
- Edificaron estructuras de tipo piramidal con basamento escalonado y con orientación astronómica.
- Desarrollaron un sistema de escritura y de numeración, y un cómputo calendárico.

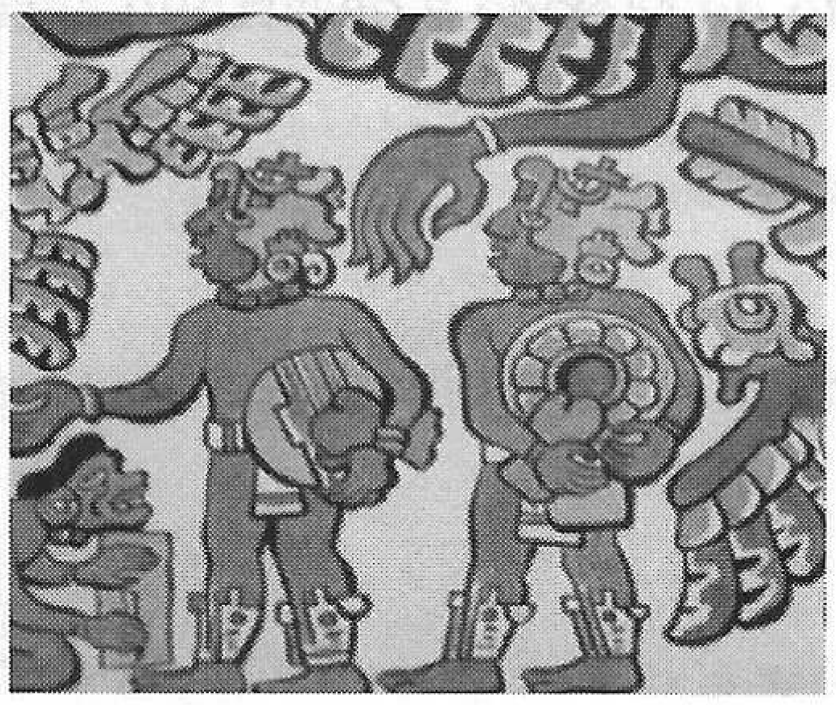


Mesoamérica y otras áreas geográficas y culturales

Ejemplos del desarrollo cultural y artístico mesoamericano



Se considera a los olmecas como la *cultura madre* de Mesoamérica. Establecidos en costas del golfo de México aproximadamente desde unos 1 800 años a. C., dejaron en sitios como La Venta, San Lorenzo y Tres Zapotes, vestigios colosales como enormes cabezas de basalto.



Según se relata en el *Popol Vuh* (*El Libro de los Consejos*), obra mítica y literaria maya quiché, escrita hacia el año 1550, pero que recrea hechos mucho más antiguos: *los dioses Tepeuh y Gukumatz crearon al hombre de maíz y lo dotaron de entendimiento.*



La civilización maya se estableció en Chiapas, Quintana Roo, Tabasco, Guatemala y Honduras, y desarrolló un sistema calendárico de gran precisión matemática y astronómica, la llamada *cuenta larga.*

Ejemplo de reactivo

Identifica cuál de las siguientes **no fue** una característica de Mesoamérica:

a) Las civilizaciones mesoamericanas basaron su alimentación en el cultivo del maíz
b) La vida nómada de los habitantes de Mesoamérica se debe a la ausencia de la agricultura
c) La arquitectura mesoamericana se caracterizó por el basamento escalonado y piramidal
d) El empleo de terrazas de riego, el azadón y la coa distinguieron a la agricultura de Mesoamérica

Explicación:

Conforme el contenido del tema estudiado, en Mesoamérica se establecieron civilizaciones desarrolladas, teocráticas y politeístas, que dominaron una intensa actividad agrícola y construyeron terrazas de cultivo. Además emplearon herramientas como la coa o el azadón para horadar la tierra. Su arquitectura piramidal se distinguió por el basamento escalonado.

Por ser civilizaciones indígenas, no fueron nómadas, pues no requerían trasladarse de lugar en lugar para buscar su alimento.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

➤ Horizontes histórico-culturales de Mesoamérica

Para estudiar y comprender de manera sistemática el pasado indígena mesoamericano, suele establecerse una división histórica y regional de dicha área en tres periodos u horizontes histórico-culturales, el Preclásico, el Clásico y el Posclásico; cada uno de estos se subdivide a su vez, en etapas y en regiones.

Horizonte Preclásico (2300 a 100 a. C., aproximadamente)

Periodo formativo de Mesoamérica. El dominio de la agricultura propicia una vida sedentaria en aldeas en sitios fértiles, y de una estratificación social cada vez más compleja. El culto al jaguar y al viento como primeras manifestaciones religiosas mesoamericanas. Surgen la escritura, la numeración y el calendario mesoamericanos.

Preclásico inferior

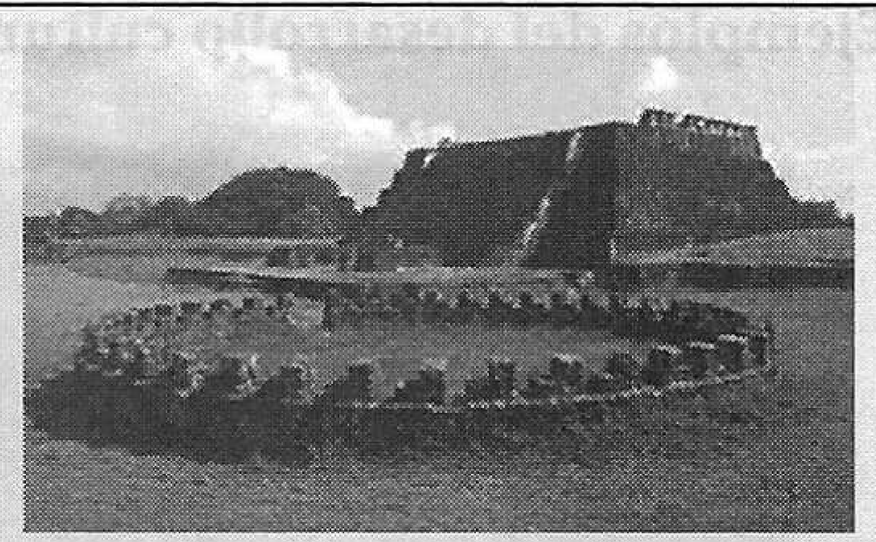
- Poblamiento de costas del golfo de México y desarrollo agrícola autosuficiente.
- Abundan las figuras femeninas de barro.

Preclásico medio

- Incremento de la población urbana y desarrollo de la arquitectura.
- Se desarrolla la escultura.

Preclásico superior

- Auge económico, político y cultural olmeca en costas del golfo de México.
- Abundante producción de cabezas monumentales en La Venta y otros sitios olmecas.
- Estelas con registros gráficos de escritura y numeración.
- Expansión e influencia olmeca en otras regiones de Mesoamérica.



La Venta, Tabasco

Sitios arqueológicos del Horizonte Preclásico

La Venta, San Lorenzo y Tres Zapotes en costas del golfo; San José, Mogote y Monte Albán en el valle de Oaxaca; Chiapa de Corzo e Izapa (Chiapas); Edzná (Campeche); Tikal, Kaminaljuyú y Uaxactum (Guatemala); Chalcatzingo y Cuicuilco en el valle de México.

Horizonte Clásico (200 a. C. a 900 d.C., aproximadamente)

Florecen las civilizaciones que comparten la influencia olmeca. En esta etapa, se alcanzó el perfeccionamiento del calendario, maduró el urbanismo, siendo Teotihuacan en el valle de México, el modelo de referencia arqueológica. También se generó mayor intercambio comercial y diversidad cultural en amplias regiones de Mesoamérica, Destaca arquitectura con basamento escalonado y orientación astronómica. Surgieron el juego de pelota, la pintura mural y los primeros códices mesoamericanos (de procedencia maya).

Protoclásico

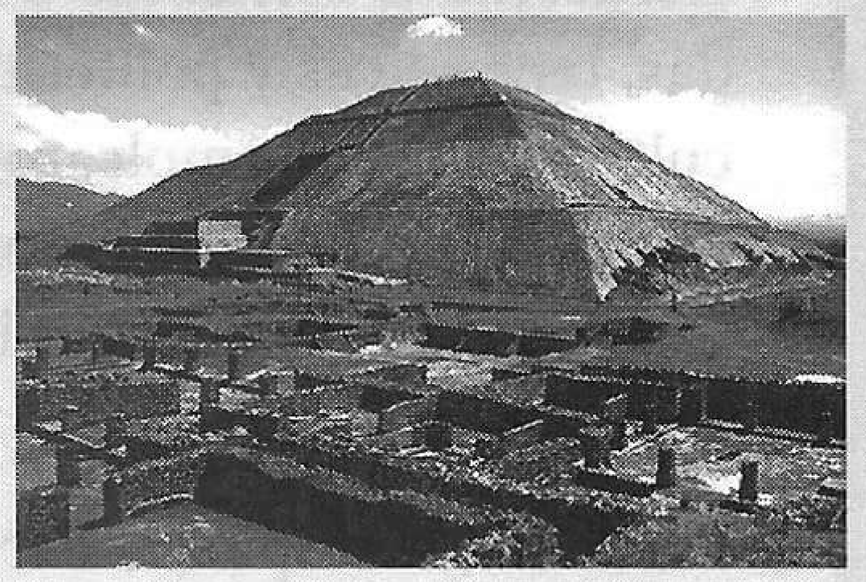
- Decadencia olmeca y transición del Preclásico al Clásico.
- Primeros vestigios arquitectónicos en Teotihuacan.

Clásico medio

- Aumento sustancial de la población en el altiplano central, pleno urbanismo y auge arquitectónico monumental y habitacional.
- Predominio político y económico teotihuacano en el altiplano central.

Clásico tardío

- Auge político y cultural maya.
- El arco maya en la arquitectura.
- El cero y el sistema vigesimal de los mayas.
- Perfeccionamiento del calendario (la cuenta larga de los mayas).
- Decae Teotihuacan y se incrementan las fricciones fronterizas en diversas regiones de Mesoamérica y las tendencias migratorias (Epiclásico).



Pirámide del Sol, Teotihuacan

Sitios arqueológicos del Horizonte Clásico

Comalcalco (Tabasco), Tajín (Veracruz), Palenque (Chiapas), Cobá (Quintana Roo), Uxmal (Yucatán), Copán y Petén (Guatemala), Xochicalco, Cacaxtla, Teotihuacan y Cholula en el valle de México.

Horizonte Posclásico (900 a 1521)

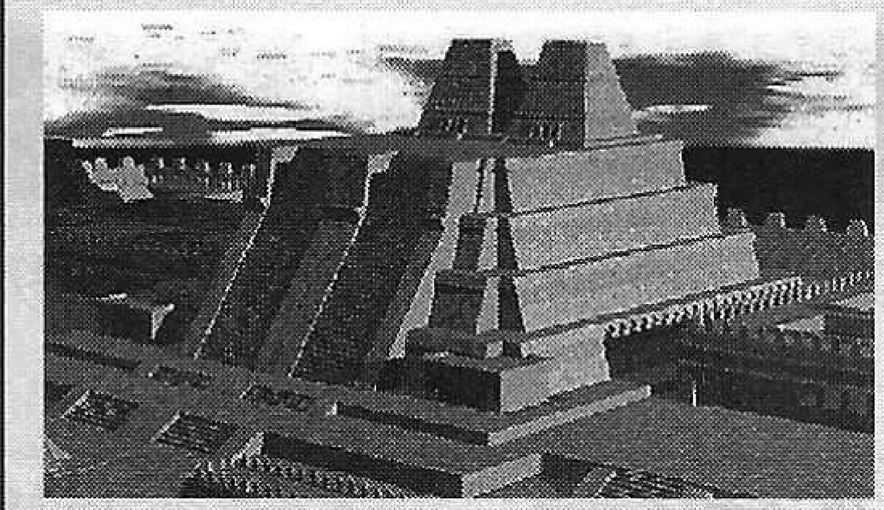
Auge de las tendencias migratorias, grupos chichimecas procedentes de Aridoamérica en el altiplano central principalmente. Se fortalecen los estados militares como los toltecas, purépechas en Michoacán, mixtecos en Guerrero y Oaxaca. Es la etapa de mayor abundancia de códices en diversas regiones de Mesoamérica, por lo cual se puede considerar al Posclásico tardío como un horizonte histórico.

Posclásico inferior

- Reorganización política, social, militar y territorial hacia el año 1000.
- Predominio tolteca en el valle de México.
- Decadencia maya y nuevos núcleos de poblamiento en la Península de Yucatán)
- Decadencia tolteca aproximadamente hacia el año 1200.

Posclásico superior (también llamado Horizonte histórico)

- Fundación de México-Tenochtitlan en un islote del valle de México, año 1321.
- Integración de la Triple Alianza entre Tenochtitlan, Tlacopan y Texcoco.
- Expediciones españolas procedentes de Cuba recorren las costas del golfo de México.
- Hernán Cortés realiza la conquista de México entre 1519 y 1521.



Templo Mayor, Tenochtitlan

Sitios arqueológicos del Horizonte Posclásico

Tula (Hidalgo), Mitla (Oaxaca), Chichen Itzá y Mayapán (Yucatán), Tulum (Quintana Roo), Topoxté (Guatemala), Cempoala (Veracruz), Tzintzuntzan (Michoacán), Texcoco, Tlacopan y México-Tenochtitlan (valle de México).

Ejemplo de reactivo

Señala una referencia correspondiente al Horizonte Posclásico mesoamericano.

a) En su etapa temprana, los toltecas fundaron la ciudad de Teotihuacan
b) La cultura madre de Mesoamérica se estableció sobre las costas del golfo de México
c) Hacia el año 1325 fue erigida por los aztecas la ciudad de México-Tenochtitlan
d) El uso de la rueda y la pólvora distinguió a los mayas desde el año *Ome Tochtli*

Explicación:

La fundación de México-Tenochtitlan está fechada en 1325, y corresponde a la etapa conocida como Posclásico superior, también considerada como Horizonte histórico. Las demás referencias, o bien no son datos correctamente mencionados, o se remontan a otras etapas, distintas al Horizonte Posclásico.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Descubrimiento y conquista militar y espiritual de México

A partir de 1492, la reina Isabel de Castilla patrocinó los viajes de Cristóbal Colón con el propósito de abrir nuevas rutas para el comercio de España. Y como resultado de dichos viajes, tarde o temprano se suscitó el descubrimiento del *nuevo mundo*. La exploración y conquista de América fortaleció al Imperio español durante los siguientes siglos.

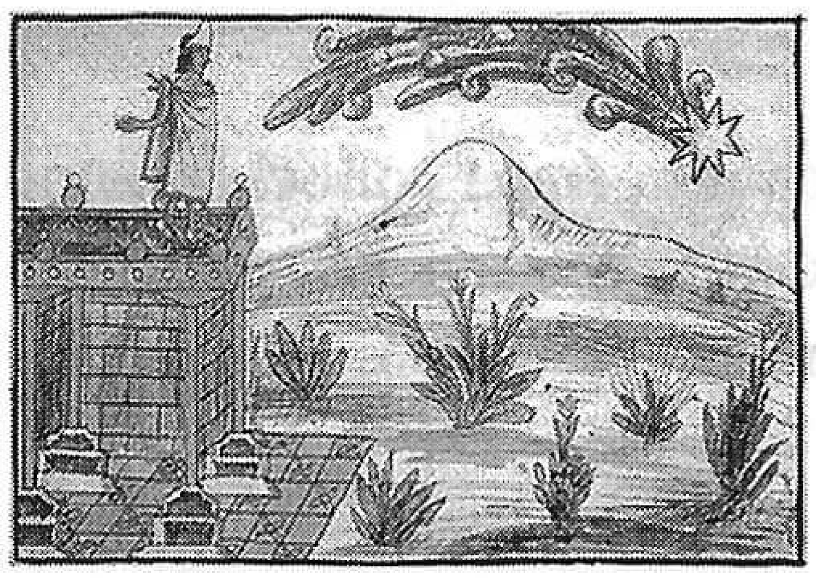
En 1503 se creó la Casa de Contratación de Sevilla, que se encargaba de regular los asuntos coloniales, de otorgar los permisos para efectuar viajes, exploraciones, así como las autorizaciones para residir en la Nueva España; además regulaba el comercio y la navegación en América; Cuba fue el punto de partida para las tres primeras expediciones organizadas por el gobernador Diego de Velásquez, hacia el continente, las cuales fueron:

	Fecha	Conquistador	Sitios que exploraron
1a. expedición	1517	Francisco Hernández de Córdoba	Isla Mujeres Cabo Catoche Champotón (Campeche)
2a. expedición	1518	Juan de Grijalva	Cozumel Laguna de Términos Ríos Usumacinta y Grijalva San Juan de Ulúa
3a. expedición	1519	Hernán Cortés	Cozumel Tabasco San Juan de Ulúa

Al desembarcar en costas del golfo de México, el capitán Hernán Cortés fundó un primer ayuntamiento, la Villa Rica de la Veracruz el 10 de julio de 1519, con un gobierno local, ante el cual Cortés solicitó autorización para explorar *tierra adentro.* Y el avance de los españoles hacia el valle de México dio origen a la Conquista de México-Tenochtitlan.

A la llegada de los españoles, los aztecas ejercían un sólido dominio político, militar y comercial desde el altiplano central hasta tierras de Centroamérica. Según se desprende por la consulta de numerosos relatos indígenas y españoles sobre la conquista de México, Moctezuma II, Xocoyotzin —*tlatoani* o emperador azteca que recibió y hospedó en su palacio a Hernán Cortés— creyó identificar en el capitán español al dios Quetzalcóatl. Así por ejemplo, según lo refiere Bernal Díaz del Castillo en la *Historia Verdadera de la Conquista de la Nueva España,* al igual que Fray Bernardino de Sahagún en la *Historia General de las Cosas de la Nueva España* (Códice Florentino), los aztecas temían el cumplimiento de la profecía sobre el eventual retorno de Quetzalcóatl, y otras *señales que vaticinaban* el fin *del Quinto Sol* (*Nahui Ollin*).

▼ Factores que facilitaron a Hernán Cortés la conquista de México entre 1519 y 1521



Moctezuma y el cometa
(*Códice Durán*)

- Las armas de fuego que portaban los españoles.
- La visión fatalista del pueblo azteca, ligadas al mito de Quetzalcóatl.
- Las alianzas militares entre Hernán Cortés y el señorío de Tlaxcala y pueblos indígenas rivales de los aztecas,
- Las enfermedades transmitidas por los españoles a la población nativa.



La conquista de México-Tenochtitlan
(*Códice Florentino*)

Ejemplo de reactivo

La idea sobre un eventual retorno del dios Quetzalcóatl pudo ser un factor favorable para la conquista de México, ya que...

a) los códices eran libros proféticos y su interpretación estaba a cargo de los dioses
b) la civilización azteca temía a que otros pueblos se rebelaran en su contra
c) antes de la conquista, había evidencias sobre un *astronauta maya* en Palenque
d) Moctezuma Xocoyotzin creyó identificar a dicha deidad en Hernán Cortés

Explicación:

Según se desprende por la consulta de numerosos relatos indígenas y españoles sobre la conquista de México, Moctezuma II, Xocoyotzin —*tlatoani* o emperador azteca que recibió y hospedó en su palacio a Hernán Cortés— creyó reconocer en el capitán español al dios Quetzalcóatl. Dicha explicación se sustenta en fuentes escritas que permiten sostener esa hipótesis.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

La organización política

Como resultado de la conquista —consumada el 13 de agosto de 1521—, se estableció la Nueva España, la cual permaneció como colonia española desde el siglo XVI hasta iniciado el siglo XIX. Hernán Cortés había fundado previamente un primer ayuntamiento en la Villa Rica de la Veracruz, por lo que se le considera como la primera forma de gobierno en la Nueva España, antes del virreinato mismo. Fue el emperador Carlos I de España (también conocido como Carlos V en el Sacro Imperio Germano), quien nombró a Hernán Cortés como gobernador y capitán general de Nueva España. Ante las dificultades de Cortés para administrar su gobierno, y como consecuencia de un juicio de residencia en contra de dicho conquistador, se creó en 1528 una Primera Audiencia bajo el mando de Nuño Beltrán de Guzmán, fray Juan de Zumárraga y fray Andrés de Olmos. Acusados por *sus excesos de poder* y por *no ser capaces de imponer el orden y la justicia,* fueron sustituidos por una Segunda Audiencia en 1531, la cual quedó a cargo de Sebastián Ramírez de Fuenleal y Vasco de Quiroga, como oidor.

Desde 1524 se fundó por órdenes de Carlos I el Real Consejo de Indias, principal órgano colegiado de gobierno en la Nueva España, establecido como un grupo de consejeros para administrar los diversos aspectos administrativos, legislativos y judiciales novohispanos, que supervisaba a la Real Hacienda en el cobro de impuestos, a los consulados en la regulación del comercio interno, y a las alcaldías o gobiernos locales en distintos poblados. Adicionalmente, el Consejo de Indias fungía como Poder Legislativo en la elaboración de leyes, y como órgano judicial en la impartición de justicia.



El virreinato de Nueva España



Antonio de Mendoza

En 1535 el emperador Carlos I fundó al virreinato de Nueva España y designó como primer virrey a Antonio de Mendoza, representante personal de la Corona española con las siguientes funciones:

- Gobernador general de Nueva España.
- Capitán general de las fuerzas armadas en la Nueva España.
- Presidente sobre el Consejo de Indias.
- Vicepatrono de la Iglesia Católica.
- Presidente de la Audiencia.
- Superintendente de la Real Hacienda.

Fue por iniciativa de dicho virrey que se introdujo la imprenta en la Nueva España y se elaboró el llamado *Códice Mendocino* desde 1542. Entre 1551 y 1553, se fundó la Real y Pontificia Universidad de México, a iniciativa del virrey Antonio de Mendoza, a pesar de su muerte en 1552.

Conforme la necesidad de evangelizar a la población nativa, a la Nueva España llegaban misioneros, entre quienes destacó el fraile dominico Bartolomé de las Casas, obispo de Chiapas y verdadero defensor de los derechos indígenas; se le considera precursor del precepto universal de los derechos humanos. Otro importante misionero establecido en la Nueva España fue fray Toribio de Benavente (*Motolinía*), cronista que relata las costumbres de la población nativa previa a la conquista; fue también defensor de los derechos indígenas. Fray Juan de Zumárraga fue desde 1528 primer obispo de la Diócesis de México, también promotor de la fundación de la Real y Pontificia Universidad de México, hecho que se ejecutó entre 1551 y 1553, tras la muerte de Zumárraga.

Ejemplo de reactivo

Identifica a cuál personaje colonial se describe a continuación:

Fue por iniciativa de dicho virrey que se introdujo la imprenta en la Nueva España y se elaboró el llamado *Códice Mendocino* desde 1542. Entre 1551 y 1553. También por su iniciativa se fundó la Real y Pontificia Universidad de México.

a) Antonio de Mendoza b) Fray Bartolomé de las Casas c) Hernán Cortés d) Carlos I

Explicación:

Conforme se describe la organización política de Nueva España, esas referencias corresponden a Antonio de Mendoza. Por otra parte, fray Bartolomé de las Casas fue el obispo de Chiapas y su labor humanista a favor de los derechos de la población indígena lo distinguió. Hernán Cortés realizó la conquista de México, pero nunca fue nombrado virrey, sino gobernador de Nueva España. Y Carlos I (también conocido como Carlos V), no era virrey, era emperador del reino español.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

La estructura económica y social

En el México virreinal, la economía quedó supeditada a los intereses colonialistas de la metrópoli. Así, el Imperio español se enriquecía a costa de los recursos novohispanos, mediante tres principales mecanismos:

- **El control monopólico de actividades productivas**

La metrópoli ejercía un control estricto de actividades como la minería, el comercio, el tráfico portuario, la producción vitivinícola, el cultivo y la exportación de productos de alta demanda en mercados internacionales, como el cacao, la vainilla, el tabaco y la cochinilla, etcétera. La extracción de metales preciosos representó el principal interés económico de la Corona, por lo que la minería trascendió como principal actividad en la economía colonial.

- **El sistema administrativo de la economía colonial**

La Casa de Contratación de Sevilla regulaba estrictamente el intercambio comercial entre España y sus colonias, y los consulados regulaban el comercio regional novohispano. Además, las aduanas en puertos y el cobro de alcabalas, y hasta el llamado *quinto real* (especie de impuesto correspondiente a la quinta parte de las ganancias mineras y de derechos económicos que la actividad productiva debía pagar a la Corona en todos los virreinatos), fueron aspectos de una onerosa política fiscal favorable al reino español.

- **La explotación de la fuerza de trabajo**

La esclavitud, la Encomienda y el repartimiento fueron variantes de trabajo forzado, que peninsulares y criollos practicaban para explotar a sectores oprimidos en la sociedad novohispana. Impuesta a la población negra africana, la esclavitud era un régimen de explotación sin derechos de ninguna índole para quienes la padecían. Por otra parte, la Encomienda se estableció en beneficio de los conquistadores y sus descendientes, recompensados por haber dado a España enormes territorios coloniales. Con características de tipo feudal, la Encomienda consistía en otorgar tierras de cultivo para el encomendero, así como trabajadores indígenas obligados de por vida a trabajar para él. El encomendero tenía como deber el promover la evangelización de los indios encomendados. El Repartimiento se distinguía porque bajo este régimen el trabajo era temporal, a diferencia de la Encomienda.

- **El mestizaje y la sociedad de castas**

El mestizaje fue un proceso formativo lento, complejo y conflictivo de una variada mezcla de aspectos sociales, lingüísticos y culturales —entre indígenas, españoles y negros— con una aparente preponderancia de elementos españoles que se instituyeron oficialmente y en forma impositiva, como el castellano y la religión católica.

Conforme el origen racial, la población novohispana estuvo estratificada dentro de un sistema social contrastado de jerarquías, privilegios y obligaciones, en el cual las mezclas raciales segregadas y explotadas eran la base de la relegación.

- **Peninsulares o españoles** procedentes de la "madre patria", la península. Acaparaban la riqueza y los principales cargos públicos.
- **Criollos o hijos de españoles**, pero nacidos en América; se veían frecuentemente desplazados por los peninsulares. Las diferencias entre criollos y peninsulares fueron más marcadas a finales del siglo XVIII.
- **Mestizo** o raza formada por la mezcla entre españoles e indígenas; los mestizos eran empleados menores, subordinados a la autoridad de criollos y peninsulares; también ejercían actividades en el campo, la minería y el ejército.
- **Sectores indígenas** o población nativa de México, sobreviviente de la Conquista. Sin privilegios ni libertades, aunque bajo la protección real de la Corona. Eran explotados y maltratados, pero sujetos a la evangelización y dueños de tierras comunales con reconocimiento oficial.
- **Población de raza negra**, procedentes de África en condición de esclavos, sin ningún derecho ni esperanza en el entramado social novohispano. Realizaban trabajos forzados con una gran resistencia física, superior a la de otras castas, y soportaban todo el peso de la injusticia y de los prejuicios que durante tres siglos vivió el México colonial.

Ejemplo de reactivo

No corresponde al sistema social novohispano:

a) la asignación de privilegios u obligaciones, según el origen racial
b) la segregación racial
c) la igualdad civil de todos los sectores
d) el rol y el *estatus* según la mezcla racial

Explicación:

Siendo un régimen de Castas, la sociedad novohispana estuvo estratificada según el origen racial, por lo que se deduce que se trataba de un sistema segregacionista e injusto en el cual el sector integrado por los peninsulares gozaba de todos los privilegios y ventajas frente a otros sectores.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Las reformas borbónicas

Bajo la influencia del pensamiento ilustrado, el siglo XVIII representó cambios en la cultura novohispana; entre los más importantes, las reformas borbónicas fueron decretadas por el monarca español Carlos III a partir de 1767. Su principal propósito fue incrementar los ingresos de la metrópoli, para lo cual estableció nuevas disposiciones en la Nueva España.

Principales reformas borbónicas

- Cancelación de la Casa de Contratación de Sevilla.
- Reorganización del Real Consejo de Indias, y fortalecimiento de la Audiencia de México.
- Nuevas cargas fiscales a la actividad productiva y portuaria.
- Envío de visitadores y revisores para practicar auditorías a la Real Hacienda en la Nueva España.
- Autorización para la fundación de nuevos puertos novohispanos.
- Fomento e intensificación de la extracción minera para favorecer la acumulación de metales preciosos a favor de la Corona española.
- Creación del Tribunal de Minas y del Real Colegio de Minería.
- Cobro de impuestos y expropiación de bienes inmuebles del clero.
- Expulsión de la Compañía de Jesús en 1767.
- Creación de milicias para apoyar a las tropas reales en la custodia interna y costera de Nueva España.



Carlos III, emperador español que introdujo las reformas borbónicas

Y para elevar los ingresos de la Corona y reducir el poder de los grupos locales, Carlos III decidió en 1786 dividir el territorio de Nueva España en doce intendencias o gobiernos regionales. En cada una, el intendente nombrado por el emperador se encargaría de aplicar el cumplimiento cabal de las reformas borbónicas.

Las reformas borbónicas fueron uno de los principales factores que motivaron mayores contrastes y diferencias en la sociedad novohispana, y fueron también una causa principal para que la vida económica de Nueva España se viera obstruida. Su aplicación produjo que el poder del virrey disminuyera y se incrementara un mayor control político, administrativo y militar ejercido por la Corona en Nueva España.

Carlos IV heredó la Corona en 1804 y mantuvo la prepotencia de la monarquía sobre la Iglesia, pues le impuso al clero la obligación de otorgar, de manera forzosa, onerosos préstamos para sostener las tropas españolas. El descontento generalizado por las disposiciones reales agudizó también la rivalidad entre los criollo —sector ilustrado, pero relegado del poder virreinal— y los peninsulares, quienes acapararon el control político y la autoridad desde la Audiencia de México, por lo que se considera a las reformas borbónicas como uno de los factores crónicos principales que motivaron finalmente el inicio de la emancipación o Independencia de México a partir de 1810.

Ejemplo de reactivo

¿Qué forma de división territorial se impuso en la Nueva España hacia 1786?

a) Estados b) Intendencias c) Cofradías d) Ayuntamientos

Explicación:

Para elevar los ingresos de la Corona y reducir el poder de los grupos locales, Carlos III decidió en 1786 dividir el territorio de Nueva España en doce intendencias o gobiernos regionales. En cada una, el intendente nombrado por el emperador se encargaría de aplicar el cumplimiento cabal de las reformas borbónicas.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Las ciencias y las artes

En un amplio sentido la vida colonial significó un proceso intenso y abigarrado, determinado por el mestizaje; sobre las ruinas de México-Tenochtitlan se levantó materialmente la construcción de Nueva España. Las monumentales catedrales y edificios públicos reciclaron los antiguos basamentos de piedra de los *teocallis indígenas*, y la *grandeza mexicana*, como la llamó Bernardo de Balbuena a la nueva capital del virreinato español, se cimentó en las raíces vivas del México precolombino.

La educación en Nueva España estuvo siempre bajo el control de la Iglesia; la religión católica se reflejó en las artes y las letras. Las primeras escuelas fueron fundadas por misioneros. Entre ellas destacan el Colegio de la Santa Cruz de Tlatelolco, el Colegio de San Juan de Letrán, el Colegio Mayor de Santa María de Todos los Santos, el Colegio de San Pedro y San Pablo y el Colegio de San Ildefonso.



Escudo de la Real y Pontificia Universidad de México

En 1551 se fundó la Real y Pontificia Universidad de México, donde se impartió Teología, Derecho Civil y Canónico, Medicina y Artes. En Michoacán y en Guadalajara se establecieron colegios bajo la dirección de clérigos, quienes inculcaban artes y oficios a la población indígena. Franciscanos, dominicos, jesuitas y agustinos impulsaron el teatro de evangelización y el estudio de lenguas como el náhuatl, el purépecha y el maya, a la vez que mantuvieron vivas las gramáticas latina y griega.

Las costumbres y tradiciones europeas arraigadas en la Nueva España adquirieron personalidad propia; la comida incluía una gran variedad de elementos mestizos, al igual que la vestimenta, las creencias, las artes y la lengua. El castellano se enriqueció con voces y giros locales, africanos, antillanos y con mexicanismos. Desde el siglo XVI, la imprenta llegó a América y en las universidades y colegios se implantó la escritura fonética occidental, pero la producción de códices en papel amate se continuó como una tradición durante los siglos de vida colonial.

A lo largo de la vida colonial, fueron surgiendo escritores y dramaturgos, por ejemplo Juan Ruiz de Alarcón, creador de la comedia de caracteres y autor de *La verdad sospechosa*, obra de 1618 en la que se pretende moralizar al espectador a través de los vicios y virtudes de los personajes.



Sor Juana Inés de la Cruz

Pero entre las grandes figuras literarias del México colonial, Sor Juana Inés de la Cruz representa el esplendor del barroco en el siglo XVII novohispano. Dotada de sensibilidad, intelecto y amplios conocimientos literarios, Sor Juana desarrolló diversos géneros poéticos, liras, sonetos, redondillas.

Nombrado por Carlos IV, el arquitecto Manuel Tolsá a partir de 1791, fundó la Real Academia de Artes de San Carlos y el Real Colegio de Minería, y elaboró la estatua ecuestre de dicho monarca.

En los primeros años del siglo XIX, el periodista José Joaquín Fernández de Lizardi publicó un periódico conocido como *El pensador mexicano*, y difundía los sucesos recientes, relativos a la guerra de Independencia; también publicó en 1816 una obra picaresca titulada *El periquillo sarniento*, la primera novela mexicana que se conoce.

Ejemplo de reactivo

¿Quién realizó la estatua ecuestre de Carlos IV a finales del siglo XVIII?

a) Sor Juana Inés de la Cruz
b) Juan Ruiz de Alarcón
c) Manuel Tolsá
d) José Joaquín Fernández de Lizardi

Explicación:

Escultor y arquitecto procedente de la Península Ibérica, Manuel Tolsá se estableció en la Nueva España a partir de 1791; fundó la Real Academia de Artes de San Carlos y el Real Colegio de Minería, y elaboró la estatua ecuestre de Carlos IV.

Por otra parte, Sor Juana Inés de la Cruz fue una importante escritora novohispana del periodo barroco, autora de obras como *Las redondillas.* Juan Ruiz de Alarcón introdujo en la dramaturgia la comedia de caracteres y fue autor de piezas como *La verdad sospechosa,* mientras que José Joaquín Fernández de Lizardi publicó en 1816 una obra picaresca titulada *El periquillo sarniento*, la primera novela mexicana que se conoce.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. En el estudio del pasado indígena de México, ¿qué importancia tuvo Mesoamérica?
   a) Fue la capital azteca, donde se estableció un gran dominio del señorío *tenochca*
   b) En dicha región se establecieron las más importantes civilizaciones prehispánicas
   c) Se considera como la base histórica y cultural del México colonial
   d) Corresponde al complejo arquitectónico de las civilizaciones indígenas clásicas

2. ¿A cuál área geográfica corresponde el mayor desarrollo de las civilizaciones indígenas prehispánicas?
   a) A Mesoamérica b) A Oasisamérica c) A la Atlántida d) A Aridoamérica

3. A lo largo de varios horizontes históricos y culturales, el Preclásico, el Clásico y el Posclásico, en Mesoamérica...
   a) sobresalió el liderazgo del pueblo azteca como señorío dominante
   b) los olmecas crearon la civilización, el arte y la metalurgia
   c) la *cultura madre*, siempre tuvo la hegemonía militar y política
   d) se establecieron civilizaciones indígenas teocráticas y politeístas

4. ¿Cuál se considera como la cultura madre de Mesoamérica?
   a) Aztlán b) Los toltecas c) Los olmecas d) El Anáhuac

5. Algunas características comunes de las civilizaciones indígenas prehispánicas establecidas en Mesoamérica fueron:

   I. El origen andino de dichas civilizaciones
   II. La escritura, la teocracia y la agricultura
   III. El cultivo del maíz y el uso de la coa o azadón de palo
   IV. La adoración de dioses como Huitzilopochtli y Coyolxauhqui
   V. El empleo de la rueda y la escritura fonética
   VI. La arquitectura piramidal con basamento escalonado

   a) I, III, IV b) II, III, VI c) III, V, VI d) I, IV, V

6. Identifica algunas características del Horizonte Clásico mesoamericano.
   a) Ausencia de la agricultura, predominio tolteca, escritura fonética
   b) Elaboración de códices, encuentro entre España y las Indias, surgimiento de los olmecas
   c) Perfeccionamiento del calendario, urbanismo y diversidad cultural
   d) La escritura, la teocracia y la metalurgia

7. ¿Cuál de las siguientes características fue común en las civilizaciones indígenas de Mesoamérica?
   a) El empleo del cero en las operaciones matemáticas
   b) La rueda y calendario basado en la cuenta larga
   c) El dominio de la agricultura y el cultivo del maíz
   d) La elaboración de códices precolombinos

8. El descubrimiento de América y la conquista de México son hechos que corresponden al horizonte...
   a) Protoclásico b) Preclásico tardío c) Clásico temprano d) Posclásico superior

9. Completa el espacio en blanco.

   A la llegada de los españoles, ______________________________ desde el altiplano central hasta tierras de Centroamérica.
   a) los olmeca eran venerados por los aztecas como la cultura fundadora de Mesoamérica
   b) los aztecas ejercían un sólido dominio hegemónico, político, comercial y militar
   c) los atlantes de Tula habían conquistado la *región del Mictlán* mediante el juego de pelota
   d) los avistamientos de hombres barbados estaban anunciados en los relatos del *Popol Vhu*

10. Completa el espacio en blanco.

    Con relación a la conquista de ____________________ se considera que el temor de los aztecas ante el eventual retorno del dios Quetzalcóatl fue un factor importante.

    a) el Anáhuac b) Mesoamérica c) México-Tenochtitlan d) el *Nuevo Mundo*

11. Según se infiere por la consulta de relatos indígenas y españoles del siglo XVI sobre la conquista de México...
    a) Hernán Cortés se propuso confundir a los aztecas para que creyeran en el retorno de Quetzalcóatl
    b) Moctezuma Xocoyotzin creyó identificar en Hernán Cortés al dios Quetzalcóatl
    c) los señoríos azteca y tlaxcalteca eran aliados entre sí, pero Hernán Cortés los dividió
    d) la Corona española atribuyó a los dioses aztecas la culpa por practicar el sacrificio ritual

12. Fueron algunos factores que facilitaron a Hernán Cortés la conquista de México-Tenochtitlan entre 1519 y 1521.

    I. Las armas de fuego portadas por los españoles
    II. La traición realizada por La Malinche
    III. La alianza de Hernán Cortés y el señorío de Tlaxcala
    IV. La pobreza e ignorancia de la población nativa
    V. La visión fatalista de los aztecas, ligada al mito de Quetzalcóatl
    VI. La destrucción del Quinto Sol, provocada por Moctezuma

    a) I, III, V   b) II, III, VI   c) II, V, VI   d) I, IV, V

13. Según los *Relatos de la Conquista*, cuando el capitán Hernán Cortés arribó al valle de México:
    a) Moctezuma Xocoyotzin lo reconoció como el dios Quetzalcóatl
    b) el emperador Carlos III ejercía el mando de la Península Ibérica
    c) en Mesoamérica aún no se dominaba el fuego ni la agricultura
    d) los pueblos nativos de México desconocían la escritura

14. Previamente a la fundación del virreinato de Nueva España:
    a) el reino de Castilla fue reconquistado por los árabes
    b) la alianza entre aztecas y tlaxcaltecas provocó la derrota de Hernán Cortés
    c) Hernán Cortés fundó la Villa Rica de la Veracruz, primer ayuntamiento en México
    d) El emperador Carlos IV fundó al Real Consejo de Indias

15. ¿En qué orden cronológico debe mencionarse la fundación de las siguientes estructuras de gobierno en Nueva España?

    I. El virreinato de Nueva España
    II. El Real Consejo de Indias
    III. Las doce intendencias
    IV. El ayuntamiento de Veracruz

    a) I, II, III, IV   b) II, IV, III, I   c) III, I, IV, II   d) IV, II, I, III

16. Nombre del emperador español que estableció en México el Real Consejo de Indias en 1524.
    a) Carlos Martell   b) Fernando VII   c) Felipe V   d) Carlos I

17. ¿Cuál fue el principal órgano de gobierno en la Nueva España?
    a) La Casa de Contratación de Sevilla
    b) El Real Consejo de Indias
    c) La alcaldía Mayor
    d) La Real Hacienda

18. Completa el espacio en blanco.

    Nombrado por Carlos I en 1535, ______________________ fue el primer virrey en la Nueva España.

    a) Antonio de Mendoza   b) José Bonaparte   c) Fray Juan de Zumárraga   d) Manuel Tolsá

19. Una característica de la sociedad de Castas en la Nueva España fue:
    a) el repartimiento, basado en la evangelización
    b) la estratificación conforme el origen racial
    c) la igualdad civil de todos ante la Corona
    d) la importancia del virrey como autoridad

20. La sociedad novohispana estaba dividida en un esquema segregacionista, es decir:
    a) en clases dominantes y dominadas
    b) en un régimen de estamentos sociales
    c) en un sistema de Castas
    d) en una población indígena y española

21. Fue la actividad económica en la Nueva España de mayor importancia para la Corona.
    a) La evangelización
    b) La industria
    c) Las alcabalas
    d) La minería

22. Durante la época colonial, el sistema de explotación laboral en las haciendas y minas consistió en:
    a) el comercio y la hacienda
    b) la esclavitud y la Encomienda
    c) el peonaje y la raya
    d) la burocracia y la administración

23. En la sociedad de Castas, a los hijos de españoles nacidos en América se les conoció como:
    a) colonos
    b) plebeyos
    c) criollos
    d) castas

24. La Encomienda consistió en...
    a) la extracción de metales preciosos para la fortuna del monarca español
    b) el cobro del *quinto real* a toda a la actividad económica
    c) la explotación indígena a cambio de su evangelización
    d) la esclavitud y el repartimiento de todos los sectores oprimidos

25. Lee y analiza el contenido del siguiente fragmento.

    Los indígenas puros se mantuvieron aislados a instancias de la Corona que los consideraba "diferentes" y "menores de edad". Éstos constituían la principal fuerza de trabajo en la minería, agricultura, obras públicas y en las industrias rurales o urbanas, y legalmente fueron siempre considerados superiores a las castas producto del mestizaje. Podían disfrutar de sus propios bienes, cultivar sus tierras, criar ganado y comerciar sin las restricciones impuestas a mestizos, mulatos o negros. No obstante, en la vida real su subsistencia era muy precaria y su condición social estaba muy cerca a la de los grupos que legalmente eran inferiores.

    (Don Antonio Pérez Monroy, La Sociedad de Castas de la Nueva España, en *Algarabia.com*, 7 de enero de 2015).

    De acuerdo con lo que se advierte en la lectura citada, en el México colonial, la Sociedad de Castas:
    a) consistía en separar a los ciudadanos en barrios, según su oficio y condición
    b) fue un sistema social segregacionista que se basaba en las diferencias raciales
    c) fue establecida para proteger y evangelizar a la población nativa de México
    d) representó la base de un rico mestizaje racial, cultural y lingüístico novohispano

26. En la segunda mitad del siglo XVIII, los principales promotores de las llamadas reformas borbónicas fueron:
    a) criollos y peninsulares
    b) los consulados
    c) los jesuitas
    d) Carlos III y Carlos IV

27. Identifica cuáles enunciados corresponden a las reformas borbónicas del siglo XVIII.

    I. La expulsión de todas las órdenes religiosas
    II. La reforma administrativa para dividir en entidades federativas a la Nueva España
    III. El incremento de cargas fiscales al comercio y al clero
    IV. La alfabetización de la población para fomentar una cultura enciclopedista
    V. La fundación del Real Colegio de Minería y de un Tribunal de Minas
    VI. La división territorial de Nueva España en doce intendencias

    a) I, III, V
    b) II, III, VI
    c) III, V, VI
    d) I, IV, V

28. ¿Cuál de las siguientes disposiciones **no forma parte** de las reformas borbónicas?
    a) La creación de la Real y Pontificia Universidad de México
    b) Las cargas tributarias de Carlos III impuestas al clero
    c) La creación de un sistema de Intendencias
    d) La fundación del Real Colegio de Minería en el siglo XVIII

29. ¿Cómo influyeron las reformas borbónicas en la vida del México colonial?
    a) Fueron el principal instrumento de la Corona para otorgar impulso eficaz a favor del comercio colonial
    b) En el terreno social, suscitaron fuertes rivalidades entre criollos y peninsulares
    c) No tuvieron relevancia, pues nunca se aplicaron en la Nueva España
    d) Permitieron una apertura religiosa y la defensa de los derechos naturales

30. ¿Por qué motivo se ha considerado que las reformas borbónicas son un antecedente de la independencia de México?
    a) Porque los criollos necesitaban un pretexto para tomar el poder
    b) Porque Napoleón Bonaparte invadió poco después a la metrópoli
    c) Porque Carlos V decretó la expulsión de los jesuitas en 1767
    d) Porque en la Nueva España se afectó el comercio y se suscitó descontento

31. En la cultura novohispana se advierte:
    a) el mestizaje en distintos aspectos
    b) la escritura jeroglífica
    c) el retroceso de la civilización
    d) la influencia francesa

32. ¿Cuál fue la primera universidad fundada en la Nueva España?
    a) La Real y Pontificia Universidad de México
    b) La Universidad de Salamanca
    c) El Claustro de Sor Juana Inés de la Cruz
    d) El Real Colegio de Minería

33. Importante figura en la cultura virreinal que escribió *Las redondillas:*
    a) Carlos de Sigüenza b) Sor Juana Inés de la Cruz c) Carlos IV d) Fray Bartolomé

34. Identifica un dato correctamente acotado con relación a la cultura novohispana.
    a) Juan Ruiz de Alarcón fue autor de comedias como *Las paredes oyen* y *El periquillo sarniento*
    b) Manuel Tolsá fundó la Real Academia de San Carlos y elaboró la estatua de Carlos IV
    c) Sor Juana Inés de la Cruz fue la principal representante del Romanticismo novohispano
    d) El sector mestizo novohispano ejercía el control de la educación y de la cultura virreinal

35. Se le conoce como *el pensador mexicano,* y escribió la primera novela en México, obra conocida como *El periquillo sarniento*:
    a) Fray Bartolomé de las Casas
    b) Bernardo de Balbuena
    c) Sor Juana Inés de la Cruz
    d) José Joaquín Fernández de Lizardi

Unidad 2 El movimiento de Independencia de la Nueva España (1810-1821)

Objetivo: el estudiante explicará el origen de la guerra de independencia de Nueva España por sus antecedentes y causas, además escribirá las etapas, personajes y documentos históricos durante el proceso de la emancipación.

Causas y antecedentes

Antecedentes

A inicios del siglo XIX estalló la guerra de Independencia en la Nueva España bajo las siguientes circunstancias históricas:

- España se hallaba invadida por tropas napoleónicas desde 1808; la soberanía de la metrópoli era prácticamente nula.
- Obligados por Napoleón Bonaparte, Carlos IV y el príncipe Fernando (heredero depuesto) habían abdicado al trono español.
- José Bonaparte había sido instalado como emperador de España y Portugal, aunque era considerado por los habitantes de la Península Ibérica y por las cortes españolas como usurpador.
- Tanto en la metrópoli como en prácticamente todas las colonias españolas del continente americano, la agitación política y civil se incrementaba.
- La población criolla, principalmente, anhelaba asumir el mando de Nueva España, pero –desde la Audiencia de México– los peninsulares se esforzaban por mantener bajo su control al virreinato.
- Adicionalmente, la inconformidad crónica de otros sectores novohispanos oprimidos se agudizaba contra los privilegios y prerrogativas de los peninsulares.
- En la Nueva España se manifestaba un sentimiento nacionalista, principalmente en la ideología liberal de los criollos, y quizá en otros sectores.

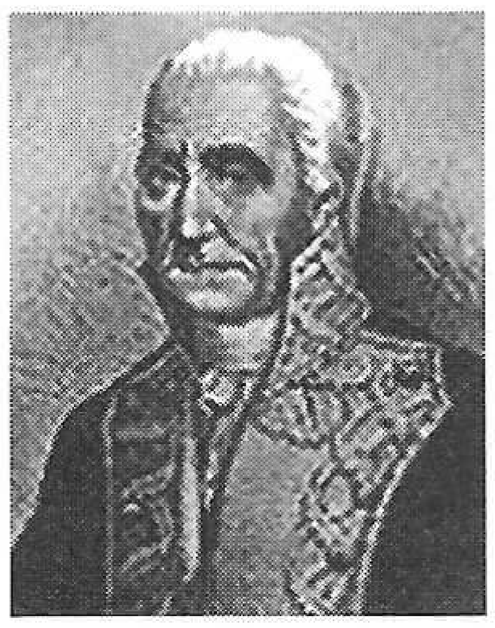

Campana en la Parroquia de Dolores

Reacción en la Nueva España tras la abdicación de Carlos IV y del príncipe Fernando

Tras la invasión realizada en 1808 por Napoleón Bonaparte y las tropas francesas a España, sobrevino la abdicación del emperador Carlos IV y del príncipe Fernando, heredero al trono. Al conocerse esas noticias en la Nueva España se desató la agitación de los criollos, un acto revelador de su anhelo de soberanía, su ideología



Francisco Primo de Verdad



Juan Francisco Azcárate



José de Iturrigaray

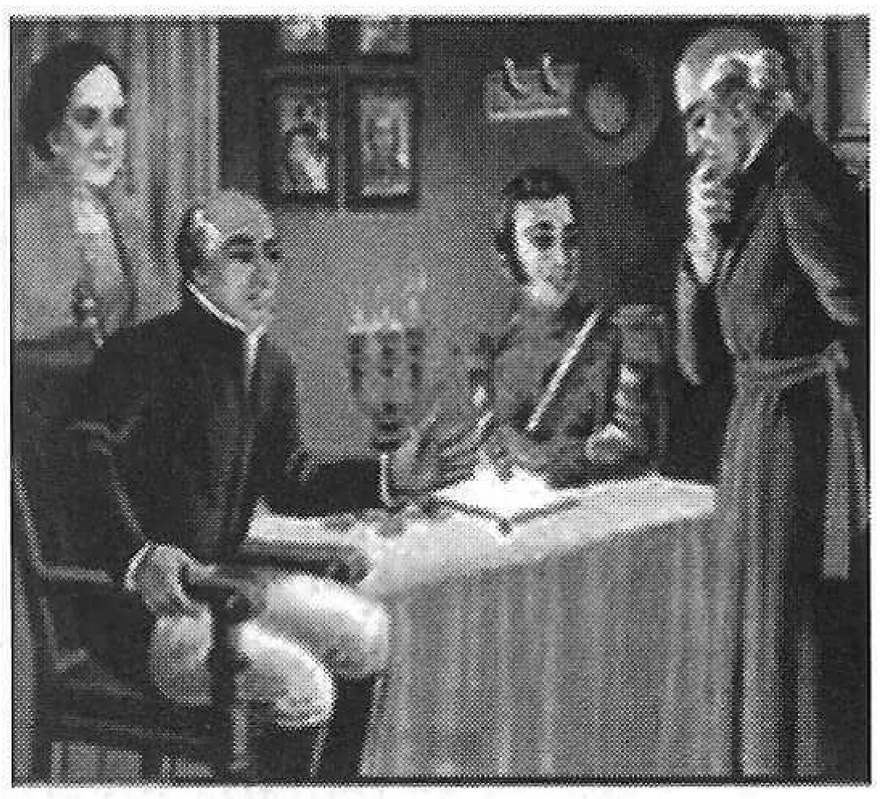
liberal ilustrada y sus aspiraciones nacionalistas, razones por las que a dicho sector se le ha considerado como precursor de la independencia de México. Entre 1808 y 1810 hubo varias conspiraciones de criollos que pretendían asumir el mando de Nueva España, aunque en nombre de Fernando VII.

Así, en agosto de 1808 el licenciado Francisco Primo de Verdad —síndico del ayuntamiento de México— exigió ante el virrey José de Iturrigaray y ante los regidores de otros ayuntamientos novohispanos la instauración de una Junta Gubernativa que asumiera el mando de Nueva España a nombre de Fernando VII (aunque en ausencia de dicho príncipe heredero). La iniciativa del licenciado Primo de Verdad —tal vez secundada o tolerada por el propio virrey Iturrigaray— fue sostenida por Juan Francisco Azcárate y otros personajes que simpatizaban con la idea de un cambio en la estructura política virreinal.

En 1809, se estableció por fin como virrey a Francisco Xavier Venegas, quien se mostró enérgico contra los brotes de emancipación que empezaban a generalizarse, pero no logró sofocarlos.

Poco después, la conspiración de Querétaro representó el antecedente inmediato al estallido de un verdadero movimiento de independencia.

Entre los más relevantes partícipes de dicha conspiración se hallaban doña Josefa Ortiz, esposa del corregidor de Querétaro, Miguel Domínguez, los militares Ignacio Allende, Juan Aldama, Leona Vicario, Miguel Hidalgo —párroco del pueblo de Dolores— y otros criollos interesados en tomar el poder de Nueva España en nombre de Fernando VII. Al ser denunciada la conspiración, lejos de verse sofocado el movimiento cobró impulso y estalló en forma anticipada el 16 de septiembre de 1810, cuando Miguel Hidalgo convocó a la población civil de Dolores a iniciar la rebelión *contra el poder opresor español.*



Conspiración de Querétaro, agosto de 1810

▼ Causas de la independencia de México

Para esclarecer el muy complejo y cambiante proceso de la emancipación americana, específicamente en Nueva España, conviene establecer un análisis esquemático sobre los factores externos e internos que interactuaron para provocar finalmente la lucha por la emancipación, proceso de la mayor relevancia en la historia de México.

➤ Causas externas

Después de tres siglos de preponderancia española en América, la situación europea era diferente a las condiciones que en el siglo XVI habían favorecido los intereses imperiales de España. Ni la metrópoli ni las demás potencias europeas eran las mismas hacia fines del siglo XVIII. Fueron causas externas de la Independencia de México las siguientes:

- Por su carácter liberal, y su influencia en Europa y en América desde mediados del siglo XVIII, el **pensamiento ilustrado** se define como una causa externa de la Independencia.
- Pero fueron **revoluciones burguesas** como la Independencia de las Trece Colonias en 1776, o la Revolución francesa de 1789, los movimientos históricos que pusieron en práctica los preceptos liberales de la Ilustración.

- Por otra parte, los efectos de las **reformas borbónicas** sobre la economía novohispana parecen ser causa de un crónico deterioro comercial y de crecientes inconformidades contra el despotismo de Carlos III y de Carlos IV.
- Pero **la invasión de tropas napoleónicas a España en 1808** y la abdicación de Carlos IV y del príncipe Fernando fueron factores detonadores que repercutieron en revueltas tanto en España como en la Nueva España, causa inmediata de la Independencia de México.

➤ Causas internas

Durante los tres siglos de colonialismo español en México, las injusticias sociales y étnicas fueron motivo de descontento y foco de levantamientos de sectores oprimidos, aunque no con el propósito de separar a la Nueva España de la metrópoli. Entre los factores sociales y políticos dentro de Nueva España que coadyuvan a entender el origen de la Independencia, destaca la tendencia separatista que fue madurando progresivamente en la ideología criolla, pero no se manifestó abiertamente antes de 1810. Los principales motivos que influyeron en los criollos para anhelar la libertad, la soberanía y la independencia fueron:

- La **rivalidad entre criollos y peninsulares** por el mando de Nueva España.
- La influencia liberal en el **sentimiento nacionalista** de los criollos.
- La **reacción de los criollos ante la situación de la Península Ibérica** tras la abdicación de Carlos IV y de Fernando VII en 1808, pues la posibilidad de tomar el poder y asumir la soberanía de Nueva España parecía tentadora, justificada e inminente para dicho sector social liberal.
- Las **injusticias sociales** que durante siglos se habían acumulado en la sociedad novohispana, el cobro de impuestos onerosos, de alcabalas y diezmos, la esclavitud y otras variantes de trabajo forzado, la segregación racial en la Sociedad de Castas novohispana, etcétera.

Ejemplo de reactivo

Antes de que el monarca español Carlos IV abdicara al trono en 1808:

a) Francisco Primo de Verdad propuso al virrey José de Iturrigaray una junta de gobierno a cargo de Fernando VII
b) Miguel Hidalgo proclamó sus ideales a través de *El Despertador Americano*
c) las tropas francesas enviadas por Napoleón Bonaparte invadieron a España
d) las cortes españolas promulgaron la *Constitución de Cádiz*

Explicación:

La invasión napoleónica a España en 1808 fue una causa coyuntural que provocó la abdicación de Carlos IV. Napoleón reclamaba el trono de España para su hermano José Bonaparte. Los sucesos de la Península Ibérica también desataron reacciones libertarias y emancipadoras en la Nueva España.

Hay que considerar que los demás acontecimientos señalados en otros incisos corresponden a hechos posteriores a la intervención de tropas napoleónicas en España.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

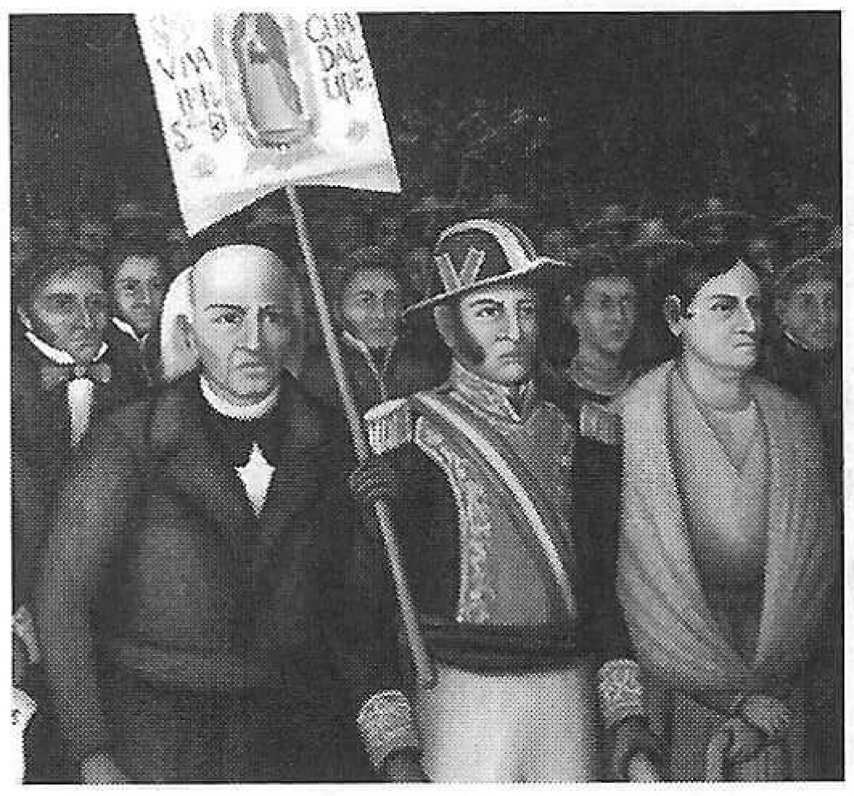
Etapas del movimiento: iniciación, organización, resistencia y consumación

Para poder comprender mejor el proceso de la emancipación y su trascendencia en la historia de México, conviene dividir el movimiento en cuatro etapas: el estallido, iniciado por Miguel Hidalgo; la organización lograda por José María Morelos; la resistencia posterior a cargo de Vicente Guerrero, y la consumación que encabezó Agustín de Iturbide.

a) Iniciación (1810 a 1811)

Miguel Hidalgo fue el primer líder de la causa insurgente, quien inició la insurrección al frente de sectores inconformes, como la población indígena. La madrugada entre el 15 y el 16 de septiembre de 1810, Miguel Hidalgo dio inicio a la rebelión mediante el llamado *Grito de Dolores*. Si bien proclamaba a Fernando VII, Hidalgo convocaba a sectores oprimidos de la sociedad novohispana. La defensa de la tierra a favor de las comunidades indígenas y la abolición de la esclavitud fueron sus causas más populares.

Durante la breve campaña de Miguel Hidalgo, destacan las siguientes referencias:



Miguel Hidalgo, Ignacio Allende y Josefa Ortiz

- El *grito de Dolores*, acto inicial de la emancipación el 16 de septiembre de 1810.
- Toma de la Alhóndiga de Granaditas, Guanajuato, el 28 de septiembre de 1810.
- Abolición de la esclavitud, decreto publicado por Hidalgo el 19 de octubre de 1810.
- Batalla del Monte de las Cruces, el 30 de octubre de 1810; las tropas insurgentes derrotan al ejército realista encabezado por Torcuato Trujillo.
- Toma de Guadalajara el 26 de noviembre de 1810 y fundación de *El despertador americano*, primer diario insurgente.
- Instauración de un régimen de gobierno soberano, no sometido al poder de la metrópoli.
- Batalla del Puente de Calderón, Guadalajara, el 17 de enero de 1811, con la derrota de los insurgentes.
- Retirada de los insurgentes hacia el norte para continuar la campaña de emancipación.
- Aprehensión de los líderes del movimiento a finales junio de 1811.
- Proceso judicial y sentencia a pena capital de Miguel Hidalgo, ejecutado el 30 de julio de 1811.

b) Organización (1811 a 1815)

Tras la caída de Miguel Hidalgo, Ignacio Allende y Juan Aldama, se estableció en Zitácuaro, Michoacán, la Suprema Junta Gubernativa de América, dirigida por Ignacio López Rayón, José María Liceaga y el clérigo Sixto Verduzco; se proponían restaurar la soberanía española y reconocían la autoridad suprema de Fernando VII.

Correspondió a José María Morelos continuar la lucha insurgente. Secundado por Hermenegildo Galeana y Mariano Matamoros, Morelos supo desarrollar una destacada estrategia militar y extender la lucha por amplias regiones del sur y del centro del territorio novohispano.



José María Morelos

Entre las más sobresalientes referencias correspondientes a José María Morelos, destacan:

- José María Morelos impulsa una campaña en el sur y logra controlar amplias regiones y sitios estratégicos como Chilapa, Chilpancingo y el puerto de Acapulco.
- Sitio de Cuautla en febrero de 1812 tropas realistas dirigidas por el general Félix María Calleja acorralan a Morelos, pero los insurgentes sostienen el sitio y logran evacuar la plaza finalmente, tras varios meses de resistencia.

- José María Morelos expone sus ideales políticos, sociales y económicos ante el Congreso de Chilpancingo el 14 de septiembre de 1813.
- Dichas ideas fueron redactadas y expuestas por Morelos, mismas que quedaron consignadas en su célebre discurso ***Los sentimientos de la nación***. La separación de *la nación americana* y su soberanía, así como la justicia social son aspectos relevantes expuestos por Morelos ante el Congreso de Chilpancingo.
- Retorno de Fernando VII como emperador español en mayo 1814, y campaña en contra del movimiento insurgente.
- *Constitución de Apatzingán*, promulgada por el Congreso insurgente el 22 de octubre de 1814.
- Aprehensión y fusilamiento de Morelos el 22 de septiembre de 1815.

➤ c) Resistencia (1816 a 1821)

Desde 1814, Fernando VII pudo establecerse como monarca español en Madrid. Con una política conservadora al estilo borbónico, suprimió al congreso liberal y anuló la *Constitución de Cádiz*. Además envió numerosas tropas para combatir la insurgencia en México y otras colonias emancipadas.

La caída de Morelos se vio envuelta en dicho clima de una contraofensiva realista; en general la lucha popular perdió casi toda su fuerza, mientras el virrey Calleja masacraba poblados enteros para extinguir al movimiento insurgente. Agustín de Iturbide era un distinguido general realista que cumplía con eficacia las órdenes de Calleja.


Vicente Guerrero

Sofocado casi por completo, el movimiento insurgente se sostiene con enormes dificultades sobre las montañas de la Sierra Madre del Sur y costas del Pacífico. Corresponde a Vicente Guerrero impulsar la lucha por la soberanía en esta etapa.

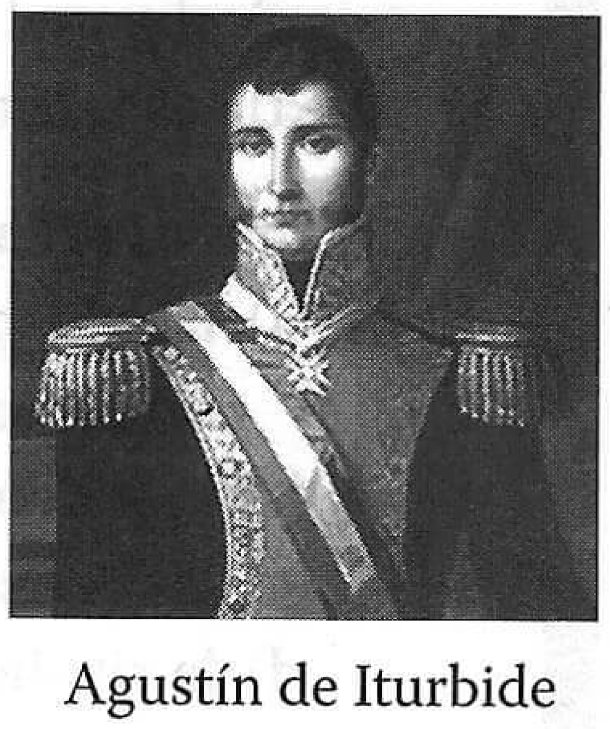
- En las montañas del sur, Vicente Guerrero sostiene la resistencia del movimiento insurgente mediante guerrillas.
- Sustitución de Félix María Calleja por un nuevo virrey, Juan Ruiz de Apodaca en 1816, quien decreta el indulto para aquellos insurgentes que desistieran.
- Llegada a México de Francisco Javier Mina, español opositor a Fernando VII, que apoya a la causa insurgente en abril de 1817.
- Triunfos de Mina en la hacienda del Bizcocho y en San Luis de la Paz.
- Mina se dirige a Guanajuato para atraer la atención de los realistas y liberar el fuerte de los Remedios.
- Derrota y fusilamiento de Francisco Javier Mina el 11 de noviembre de 1817.

➤ d) Consumación (1821)

En 1820, Fernando VII se enfrentó a un movimiento liberal al interior de la península. El comandante Rafael Diego, opuesto al modelo absolutista, obligó al monarca español a restablecer la *Constitución de Cádiz*. Este hecho repercutió decisivamente en la metrópoli y en la Nueva España, pues el sector conservador vio amenazados sus intereses con este giro en la política española. Entonces el alto clero radicado en México, los peninsulares, criollos ricos, el virrey Apocada y el propio Iturbide, pactaron un acuerdo para separar a España y a México. Los partidarios del realismo que habían luchado contra el movimiento de emancipación ahora estaban plenamente interesados en la consumación del movimiento para mantener intactos sus privilegios sin que la *Constitución de Cádiz* los afectara.

En 1821 las tropas realistas y los insurgentes sostienen negociaciones para lograr el cese al fuego y pacificar a México. Predomina la intención de decretar la soberanía nacional y establecer una monarquía constitucional.

- Plan de Iguala pactado el 24 de febrero de 1821 por Vicente Guerrero y Agustín de Iturbide, quienes —mediante una alianza política y militar— dirigen al Ejército Trigarante, establecido para promover la paz y la Independencia.


Agustín de Iturbide

- Firma del Tratado de Córdoba el 24 de agosto de 1821, acuerdo pactado entre Agustín de Iturbide y Juan de O' Donojú, conforme el cual se decreta la soberanía de México y la fundación de una monarquía constitucional, inicialmente ofrecida a Fernando VII.
- Toma de la capital por parte del Ejército Trigarante, mismo que consuma la Independencia el 27 de septiembre de 1821.

Ejemplo de reactivo

¿Qué importancia tuvo el *Despertador Americano*, primer diario insurgente, desde finales de 1810?

a) Por medio de ese correo político y económico publicado en Guadalajara, se promulgó el Tratado de Córdoba
b) Mediante dicho periódico, Miguel Hidalgo promovió la soberanía de México, abolió la esclavitud y defendió las tierras indígenas
c) A través de ese servicio postal regional, fue posible anunciar a la población novohispana sobre la Ilustración
d) Conforme lo señalado en el Plan de La Profesa, Miguel Hidalgo divulgaba noticas de la Colonia en Francia y Estados Unidos

Explicación:

El *Despertador Americano* comenzó a circular en diciembre de 1810 en la intendencia de Guadalajara. Se trata de una propuesta del Francisco Verduzco hecha al propio párroco Miguel Hidalgo para difundir la campaña insurgente, con la finalidad de dar a conocer noticias, proclamas y decretos. Así, a través del *Despertador Americano,* Hidalgo anunciaba que rompía con la idea de Fernando VII, y también decretó la abolición de la esclavitud, y del cobro de alcabalas a los pueblos indígenas.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Menciona dos factores que influyeron para el estallido de la independencia de México, la cual inició hacia 1810:
   a) las reformas borbónicas y el ascenso de Fernando VII al trono español
   b) la abolición de la esclavitud y la independencia de Norteamérica
   c) el papel de las logias y la Revolución francesa de 1789
   d) las reformas borbónicas y la invasión napoleónica a España en 1808

2. Entre las causas externas de la Independencia de México, cabe mencionar...
   a) la conspiración iniciada por Francisco Primo de Verdad y el intento del virrey Iturrigaray por establecer un congreso local
   b) la Independencia de las Trece Colonias de Norteamérica y la Revolución francesa
   c) las reformas borbónicas impulsadas por Felipe V de Anjou
   d) la rivalidad entre peninsulares y criollos en la Nueva España

3. Tras la renuncia de Carlos IV como monarca español y de Fernando VII como príncipe heredero, ¿qué reacción se suscitó en Nueva España?
   a) Agitación y conspiraciones encabezadas por sectores criollos en nombre de Fernando VII
   b) Movimientos de criollos que proclamaron a Napoleón Bonaparte como emperador
   c) Rebeliones como la iniciada por Vicente Guerrero para obligar a Carlos IV a abdicar
   d) Se suscitó la abdicación de Bayona en mayo de 1808

4. ¿Qué sector de la sociedad novohispana se propuso, tras la invasión napoleónica a la Península Ibérica, tomar el mando de Nueva España en nombre de Fernando VII?
   a) los mestizos b) los criollos c) los peninsulares d) los *gachupines*

5. ¿Cuál era la situación que privaba en la Nueva España a inicios del siglo XIX?
   a) Un ambiente de prosperidad y paz social
   b) Se especulaba sobre la sucesión próxima en el trono español
   c) Agitación general por la intervención francesa en España
   d) Indiferencia absoluta frente a las nuevas ideas enciclopedistas

6. ¿En qué inciso se localizan las causas internas de la independencia de México?
   a) La independencia de Estados Unidos y la Revolución francesa
   b) La fundación del virreinato de Nueva España y la expulsión de los jesuitas en el siglo XVIII
   c) La separación de Texas y la abdicación de Bayona
   d) Las injusticias del régimen colonial y la falta de libertad económica en Nueva España

7. La segregación padecida por los criollos —desplazados por los peninsulares— fue uno de los principales factores internos que dio origen a la lucha por la independencia de México, lo cual se ejemplifica en el inciso:
   a) La abdicación del emperador español Carlos IV por causa de la intervención de tropas napoleónicas en la Península Ibérica en 1808
   b) La intención del licenciado Francisco Primo de Verdad en 1808 por establecer un órgano de gobierno novohispano a nombre de Fernando VII
   c) La llegada a México de Francisco Javier Mina, opositor al monarca Fernando VII, para apoyar al movimiento insurgente en 1817
   d) La proclamación del Plan de Iguala en 1821 para fomentar una alianza entre los insurgentes y las tropas realistas, y así consumar la lucha

8. ¿Cómo se le conoce a las juntas secretas que en agosto de 1810 sostenían en casa del corregidor Miguel Domínguez y doña Josefa Ortiz personajes como Ignacio Allende, Miguel Hidalgo y Juan Aldama para planear un levantamiento en *pro* de la emancipación?
   a) Conspiración de Dolores b) Conspiración de Querétaro
   c) Conspiración del Bajío d) Conspiración de Cuautla

9. ¿En qué orden cronológico deben señalarse las etapas y los personajes que intervinieron en la lucha por la independencia de México?

   I. Organización - José María Morelos y Pavón
   II. Consumación - Agustín de Iturbide
   III. Resistencia - Vicente Guerrero
   IV. Iniciación - Miguel Hidalgo y Costilla

   a) III, II, I, IV b) IV, I, II, III c) IV, I, III, II d) I, II, III, IV

10. Ordena cronológicamente los siguientes hechos en el marco de la independencia de México:

    I. El Plan de Iguala formulado por Vicente Guerrero y Agustín de Iturbide
    II. La abolición de la esclavitud decretada por Miguel Hidalgo
    III. La firma del Tratado de Córdoba por Agustín de Iturbide y el virrey J. O´ Donojú
    IV. La *Constitución de Apatzingán* decretada por el Congreso de Chilpancingo

    a) II, IV, I, III   b) I, II, III, IV   c) II, III, I, IV   d) IV, III, II, I

11. ¿En qué sitio el ejército insurgente derrotó a las fuerzas realistas del general Torcuato Trujillo?
    a) En el sitio de Cuautla
    b) En el Monte de las Cruces
    c) En el Puente de Calderón
    d) En la Alhóndiga de Granaditas

12. Nombre del primer periódico insurgente:
    a) *El periquillo insurgente*
    b) *El despertador americano*
    c) *El pensador mexicano*
    d) *La gaceta de Guadalajara*

13. Durante la batalla del Puente de Calderón los insurgentes fueron derrotados, por lo que, Miguel Hidalgo, Ignacio Allende y Juan Aldama decidieron dirigirse hacia Monclova en busca de apoyo externo, pero resultaron emboscados y tomados prisioneros por tropas realistas.

    ¿Quién asumió el mando del movimiento insurgente tras la caída de esos caudillos?
    a) Vicente Guerrero
    b) Mariano Matamoros
    c) José María Morelos
    d) Ignacio López Rayón

14. Antes de que José María Morelos sostuviera el sitio de Cuautla en 1812...
    a) Miguel Hidalgo, Ignacio Allende y Juan Aldama fueron derrotados por las tropas realistas
    b) Fernando VII restableció su autoridad soberana como monarca del Imperio español
    c) El Congreso de Chilpancingo promulgó la *Constitución de Apatzingán*
    d) Vicente Guerrero y Agustín de Iturbide crearon al Ejército de las Tres Garantías

15. Además de su talento militar en costas al sur del Pacífico y regiones centrales, José María Morelos promovió un régimen liberal y social, ideales plasmados hacia 1813 en *Los sentimientos de la nación*, discurso en el que expone ante el Congreso de Chilpancingo ideales como la separación entre América y España para formar una República soberana dividida en tres poderes; o exigencias de justicia social para restituir la tierra a comunidades indígenas y declarar la igualdad de todos y la educación pública y gratuita. Dichos ideales dieron origen a la *Constitución de Apatzingán* en 1814.

    Conforme lo leído, en el contexto de la independencia de México, *Los sentimientos de la nación* reflejan los más notables ideales de José María Morelos, por ejemplo:
    a) la separación definitiva entre México y España y la formación de una república soberana
    b) el surgimiento de una monarquía constitucional como expresión de la soberanía mexicana
    c) los sentimientos de justicia e igualdad a lo largo y ancho de todo el continente americano
    d) la integración de un régimen político civil con base en leyes procedentes de la metrópoli

16. ¿En qué año se llevó a cabo el Congreso de Chilpancingo?
    a) En 1827   b) En 1813   c) En 1815   d) En 1817

17. Sus ideales políticos inspiraron la elaboración y el contenido de la *Constitución de Apatzingán*:
    a) de José María Morelos y Pavón
    b) de Francisco Xavier Mina
    c) de Fray Servando Teresa de Mier
    d) del general Félix María Calleja

18. Antes de la aprehensión y la ejecución de José María Morelos...
    a) Miguel Hidalgo y la corregidora promovieron la conjuración de La Profesa
    b) Francisco Javier Mina llegó a México para apoyar a la causa insurgente
    c) ocurrieron el sitio de Cuautla y el Congreso de Chilpancingo
    d) Vicente Guerrero y Félix María Calleja pactaron el Tratado de Córdoba

19. ¿Qué plan acordaron Vicente Guerrero y Agustín de Iturbide antes de firmarse el Tratado de Córdoba?
    a) Plan de Ayala b) Plan de Casa Mata c) Plan de la Noria d) Plan de Iguala
20. ¿Con cuál tratado se puso fin a la guerra de Independencia?
    a) El de Ciudad Juárez b) El de Córdoba c) El de La Profesa d) El de Apatzingán
21. Menciona los personajes involucrados en la firma del Tratado de Córdoba:
    a) Nicolás Bravo, Vicente Guerrero y José María Morelos
    b) El virrey Juan de O´Donojú y Agustín de Iturbide
    c) Guadalupe Victoria, Agustín de Iturbide y Antonio López de Santa Anna
    d) Vicente Guerrero, Fernando VII y doña Josefa Ortiz
22. No es un personaje relacionado directamente con la Independencia de México:
    a) Leona Vicario b) Ignacio López Rayón c) Francisco Javier Mina d) Miguel Miramón

Objetivo: el estudiante describirá los aspectos políticos, ideológicos y económicos de México durante sus primeras décadas como nación soberana y también analizará las dificultades internas y externas de México entre 1821 y 1854.

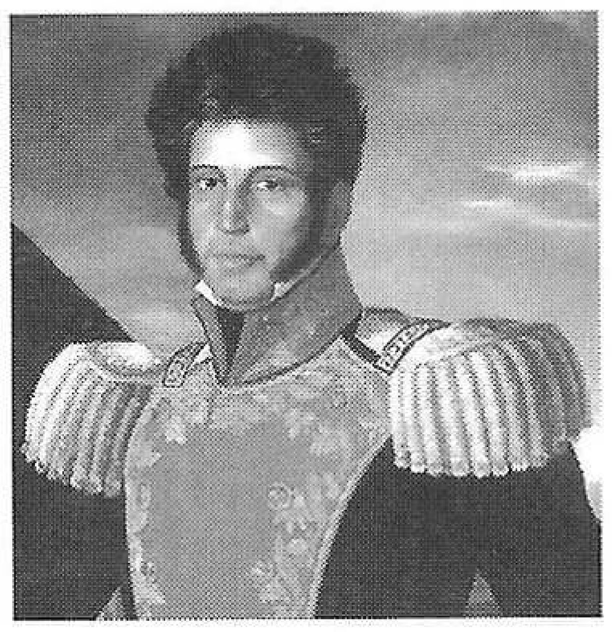
Los primeros proyectos de organización política

Al iniciar su vida independiente, México adoptó al Imperio como primera forma de gobierno; Agustín de Iturbide se erigió como emperador en mayo de 1822. Además de imponer préstamos forzosos, Agustín de Iturbide disolvió al Congreso legislativo, lo cual motivó una enérgica oposición contra el emperador, quien posteriormente fue derrocado mediante el Plan de Casa Mata en 1823. Dicho manifiesto fue impulsado por Antonio López de Santa Anna, y apoyado por Vicente Guerrero, Nicolás Bravo y militares del Ejército Imperial como José Antonio Echávarri contra el emperador Iturbide.

Tras ser reinstalado el Congreso Constituyente, se integró un triunvirato provisional dirigido por Nicolás Bravo, Celestino Negrete y Guadalupe Victoria. Posteriormente se promulgó hacia 1824 la primera *Constitución* del México independiente, y se proclamó a Guadalupe Victoria como el primer presidente.

▼ Características de la *Constitución de 1824*

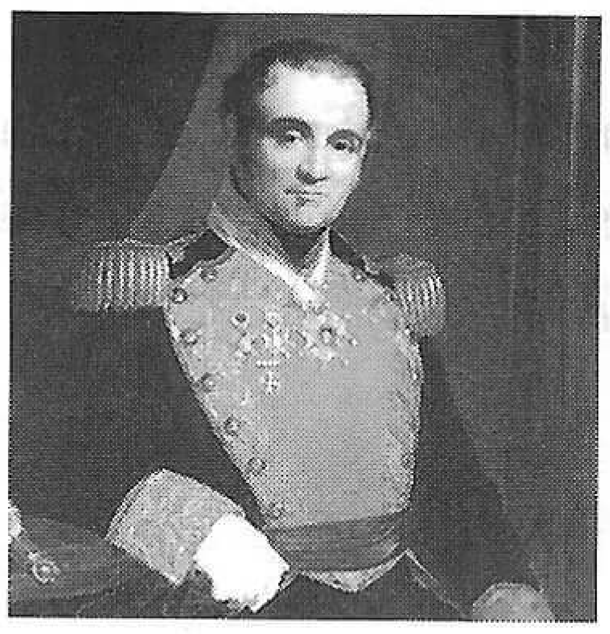
Aspectos liberales de la Carta Magna	Aspectos conservadores de la Carta Magna
• Régimen republicano y división de poderes. • Federalismo o división del territorio nacional en entidades federales (estados). • El Poder Ejecutivo a cargo de un presidente a lo largo de un periodo de cuatro años. • Libertad civil y la libertad de prensa.	• El Catolicismo elevado al rango de culto nacional, es decir, religión de Estado. • La injerencia del clero en asuntos públicos. • Fueros eclesiástico y militar. • Jerarquías y prerrogativas de dichos sectores.



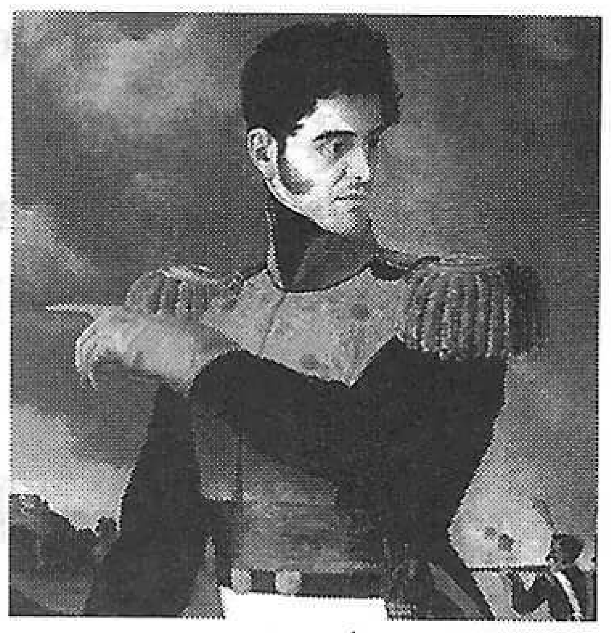
Vicente Guerrero
Presidente en 1829

Entre 1828 y 1829, Vicente Guerrero desplazó mediante las armas a Manuel Gómez Pedraza y se instaló como presidente, apoyado por Lorenzo de Zavala y por Santa Anna. Fue entonces que el brigadier español Isidro Barradas intentó tomar por asalto el puerto de Tampico (en costas de Tamaulipas) a nombre de la Corona española (Fernando VII), pero fue derrotado por Manuel de Mier y Terán y por Santa Anna, generales mexicanos que sostuvieron la soberanía en 1829. Y en dichas circunstancias, el vicepresidente Anastasio Bustamante se valió de un marino genovés llamado Francisco Picaluga para aprehender al presidente Guerrero, y después fusilarlo a finales de 1829. De esa manera Bustamante ascendió al Poder Ejecutivo y gobernó de manera provisional entre 1830 y 1832.

La oposición entre promotores del centralismo y del federalismo era un factor propicio para la inestabilidad del país y para las ambiciones de otras naciones, pero también parecía facilitar el camino de Santa Anna hacia el poder, quien por vez primera fue designado presidente en 1833; no obstante, se ausentó y dejó el Poder Ejecutivo a cargo de un liberal radical, Valentín Gómez Farías, quien impulsó una reforma liberal para instituir la educación laica. Entre los líderes conservadores defensores del centralismo y del catolicismo que rechazaban la propuesta de una educación laica, destacó siempre Lucas Alamán.



Anastasio Bustamante
Varias veces presidente
entre 1830 y 1841



Antonio López
de Santa Anna
Varias veces presidente
entre 1833 y 1855

Entre 1833 y 1855, Antonio López de Santa Anna gobernó en forma irregular hasta once veces, y fue fortaleciendo al modelo centralista, hasta verse derrocado por el Plan de Ayutla, encabezado por el general Juan Álvarez —a su vez apoyado por Ignacio Comonfort— promotor del federalismo.

Ejemplo de reactivo

Conforme a la *Constitución de 1824*, la forma de gobierno adoptada en México fue...

a) el Imperio b) la República federalista c) el Centralismo d) un triunvirato

Explicación:

El Imperio fue la primera forma de gobierno que se intentó en el México independiente; Agustín de Iturbide lo proclamó en 1822. Tras ser derrocado Iturbide por el Plan de Casa Mata en 1823, se nombró un triunvirato y se restauró al Congreso. La *Constitución* promulgada en 1824 estableció a la República, basada en la división de poderes, y al federalismo, división del territorio nacional en estados —cada uno dotado de autonomía política, jurídica y administrativa para elegir a su autoridad y establecer sus leyes internas—. El centralismo —concentración del poder y la autoridad en la capital— se adoptó posteriormente hacia 1836 a través de las Siete Leyes, pero no prosperó. A la larga, se sostuvo la República federalista.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Los conflictos internacionales

Además de sus dificultades internas, como nación soberana, México enfrentó en varias ocasiones, diversas agresiones internacionales:

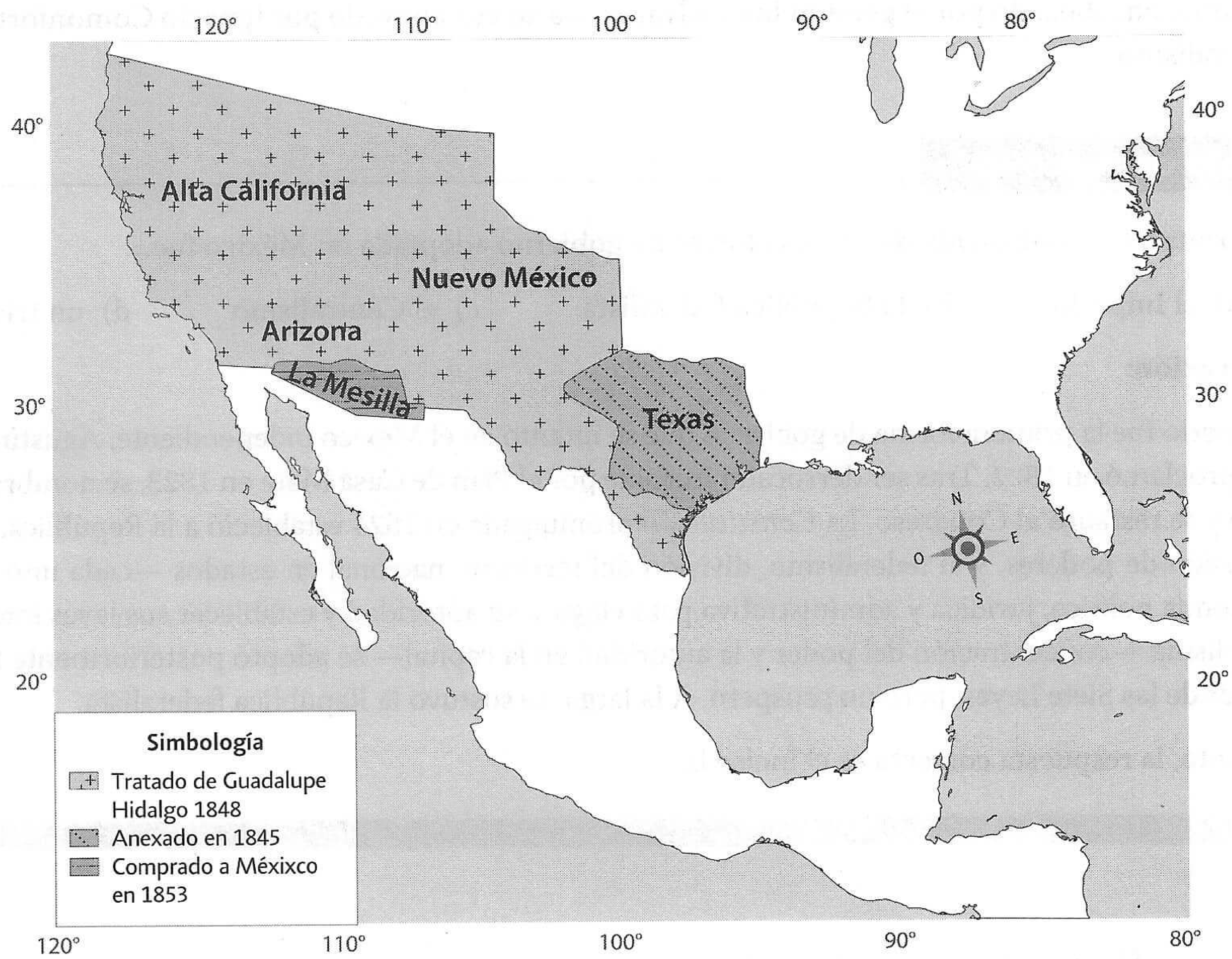
La relación entre España y México siguió siendo hostil durante varios años después de consumada la Independencia. En la isla de San Juan de Ulúa se refugiaron militares españoles partidarios de una reconquista hasta 1825, cuando tropas mexicanas lograron expulsarlos. En contraposición, el rechazo popular hacia los peninsulares se incrementó, y en estados como Jalisco, Michoacán y Veracruz las leyes internas ordenaron la expulsión de españoles residentes. Y en 1829, el monarca Fernando VII intentó restaurar el poder imperial español en México mediante una expedición a cargo del brigadier Isidro Barradas en costas de Tamaulipas, la cual fracasó. Fue hasta después de 1833 que, tras el fallecimiento de Fernando VII, el reino español terminó por reconocer la soberanía de México en 1836.

Durante el mandato constitucional de Anastasio Bustamante (1837 a 1939), México enfrentó un nuevo conflicto internacional, la primera intervención francesa, popularmente conocida como *Guerra de los Pasteles*.

Los daños ocurridos en 1838 a una panadería perteneciente al señor Remontel (de nacionalidad francesa) fueron el motivo formal por el cual Francia reclamaba una indemnización de 600 mil francos. Tras algunas escaramuzas militares entre ambas naciones en el puerto de Veracruz, se firmó un tratado de paz entre México y Francia en marzo de 1839.

▼ La pérdida de territorios

Aunado a las inconsistencias económicas y a la inestabilidad política, la nación se enfrentó a una grave tendencia separatista de territorios, tanto en la frontera norte como en la frontera sur. Desde 1823, Guatemala y Honduras declararon su separación de México para asumir otra soberanía, justo cuando el Plan de Casa Mata desconocía a Agustín de Iturbide.



Años después, la separación de Texas —opuesta al centralismo que buscaba implantar Antonio López de Santa Anna— se manifestó en mayo de 1836 mediante el Tratado de Velasco (acta de independencia de dicha entidad, firmada por Antonio López de Santa Anna en calidad de rehén). Pero, entre 1845 y 1848, México y Estados Unidos sostuvieron un conflicto militar fronterizo por el territorio de Texas. Al terminar la guerra, con la firma de un *Tratado de Paz, Amistad y Límites* (Tratado Guadalupe-Hidalgo), México cedió por fin a Texas para la nación del norte y varios estados más: Nuevo México, Utah, Arizona y la Alta California); y se estableció al río Bravo como frontera entre ambos países. Estados Unidos otorgó una indemnización por 15 millones de dólares y condonó a México lo que se debía a esa nación por concepto de la deuda externa.

Durante su último mandato, en 1853, Antonio López de Santa Anna vendió el territorio de La Mesilla a Estados Unidos, a cambio de un total de siete millones de pesos. El acuerdo de compraventa fue firmado entre Antonio López de Santa Anna y el gobierno estadounidense a través de su ministro plenipotenciario James Gadsden el 3 de diciembre de ese año.

Ejemplo de reactivo

¿Qué pretendía Fernando VII al enviar a costas de Tamaulipas a Isidro Barradas en 1829?

a) Una indemnización para un pastelero
b) La independencia de Texas
c) Establecer un régimen federalista
d) Una reconquista del territorio mexicano

Explicación:

Desde su restauración como emperador español en 1814, y apoyado por el Congreso de Viena, Fernando VII nunca aceptó la independencia de territorios americanos bajo el dominio tradicional de España. En 1821, al proclamarse el Tratado de Córdoba, Fernando VII rechazó dicho manifiesto y negó la soberanía de México. Fue en 1829, algunos años antes de su muerte, que Fernando VII intentó una maniobra militar a cargo del brigadier Isidro Barradas en el puerto de Tampico para restablecer el dominio imperial de España en México, aunque fracasó.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

La situación económica

Como nación soberana, el México surgido de la Independencia enfrentó una nula productividad y varias dificultades económicas que derivaron en un estancamiento financiero y productivo, relacionado con diversos factores:

- La guerra de Independencia por sí misma dio origen al endeudamiento público de la nación equivalente a 45 millones de dólares.
- El comercio exterior de México y las rutas comerciales se habían deteriorado.
- La producción mundial de plata a partir de 1821 también disminuía por causa del desplome de sus precios en los mercados internacionales.
- Se carecía de instituciones financieras y crediticias para agilizar una política monetaria homogénea e impulsar el fomento productivo.
- La falta de caminos y la inseguridad de las rutas comerciales internas eran obstáculos para el mercado interno, pues provocaban un grave abandono de las actividades agrícolas y ganaderas, o su aislamiento regional.
- Las gabelas o impuestos al tráfico mercantil interno obstaculizaban la productividad.
- No había suficiente infraestructura de riego ni se logró impulsar un sistema ferroviario.
- La extracción minera carecía de suficiente tecnología y se encarecía por los altos precios del azogue.
- Las dificultades militares internas y externas del país eran factores de inestabilidad política y motivaban gastos de guerra para sostener tropas y adquirir armas.

Entre 1821 y 1854 los recursos financieros del país fueron frecuentemente utilizados por gobiernos liberales o conservadores para sostener campañas militares entre ambos proyectos políticos antagónicos, y en menor medida para promover el crecimiento económico o fomentar las actividades productivas. En ese ambiente de inestabilidad y conflictos, México no contaba con instituciones financieras sólidas ni con suficiente capacidad para la inversión.

Durante el mandato provisional de Anastasio Bustamante (1830 a 1832), Lucas Alamán (político e intelectual identificado con la ideología conservadora) fue ministro de Relaciones Exteriores y fundó al Banco de Avío

para financiar créditos mercantiles, la adquisición de maquinaria importada, la capacitación laboral, el desarrollo de la industria textil y la de la fundición, además de la producción agrícola y ganadera. Adicionalmente, Lucas Alamán propuso grabar con 5% la importación de manufacturas para impulsar mediante dicho arancel una industria nacional. Pero la economía mexicana continuó rindiendo baja productividad y tuvo poca competitividad ante potencias como Estados Unidos, Francia o Inglaterra.

Ejemplo de reactivo

El estancamiento de la economía mexicana al iniciar su vida independiente se explica por factores como:

I. la libertad marítima internacional
II. las deudas y los gastos de la guerra de Independencia
III. la falta de una infraestructura de caminos y el cobro de gabelas
IV. la venta de La Mesilla

a) I y II b) I y IV c) II y III d) III y IV

Explicación:

El México independiente nació con una deuda aproximada de 45 millones de dólares, además de una situación interna muy desorganizada: regiones aisladas, ausencia de infraestructura industrial y ferroviaria, en contraposición al cobro de aduanas internas (gabelas), y a la inseguridad de los caminos. Tampoco se contaba con un sistema bancario y financiero capaz de atraer la inversión o generar certidumbre. Los conflictos internos y externos obligaron a diversos gobiernos a utilizar los reducidos recursos económicos para sostener ejércitos y campañas militares.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

La lucha entre federalismo y centralismo

Después de consumada la Independencia, la formación de un sistema político mexicano fue motivo de permanentes diferencias ideológicas, políticas y militares entre dos bandos con tendencias mutuamente opuestas:

Bando liberal: logia yorkina	Bando conservador: logia escocesa
Estado laico República Federalismo Igualdad civil	Religión de Estado Monarquía Centralismo Fueros, jerarquías y privilegios

La logia yorkina promovía las ideas de los liberales, entre otras, la libertad religiosa, la igualdad civil ante la ley, la división de poderes y la libertad económica sin aranceles. El modelo federalista —consistente en la división del territorio nacional en estados facultados dentro de un pacto federal para nombrar cada uno a su gobernador y a su propia asamblea legislativa interna para la elaboración de sus leyes estatales, con base en el respeto a la autonomía política, jurídica y administrativa de cada entidad— representaba la base de esas propuestas. Dentro de la logia yorkina destacaban Vicente Guerrero, Lorenzo de Zavala, José María Luis Mora y Valentín Gómez Farías (promotor de la educación laica desde 1833).

Por otra parte, la logia escocesa de extracción conservadora aspiraba a la instauración de la monarquía y defendía al centralismo, basado en la concentración del poder público de la autoridad en la capital del país y en

pos de una mayor unidad nacional. La logia escocesa también se proponía sostener una religión oficial y la injerencia de la Iglesia en asuntos públicos. Lucas Alamán, Anastasio Bustamante, Nicolás Bravo y Miguel Barragán sostenían este tipo de ideas.

Entre 1833 y 1855, Antonio López de Santa Anna promovió el modelo centralista, reduciendo a rango de departamentos a los distintos gobiernos regionales, anulando así la autonomía de éstos. En diciembre de 1836, el general Santa Anna desplazó al federalismo mediante las Siete Leyes Constitucionales, especie de Constitución centralista, hecho que derivó en fricciones entre su gobierno y diversas entidades (defensoras del federalismo y de su autonomía interna).

Directa o indirectamente, dichas vicisitudes internas y externas de la nación independiente estuvieron relacionadas con la oposición entre liberales y conservadores, que se disputaban el poder e idealizaban modelos políticos mutuamente opuestos. Así, en la compleja problemática interna y externa de la nación independiente se conjuraban cuatro principales aspectos crónicos:

La inestabilidad política	El estancamiento económico
La pérdida de territorios	Los conflictos con el extranjero

Ejemplo de reactivo

Un motivo argumentado por Texas para separarse del territorio nacional fue...

a) su interés por liberar a todos los esclavos
b) su afán por imponer un régimen imperial
c) su oposición al sistema centralista de Santa Anna
d) Su rechazo a las leyes de Reforma de Benito Juárez

Explicación:

La rivalidad entre liberales y conservadores fue un factor que generó tendencias separatistas de diversos territorios, especialmente Texas, al norte del río Bravo, complemente opuesto al régimen centralista. Algunos promotores del federalismo, como lo fue Lorenzo de Zavala, identificado también con la causa separatista de Texas, fomentaron también la independencia y la soberanía de dicho estado, como quedó establecido en el Tratado de Velasco de 1836.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál fue la primera forma de organización de gobierno adoptada por la nación mexicana, al iniciar su vida independiente?
   a) La república b) El triunvirato c) El imperio d) El principado

2. ¿Con qué manifiesto se levantaron Antonio López de Santa Anna, Vicente Guerrero y otros militares contra el emperador Agustín I en 1823?
   a) El Plan de Iguala b) El Plan de Ayutla c) El Plan de Casa Mata d) El Plan de Hospicio

3. ¿Por qué motivo Vicente Guerrero, José Antonio Echávarri y Antonio López de Santa Anna impulsaron el Plan de Casa Mata en 1823?
   a) Por la inconformidad generalizada tras la disolución del Congreso realizada por Agustín de Iturbide
   b) Dichos militares necesitaban tropas para enfrentar a la invasión estadounidense
   c) Ante las presiones francesas en el marco de la Guerra de los Pasteles
   d) Para oponerse a las reformas liberales que Gómez Farías se proponía implantar en 1833

4. ¿Cuándo se elaboró la primera *Constitución política* del México independiente?
   a) En 1814 b) En 1824 c) En 1833 d) En 1857

5. La opción que describe características de la *Constitución de 1824* es:
   a) la libertad de prensa y el modelo de Estado laico
   b) el establecimiento del periodo presidencial por seis años y la restricción de las garantías individuales
   c) la eliminación de los privilegios del Ejército y el establecimiento del Poder Ejecutivo en un presidente
   d) un gobierno republicano y la adopción del sistema federalista, así como una religión de Estado, el catolicismo

6. Antes de que el brigadier Isidro Barradas intentase tomar el puerto de Tampico, en costas de Tamaulipas…
   a) Antonio López de Santa Anna realizó la venta de La Mesilla
   b) Vicente Guerrero arrebató el poder de la nación a Manuel Gómez Pedraza
   c) Valentín Gómez Farías instituyó un sistema de educación laica
   d) Lucas Alamán fundó el Banco de Avío

7. ¿Qué generales impulsaron el Plan de Ayutla de 1854?
   a) Antonio López de Santa Anna y Benito Juárez b) Lucas Alamán y Valentín Gómez Farías
   c) Anastasio Bustamante y Vicente Guerrero d) Juan Álvarez e Ignacio Comonfort

8. Completa los espacios en blanco.

   Durante las primeras décadas de vida independiente, México enfrentó dificultades con otras naciones, por ejemplo, con España en 1829, es decir ____________________; pero también con Francia entre 1838 y 1839, al suscitarse ____________________.

   I. la invasión napoleónica a la península ibérica
   II. la expedición de Isidro Barradas a Tampico
   III. el Segundo imperio, a cargo de Maximiliano
   IV. la llamada *Guerra de los Pasteles*

   a) I y II b) I y III c) III y IV d) II y IV

9. Ordena cronológicamente los siguientes sucesos.

   I. Invasión de Isidro Barradas
   II. Primera intervención francesa
   III. *Constitución de 1824*
   IV. *Acta de Independencia de Texas*

   a) III, I, IV, II b) I, II, III, IV c) IV, III, II, I d) II, IV, I, III

10. España reconoció por fin la independencia de México a partir de 1836...
    a) mediante el Tratado de Córdoba
    b) tras el derrocamiento de Agustín de Iturbide
    c) a través de la expedición de Isidro Barradas
    d) después del fallecimiento de Fernando VII

11. Entre las principales dificultades que México enfrentó después de consumarse su independencia, se puede mencionar que...
    a) los liberales pretendían sostener la soberanía en nombre de Fernando VII
    b) varios territorios buscaron separarse de la nación
    c) ningún país de América Latina reconoció la soberanía de México
    d) la deuda externa era impagable, por lo que Guatemala canceló su pacto federal con México

12. Lee el siguiente fragmento atentamente.

    Aunado a las inconsistencias económicas y a la inestabilidad política, la nación se enfrentó a una grave tendencia separatista de territorios, tanto en la frontera norte como en la frontera sur.

    Considerando la separación de Texas como ejemplo de esa situación, ¿qué motivo explica el conflicto entre ese territorio y México?
    a) La oposición de Texas al régimen centralista que Antonio López de Santa Anna buscaba implantar
    b) El interés de Texas y de Estados Unidos por imponer en México una monarquía católica
    c) La necesidad de un gobierno centralista por vender territorios para enfrentar las dificultades económicas
    d) La irresponsabilidad de Antonio López de Santa Anna ante los reclamos del clero y del Ejército

13. ¿Entre cuáles fechas se separó Texas de México?
    a) Entre 1810 y 1821 b) De 1836 a 1848 c) Entre 1835 y 1855 d) De 1824 a 1857

14. Ordena cronológicamente los siguientes datos del México independiente:

    I. La guerra entre México y Estados Unidos por Texas
    II. La *Constitución de 1824*
    III. La Constitución centralista
    IV. La separación de Texas mediante el Tratado de Velasco

    a) I, II, III y IV b) IV, III, II y I c) II, IV, III y I d) IV, I, III y II

15. La firma del Tratado Guadalupe-Hidalgo el 2 de febrero de 1848 es una referencia histórica vinculada a...
    a) la consumación de la Independencia
    b) la llamada *Guerra de los Pasteles*
    c) el conflicto militar entre México y Estados Unidos
    d) la segunda intervención francesa

16. ¿Qué territorios perdió México al finalizar la guerra contra Estados Unidos y firmarse el Tratado de Guadalupe-Hidalgo?
    a) Nuevo México, Alta California, Utah, Arizona y Texas
    b) Guatemala, Honduras, Belice y Chiapas
    c) La Florida, Utah, Baltimore y Lousiana
    d) Ciudad Juárez, La Mesilla, Laredo y Texas

17. Describe la situación económica de México después de consumada la lucha de independencia:
    a) la prosperidad económica permitió a la nación un crecimiento a nivel internacional
    b) la venta de territorios como Arizona o la Mesilla significó una solución eficaz para esa economía
    c) Las deudas suscitadas por la lucha de independencia y los gastos de guerra afectaban al país
    d) México logró una industrialización muy rápido pero se negaba a pagar sus deudas

18. Identifica algunas características y referencias de la economía mexicana al iniciar su vida como nación independiente.

    I. El Banco de Avío permitió a México alcanzar la autosuficiencia
    II. Mediante la electrificación y el sistema ferroviario la nación se convertía en una potencia mundial
    III. El sistema nacional de educación formaba ingenieros y científicos positivistas
    IV. La situación económica del país era de nula productividad y de estancamiento
    V. La deuda externa ascendía a unos 45 millones de dólares
    VI. Se carecía de infraestructura tecnológica para impulsar la producción

    a) I - II - III   b) II - III - V   c) III - IV - V   d) IV - V - VI

19. ¿Cuáles eran algunas dificultades de la nación durante sus primeras décadas de vida soberana?
    a) La reelección presidencial y la rebelión de colonias mexicanas en el océano Pacífico
    b) La hostilidad mercantil marítima de países sudamericanos y la inseguridad interna
    c) Los obstáculos que enfrentaba el mercado interno y la inestabilidad política del país
    d) La apertura comercial de las fronteras nacionales y las rebeliones indígenas federalistas

20. Adicionalmente a las dificultades económicas de México entre 1821 y 1854...
    a) Agustín de Iturbide se prolongó durante varias décadas como emperador, lo cual generaba inconformidad
    b) la logia escocesa era promotora del Estado laico y del federalismo, pero el clero se oponía
    c) las rivalidades internas entre proyectos políticos antagónicos generaban inestabilidad y conflictos
    d) las leyes de la nación eran injustas con *países amigos* de México, y eso dio origen a la separación de Texas

21. Nombre de un político e intelectual mexicano identificado con la ideología conservadora, mismo que fundó al Banco de Avío y que también rechazó las reformas liberales de Gómez Farías:
    a) Antonio López de Santa Anna   b) Lucas Alamán
    c) Ignacio Comonfort   d) Juan Álvarez

22. Lucas Alamán defendió siempre al catolicismo y al centralismo, pero...
    a) fomentó la creación del Banco de Avío
    b) impulsó las reformas liberales de 1833
    c) ofreció el trono de México a Maximiliano de Habsburgo
    d) vendió el territorio de La Mesilla a Estados Unidos

23. En la disputa por la nación que liberales y conservadores sostuvieron después de la Independencia, ¿cómo se agruparon ambos bandos?
    a) Los liberales en la logia yorkina y los conservadores en la logia escocesa
    b) Los liberales en logias y los conservadores en una república centralista
    c) Los liberales en bandos militares y los conservadores en torno al clero
    d) Los liberales en partidos políticos y los conservadores en la logia escocesa

24. ¿Qué personaje promovió en 1833 las primeras reformas a favor de la educación laica?
    a) Valentín Gómez Farías   b) Manuel de Mier y Terán
    c) Isidro Barradas   d) Lucas Alamán

25. La división del territorio nacional en estados, así como el respeto a la autonomía política, jurídica y administrativa de las entidades son preceptos liberales relacionados con...
    a) el centralismo b) la monarquía c) los fueros d) el federalismo

26. Promover la concentración del poder público y la autoridad en la capital del país, reducir a los gobiernos regionales a departamentos y anular la autonomía de éstos, fueron características de....
    a) el modelo político federalista que la logia yorkina procuraba instaurar en México
    b) el régimen constitucional que se adoptó en México por medio de la Carta Magna de 1824
    c) el proyecto político centralista que Antonio López de Santa Anna buscaba consolidar
    d) las Sietes Leyes Constitucionales que promulgó el bando liberal entre 1836 y 1857

27. A diferencia del sistema centralista, el federalista se caracterizó por...
    a) apoyar los fueros y privilegios del clero
    b) reconocer a los estados en un pacto federal
    c) fomentar el militarismo y la venta de estados
    d) ofrecer el Poder Ejecutivo al arzobispado

28. ¿Cuál de los siguientes conceptos no corresponde a las aspiraciones liberales de la logia yorkina en México?
    a) El modelo federalista
    b) El Estado laico
    c) la monarquía
    d) La igualdad civil

29. No fue un precepto liberal que buscaran consolidar los promotores del Estado laico:
    a) la construcción de un régimen imperial a cargo de un monarca extranjero
    b) el sistema político federalista
    c) la separación entre el poder público y el poder eclesiástico
    d) la división de poderes, Ejecutivo, Legislativo y Judicial, conforme los ideales republicanos

30. No fue uno de los preceptos conservadores a mediados del siglo XIX:
    a) el modelo centralista y la creación de departamentos
    b) el catolicismo considerado como religión de Estado
    c) el Estado laico basado en la libertad civil de culto
    d) la fundación de un régimen monárquico y católico

Objetivo: el estudiante resaltará los esfuerzos del proyecto liberal mediante la Revolución de Ayutla, las leyes de Reforma y la *Constitución de 1857*, asimismo destacará la resistencia de la República frente a la intervención francesa, así como el triunfo del proyecto liberal tras el derrocamiento del segundo imperio.

La Revolución de Ayutla

Antecedentes

La oposición entre liberales y conservadores fue una constante histórica en México a lo largo del siglo XIX, y eso se reflejó entre 1836 y 1853, etapa de frecuentes confrontaciones entre quienes promovían al federalismo y los que pretendían mantener al centralismo.

- 1836: durante el gobierno provisiona José Justo Corro, las Siete Leyes Constitucionales establecen al Supremo Poder Conservador y a un régimen centralista.
- 1843: durante el régimen Nicolás Bravo, las Bases Orgánicas anulan al Supremo Poder Conservador pero mantienen el centralismo.
- 1844: mandato dictatorial de Antonio López de Santa Anna.
- 1846: estalla la guerra entre México y Estados Unidos por el territorio de Texas.
- 1847: estalla la guerra de Castas en Yucatán y se complica la situación del país.
- 1848: se firma el Tratado de Paz, Amistad y Límites (Tratado Guadalupe-Hidalgo) entre México y Estados Unidos.
- 1848 a 1853: en forma sucesiva, Joaquín Herrera, Mariano Arista, Juan Bautista Ceballos y Manuel María Lombardini se alternan la presidencia.
- 1853: último mandato de Antonio López de Santa Anna.

Al asumir nuevamente el Poder Ejecutivo en 1853, el general Santa Anna ejerció un mandato dictatorial, restringió libertades civiles e incrementó severamente el cobro de contribuciones fiscales. Se fortaleció el pacto entre Santa Anna, la élite militar y los jerarcas del clero mexicano. Además se restableció nuevamente al régimen centralista. Fue entonces también que Santa Anna puso en práctica la venta de La Mesilla al gobierno de Estados Unidos.

▼ El Plan de Ayutla, Guerrero



Juan Álvarez
y el Plan de Ayutla

Para desarraigar en forma definitiva del poder al régimen centralista y dictatorial de Santa Anna, fue pronunciado el Plan de Ayutla el 3 de marzo de 1854 por el general Juan Álvarez, gobernador de Guerrero, apoyado por militares como el coronel Francisco Villarreal e Ignacio Comonfort. Dicho alzamiento en contra de Santa Anna asumió un carácter liberal con base en las siguientes proclamas:

- Federalismo
- Gobierno representativo por elección
- Instituciones republicanas
- Libertades públicas
- Congreso Constituyente liberal

Antonio López de Santa Anna se esforzó por sofocar la Revolución de Ayutla, pero la rebelión se extendió por amplias regiones del territorio nacional. Acosado por la lucha, el general Santa Anna realizó un plebiscito para consultar a la población civil si ésta consideraba que él debiera continuar ejerciendo el poder. Pero también engrosó al Ejército mediante la leva, desterró a sus opositores y ordenó ejecuciones sumarias.

Finalmente, la Revolución de Ayutla logró la caída del dictador Santa Anna, quien en agosto de 1855 delegó la autoridad en un triunvirato a cargo de Ignacio Pavón, Mariano Salas y Martín Carrera; abandonó el país y se exilió en la Habana, Cuba. Con el triunfo del Plan de Ayutla, Juan Álvarez asumió la presidencia provisional, y se posicionó al frente del poder público el proyecto liberal, el cual se manifestó mediante dos importantes mecanismos legislativos, las leyes de Reforma (entre 1855 y 1859) y la *Constitución de 1857*.

Ejemplo de reactivo

Entre 1854 y 1855, la Revolución de Ayutla fue impulsada por el general Juan Álvarez, quien impugnó al régimen centralista de Antonio López de Santa Anna.

Se infiere que la Revolución de Ayutla pretendía restablecer ______________________, y por lo mismo resultó favorable para ______________________.

a) al federalismo/los liberales
b) la soberanía de Texas/la República
c) un régimen imperial/la logia yorkina
d) la paz y el orden/la tradición conservadora

Explicación:

A mediados del siglo XIX, la oposición entre promotores del federalismo y opositores del centralismo era un factor de conflicto. De esa manera, conforme los objetivos del Plan de Ayutla, el general Juan Álvarez derrocó a un régimen centralista —conservador, por lo mismo—, y proclamó al federalismo, causa liberal.

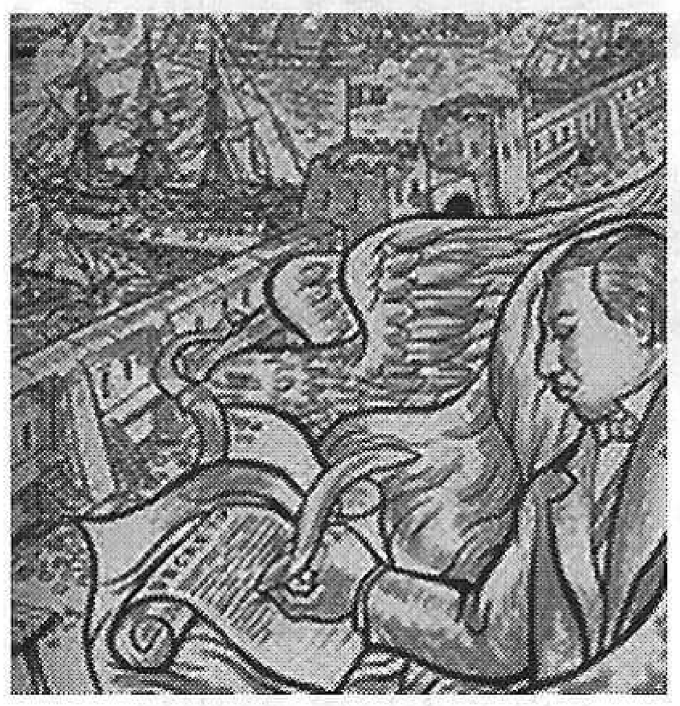
Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

El Congreso Constituyente y la *Constitución de 1857*

▼ Juan Álvarez, Ignacio Comonfort, las reformas y el Congreso Constituyente de 1856

Tras el triunfo liberal logrado por la Revolución de Ayutla, Juan Álvarez gobernó brevemente a finales de 1855 e inició la tarea de promover las reformas e impulsar al Congreso Constituyente; luego cedió el mando provisional

a Ignacio Comonfort, quien promulgó las leyes de Reforma para destituir los bienes inmuebles y reducir el poder económico y la influencia del clero en asuntos públicos, reformas promovidas por legisladores liberales de tendencia radical:



Las leyes de Reforma representaron un esfuerzo político y jurídico por establecer una estructura de gobierno republicano y liberal, y por definir los límites entre la esfera pública y la religiosa.

- **Ley Juárez - elaborada por Benito Juárez, ministro de Justicia**
  Decreto para erradicar los fueros al clero y a los militares; decreto a finales de 1855 que se fundamentaba en el principio de igualdad civil ante la ley.
- **Ley Lerdo - elaborada por Miguel Lerdo de Tejada, ministro de Hacienda**
  Medida establecida en junio de 1856 para desamortizar los bienes inmuebles (tierras) a corporaciones eclesiásticas y civiles (campesinas), mismo que, al instituir al latifundio laico, provocó una consecuencia social, pues legitimó que miles de campesinos se vieran amenazados por el despojo agrario.
- **Ley Iglesias - elaborada por José María Iglesias, ministro de Hacienda**
  Fue una ley de obvenciones parroquiales decretada en 1857 para cancelar la práctica de imponer sanciones económicas por incumplimiento de votos monásticos.

Adicionalmente se estableció una ley de panteones y una ley de registro civil, entre otras disposiciones. Así, la reestructuración económica y política de la nación fueron los preceptos fundamentales que orientaron a las leyes de Reforma entre 1855 y 1859.

Poco después, el presidente Ignacio Comonfort decidió convocar por fin a un Congreso Constituyente, el cual se instaló en la capital del país el 18 de febrero de 1856. Si bien, el Congreso era un proyecto liberal, se dividió en dos tendencias:

Liberales moderados	Pretendían restablecer la *Constitución de 1824*. Asumieron una postura conciliatoria entre Estado e Iglesia.
Liberales puros	Se proclamaban a favor del Estado laico. Enfatizaron la desamortización de bienes clericales y la abolición de fueros.

Entre los más sobresalientes intelectuales liberales al interior del Congreso Constituyente, sobresalieron Benito Juárez, Ignacio Ramírez, José María Iglesias, Miguel Lerdo de Tejada, Ponciano Arriaga, Melchor Ocampo, Francisco Zarco, Francisco Santos Degollado y Valentín Gómez Farías. Las discusiones entre los legisladores tenían que ver tanto con aspectos técnicos de la ley, como por ejemplo, la forma de gobierno republicano —con base en el modelo constitucional de Estados Unidos—, las facultades y los límites entre los tres poderes. Un aspecto sobresaliente es que el Congreso de la Nación estaría integrado exclusivamente por una Cámara de Diputados, representantes de los ciudadanos, pero se suprimió a la Cámara de Senadores. Otro aspecto de la deliberación fueron las características y facultades de los gobiernos estatales, conforme el federalismo. Y con base en los preceptos inspirados en la *Declaración de Derechos del Hombre* —legado de la Revolución francesa—, por ejemplo la igualdad y la libertad universal de la condición humana, se determinaron los derechos, libertades y obligaciones de los ciudadanos.

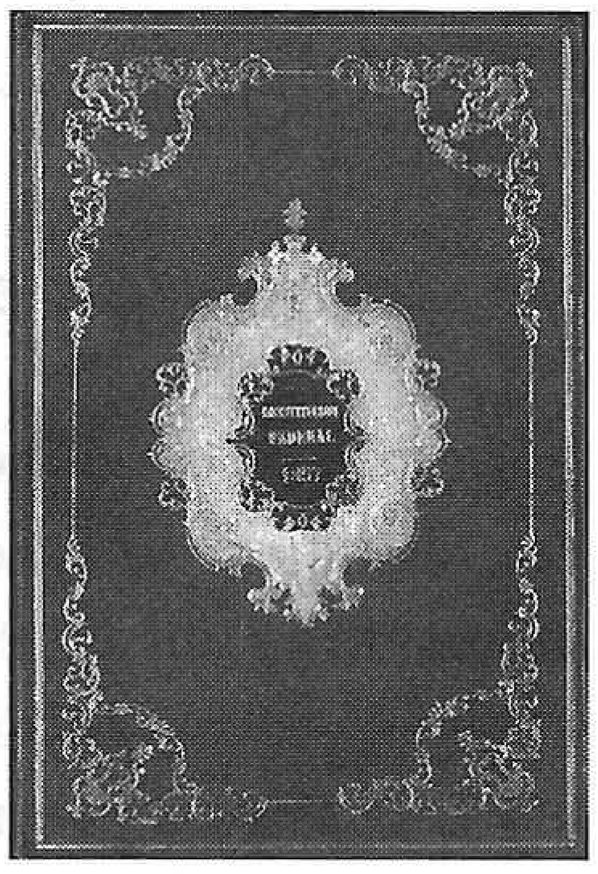
Pero también parecía necesario discutir los límites y alcances del Estado laico y de la libertad religiosa, tanto como derecho de cada ciudadano, como, por otra parte, de las corporaciones eclesiásticas para predicar un credo. Dada la expresa advertencia del episcopado mexicano de excomulgar a quien legislara o aprobara leyes *que amenazaran la fe y los postulados de la Iglesia*, los moderados buscaban una postura conciliatoria. Pero, lo cierto es que la nueva *Constitución* no mencionó más al catolicismo como culto nacional.

El 5 de febrero de 1857 el presidente Ignacio Comonfort promulgó la nueva *Constitución liberal*, cuyas características básicas fueron:

- **Régimen laico**, basado en la libertad de credo y la separación entre ámbitos público y religioso.
- La **República**, representativa y democrática; un sistema político sustentado en la división de poderes. El Poder Ejecutivo a cargo de un presidente por un periodo de cuatro años. El Poder Legislativo depo-

sitado en una Cámara de Diputados, y el Poder Judicial en una Suprema Corte de Justicia, cuyo titular asumía a la vez el cargo de vicepresidente.

- El **federalismo**, sistema que reconoce a cada territorio como estado facultado jurídica, política y administrativamente para elaborar sus leyes internas y nombrar a su gobernador.
- Las **garantías individuales** o derechos del ciudadano, como la libertad de expresión, la libre asociación, el derecho a profesar libremente sus convicciones religiosas, el libre tránsito, la propiedad y la igualdad civil ante la ley.



Constitución de 1857

No obstante, algunos prelados como Pelagio Antonio Labastida Dávalos (obispo de Puebla) habían expresado su rechazo a la Ley Lerdo, y en 1856 financiaron la rebelión del general Antonio Haro y Tamariz *por la religión y los fueros* y en contra del gobierno liberal de Ignacio Comonfort, razón por la que dicho clérigo fue exiliado. Ya radicado en Roma al amparo del papa Pío IX, el 2 de enero de 1857 Pelagio Labastida, continuó oponiéndose al proyecto liberal y terminó por apoyar a Félix Zuloaga, quien se reconocía públicamente como *enemigo de la Constitución* promulgada en México el 5 de febrero de 1857.

La polarización en torno a la Carta Magna se incrementaba gravemente, y como no parecía haber condiciones de diálogo y negociación entre liberales y conservadores, resultaba evidente un próximo estallido bélico entre ambos bandos.

Aspectos positivos y negativos de las leyes de Reforma y de la *Constitución de 1857*

Aspectos positivos	Aspectos negativos
• Se consolidó el federalismo y la división de poderes.	• Se despojó a los campesinos de sus tierras y se fomentó un régimen latifundista.
• Se fortalecieron los derechos civiles.	• Se agudizó la rivalidad entre liberales y conservadores.
• Se puso en circulación la riqueza del clero.	• Se desató la guerra de los Tres Años o de Reforma entre liberales y conservadores.

Ejemplo de reactivo

Completa correctamente el espacio en blanco.

Una característica liberal que distinguió a la *Constitución de 1857* fue que se instituyeron ______________________________, por ejemplo la libertad de prensa y la de culto.

a) el fuero y la religión católica
b) el centralismo y las jerarquías
c) las garantías individuales
d) el catolicismo y la educación laica

Explicación:

Los derechos de los ciudadanos consagrados por la Carta Magna de 1857 son denominados como garantías individuales, lo cual significa que el Estado garantiza y protege dichos derechos civiles. Así, tanto la libertad de prensa como la libertad de culto son ejemplos específicos de garantías individuales.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

El gobierno de Benito Juárez y las leyes de Reforma

▼ La guerra de los Tres Años o guerra de Reforma (1857 a 1861)

Los cambios introducidos por el bando liberal a través de las leyes de Reforma y de la *Constitución de 1857* se establecieron en función de modernizar las estructuras política y económica de México, pero que afectaban de manera radical intereses y preceptos tradicionalistas del poder clerical, por lo cual el bando conservador se opuso en forma rotunda a las reformas y a la Carta Magna, lo que derivó en un nuevo conflicto, la guerra de los Tres Años o guerra de Reforma, entre 1857 y 1861.



Benito Juárez

Al amparo del papa Pío IX, la logia escocesa (bando conservador) se proclamó en contra de la *Constitución* recién promulgada. Así, mediante el Plan de Tacubaya en diciembre de 1857, Félix Zuloaga propuso a Ignacio Comonfort la cancelación de esa Carta Magna, y mantener el cargo presidencial. Comonfort aceptó la propuesta, por lo que se considera que incurrió en un autogolpe de Estado por anular las leyes que legitimaban su mandato.

El Congreso destituyó a Comonfort y nombró a Benito Juárez como presidente provisional. Simultáneamente los conservadores otorgaron a Félix Zuloaga el Poder Ejecutivo. Así, mediante las armas, Juárez y Zuloaga se disputaban la presidencia, dando comienzo la guerra de los Tres Años, también conocida como *Guerra de Reforma*.

En 1859 el bando conservador se dividió y debilitó, pues mediante el Plan de Navidad, Miguel Miramón desconoció a Félix Zuloaga y se proclamó líder del proyecto conservador. Por otra parte, durante la guerra de los Tres Años, el presidente Benito Juárez sostuvo los preceptos liberales, las leyes de Reforma y la *Constitución de 1857*. En 1859, decretó una nueva reforma para separar al Estado y a la Iglesia. Y el gobierno itinerante de Juárez negoció a través de su ministro de Relaciones Exteriores, Melchor Ocampo, un acuerdo con la embajada de Estados Unidos, el Tratado Mac Lane-Ocampo. A cambio de su apoyo para la causa liberal, se otorgaría el libre tránsito por el istmo de Tehuantepec a Estados Unidos. El acuerdo no prosperó porque nunca lo ratificó el Senado de ese país.

Por su parte, Miguel Miramón buscó el respaldo militar de España, y envió a Juan Nepomuceno Almonte como embajador para negociar con Alejandro Mon, representante de la Corona española. Se firmó así el Tratado Mon-Almonte conforme el cual España enviaría tropas para sostener un régimen conservador en México, a cambio de que dicha nación cediera su soberanía al convertirse en un protectorado español.

La guerra de los Tres Años o de Reforma terminó en enero de 1861 con el triunfo del bando liberal (logia yorkina). Benito Juárez se instaló como jefe del Poder Ejecutivo en la capital del país, expulsó a ministros del clero y a diplomáticos españoles. A mediados de 1861 el presidente Juárez decretó una moratoria o suspensión provisional del pago de intereses de la deuda externa, lo cual dio origen a enérgicos reclamos de Francia y otros países acreedores.

Ejemplo de reactivo

Conforme lo estudiado en esta Unidad, ¿cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

I. El general Juan Álvarez emprendió el Plan de Ayutla contra el modelo centralista de Antonio López de Santa Anna, y a favor del federalismo.
II. Durante la Guerra de Reforma, la logia yorkina se alió con el clero conservador para pretender anular la *Constitución de 1857*.
III. Las leyes de Reforma y la *Constitución de 1857* consolidaron las aspiraciones del proyecto liberal, la separación Estado-Iglesia, la República, el federalismo y las garantías individuales.

IV. La Guerra de Reforma o de los Tres Años culminó con el triunfo de los conservadores, y ello dio origen al imperio de Maximiliano.
V. El Congreso Constituyente de 1856 se dividió en liberales moderados y puros.

a) I, II, y IV b) I, III y V c) II, III y V d) II, III y IV

Explicación:

Durante el siglo XIX, el bando liberal se esforzó en diversas ocasiones por un modelo político republicano y federalista, por ejemplo en 1854 mediante la Revolución de Ayutla. Posteriormente, la guerra de los Tres Años o de Reforma les permitió sostener esos preceptos y también al Estado laico. Si bien el Congreso Constituyente de 1857 se dividió en dos tendencias, una moderada y otra radical (los llamados *puros*), el resultado fue una *Constitución liberal* de 1857, donde las garantías individuales consagraron los derechos civiles.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

La intervención francesa en México y el Imperio de Maximiliano

▼ Segunda intervención francesa (1861 a 1867)

Aunque la logia escocesa o bando conservador propició la Guerra de Reforma o de los Tres Años por la promulgación de la *Constitución de 1857* fue derrotada una vez más hacia 1861. Pero entonces los conservadores buscaron apoyo de Napoleón III, emperador del segundo imperio francés, ante el cual ofrecían el trono de México para un príncipe europeo.

Auspiciadas las ambiciones imperialistas de Napoleón III por su alianza con los conservadores en México, el emperador francés justificó una intervención armada a partir de un decreto de moratoria anunciado por el entonces presidente Benito Juárez en julio de 1861 para suspender provisionalmente el pago de intereses de la deuda externa de México.

Origen de la segunda intervención francesa


Benito Juárez


Napoleón III

Factores internos	Factores externos
• La rivalidad prolongada entre bandos, liberal y conservador. • Las graves dificultades económicas y la falta de unidad nacional en México. • La moratoria o suspensión del pago de la deuda externa, decretada por Benito Juárez.	• Las ambiciones imperialistas y la política expansionista de Napoleón III, emperador francés. • La alianza establecida entre el bando conservador, el papa Pío IX y Napoleón III. • La Guerra de Secesión en Estados Unidos por causa de la abolición de la esclavitud.

Para analizar el proceso de la segunda intervención francesa y la fundación del segundo imperio —otorgado al archiduque austriaco Fernando Maximiliano de Habsburgo en 1864— se describe la secuencia cronológica de dicho proceso histórico, desde su origen en 1861 hasta su desenlace en 1867.

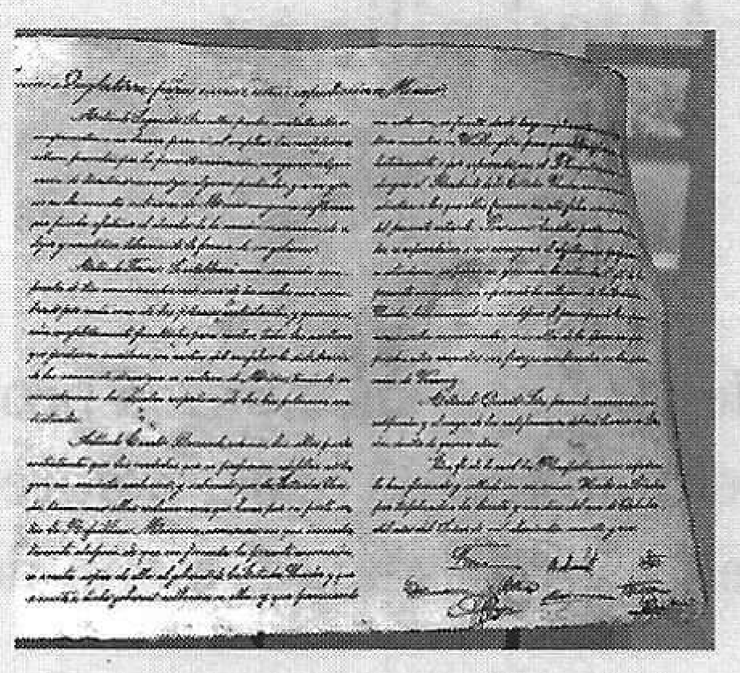


B. Juárez decreta una moratoria

1861

La moratoria de Benito Juárez

Concluye la guerra de Tres Años o de Reforma con el triunfo del bando liberal. Benito Juárez permanece al frente de la nación y sostiene vigente a la *Constitución de 1857.* El presidente Juárez expulsa del país a ministros del clero que, por mandato del papa Pío IX, habían desconocido la *Constitución.* El 17 de julio, Benito Juárez decreta moratoria provisional, es decir, la suspensión provisional al pago de intereses de la deuda externa por dos años. Dicho decreto fue la principal causa interna que suscitó el origen de la segunda intervención francesa en México a mediados del siglo XIX.



Tratado de Londres en 1861

1861

El Tratado de Londres

En octubre, tres países acreedores —Francia, Inglaterra y España— firman un acuerdo tripartita conocido como Tratado de Londres. El propósito de dicho convenio fue presionar al gobierno de Benito Juárez para obligarlo a suspender la moratoria y a restablecer el pago de sus compromisos económicos con el extranjero. La moratoria de Juárez fue, pues, uno de los motivos que originó dicha intervención tripartita en México de esas potencias acreedoras.



Tratado de la Soledad en 1862

1862

El Tratado de la Soledad

Manuel Doblado es nombrado como representante del gobierno de Benito Juárez para negociar con Juan Prim, designado por los países acreedores. Entre febrero y abril se acuerda que la moratoria de Benito Juárez se cancele, a cambio de que Francia, Inglaterra y España retirasen sus tropas de México.



Batalla de Puebla en 1862

1862

Batalla de Puebla

Tropas francesas dirigidas por Charles Ferdinand Latrille, conde de Lorencez son derrotadas en los fuertes de Loreto y Guadalupe, Puebla, por el general Ignacio Zaragoza. La causa nacional contó con apoyo de la comunidad indígena zacapoaxtla y con los generales Porfirio Díaz, Celestino Negrete y Felipe Berriozábal, defensores de la República, de la soberanía y del presidente Benito Juárez.

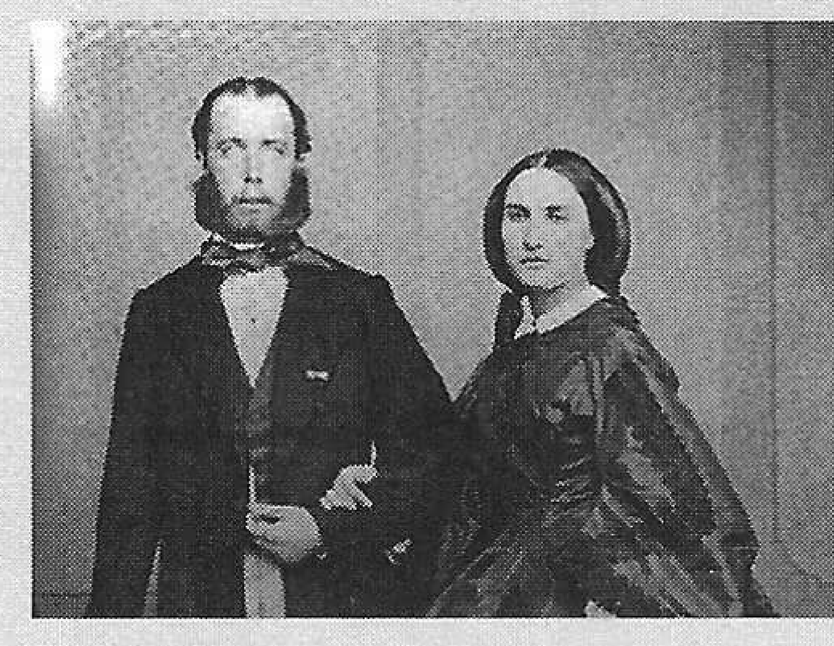


Junta de Notables en 1863

1863

La Junta de Notables

Francia y los promotores de una monarquía europea en México ofrecen el trono al archiduque austriaco Maximiliano de Habsburgo. Así, durante la Junta de Notables, el bando conservador y el Imperio francés acuerdan declarar la monarquía católica e invitar a Maximiliano y a su esposa Carlota Amelia de Bélgica, como emperadores al frente del segundo imperio de México.



Maximiliano y Carlota en 1864

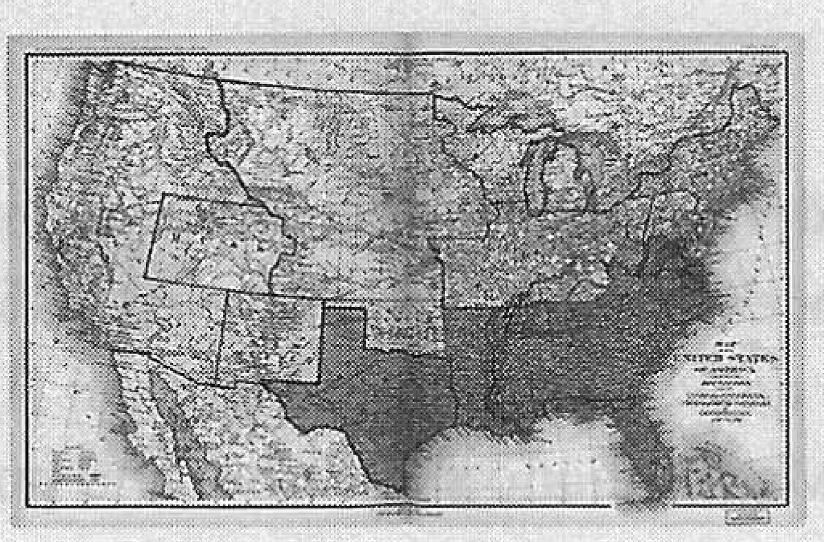
A partir de 1864

Maximiliano y Carlota asumen el trono de México

Para asumir el mando como emperador de México, Maximiliano de Habsburgo firma con Napoleón III el Tratado de Miramar, mediante el cual se compromete a cubrir el salario de las tropas francesas que lo sostendrían.

Conforme al Tratado de Miramar y con apoyo del emperador francés (Napoleón III) y de los conservadores promotores de la monarquía católica en México, Maximiliano y Carlota arriban al puerto de Veracruz. Se inicia la vida del Imperio en medio de dificultades económicas y militares.

La política de Maximiliano asume un carácter liberal, pues reconoció y mantuvo vigentes a las leyes de Reforma: expropia bienes del clero, decreta la libertad religiosa, e incluso destierra a algunos clérigos jesuitas. Por la tendencia liberal de Maximiliano, el bando conservador termina distanciándose del emperador.



Guerra de Secesión:
1861 a 1865

1865

Finaliza el conflicto civil en Estados Unidos

Tras concluir la Guerra de Secesión en Estados Unidos en abril de 1865, entonces la nación del norte lanza un *ultimátum* contra Francia, exigiendo que saliera de territorio mexicano.

El Senado estadounidense no reconoce a Maximiliano como emperador y ofrece respaldar en México al régimen republicano encabezado por Benito Juárez.

La guerra Austro-Prusiana

Por otra parte, da inicio la guerra Austro-Prusiana, motivo por el cual se consolida el dominio imperial alemán en el centro de Europa, y una potencial amenaza de expansión territorial prusiano sobre la frontera con Francia.

Así, tanto la conclusión de la guerra de Secesión en Estados Unidos como el inicio de la guerra austro-prusiana fueron factores internacionales que motivan a Napoleón III a retirar a las tropas francesas de territorio mexicano a partir de 1866.

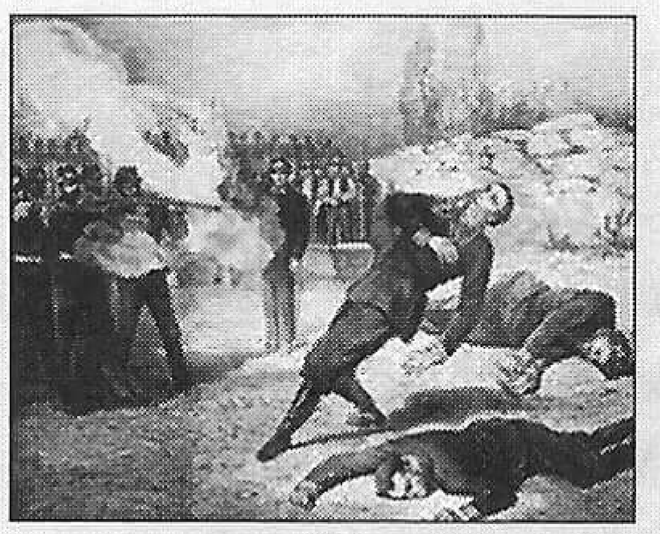


General Mariano Escobedo en 1867

1867

Sitio de Querétaro

Entre marzo y mayo, tropas republicanas leales a Benito Juárez recuperan paulatinamente el control del territorio nacional. Ante el general mexicano Mariano Escobedo, Maximiliano se rinde en el sitio de Querétaro y solicita un indulto. El archiduque Maximiliano de Habsburgo es procesado por una corte militar, por el cargo de haber allanado la soberanía de México.



Maximiliano fusilado en 1867

1867

Fusilamiento de Maximiliano

Después de haberse confesado, Maximiliano es fusilado el 19 de junio de ese año en el cerro de las Campanas, junto con los generales conservadores Miguel Miramón y Tomás Mejía, quienes apoyaron al emperador hasta su derrota y ejecución.

Con el derrocamiento del segundo imperio, fue posible para el bando liberal en México restaurar la República.

Ejemplo de reactivo

Entre 1865 y 1867, la conclusión de la Guerra de Secesión en Estados Unidos y el estallido de una guerra Austro-Prusiana, fueron causas que motivaron a Napoleón III para...

a) promover una intervención armada en México
b) retirar su apoyo militar a Maximiliano de Habsburgo
c) convocar una junta de Notables entre liberales y conservadores
d) decretar una moratoria al pago de la deuda externa

Explicación:

Si bien, el archiduque Maximiliano de Habsburgo se estableció al frente del segundo imperio mexicano por ofrecimiento de una Junta de Notables integrada por autoridades francesas y conservadoras en 1863 durante la Segunda Intervención francesa, y después de firmar el Tratado de Miramar con Napoleón III, pero el respaldo político y militar de Francia para sostener al emperador Maximiliano se desmoronó por la combinación de diversos factores:

- La orientación política liberal seguida por Maximiliano suscitó que el bando conservador se distanciara.
- Al concluir la Guerra de Secesión en Estados Unidos en 1865, el Senado de esa nación desconoció abiertamente la legitimidad de Maximiliano, y se autorizó la movilización del ejército estadounidense sobre la frontera con México para apoyar al presidente Benito Juárez y para exigir mediante un ultimato la retirada de las tropas imperiales francesas.
- La guerra Austro-Prusiana significó una amenaza inminente de confrontación militar entre Francia y el reino de Prusia motivó que Napoleón III retirase su ejército de territorio mexicano y abandonado a su suerte a Maximiliano de Habsburgo.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

La restauración de la República: los gobiernos de Benito Juárez y Sebastián Lerdo de Tejada

Una vez más el bando liberal obtuvo el triunfo tras la caída de Maximiliano. Entre 1867 y 1877 se prolongaron los últimos gobiernos liberales, el de Benito Juárez, de 1867 a 1872, y el de Sebastián Lerdo de Tejada, de 1872 a 1876. Se conoce como la República Restaurada a dicho periodo. Entre los aspectos más relevantes de esa fase destacan:

- El bando liberal recupera el poder político de la nación.
- Se refrenda el proyecto liberal: Estado laico, república federalista, con base en las leyes de Reforma y de la *Constitución de 1857*.
- Los últimos gobiernos liberales, Benito Juárez y Sebastián Lerdo de Tejada, buscan pacificar la relación entre el Poder Ejecutivo federal (la presidencia), los gobiernos estatales (caciques), y los militares.
- También se inicia la modernización de México a partir de las nuevas instituciones educativas con base en el modelo positivista: La Escuela Nacional Preparatoria, la Escuela Superior de Ingeniería.
- Se inician nuevas fricciones políticas por las prácticas reeleccionistas de Benito Juárez y de Sebastián Lerdo de Tejada. Con apego al principio constitucional de *no reelección,* el general Porfirio Díaz se opone a la reelección de ambos.

➤ Gobierno de Benito Juárez (1867 a 1872)

Tras haber promovido el juicio y la ejecución de Maximiliano en 1867, Benito Juárez resumió el control político y militar del país al frente de la República Restaurada. Entonces expidió una nueva ley de instrucción pública, y nombró al doctor Gabino Barreda como ministro de Educación, quien fundó la Escuela Nacional Preparatoria, y la Escuela Superior de Ingeniería, modelo de educación científica positivista. Juárez incorporó la figura jurídica del *juicio de amparo* para fortalecer la protección de las garantías individuales, y realizó modificaciones a las leyes de Reforma y a la *Constitución* para modernizar a México en los aspectos político y económico, y también para limitar el poder de la Iglesia en asuntos públicos: desamortizó y expropió los bienes inmuebles del clero y sostuvo la separación Estado-Iglesia.

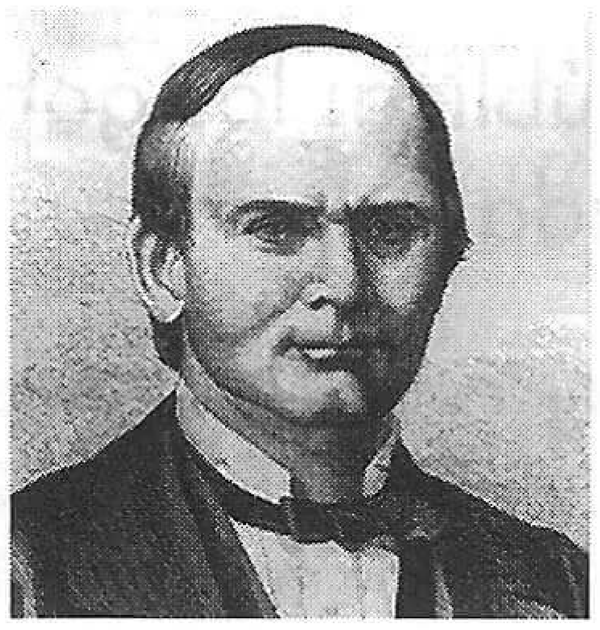
En 1871, Benito Juárez decidió ejercer la reelección, lo cual fue impugnado por el general Porfirio Díaz mediante el Plan de la Noria. Juárez permaneció como presidente de la nación hasta el día de su muerte el 18 de julio de 1872.

➤ Gobierno de Sebastián Lerdo de Tejada (1872 a 1876)

Tras el fallecimiento de Benito Juárez, el Congreso designó que entonces el ministro de la Suprema Corte de Justicia y vicepresidente Sebastián Lerdo de Tejada asumiera el mando provisional de la República. Sebastián Lerdo decretó una ley de amnistía con el propósito de pacificar al país.

Como resultado del proceso electoral celebrado en 1872, Sebastián Lerdo fue nombrado ya como presidente constitucional para el periodo 1872-1876. Entre las más importantes acciones del gobierno a cargo de Sebastián Lerdo sobresale la inauguración de la línea férrea México-Veracruz en 1873. También se restableció el Senado de la República —en cumplimiento de un decreto que previamente había emitido Benito Juárez— y se elevó a rango constitucional a las leyes de Reforma. Como presidente, Sebastián Lerdo endureció su política anticlerical, expulsó a varios ministros del clero y a algunos extranjeros acusados de haber participado en actos de rebelión contra las leyes o las autoridades de la República.


Benito Juárez


Sebastián Lerdo de Tejada


Porfirio Díaz

El Plan de Tuxtepec

La reelección de Sebastián Lerdo de Tejada motivó nuevamente la enérgica oposición política y militar. En enero de 1876 el general Porfirio Díaz encabezó la Revolución de Tuxtepec en contra de la reelección lerdista. El general Díaz se proclamaba con el lema a favor de la causa antirreeleccionista como precepto constitucional, así como de las leyes de Reforma y de la *Constitución de 1857*, pero terminó por proponer nuevamente la desaparición del Senado y por desconocer al vicepresidente José María Iglesias. Finalmente, el general Díaz tomó la capital del país y se estableció como presidente provisional. Ése fue el preámbulo de la dictadura porfirista.

Ejemplo de reactivo

¿Qué etapa histórica de México dio inicio tras ser fusilados en el Cerro de las Campanas, Querétaro, Maximiliano, Tomás Mejía y Miguel Miramón, el 19 de junio de 1867?

a) La Revolución e Ayutla
b) El segundo imperio
c) La dictadura porfirista
d) La República Restaurada

Explicación:

Entre 1855 y 1867, el bando liberal en México —organizado en la logia yorkina— obtuvo tres importantes victorias ante enemigos internos conservadores y enemigos externos. Primero durante la Revolución de Ayutla en 1855, después al concluir la guerra de los Tres Años o de Reforma entre liberales y conservadores hacia 1861, y finalmente, tras la rendición de Maximiliano en el sitio de Querétaro. Y después de ser fusilado dicho emperador el 19 de junio de 1867 en el Cerro de las Campanas, nuevamente los liberales recuperaban el mando de la nación, para restaurar la República y mantener la vigencia de las reformas y de la *Constitución de 1857*.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Una de las medidas aplicadas por el dictador Antonio López de Santa Anna en 1853 fue...
   a) la venta de La Mesilla
   b) la Junta de Notables
   c) las garantías individuales
   d) el reparto ejidal
2. Uno de los preceptos liberales que sostuvo el general Juan Álvarez al impulsar el Plan de Ayutla contra el dictador Antonio López de Santa Anna fue:
   a) el sufragio y la reelección
   b) el federalismo
   c) el modelo centralista
   d) los fueros eclesiástico y militar
3. La caída definitiva de Antonio López de Santa en 1855 se considera como un logro de:
   a) el Ejército Trigarante
   b) el Tratado de Velasco
   c) la *Constitución de 1857*
   d) la Revolución de Ayutla
4. ¿Qué bando vio favorecida su causa mediante la Revolución de Ayutla de 1854?
   a) La logia escocesa
   b) El Partido Antirreeleccionista
   c) Los liberales
   d) Los conservadores
5. Con el triunfo obtenido por los liberales durante la Revolución de Ayutla, se nombró como presidente provisional a:
   a) Juan Álvarez
   b) Lerdo de Tejada
   c) Pelagio Labastida
   d) Benito Juárez
6. ¿Cómo se conoce a las leyes que destituyeron los bienes del clero y fortalecieron al proyecto liberal laico?
   a) Leyes de Reforma
   b) Leyes de Indias
   c) Reforma protestante
   d) Derecho consuetudinario
7. Fue una consecuencia social provocada por la ley Lerdo:
   a) la separación entre Iglesia y Estado
   b) la separación de Texas entre 1835 y 1836
   c) el estallido de la guerra de los Tres Años
   d) la expropiación de tierras a comunidades campesinas
8. La Ley Juárez de 1855 estableció:
   a) el fin de la república y el inicio de la dictadura
   b) el reparto agrario para las masas campesinas
   c) la abolición de los fueros militar y eclesiástico
   d) la separación definitiva entre el Estado y la Iglesia
9. Fueron preceptos fundamentales para las reformas liberales entre 1856 y 1859:
   a) liberación económica y control estatal del comercio
   b) reestructuración económica y política de la nación
   c) expulsión de órdenes religiosas y suspensión de la deuda externa
   d) establecimiento de una República centralista, basado en la libertad de credo
10. ¿Cuáles personajes intervinieron en la elaboración de la *Constitución de 1857*?
    a) Juan Nepomuceno Almonte, Maximiliano de Habsburgo y Carlota
    b) Venustiano Carranza, Vicente Riva Palacio y Francisco Madero
    c) Félix Zuloaga, Leandro Márquez y Miguel Miramón
    d) Ponciano Arriaga, Benito Juárez y Miguel Lerdo de Tejada

11. El Congreso Constituyente de 1856 se distinguió por...
    a) la alianza entre los diputados puros y el obispo de Puebla
    b) la incapacidad de los radicales para hacer valer al Estado
    c) la postura conciliatoria de los llamados *moderados*
    d) el acuerdo entre puros y moderados por el centralismo
12. Según los principios liberales de la *Constitución de 1857*, ¿cómo debe estructurarse la nación?
    a) Como una República representativa, democrática y federal con un gobierno dividido en tres poderes: Ejecutivo, Legislativo y Judicial
    b) Como un sistema tripartita de gobierno bajo la autoridad del supremo poder conservador
    c) Como un régimen liberal con fundamentos constitucionales bajo la autoridad del archiduque Maximiliano de Habsburgo
    d) Como una logia escocesa que mantendría las reformas liberales con apoyo del emperador Napoleón III, electo por votación directa y popular
13. Organiza cronológicamente los siguientes sucesos:
    I. Benito Juárez erradica los fueros eclesiástico y militar
    II. Estalla la guerra de los Tres Años entre liberales y conservadores
    III. Antonio López de Santa Anna vende La Mesilla
    IV. Ignacio Comonfort promulga la *Constitución liberal*
    V. Se instala el Congreso Constituyente de 1856
    VI. Juan Álvarez impulsa el Plan de Ayutla

    a) III, VI, I, V, IV y II b) I, III, IV, II, VI y V c) II, V, IV, III, I y VI d) V, IV, I, VI, II y III
14. El origen de la guerra de Reforma se relaciona con...
    a) la reacción de los moderados durante el Congreso Constituyente de 1856
    b) el pacto sostenido por la logia yorkina y Napoleón III para establecer una monarquía
    c) la moratoria que Benito Juárez anunció para suspender la deuda de México
    d) el rechazo de sectores conservadores a las reformas y a la *Constitución de 1857*
15. Las leyes de Reforma que establecieron la separación entre Iglesia y Estado, la nacionalización de bienes del clero, el matrimonio como contrato civil y la secularización de cementerios fueron sostenidas durante la guerra de Tres Años por el presidente...
    a) Benito Juárez b) Sebastián Lerdo de Tejada c) Félix Zuloaga d) José María Iglesias
16. Durante la guerra de los Tres Años, también conocida como guerra de Reforma, el gobierno itinerante de Benito Juárez buscó el apoyo de Estados Unidos a favor de la causa liberal. ¿Qué documento histórico se relaciona con ese propósito?
    a) El Plan de Ayutla b) El Tratado Mc Lane-Ocampo
    c) El Tratado Mon-Almonte d) La ley Iglesias
17. ¿Cuál de las siguientes referencias históricas no corresponde a la guerra de los Tres Años?
    a) La proclamación del *Plan de Tacubaya* por líderes conservadores como Félix Zuloaga
    b) La cancelación de la *Constitución de 1857*, acto realizado por Ignacio Comonfort
    c) El ofrecimiento del trono de México a Maximiliano por parte de una Junta de Notables
    d) El triunfo de la causa liberal encabezada por el presidente Benito Juárez en 1861
18. Causa interna que suscitó la segunda intervención francesa:
    a) La política imperialista de Napoleón III
    b) La declaración de la independencia y la abolición de la esclavitud
    c) El Tratado de la Soledad firmado por los países acreedores y México
    d) La moratoria decretada por Benito Juárez en 1861

19. Un factor externo que provocó la intervención francesa en México fue:
    a) la expulsión de diplomáticos extranjeros
    b) la expulsión de religiosos extranjeros
    c) el interés intervencionista de Estados Unidos
    d) la política expansionista de Napoleón III

20. Acontecimiento que sirvió a Napoleón III para justificar una intervención armada de Francia en México:
    a) la compra Gadsden para la adquisición de La Mesilla por parte de Estados Unidos
    b) la moratoria de Benito Juárez en 1861 para suspender temporalmente el pago de la deuda externa
    c) la Guerra de los Pasteles que se remonta al año de 1838
    d) la fundación de la monarquía hecha en 1863 por la Junta de Notables

21. El Tratado de Londres de 1861, firmado por Inglaterra, Francia y España:
    a) presionaba a Benito Juárez para obligarlo a retirar la moratoria
    b) ofreció el trono de México a Maximiliano
    c) decretó una Junta de Notables y la monarquía católica
    d) se propuso evitar que tropas extranjeras invadieran a México por causa de una moratoria

22. Uno de los motivos que dio origen a la intervención tripartita de Francia, Inglaterra y España en México fue:
    a) el restablecimiento del gobierno conservador
    b) el deseo de los ingleses por establecer un imperio
    c) la suspensión del pago de la deuda externa
    d) la extrema pobreza existente por todo el territorio mexicano

23. ¿Qué tratado firmó Maximiliano de Habsburgo con Napoleón III para asumir el mando como emperador de México, comprometiéndose a pagar el salario de tropas francesas que lo sostendrían como emperador de México?
    a) Tratado de Miramar
    b) Tratado Mc Lane-Ocampo
    c) Tratado de Versalles
    d) Tratado de Londres

24. Al asumir el trono de México en 1864, ¿qué hizo Maximiliano con las reformas liberales?
    a) Las canceló totalmente
    b) Las modificó y moderó
    c) Las sometió a un plebiscito
    d) Las mantuvo vigentes

25. ¿Qué ocurrió con las leyes de Reforma durante el imperio de Maximiliano?
    a) Fueron reconocidas por el emperador
    b) Fueron anuladas por Napoleón III
    c) Fueron decretadas por Benito Juárez
    d) Fueron defendidas por la Junta de Notables

26. Fueron factores internacionales que motivaron que las tropas francesas se retirasen de territorio mexicano:
    a) La anexión de Alsacia y Lorena como colonias para Inglaterra, así como la firma del Tratado de Londres en 1861
    b) El estallido de la guerra de Secesión en Estados Unidos en 1861, y la derrota de Napoleón III en 1870 ante Prusia
    c) La anexión de Roma como capital de Italia, y el asesinato del archiduque Francisco Fernando antes de la Gran Guerra
    d) La conclusión de la guerra de Secesión en Estados Unidos en 1865, y la guerra entre Austria y Prusia iniciada en 1866

27. Tras ser derrotado Maximiliano de Habsburgo en el sitio de Querétaro, los generales Miguel Miramón y Tomás Mejía...
    a) tomaron el mando de las tropas nacionales y restauraron a la República
    b) fueron condenados a la pena capital y fusilados junto al emperador derrocado
    c) lograron el indulto porque se atuvieron a la amnistía liberal decretada poco antes
    d) reconocieron a Benito Juárez como legítimo presidente de la nación

28. Tras el sitio de Querétaro y la caída de Maximiliano en 1867, Benito Juárez reasumió el control político y militar del país, etapa de la vida nacional que se le conoce como:
    a) la República centralizada
    b) la República Restaurada
    c) el segundo imperio
    d) la dictadura porfirista

29. ¿Qué gobiernos comprende el periodo de la historia de México llamado como la República Restaurada?
    a) El de Porfirio Díaz y el de Manuel González
    b) El de Francisco I. Madero y el de Victoriano Huerta
    c) El de Benito Juárez y el de Sebastián Lerdo de Tejada
    d) El de Juan N. Álvarez y el de Ignacio Comonfort

30. Durante su gobierno, Benito Juárez hizo modificaciones en las leyes y en la *Constitución*. ¿Cuál era el propósito de esos cambios?
    a) Que hubiera igualdad social y económica en México
    b) Que México fuera una nación moderna en el aspecto político y económico
    c) Que los demás países respetaran a México
    d) Que hubiera una sola religión oficial

31. Un factor determinante que permitió la modernización de México durante la etapa de la República Restaurada fue...
    a) la creación de la Universidad de México
    b) la adopción de la educación positivista
    c) la práctica de la reelección presidencial
    d) la erradicación de la Cámara de Senadores

32. Menciona el nombre de sendos planes con los cuales Porfirio Díaz se opuso a la reelección de Benito Juárez y a la de Sebastián Lerdo, respectivamente.
    a) Plan de la Noria y Plan de Tuxtepec
    b) Plan de Ayutla y Plan de Guadalupe
    c) Plan de Tuxtepec y Plan de Tacubaya
    d) Plan de Agua Prieta y Plan de Ayutla

33. ¿Cómo justificó el Plan de Tuxtepec la lucha contra Sebastián Lerdo de Tejada?
    a) A través de un reparto agrario a favor de miles de campesinos
    b) Como una necesidad política para la conciliación entre Estado e Iglesia
    c) Mediante el lema de la causa antireeleccionista
    d) Con una serie de reformas liberales para restablecer una República federal

34. ¿Cuál de las siguientes opciones menciona uno de los principios del Plan de Tuxtepec, impulsado por el general Porfirio Díaz entre 1875 y 1876?
    a) La desamortización de los bienes de la Iglesia
    b) El reconocimiento de Lerdo de Tejada en la presidencia
    c) El precepto constitucional de no reelección
    d) La restitución de los ejidos a los campesinos

Unidad 5 El Porfiriato (1876-1911)

Objetivo: el estudiante describirá el origen de la dictadura porfirista y también resaltará los aspectos políticos, económicos, sociales y culturales del México porfirista.

Los gobiernos de Porfirio Díaz: el Estado liberal oligárquico y la dictadura

Origen de la dictadura porfirista

Durante la fase de la República Restaurada, el general Porfirio Díaz se manifestó dos veces en contra de la reelección: primero mediante el Plan de la Noria contra Benito Juárez en 1871, después por medio del Plan de Tuxtepec en 1876 en contra de la reelección pretendida por Sebastián Lerdo de Tejada. De esa forma se suscitó el ascenso del general Porfirio Díaz al poder, quien logró mantenerse entre 1876 y 1910 a lo largo de ocho periodos presidenciales por medio de la reelección, de manera abierta o simulada.

En efecto, tras un primer periodo de gobierno porfirista de 1877 a 1881, el general Manuel González asumió la presidencia durante los siguientes cuatro años en un acto de *aparente alternancia*. En 1884, el Congreso (autoproclamado como el grupo de los científicos) autorizó un segundo periodo presidencial de Porfirio Díaz, y posteriormente, en 1887, se permitió que el dictador pudiera *reelegirse una sola vez.* En 1890 nuevamente se modificó la ley para establecer la reelección permanente, y todavía en 1904 se ajustó el periodo presidencial de cuatro a seis años, por lo cual don Porfirio pudo mantenerse hasta 1911 en el cargo. La última reelección del general Díaz se dio el domingo 26 de junio de 1910, en noviembre estalló la Revolución mexicana.



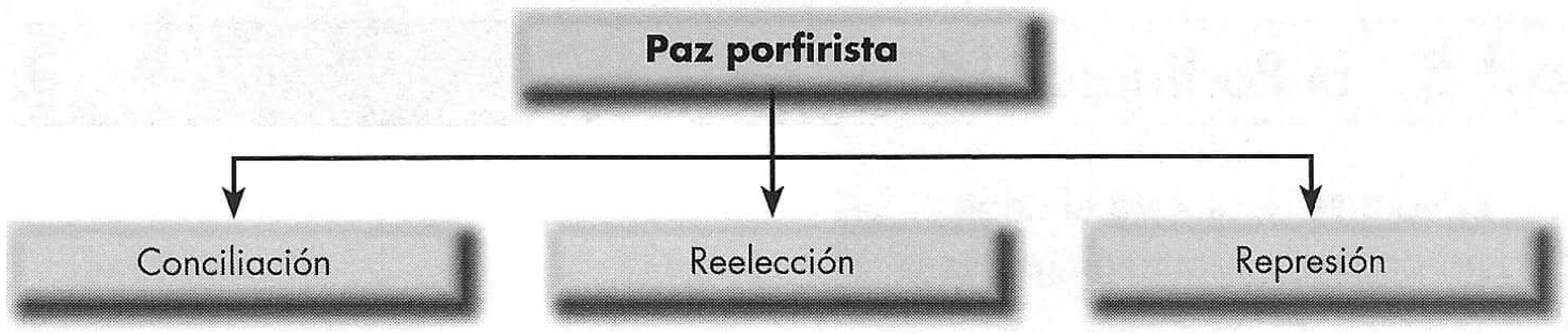
General Porfirio Díaz

Los parámetros de la filosofía positivista en la estrategia de la *paz porfirista*

En realidad, la dictadura porfirista retomó varios aspectos de los gobiernos liberales que le precedieron, por ejemplo, el esfuerzo por la pacificación del país, la reelección, el ferrocarril, y los preceptos de la filosofía positivista, basados en el lema de la Escuela Nacional Preparatoria, *Orden y progreso.* De esa forma, la justificación ideológica del Porfiriato se sustentó en el Positivismo.

Orden	Progreso
Estrategia política dictatorial para garantizar la estabilidad	Estrategia económica con base en el capital foráneo

Así, pues, la dictadura porfirista se prolongó por más de tres décadas y mantuvo un orden estricto al que se le conoció como la *paz porfirista*. Se trata de una sólida estrategia de poder, implementada por el dictador Díaz con base en tres grandes columnas en las que se sostuvo su régimen: por una parte, el sistema de alianzas que sostuvo don Porfirio con determinados grupos de poder; por otro, la reelección como práctica del poder, y por un tercer lado, los mecanismos de la represión política y social.



- La conciliación entre el Estado y los grupos de poder como el clero (la Iglesia), los militares, los caciques.
- La reelección a lo largo de varios periodos durante 33 años aproximadamente.
- La represión política contra la oposición y contra la prensa, pero también represión social contra las masas obreras y campesinas.

Otro recurso de la dictadura fue el control de las fuerzas armadas, eliminando los ejércitos estatales para centralizar su mando en un único órgano militar federal, así como el sistema de leva, mecanismo de reclutamiento forzado de soldados para engrosar las filas de dicho ejército. Y mediante una estructura regional de caciques, Porfirio Díaz logró imponer o remover a los gobernantes de diversos estados, lo cual limitaba en la práctica al régimen federalista de la *Constitución*.

Ejemplo de reactivo

Con base en tres grandes columnas el dictador Porfirio Díaz sostuvo su régimen:

- El sistema de alianzas que sostuvo con determinados grupos de poder
- La reelección como práctica del poder
- Los mecanismos de la represión política y social

A dicha estrategia para imponer un orden estricto y militar, se le conoce como...

a) la República Restaurada
b) el segundo imperio
c) la *paz porfirista*
d) el *Milagro mexicano*

Explicación:

El régimen porfirista fue una dictadura oligárquica que justificó la reelección y la represión en el lema *orden y progreso*. Se popularizó a ese sistema como un modelo progresista en un ambiente pacífico y estable, aunque la inconformidad política y social fue incrementándose gradualmente hasta el estallido de la revolución en 1910.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Los aspectos económicos, sociales y culturales del régimen porfirista

La estructura económica porfirista

Durante las décadas del Porfiriato, México se industrializó conforme la filosofía positivista y al ritmo de un modelo tecnológico foráneo. El ferrocarril sirvió para conectar los centros industriales con las fronteras. Aunque el sistema férreo se construyó principalmente con la tecnología inglesa, en 1908, el Estado mexicano adquirió 51% de las acciones del ferrocarril. La minería, la industria petrolera y la hidroeléctrica, los textiles, entre otras, representaron un vigoroso periodo de industrialización, pero dicho sistema económico se realizó con base en el financiamiento y la tecnología de potencias extranjeras como Inglaterra, Francia o Estados Unidos. Y eso generó una profunda dependencia económica del México porfirista frente al capital foráneo.

Las principales áreas del crecimiento industrial durante el Porfiriato			
El ferrocarril	**El petróleo**	**La electricidad**	**La minería**
La producción cervecera	El telégrafo	El henequén	El hilado y los textiles

La actividad económica se complementó mediante un sistema financiero a través de un Banco Nacional y del Banco de Londres, promotores de la inversión foránea; también del ministerio de Hacienda a cargo de José Yves de Limantour a partir de 1893. Fue iniciativa suya, suprimir el cobro de gabelas para, de esa manera, agilizar el tráfico mercantil al interior del territorio nacional. También fomentó la infraestructura ferroviaria y portuaria de México y la exportación de materias primas.

La inversión de capitales extranjeros en el México porfirista se remonta hacia 1880, cuando la deuda exterior se aproximaba a los 192 millones de pesos, motivo por el cual se hizo necesario ofrecer concesiones muy ventajosas a la inversión foránea. Ya para principios del siglo XX la deuda externa de México se había elevado más del doble, a 400 millones de pesos, lo cual demuestra que el modelo económico porfirista no logró la solvencia financiera. Hacia 1900 el ministro de Hacienda dispuso la devaluación monetaria para ajustar el flujo de capitales foráneos ante la caída de los precios de la plata. La atractiva política económica de Limantour logró la conversión de la deuda externa para atraer la inversión foránea y la consolidación.

El costo económico y social del modelo de crecimiento porfirista
• La dependencia económica de México ante el gran capital trasnacional • La severa explotación laboral

La hacienda porfirista

En diversas regiones de México subsisten enormes haciendas de arraigo porfirista, unidades productivas agrícolas y rurales que permanecen como un testimonio arqueológico del trabajo forzado de campesinos mexicanos; pertenecieron a señores hacendados, nacionales o extranjeros. Se aplicó con rigor la *ley de desamortización de tierras en manos muertas* (ley Lerdo) y se instrumentó una ley sobre deslinde de terrenos baldíos y colonización,

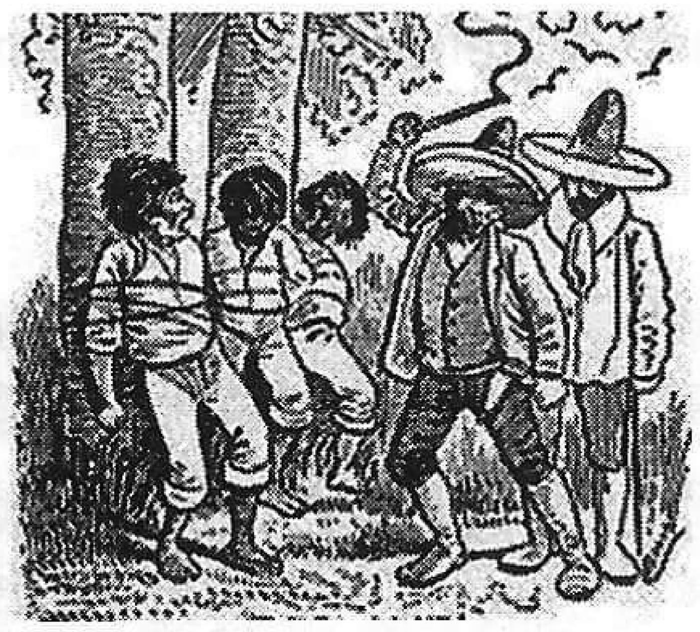
con base en la cual, entre 1883 y 1910 las compañías deslindadoras de tierra despojaron a comunidades indígenas y a pequeños productores campesinos de unos 60 millones de hectáreas, que se convirtieron en enormes latifundios.

➤ Las contradicciones sociales en el México porfirista

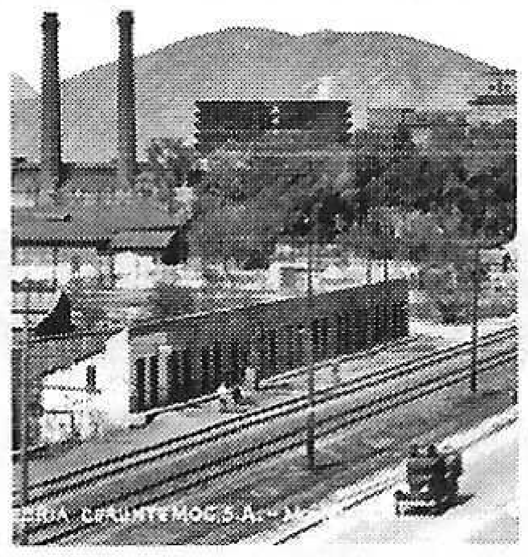
El México porfirista fue un país que vivió a su manera las contracciones sociales de toda revolución industrial; se distinguió por marcados contrastes entre el desarrollo industrial urbano y el abandono rural, la concentración de la riqueza de una pequeña oligarquía de inversionistas extranjeros y algunos mexicanos, en contraposición a los agudos niveles de pobreza y explotación obrera y campesina, y una modernización que replicaba los estándares extranjeros pero que mantenía en condiciones precarias y marginales a amplios sectores de población.



La hacienda porfirista



Capataces y castigos



Minera de Cananea, Sonora

Numerosos estudios de carácter histórico, testimonios periodísticos y fotografías de la época permiten reconstruir las principales características de la explotación laboral dentro de las haciendas porfiristas, verdaderos *campos de concentración*, como lo podemos advertir en el reportaje escrito por el periodista norteamericano John Kenneth Turner, *México Bárbaro*. Es el caso de Valle Nacional, Oaxaca, y de las haciendas productoras de henequén en Yucatán, de toda la zona industrial en el centro el país, y de la industria minera Cananea Consolidated Cooper Company, propiedad norteamericana en el estado de Sonora.

En factorías y haciendas porfiristas se combinó la esclavitud, el sistema de raya y el peonaje. Muchos trabajadores llegaban como presos políticos *condenados a morir sobreexplotados*; otros eran víctimas de la segregación racial, como ocurrió con la tribu yaqui o con los mayas del sureste de México. A las mujeres se les obligaba a la reproducción, y sus hijos nacían en condición de esclavitud.

Principales mecanismos de explotación laboral porfirista			
El trabajo forzado	**El sistema de raya**	**Los capataces**	**Castigos y cárceles**
El salario ínfimo	La jornada laboral extenuante	El trabajo infantil	La ausencia de leyes laborales

El latifundio, el peonaje y la raya, la represión de huelgas, las guardias rurales, los castigos y capataces fueron prácticas de control y sometimiento de las masas explotadas, obreras y campesinas en el México porfirista.

➤ La cultura del México porfirista

En contraposición a la marginación social, a la miseria y al alto índice de analfabetismo que padeció la población mexicana durante la dictadura porfirista, la arquitectura de la época se distinguió por sus elegantes y suntuosos edificios que embellecieron la vida urbana, construcciones que después fueron adoptadas para usos públicos por los gobiernos emanados de la Revolución, y que hoy forman parte de un patrimonio histórico.

La influencia francesa y europeizante es un rasgo notable en diversos ámbitos de la cultura surgida en el México porfirista:

- El positivismo como filosofía del régimen porfirista.
- La arquitectura y el urbanismo:
  Palacio de Bellas Artes, Columna de la Independencia, el edificio de Correos, la Casa del Lago, El kiosko en el barrio de Santa María, el penal de Lecumberri, y el monumento a la Revolución.
- La literatura modernista en México, inspirada en la poesía francesa de la época.
- La moda parisina, los lujos afrancesados de la pequeña sociedad porfirista.



El Palacio de Bellas Artes



La literatura y la moda porfiristas



La Columna de la Independencia

Otros aspectos culturales del México porfirista fueron la Universidad de México y el primer centenario de la Independencia, ambos en 1910. Destaca la fundación de la Universidad de México a cargo del ministro de Educación, Justo Sierra en febrero de 1910, unos meses antes de que estallara la Revolución. La Universidad de México es el antecedente de la actual Universidad Nacional Autónoma de México.

Ejemplo de reactivo

Conforme lo estudiado en esta Unidad, ¿cuáles son los principales aspectos del México porfirista?

I. Se instauró un régimen dictatorial socialista para ejercer el control de las masas obreras.
II. La filosofía positivista orientó al modelo económico y político de la dictadura.
III. La economía porfirista fue dependiente del capital imperialista foráneo.
IV. Se garantizó la paz y se atendieron los derechos sociales de obreros y campesinos.
V. El sistema de leva sirvió para engrosar al Ejército federal.
VI. El sistema de raya y el trabajo forzado garantizaron la explotación laboral.
VII. La educación pública permitió que los niños de México superasen la pobreza y la explotación.

a) I, II, V y VI b) II, III, V y VI c) II, IV y V VI d) I, III VI y VII

Explicación:

Conforme los parámetros del Positivismo, Porfirio Díaz fortaleció un orden estricto que ejerció la represión política y social, pero fomentó el progreso, la inversión de capital foráneo y la industrialización. El lema positivista *Orden y progreso* fue la base del régimen porfirista. Pero México adoptó la tecnología extranjera sin desarrollar nunca tecnología propia, lo cual generó su dependencia frente a naciones como Inglaterra o Estados Unidos. Por otro lado, la leva consistía en un reclutamiento forzado de soldados rasos en pueblos para incorporarlos a las fuerzas armadas. Y el sistema de raya era un mecanismo basado en una deuda sistemática y manipulada para que el trabajador permaneciera enganchado, y su salario siempre fuera inferior; además al obrero y al campesino frecuentemente se les pagaba con vales para que los intercambiaran en las tiendas de raya.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

Los movimientos de oposición al régimen porfirista

Las dificultades económicas

Entre 1900 y 1910 se vivió la última etapa del México porfirista, la cual puede considerarse como *el ocaso del Porfiriato*; corresponde a una fase de dificultades económicas, sociales y políticas, y de un paulatino incremento de la inconformidad y de manifestaciones de oposición contra don Porfirio Díaz. Así, la última década del Porfiriato inició con una devaluación monetaria en 1900, además de un incremento de la deuda externa superior a 200%, pues pasó de 192 a 400 millones de pesos en un lapso de 20 años.

En 1907 se desató una crisis económica internacional —mencionada en los diarios como *El pánico financiero*—, la cual propició la disminución de las exportaciones de materias primas mexicanas, y falta de liquidez para pequeños y grandes inversionistas, la pérdida de numerosos empleos en Estados Unidos y el retorno, en consecuencia, de trabajadores mexicanos desempleados al país. Adicionalmente se generó la devaluación de la plata a nivel de los mercados mundiales, la disminución de los ingresos de México por la exportación de dicho metal, y también afectaciones al poder adquisitivo de la moneda mexicana.

Las expresiones del descontento

Como ocurre generalmente en todas las dictaduras, en el régimen porfirista la libertad de expresión fue severamente restringida, y los diarios acosados y reprimidos constantemente. Al igual que los derechos laborales, las libertades civiles fueron atropelladas por las fuerzas del orden.

Ante el despojo de tierras practicado por compañías deslindadoras, y para oponerse a los enormes latifundios, al peonaje y a la explotación en numerosas haciendas, en el México porfirista fue gestándose un movimiento agrarista. Hacia 1906, Emiliano Zapata ya era un líder campesino en Morelos y sus alrededores, y su lema versaba *Tierra y libertad*.

Entre 1900 y 1905, la organización obrera, los movimientos agraristas, los líderes opositores y los periódicos críticos intensificaron su actividad —frecuentemente desde la clandestinidad— frente a *los excesos del régimen porfirista*. Además de los movimientos sociales, la oposición política fue incrementándose en contra de la dictadura.

Desde 1901, el programa del Partido Liberal Mexicano (PLM) —fundado por activistas como Camilo Arriaga, Enrique, Jesús y Ricardo Flores Magón, Juan Sarabia, Librado Rivera, Benito Díaz Soto y Gama— perseguía sostener el respeto y el riguroso cumplimiento de las leyes de Reforma, así como impulsar al movimiento obrero y la defensa de los derechos laborales. La orientación socialista y anarquista se fue manifestando cada vez de manera más radical al interior del PLM, que publicó en 1906 el movimiento de lucha obrera con el propósito de incitar la rebelión y promover el derrocamiento de don Porfirio.

La influencia decisiva del PLM y del Círculo de Obreros Libres de Orizaba, Veracruz, se extendió en amplias regiones del país. En 1906 estalló la huelga de trabajadores mineros en Cananea, Sonora; y en 1907, la de Río Blanco, Veracruz. Entre las más importantes demandas proletarias que dichas huelgas sostuvieron en sus pliegos petitorios destacan:

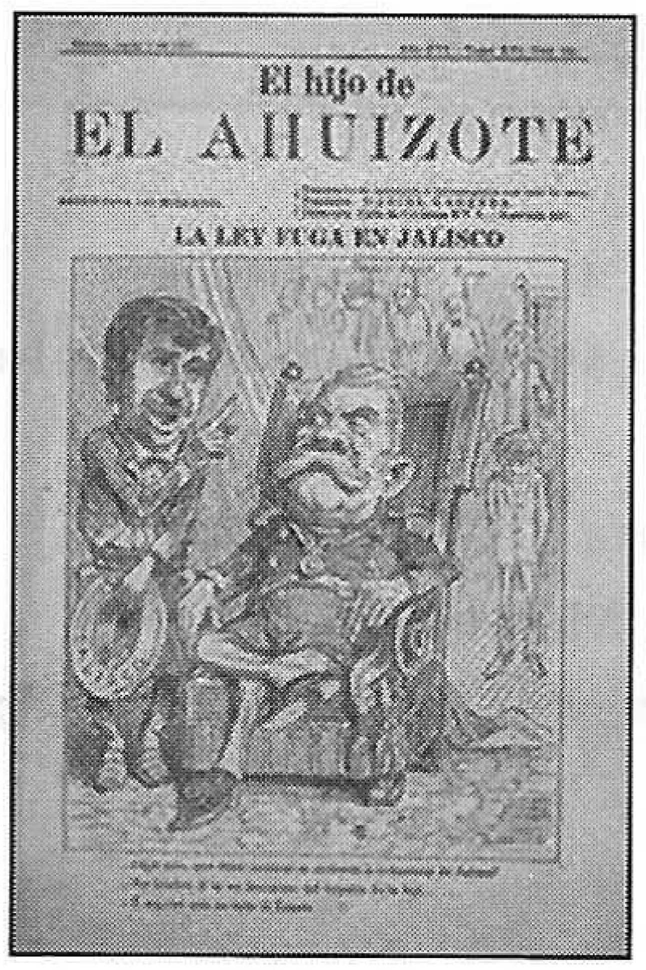
Exigencias laborales

- Mejoras salariales.
- Reducción de la jornada laboral.
- Indemnización por accidentes laborales.
- Cancelación del trabajo infantil.
- Erradicación de los maltratos y de los capataces.
- Homologación del salario entre trabajadores nacionales y extranjeros.

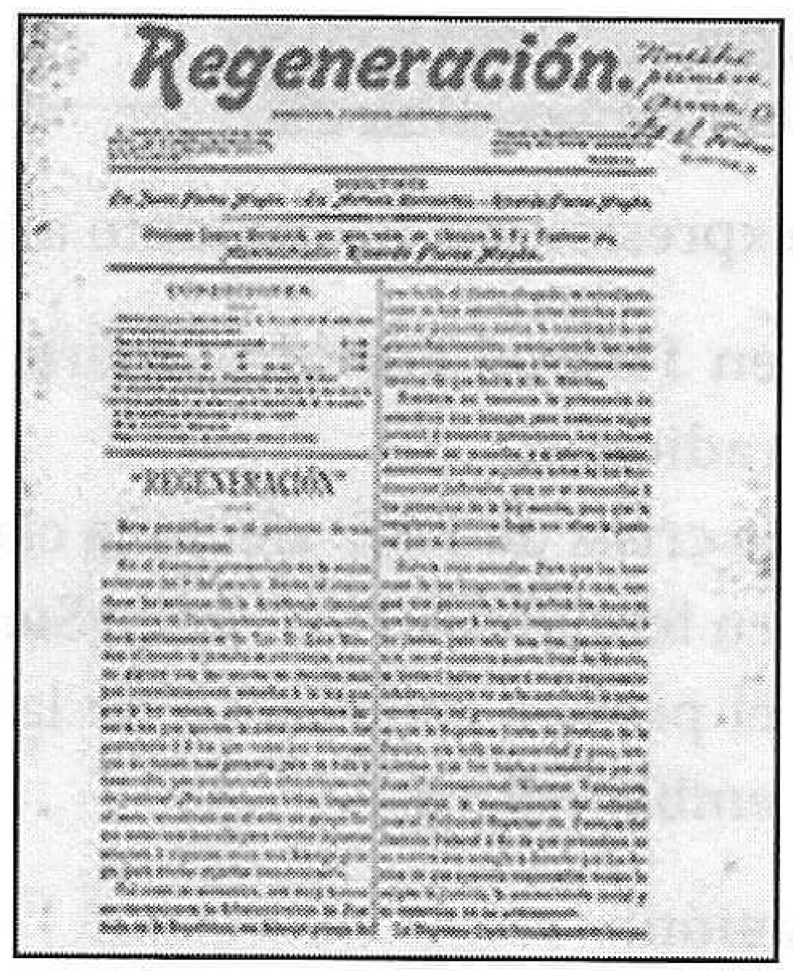
A pesar de que sus demandas parecían legítimas y universales, ambos movimientos fueron aplastados por los mecanismos represivos de la dictadura porfirista. Pero esas luchas también representan importantes antecedentes sociales de la Revolución.

➤ Los periódicos de oposición

La prensa clandestina de la época se distinguió por la relación que guardó con el Partido Liberal Mexicano, por las ideas anarquistas y socialistas procedentes de España, y como vehículo de agitación social, obrera y campesina. Se trata de *El hijo de El Ahuizote* y *Regeneración* dos importantes diarios que impulsaron la crítica contra la política porfirista y que constantemente denunciaron los abusos de la dictadura contra sectores sociales oprimidos.


El hijo de
EL AHUIZOTE
LA LEY FUGA EN JALISCO

Fundado hacia 1885, fue un órgano de agitación social contra la imagen de don Porfirio. *El hijo de El Ahuizote* destacó por su lenguaje crítico y contestatario, y por colaboradores como Ricardo Flores Magón y José Guadalupe Posada.

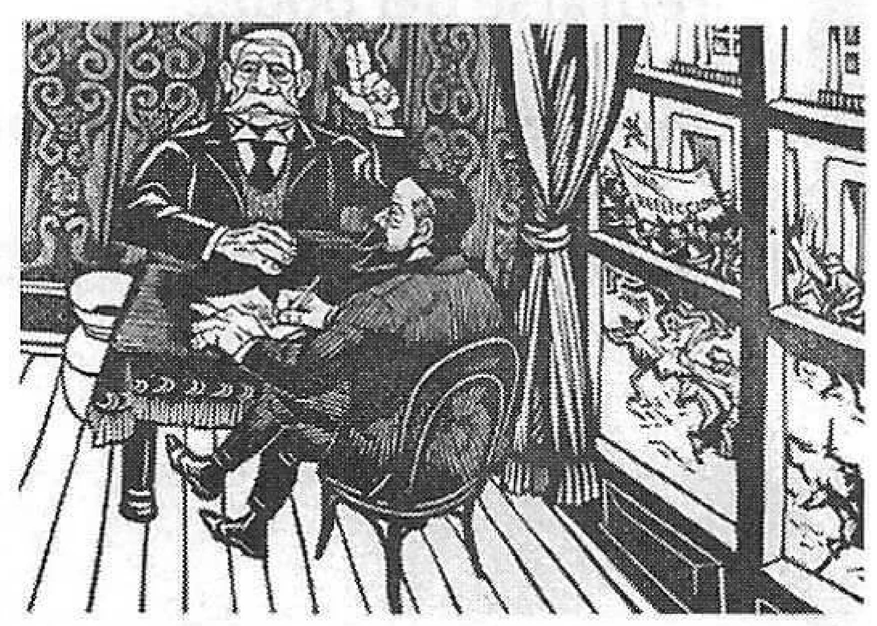

Regeneración.

"REGENERACIÓN"

Periódico independiente de combate, *Regeneración* nació en 1900. Contó con colaboradores como Ricardo Flores Magón y llegó a publicarse desde San Louis, Misouri, y Los Ángeles, California, con un tiraje de 30 mil ejemplares.

➤ La entrevista Díaz-Creelman

Por otra parte, en 1908 don Porfirio fue entrevistado por un periodista estadounidense, James Creelman, ante quien el dictador anunció que *pensaba retirarse ya del mando presidencial, cediéndolo* a un presidente alterno. A raíz de dichas declaraciones, la célebre entrevista Díaz-Creelman motivó que surgieran partidos de oposición como el Antirreeleccionista y el Nacionalista Democrático, los cuales postularon candidatos para competir en las elecciones de 1910. Francisco I. Madero fue el candidato del Partido Antirreeleccionista y su campaña político electoral cobró enorme popularidad previo a la jornada electoral, por lo que algunas semanas antes de ese domingo 26 de junio, la dictadura encarceló a Madero, evitando mediante la vía represiva la participación de dicho candidato en las elecciones de ese año.


La entrevista Díaz-Creelman

➤ 1910, el centenario de la Independencia

El año de 1910 representa el final de la dictadura porfirista en medio de una intensa actividad política y cultural, y de una extrema agitación social.

- Justo Sierra, ministro de Educación, fundó la Universidad de México.
- Don Porfirio Díaz se reeligió por última vez.
- El Partido Antirreeleccionista impugnó el resultado y acusó al dictador por el fraude electoral.



1910, primer centenario conmemorativo de la Independencia

- Fue inaugurada la Columna de la Independencia para conmemorar el primer centenario de esa gesta histórica.
- El Plan de San Luis —encabezado por Francisco I. Madero— marcó el estallido de la Revolución mexicana.

Justo el año en que don Porfirio Díaz conmemoraba el primer centenario de la Independencia, estalló la Revolución mexicana. La realidad de México era la de un país profundamente dependiente de la tecnología y del financiamiento foráneos, y la de un pueblo explotado, oprimido y sumido en la miseria, sin derechos civiles para ejercer el voto ni derechos laborales. Los partidos políticos y la prensa carecían de respeto porque la dictadura no toleraba ni la oposición ni las críticas. Don Porfirio rendía homenaje a los héroes de la Independencia y en medio de ellos, exhibía su propia imagen como la de un prócer nacional.

Ejemplo de reactivo

Como expresión de descontento a la dictadura porfirista...

a) en 1905 el Partido Liberal Mexicano publicó un manifiesto político y social con exigencias radicales.
b) la crisis de 1907 afectó la capacidad financiera y exportadora de México.
c) en febrero de 1910 Justo Sierra inauguró la Universidad de México.
d) el primer centenario de la Independencia se conmemoró con festejos y con un monumento emblemático.

Explicación:

Entre 1901 y 1910 fueron incrementándose las expresiones de oposición política y social contra el gobierno porfirista, el movimiento agrarista, las demandas laborales, el proyecto subversivo del Partido Liberal Mexicano, los reclamos políticos electorales por un gobierno de alternancia, etcétera. Al conmemorarse el primer centenario de la Independencia en 1910, la inconformidad se había generalizado casi en todo el país, ambiente en el cual don Porfirio terminó por reelegirse a pesar de que previamente había prometido retirarse del poder.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Nombre del manifiesto con el cual asciende Porfirio Díaz al poder a partir de 1876 para, así, iniciar su dictadura.
   a) Plan de la Noria b) Plan de San Luis c) Plan de la Empacadora d) Plan de Tuxtepec
2. La justificación ideológica del Porfiriato para legitimar prácticas de reelección y de represión se fundamentó en:
   a) el capitalismo b) el positivismo c) el magonismo d) el agrarismo
3. La filosofía positivista sustentó al modelo de explotación del México porfirista mediante el lema:
   a) *La tierra es de quien la trabaja* b) *El respeto al derecho ajeno es la paz*
   c) *Sufragio efectivo, no reelección* d) *Orden y progreso*

4. ¿Cómo se conoce a la política de Porfirio Díaz para con la Iglesia y otros grupos de poder?
   a) Anticlericalismo b) Federalismo c) Conciliación d) Presidencialismo

5. Entre las medidas ejercidas por la dictadura porfirista para lograr un eficaz control político de la nación entre 1876 y 1910, se puede mencionar:
   a) la democracia directa y secreta, además de la reelección continua
   b) la alianza con caciques locales y el fortalecimiento de la oposición partidista
   c) la represión contra la oposición y la prensa, así como la reelección permanente
   d) la alternancia del mando presidencial, la *paz porfirista* y el reparto agrario

6. ¿Cuál fue uno de los mecanismos empleados por don Porfirio para engrosar las filas del ejército?
   a) El sistema ferroviario b) Las leyes agrarias c) El sistema de leva d) La política fronteriza

7. Conforme el contenido del fragmento, se advierte que...

   Entre los aspectos más destacados del México porfirista, se identifica normalmente al crecimiento económico que se consolidó entre 1877 y 1910. En un régimen que favoreció al latifundio y a la propiedad privada, y en el que se estabilizó una oligarquía extranjera, México pasó de un país inestable a un modelo industrializado —pero dependiente— en el cual sobresalieron:

   - *El ferrocarril*
   - *La extracción minera y petrolera*
   - *La industria hidroeléctrica*
   - *La industria textil*
   - *La producción de cerveza*
   - *El telégrafo*

   a) la dictadura fue generosa con las necesidades de las masas trabajadoras
   b) el ferrocarril sirvió para abastecer a las tiendas de raya en todo el país
   c) la electrificación del México porfirista permitió varias mejoras laborales
   d) la economía porfirista se sostuvo en un modelo tecnológico foráneo

8. Durante el Porfiriato, ¿qué ministro de Hacienda llevó a cabo la conversión de la deuda pública?
   a) José Ives Limantour b) Bernardo Reyes c) Francisco Bulnes d) Librado Rivera

9. Una característica del sistema económico durante el Porfiriato se localiza en:
   a) el fortalecimiento permanente de la clase media urbana
   b) la expansión imperialista de México sobre territorios centroamericanos
   c) la penetración del capital foráneo
   d) la nacionalización de sectores estratégicos

10. Señala algunos mecanismos utilizados por el régimen de Porfirio Díaz para explotar a la fuerza de trabajo mexicana:
    a) el latifundio, el sistema de raya y la represión de huelgas
    b) la deuda externa, el peonaje y los derechos sindicalistas
    c) la reelección, la hacienda porfirista y la libertad de prensa
    d) el sufragio efectivo, las concesiones al capital foráneo y la igualdad social

11. La influencia francesa del México porfirista se manifestó en aspectos como...
    a) la construcción de la Ciudad Universitaria y la acuñación de monedas de plata conmemorativas
    b) la arquitectura de la época, la literatura modernista y la filosofía positivista
    c) el sistema de raya en fábricas y haciendas, así como la entrevista Díaz-Creelman
    d) la celebración del primer centenario de la Independencia y la creación de latifundios

12. Una de las más importantes disposiciones atribuibles a Justo Sierra, ministro de Educación en 1910 fue:
    a) el libro de texto gratuito
    b) la Real y Pontificia Universidad
    c) la Universidad de México
    d) la fundación de la Universidad Nacional Autónoma de México
13. Menciona qué partido de oposición contra el régimen porfirista integraron desde principios de 1901 Camilo Arriaga, los hermanos Flores Magón, Juan Sarabia y Benito Díaz Soto y Gama con el propósito de exigir respeto para las reformas liberales y a las demandas laborales:
    a) Partido Liberal Mexicano
    b) Partido Antirreeleccionista
    c) Partido de los Pobres
    d) Partido Nacionalista Democrático
14. Un principio básico del programa del Partido Liberal Mexicano fue:
    a) la restitución de bienes al clero
    b) la unificación de todos los partidos políticos
    c) la conservación de la clase privilegiada en el poder
    d) el riguroso cumplimiento de las leyes de Reforma
15. ¿Cuál inciso señala un antecedente social de la Revolución mexicana?
    a) La huelga de Río Blanco, Veracruz
    b) La fundación de la Universidad de México
    c) El primer centenario de la Independencia
    d) La construcción del Palacio de Bellas Artes
16. Periódico de oposición y crítica contra el Porfiriato, que actuó como agitador social en la última década de la dictadura:
    a) *El imparcial* b) *El pensador mexicano* c) *Regeneración* d) *Aurora democrática*
17. La oposición al Porfiriato era ejercida por activistas e intelectuales como:
    a) Librado Rivera y el general Manuel González
    b) Camilo Arriaga y Ricardo Flores Magón
    c) Lucio Cabañas y Filomeno Mata
    d) Justo Sierra y Juan Sarabia
18. Las declaraciones hechas por don Porfirio ante el periodista James Creelman en 1908...
    a) obligaron a la oposición a reconocer el liderazgo del dictador
    b) causaron el estallido de la huelga de Cananea, Sonora
    c) provocaron la devaluación de la plata en los mercados mundiales
    d) dieron pauta a la formación del Partido Antirreleeccionista

Unidad 6	La Revolución mexicana (1910-1920)
Unidad 7	La reconstrucción nacional (1917-1940)
Unidad 8	México contemporáneo (1940-2000)

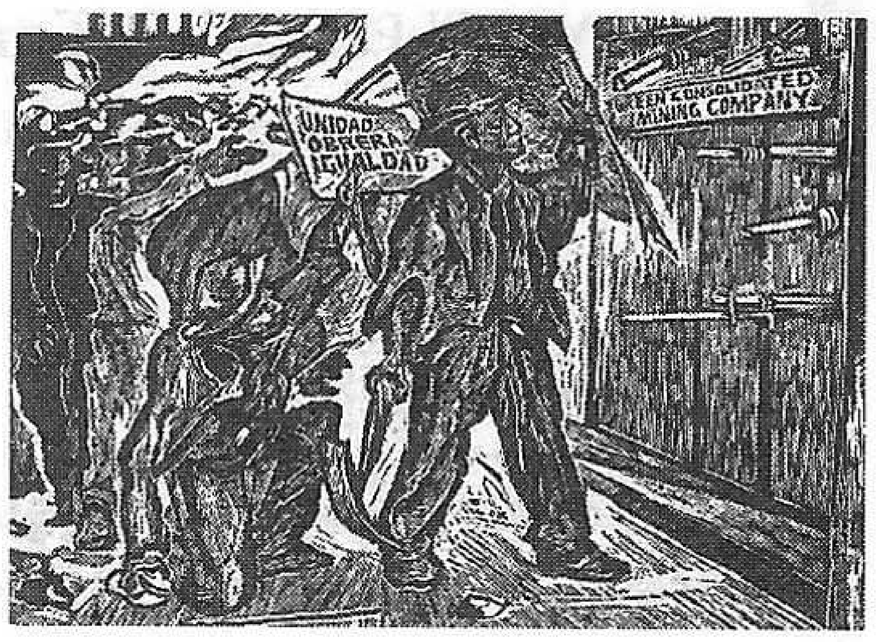
Objetivo: el estudiante describirá el origen de la Revolución mexicana, así como la gesta revolucionaria por sus etapas y transformaciones.

Los antecedentes de la Revolución mexicana

Entre 1910 y 1920, México atravesó por una serie de luchas armadas que en su conjunto integran la Revolución mexicana. Las causas y circunstancias que provocaron el estallido de la gesta revolucionaria son variadas, complejas y multifactoriales, por ejemplo, el desgaste económico del Porfiriato, la oposición social y política en aumento, y hasta la necesidad de prevenir la muerte o retiro de don Porfirio.

▼ Inconformidad social

Entre los antecedentes del estallido revolucionario de 1910, sobresale el significado simbólico que entre los trabajadores mexicanos, como en otros países, cobró la fecha del 1 de mayo en memoria de los mártires de Chicago (1866). La agitación campesina y obrera ante la severa explotación sufrida durante décadas fue el principal factor de inconformidad entre 1906 y 1910. El Partido Liberal Mexicano (1901), así como el Círculo de Obreros Libres en Orizaba, Veracruz (1906) y otros clubes políticos fomentaban la organización de masas proletarias en distintas zonas fabriles del país. Así, la huelga de mineros de Cananea, Sonora, en 1906, y la de obreros de Río Blanco, Veracruz, a principios de 1907 fueron las dos más sonoras expresiones de una creciente organización laboral, antecedente de la Revolución. Adicionalmente, las exigencias campesinas por la restitución de sus tierras eran impulsadas por líderes agraristas como Emiliano Zapata.

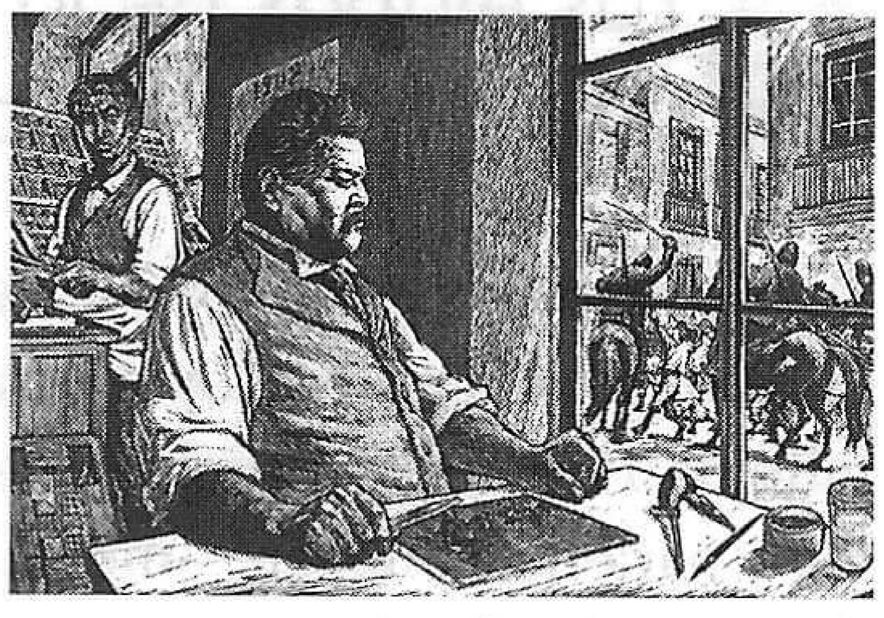


Huelga de Cananea, (Pablo O´Higgins)

▼ Inquietudes políticas

Entre las elecciones federales de 1904 —cuando se amplió el mandato presidencial de don Porfirio Díaz de 4 a 6 años— y el fraude electoral de 1910, la dictadura porfiriana vivió su etapa terminal. En efecto, la práctica de la reelección porfirista comenzó a ser cuestionada conforme se aproximaba el año de 1910.

Primero lo hizo el Partido Liberal Mexicano, promotor de la lucha social que aspiraba a la rebelión abierta. Luego, la entrevista Díaz-Creelman —publicada por el diario estadounidense *Pearson' s Maggazine* en 1908— causó impacto en la opinión pública, y dio origen a que se formaran partidos de


Ricardo Flores Magón (José G. Posada)

oposición, pues la eventualidad de que don Porfirio dejase el mando presidencial abría las posibilidades político-electorales de la sucesión en dos ámbitos:

- **El surgimiento de partidos políticos de oposición** fue resultado de las declaraciones del dictador ante la prensa. Francisco I. Madero publicó en 1908 un libro titulado *La sucesión presidencial en 1910*, en el cual señalaba la necesidad de crear un partido autónomo de los porfiristas. En 1909, surgieron el Partido Nacionalista Democrático y el Partido Antirreeleccionista, el cual postuló a Francisco I. Madero como su candidato. La campaña política electoral de Madero tuvo mucha popularidad que aumentaba día a día, conforme se aproximaba el domingo 26 de junio de 1910, fecha programada como jornada electoral para renovar al Poder Ejecutivo.
- **La fisura interna de los porfiristas**, pues el proclamado grupo de los científicos consideró a José Ives Limantour como *sucesor natural* de don Porfirio. Pero, por su parte, los militares vieron al general Bernardo Reyes como el mejor partido para asumir la presidencia si, en efecto, se retiraba Porfirio Díaz.

Ejemplo de reactivo

Antes de que Porfirio Díaz se reeligiera por vez última en 1910, ¿qué acontecimientos pueden identificarse como antecedentes de la Revolución mexicana?

I. La fundación de la Casa del Obrero Mundial y la proclamación del Plan de Ayala por la tierra.
II. El Tratado de Ciudad Juárez mediante el cual se estableció un gobierno provisional.
III. La organización obrera promovida por el Partido Liberal Mexicano y el Círculo de Obreros Libres.
IV. La Convención Tripartita de Aguascalientes entre diversas fuerzas revolucionarias.
V. Las huelgas de Cananea, Sonora, en 1906, y Río Blanco, Veracruz, en 1907.
VI. El Pacto de la Embajada establecido por Victoriano Huerta, Félix Díaz y Henry Lane Wilson.
VII. La entrevista Díaz-Creelman, misma que dio origen a la formación de partidos de oposición.

a) I, IV y VII b) II, V y VI c) III, V y VII d) IV, V y VI

Explicación:

Fue entre 1901 y 1905 que el Partido Liberal Mexicano y el Círculo de Obreros Libres promovieron la organización de las masas obreras, dando origen a las huelgas en Cananea en 1906 y Río Blanco en 1907. Y fue la entrevista Díaz-Creelman de 1908 la base para la integración de partidos políticos de oposición contra la dictadura, previamente a la última reelección porfirista de 1910.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Las etapas de la lucha armada: maderismo, constitucionalismo y lucha de facciones

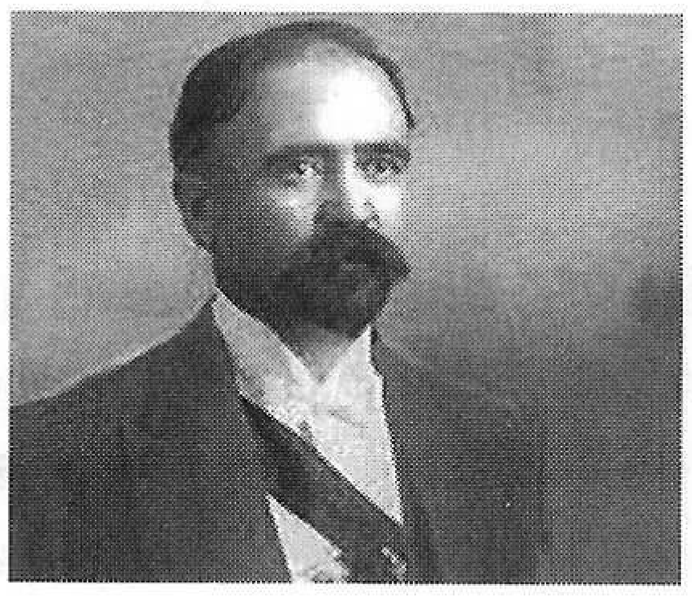
En términos generales puede decirse que la combinación de todos los factores económicos, sociales y políticos convergieron en una coyuntura histórica: el fraude electoral perpetrado por don Porfirio Díaz entre junio y julio de 1910, tras el cual amplios sectores rurales y urbanos acudieron al llamado hecho por Francisco I. Madero para desconocer —mediante el Plan de San Luis— al dictador, y para defender a través de las armas el derecho al sufragio.

▼ Etapa maderista (1910 a 1913)

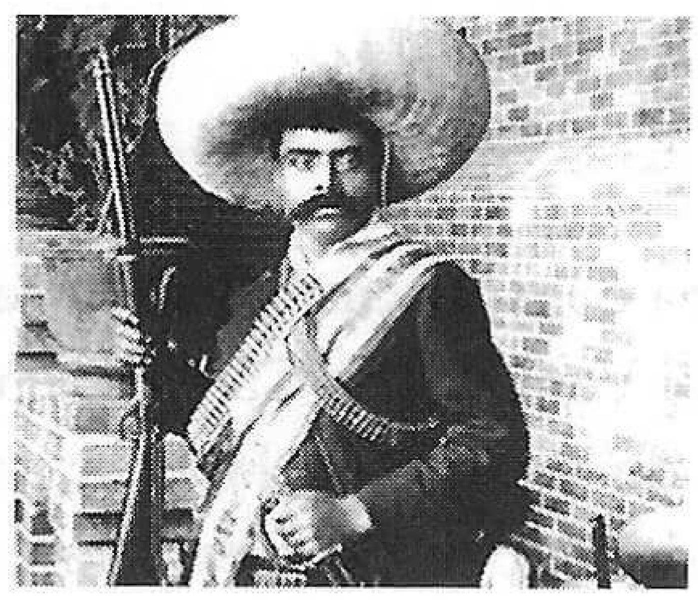
Previamente a la jornada electoral del domingo 26 de junio de 1910, Francisco I. Madero fue encarcelado en la prisión de San Luis. Tras fugarse de la cárcel, Madero redactó el Plan de San Luis con el que desconoció al dictador y dio inicio a la Revolución. El Plan de San Luis pugnaba por la anulación de las elecciones de ese año y la renuncia del dictador Porfirio Díaz al mando de la nación. Mediante el lema *Sufragio efectivo, no reelección,* sostenía la defensa del voto popular, y ofrecía repartir la tierra a los campesinos que lo apoyaran.

En mayo de 1911, Porfirio Díaz firmó su renuncia a través del Tratado de Ciudad Juárez, pactado con Francisco I. Madero, lo cual significó el triunfo maderista. Se estableció un gobierno provisional a cargo de Francisco León de la Barra, quien organizó elecciones extraordinarias, pero mantuvo el combate contra campesinos zapatistas, hasta entonces aliados de Madero, quien, a su vez logró finalmente asumir la presidencia constitucional.

Pero poco antes, Emiliano Zapata encabezó el Plan de Ayala con el lema *Tierra y libertad,* exigiendo la restitución de tierras para los campesinos, y desconociendo a Madero por considerar que éste incumplía su promesa agrarista empeñada en el Plan de San Luis. Así, Zapata sostuvo los intereses políticos y sociales agraristas mediante el Plan de Ayala.



Francisco I. Madero - Plan de San Luis



Emiliano Zapata - Plan de Ayala



Venustiano Carranza - Plan de Guadalupe

Se conoce como Decena Trágica al derrocamiento y asesinato del presidente Francisco I. Madero, entre el 9 y 22 de febrero de 1913. Inició como un cuartelazo de militares porfiristas mediante el Pacto de la Ciudadela en la Ciudad de México. Poco después, Victoriano Huerta y el embajador norteamericano Henry Lane Wilson se confabularon con Félix Díaz, Manuel Mondragón y otros militares porfiristas, ahora a través del Pacto de la Embajada. Finalmente, Huerta aprehendió al presidente Francisco I. Madero y al vicepresidente José María Pino Suárez, los obligó a declinar a nombre de Pedro Lascurain, y los ejecutó a traición. Entonces, Victoriano Huerta asumió un gobierno golpista y disolvió al Congreso.

▼ Etapa constitucionalista (1913 a 1917)

En marzo de 1913, Venustiano Carranza inició un levantamiento contra Victoriano Huerta, considerado *traidor, asesino* y *usurpador*. A través del Plan de Guadalupe, como líder de un movimiento que buscaba restaurar el orden constitucional y combatir la usurpación del poder, Carranza convocó a un Ejército Constitucionalista. Las fuerzas revolucionarias derrocaron a Huerta y, mediante el Tratado de Teoloyucan de 1914, se concedió a Venustiano Carranza el Poder Ejecutivo. Pero ahora, Francisco Villa rompió con Carranza y se desató una lucha de facciones. Por su parte, Estados Unidos había desembarcado en Veracruz para intervenir nuevamente en la situación de México.

Con la intención de reconciliar a Carranza con Villa y con Zapata, se organizó a finales de 1914 y principios de 1915 la Convención Tripartita de Aguascalientes, que nombró al general Eulalio Gutiérrez como presidente provisional. Pero desde Veracruz, Venustiano Carranza desconocía los acuerdos de Aguascalientes, se sostuvo como jefe de la nación y promulgó importantes leyes:

- La Ley del 6 de enero para iniciar el reparto agrario
- El decreto de abolición del sistema de raya
- La ley de municipio libre

Hacia 1916, mientras Francisco Villa invadía al pueblo de Columbus, Nuevo México, Venustiano Carranza convocaba a un Congreso Constituyente en Querétaro, dos tendencias opuestas y encontradas en el camino de la gesta revolucionaria.

Ejemplo de reactivo

El Plan de Guadalupe, la Convención Tripartita de Aguascalientes, la Ley del 6 de Enero, y el Congreso Constituyente de 1916, son referencias que corresponden a...

a) los propósitos agraristas del Plan de Ayala
b) la etapa constitucionalista de la Revolución
c) las causas que originaron la huelga de Río Blanco
d) el gobierno golpista de Victoriano Huerta

Explicación:

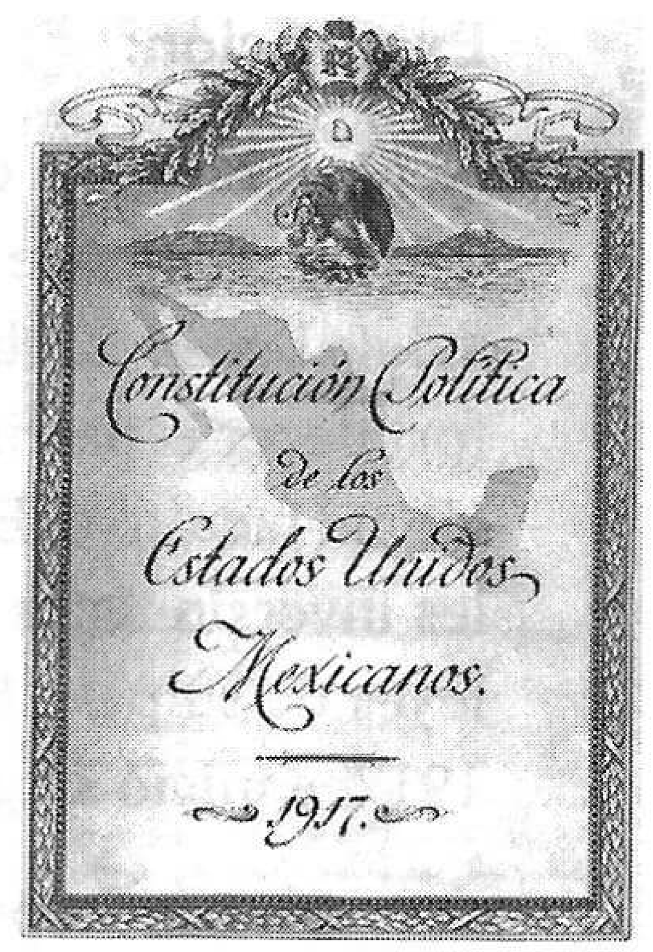
Entre 1913 y 1917 se prolongó la etapa constitucionalista de la Revolución; dio inicio tras el asesinato de Francisco I. Madero, razón por la cual Venustiano Carranza proclamó el Plan de Guadalupe con propósito de derrocar al gobierno golpista de Victoriano Huerta, asesino de Madero. Tras lograr su objetivo, Carranza fue proclamado como jefe del Poder Ejecutivo por medio del Tratado de Teoloyucan de 1914. Pero como ahora se desataban fuertes discrepancias entre la facción villista y la facción carrancista, la Convención Tripartita de Aguascalientes a finales de ese año procuró establecer una negociación entre diversas fuerzas revolucionarias, a las que pedía reconocieran como presidente provisional al general Eulalio Gutiérrez. Sin ceder el poder, Venustiano Carranza inició acciones legislativas como la promulgación de la Ley del 6 de enero, a principios de 1915, y en 1916 convocó a un Congreso Constituyente ante el cual proponía fortalecer al Poder Ejecutivo y mantener vigente la *Constitución de 1857*.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

El Congreso Constituyente y la *Constitución de 1917*

Instalado su gobierno en Querétaro, y con el propósito de sostener su apego a la ley y al orden constitucional, Venustiano Carranza convocó al Congreso Constituyente, mismo que se reunió en diciembre de 1916. Dos tendencias contrapuestas se manifestaron entre los legisladores:

Moderados	Conforme la propuesta de Carranza, los moderados o renovadores pretendían mantener vigente la *Constitución de 1857*, adicionando algunas reformas para fortalecer la autoridad presidencial.
Radicales	Por su parte, los radicales (jacobinos) exigían cambios sociales profundos, obreros y campesinos, como los derechos laborales, el reparto agrario o la defensa del patrimonio nacional.



Constitución de 1917

El 5 de febrero de 1917, en calidad de presidente provisional, Venustiano Carranza promulgó la nueva Carta Magna, legado de la lucha revolucionaria que mantuvo vigentes las garantías individuales, pero introdujo las garantías sociales.

La *Constitución* significaba un logro de las aspiraciones políticas y sociales de la gesta armada, además de un pacto entre fuerzas revolucionarias para restablecer la paz social, el orden institucional y el rumbo de la nación en lo sucesivo. Y permitía, por lo mismo, dar inicio al proceso de la reconstrucción nacional y el fortalecimiento de la soberanía económica y política con base en la rectoría del Estado revolucionario, por lo cual marcó en lo sucesivo el nuevo rumbo político institucional, económico, social y cultural del México contemporáneo

Artículo 3o. constitucional

Decreto que definió las características de la educación pública con carácter laico y nacionalista, gratuito y obligatorio. Los gobiernos revolucionarios asumirían paulatinamente diversas iniciativas para ejecutar este mandato. La Secretaría de Educación Pública (SEP) en 1921, durante el gobierno de Álvaro Obregón, la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) en 1929, fundada por Emilio Portes Gil, y el Instituto Politécnico Nacional (IPN) en 1937, modelo de educación socialista impulsado por Lázaro Cárdenas.

Artículo 27 constitucional

Contempla dos aspectos, por un lado la protección del patrimonio nacional, de manera que los recursos naturales como el subsuelo, su riqueza mineral, el petróleo, el agua de la nación sean administrados bajo la rectoría económica del Estado a favor del bienestar de los habitantes. La posibilidad de que inversionistas extranjeros participen en la economía mexicana, quedaba condicionada a que renunciaran voluntariamente a las leyes de su país para someterse a las leyes de la nación. Por otro lado, el reparto de tierras en beneficio de los campesinos conforme dos mecanismos, la abolición del latifundio y la dotación de tierras ejidales, patrimonio social.

Artículo 123 constitucional

Fundamento constitucional a favor de los derechos y obligaciones del trabajador y del patrón. Esta enmienda constitucional eliminó el trabajo forzado, el trabajo infantil, el sistema de raya y el peonaje; e instituyó el contrato colectivo, la jornada laboral de ocho horas, el salario mínimo, el seguro social, el sindicalismo e incluso recurso de la huelga para la defensa de los derechos de la clase trabajadora.

Por lo demás, las garantías individuales como la *libertad de expresión y el derecho a la información* —estipulados en los artículos 6o. y 7o.—, la *libertad de culto* (artículo 24) y otros derechos fundamentales como la igualdad civil, el derecho al voto, la *libertad económica*, etcétera, subsistieron como herencia de la *Constitución de 1857* en la nueva Carta Magna, promulgada recién por Venustiano Carranza. Se consolidaba, pues, formalmente un Estado de derecho con estructura tripartita y republicana, federalista, democrática y representativa.

Ejemplo de reactivo

Con relación a la *Constitución de 1917*, ¿qué referencias son correctas?

I. El Congreso Constituyente se dividió en moderados y radicales.
II. El bando conservador introdujo el catecismo en la educación pública.
III. El artículo 27 constitucional impuso a los inversionistas extranjeros someterse a las leyes mexicanas.
IV. El artículo 89 constitucional estipuló la desaparición del Poder Ejecutivo.
V. Fue promulgada por Venustiano Carranza el 5 de febrero de ese año.

a) I, III y V b) II, III y IV c) I y II y IV d) III, IV y V

Explicación:

Al reunirse en la ciudad de Querétaro los legisladores del Congreso Constituyente, la postura de los moderados fue la de mantener vigente a la Constitución anterior, la de 1857; pero una postura más radical exigía hacer cambios más profundos para atender necesidades sociales de masas obreras y campesinas, y fortalecer el patrimonio nacional, administrado por el Estado. Con ese propósito, el artículo 27 constitucional facultó al Estado como rector de la economía, por lo cual se estableció como condición a eventuales inversionistas extranjeros que se atuvieran a las leyes de México y renunciaran a la protección de las leyes de su país. Siendo presidente provisional, Venustiano promulgó la *Constitución* el 5 de febrero de 1917, e inició su gobierno con base en la nueva Carta Magna.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso a.

El gobierno de Venustiano Carranza


"PLAN DE AGUA PRIETA"

CONSIDERANDO:

Plan Orgánico del Movimiento Reivindicador de la Democracia y de la Ley.

Plan de Agua Prieta, Sonora, 1920

El caudillismo fue una primera etapa de la reconstrucción nacional entre 1917 y 1928, etapa de levantamientos armados y de asesinatos de presidentes. El gobierno de Venustiano Carranza enfrentó todavía la oposición de Francisco Villa y de Emiliano Zapata (finalmente asesinado en 1919), además de las presiones de Estados Unidos, pues la nación del norte exigía que no se aplicara el artículo 27 en materia económica para no afectar a compañías petroleras como Huaxteca Petroleum Company, Texas Oil y El Águila (Royal Ducth Shell). También exigía que México no aceptara la proposición de Alemania hecha a través del llamado *telegrama Zimmermann* para integrarse a las potencias centrales durante la Primera Guerra Mundial.

Finalmente, el Plan de Agua Prieta fue impulsado por Álvaro Obregón, Adolfo de la Huerta y Plutarco Elías Calles en 1920, generales sonorenses que disputaron la presidencia a Carranza y provocaron directa o indirectamente su asesinato.

Álvaro Obregón gobernó entre 1920 y 1924; practicó el reparto agrario, se esforzó por reconstruir el sistema de telegrafía y el ferrocarril y fundó en 1921 la Secretaría de Educación Pública (SEP), a cargo de José Vasconcelos. Adicionalmente, el gobierno de Obregón renegoció la deuda externa de México. Y como el reconocimiento internacional al régimen revolucionario era prioritario, Obregón promovió el Tratado de Bucareli en 1923, y mediante dichas negociaciones Estados Unidos reconocía a Álvaro Obregón como un mandatario legítimo, a cambio de que éste refrendara la concesión de explotar el petróleo a las compañías estadounidenses establecidas en México desde antes de la Revolución.

Ejemplo de reactivo

Un hecho que motivó reclamos de Estados Unidos al gobierno de Venustiano Carranza en 1917 fue:

a) la formación de partidos políticos de oposición por causa de la entrevista Díaz-Creelman.
b) la participación del embajador Henry Lane Wilson en el llamado Pacto de la Embajada.
c) el envío del telegrama Zimmermann para proponer a México una alianza con Alemania.
d) la conmemoración del primer centenario de la Independencia de México.

Explicación:

En enero de 1917, durante la Primera Guerra Mundial, Alemania —líder de las potencias centrales— solicitó el apoyo de México a través de un comunicado telegráfico (enviado a su embajador en México) por el ministro alemán de Relaciones Exteriores, Arthur Zimmermann. La propuesta de la cancillería alemana ofrecía que esa nación centroeuropea ayudaría a México a recuperar las tierras al norte del río Bravo que durante la guerra de 1846 a 1848, Estados Unidos había *arrebatado* a México.

Estados Unidos advirtió al gobierno de Venustiano Carranza que no aceptara la propuesta del imperio alemán, y declaró la guerra contra ese país.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Entre los antecedentes sociales que explican el origen de la Revolución mexicana:
   a) los festejos para conmemorar el centenario de la Independencia dieron origen a la integración de partidos de oposición
   b) el Partido Liberal Mexicano (PLM) fomentó la organización de las masas proletarias a través de huelgas
   c) la Universidad de México sirvió como espacio de agitación política impulsada por los opositores de la Dictadura
   d) la influencia cultural francesa provocó el surgimiento del anarquismo en la ideología de las masas obreras
2. ¿En qué inciso se menciona un antecedente relacionado con la Revolución mexicana?
   a) La rendición de Maximiliano durante el sitio de Querétaro de 1862
   b) El triunfo del Plan de Tuxtepec contra la presidencia de Sebastián Lerdo de Tejada en 1876
   c) La huelga que estalló en Cananea, Sonora, en el año de 1906
   d) La promulgación de la *Constitución de 1917* por iniciativa de Venustiano Carranza
3. En el año de 1906 surgió el Círculo de Obreros Libres en Orizaba, cuya actividad se extendió a las principales zonas fabriles del país.
   El enunciado anterior describe:
   a) El triunfo de las organizaciones obreras después de la Revolución mexicana
   b) El ambiente social a finales de la dictadura porfirista, previo al estallido revolucionario
   c) La agitación que provocó la entrevista Díaz-Creelman de 1908
   d) La indiferencia de las masas trabajadoras durante la dictadura porfirista
4. La entrevista Díaz-Creelman, publicada en 1908 por el diario estadounidense *Pearson 's Magazine* propició que...
   a) se consolidara el poder del dictador Díaz
   b) se asegurase la permanencia de los porfiristas
   c) se fortaleciera la democracia en el país
   d) surgieran partidos de oposición

5. Menciona dos partidos de oposición que surgieron poco antes de las elecciones de junio de 1910.
   a) Liberal Mexicano y Partido Reyista
   b) Antirreleccionista y Partido Laborista
   c) Nacional de Oposición y Partido Mexicano de la Revolución
   d) Nacionalista Democrático y Partido Antirreleccionista
6. En 1908, las declaraciones de don Porfirio Díaz ante el periodista James Creelman dieron origen a la formación de partidos políticos de oposición, dispuestos a luchar por la presidencia cuando se realizaran las elecciones federales de 1910. ¿A qué candidato postuló el Partido Antirreeleccionista?
   a) A Porfirio Díaz
   b) A Bernardo Reyes
   c) A Francisco I. Madero
   d) A José I. Limantour
7. ¿Qué plan pugnó por la renuncia del dictador Díaz y por el respeto al principio de *no reelección*, dando inicio a la Revolución?
   a) Plan de San Luis
   b) Plan de la Empacadora
   c) Plan de Agua Prieta
   d) Plan de Tuxtepec
8. ¿Cuál de las siguientes opciones menciona uno de los principios del Plan de San Luis?
   a) El establecimiento de la jornada de trabajo de ocho horas
   b) La proclama de *sufragio efectivo, no reelección*
   c) El reconocimiento de las elecciones realizadas en 1910
   d) La manifestación del pueblo por la vía pacífica
9. Es el lema de Francisco I. Madero al frente del Plan de San Luis.
   a) *Sufragio efectivo, no reelección*
   b) *Abolición de la propiedad*
   c) *La tierra es de quien la trabaja*
   d) *Poca política y mucha administración*
10. ¿Cuál es la importancia histórica que representa el Tratado de Ciudad Juárez de 1911?
    a) Representa el fracaso de Francisco I. Madero, ya que se nombró a Francisco León de la Barra como presidente provisional
    b) Dio inicio a la lucha armada, pues la vía electoral fue cancelada tras el fraude de 1910
    c) Representa el triunfo maderista, ya que don Porfirio Díaz firmó su renuncia a la presidencia
    d) Es el acuerdo político nacional que hizo posible la elaboración de la *Constitución de 1917*
11. Los intereses políticos y sociales agraristas fueron sostenidos mediante el Plan de Ayala por...
    a) Venustiano Carranza
    b) Francisco Villa
    c) Félix Díaz
    d) Emiliano Zapata
12. *Tierra y libertad* es el lema sostenido por Emiliano Zapata en el Plan de Ayala, según el cual se desconocía a Francisco I. Madero como presidente de México. ¿Por qué?
    a) Porque Madero nombró a José María Pino Suárez como vicepresidente
    b) Por pretender Madero realizar una reforma agraria
    c) Por no llevar a cabo una reforma electoral, como lo tenían previsto los maderistas
    d) Por considerar Zapata que Madero incumplía su promesa agrarista
13. ¿Qué referencia se relaciona con el derrocamiento de Francisco I. Madero y el final de la etapa maderista de la Revolución?
    a) La Convención Tripartita de Aguascalientes
    b) La Decena Trágica
    c) La huelga de Río Blanco, Veracruz
    d) La entrevista Díaz-Creelman
14. Un hecho **que no corresponde** al contexto de la Decena Trágica es:
    a) El asesinato de Francisco I. Madero y José María Pino Suárez
    b) El Pacto de la Ciudadela en febrero de 1913
    c) La alianza entre Victoriano Huerta y militares porfiristas
    d) La Convención Tripartita de Aguascalientes

15. Organiza cronológicamente los siguientes hechos correspondientes a la gesta revolucionaria.

    I. El Plan de Guadalupe impulsado por Venustiano Carranza contra Victoriano Huerta
    II. La Convención Tripartita de Aguascalientes
    III. El asesinato de Francisco I. Madero cometido por Victoriano Huerta y la embajada de Estados Unidos
    IV. La renuncia de Porfirio Díaz a la presidencia al firmarse el Tratado de Ciudad Juárez
    V. El Plan de Ayala por parte de Emiliano Zapata para desconocer a Francisco I. Madero
    VI. El Plan de San Luis contra la dictadura porfirista, proclamado por Francisco I. Madero

    a) I, II, III, IV, V, VI   b) I, III, II, IV, VI, V   c) VI, IV, V, III, I, II   d) VI, IV, V, III, I, II

16. La etapa constitucionalista de la Revolución dio comienzo con el...
    a) Plan de Guadalupe, promovido por Venustiano Carranza
    b) Plan de San Luis, impulsado por Francisco I. Madero
    c) Plan de Ayala, encabezado por Emiliano Zapata
    d) ascenso al poder por parte de Victoriano Huerta

17. Con relación a Venustiano Carranza, ¿cuál inciso señala una referencia correctamente acotada?
    a) Su esfuerzo constitucionalista causó el derrocamiento del presidente Francisco I. Madero
    b) Durante la decena trágica, reconoció a Félix Díaz como legítimo presidente constitucional
    c) Procuró restablecer al régimen constitucional y combatir la usurpación del Poder Ejecutivo
    d) Promulgó leyes orgánicas que permitieron la reelección presidencial para mantener la paz

18. Durante el Congreso Constituyente que precedió a la promulgación de la *Constitución de 1917*...
    a) los renovadores buscaban erradicar la *Constitución de 1857* y crear una nueva Carta Magna
    b) los jacobinos sólo se proponían fortalecer las facultades del Poder Ejecutivo
    c) los radicales enfatizaban la necesidad de atender las necesidades sociales, obreras y campesinas
    d) los moderados proponían que se adoptara nuevamente al catolicismo como culto nacional

19. ¿En qué radica la importancia histórica de la *Constitución de 1917*, promulgada por Venustiano Carranza?

    I. Es un resultado histórico y social de la gesta revolucionaria
    II. Es la primera constitución que refrenda la soberanía de la nación
    III. Estableció en México un régimen comunista y agrario
    IV. Introduce como postulado las garantías sociales
    V. Marca el rumbo político del México contemporáneo

    a) I, IV y V   b) II, III y IV   c) I, II y V   d) III, IV y V

20. Líder revolucionario que promulgó la *Constitución de 1917*:
    a) Adolfo de la Huerta   b) Ricardo Flores Magón
    c) Álvaro Obregón   d) Venustiano Carranza

21. La importancia del artículo 3o. constitucional radica en que:
    a) instituye la educación laica, gratuita y obligatoria
    b) funda un programa de educación socialista
    c) establece las bases para la creación de la Comisión Nacional del Libro de Texto Gratuito
    d) impulsa la autonomía universitaria

22. ¿Qué artículo constitucional establece la protección del patrimonio nacional y el reparto agrario?
    a) 3o. constitucional   b) 27 constitucional   c) 30 constitucional   d) 123 constitucional

23. Venustiano Carranza promulgó la *Constitución de 1917* y ejerció la presidencia de la nación entre 1917 y 1920.
    Entre las dificultades que enfrentó su gobierno, cabe mencionar ejemplos como:
    a) la oposición encabezada por Francisco Madero
    b) la presencia de Villa y Zapata como opositores a Carranza
    c) la rebelión cristera de 1926 impulsada por el clero
    d) Las contradicciones y errores de la *Constitución* vigente

24. Durante el gobierno de Venustiano Carranza, las presiones de Estados Unidos giraban en torno a los intereses petroleros de compañías norteamericanas, amenazadas por...
    a) el decreto de nacionalización petrolera que Lázaro Cárdenas impulsó en 1938
    b) las cláusulas contenidas en el Tratado de Bucareli, firmado por el presidente Álvaro Obregón
    c) el contenido del artículo 27 de la *Constitución*, el cual protege al patrimonio nacional
    d) el conflicto suscitado entre el gobierno de Plutarco Elías Calles y el clero mexicano a partir de 1926

25. Al finalizar su mandato presidencial, Venustiano Carranza fue desconocido por un levantamiento militar que encabezaron Álvaro Obregón, Plutarco Elías Calles y Adolfo de la Huerta. Dicho levantamiento se conoce como:
    a) Plan de la Noria b) Plan de Agua Prieta c) Plan de Guaymas d) Pacto de la Embajada

26. Relaciona ambas columnas:

a) Ley del 6 de enero	I. Fundamento constitucional que instituye derechos como el salario, la seguridad social y otros.
b) *Constitución de 1917*	II. Sirvió para que Estados Unidos reconociera a Álvaro Obregón.
c) Artículo 123 constitucional	III. Decreto de contenido social a favor del reparto de tierras.
d) Plan de Agua Prieta	IV. Carta Magna legada por la lucha revolucionaria.
e) Tratado de Bucareli	V. Lucha de generales sonorenses contra Venustiano Carranza.

a) a-I, b-III, c-II d-V, e-IV
b) a-IV, b-I, c-V, d-II, e-III
c) a-II, b-V, c-IV, d-III, e-I
d) a-III, b-IV, c-I, d-V, e-II

Objetivo: el estudiante sintetizará el proceso de la reconstrucción nacional a través de sus etapas entre 1917 y 1940, asimismo enfatizará el papel del partido de Estado y del Plan Sexenal como factores en la construcción del sistema político.

Del caudillismo al presidencialismo

Los orígenes del Estado mexicano contemporáneo se remontan a la etapa constitucionalista de la Revolución. En 1917 se promulgó la Carta Magna y se establecieron los parámetros jurídico-políticos, económicos, sociales y hasta culturales del actual sistema de gobierno. Sin embargo, la rivalidad entre jefes revolucionarios por controlar los espacios de poder significó una fase inicial de confrontaciones entre caudillos, que sólo poco a poco fue evolucionando hacia un modelo de instituciones políticas hasta que logró consolidarse la autoridad y el liderazgo, es decir, un régimen presidencialista sostenido por masas sociales, obreras y campesinas, y por un partido de Estado.

Aunque en forma paulatina y en ocasiones conflictiva, la formación del modelo político que emanó de la Revolución durante el proceso de la reconstrucción nacional entre 1917 y 1940 atravesó por las siguientes tres etapas formativas:

Caudillismo 1917 a 1928	Maximato 1928 a 1934	Cardenismo 1934 a 1940

A continuación se describe cada una de esas etapas, considerando sus características fundamentales, sus referencias históricas y hechos relevantes, así como sus personajes sobresalientes.

▼ Los gobiernos durante la fase caudillista de la reconstrucción nacional

Los primeros gobiernos revolucionarios entre 1917 y 1928 atravesaron dificultades derivadas de la rivalidad entre caudillos confrontados por el mando y la sucesión presidencial. La inestabilidad política de aquellos años estuvo determinada por levantamientos armados y asesinatos de presidentes.

Con Venustiano Carranza se inició el proceso de la reconstrucción nacional; su mandato (1917 a 1920) tuvo como *acto inicial*, la promulgación de la nueva Carta Magna. La oposición abierta de Francisco Villa y de Emiliano Zapata continuó siendo un factor adverso para la pacificación del país. El asesinato de Zapata en 1919 generó sospechas y acusaciones en torno a Venustiano Carranza. Por otra parte, los reclamos internacionales sobre la aplicación del artículo 27 constitucional impedían que se fomentara un modelo económico nacionalista. Especialmente Estados Unidos exigió que el presidente Carranza no afectara los intereses de compañías petroleras de esa nación y, por otra parte, que México no aceptara la propuesta de Alemania para adherirse a las potencias centrales durante la *Gran Guerra.*

Las dificultades del presidente Carranza se agravaron en 1920, pues sus antiguos aliados le disputaron la sucesión presidencial y le arrebataron el poder mediante el Plan de Agua Prieta. Así, la presión caudillista de Álvaro Obregón y el *grupo sonorense,* provocó la caída y el asesinato de Venustiano Carranza el 21 de mayo de ese año.

Tras un breve mandato provisional de Adolfo de la Huerta, Álvaro Obregón asumió la presidencia a finales de 1920, caudillo que se apoyó en el gremio obrero a través de la Confederación Regional Obrero Mexicana (CROM) y de la Confederación General de Trabajadores (CGT). Además, su política social inició la dotación de tierras, lo que le permitió un mayor apoyo del sector campesino

En otros aspectos, el régimen obregonista se esforzó por restablecer a la Secretaría de Educación Pública (SEP) y fomentar al muralismo como expresión artística y cultural del discurso revolucionario. La construcción de escuelas regionales y la tarea de la alfabetización representaban los esfuerzos de un modelo educativo popular.

El 13 de agosto de 1923 se firmó el Tratado de Bucareli entre el gobierno de Álvaro Obregón y el presidente de Estados Unidos, Calvin Coolidge. A cambio de que el gobierno estadounidense reconociera formalmente al régimen de Obregón, éste refrendaba la concesión de explotar el petróleo de yacimientos mexicanos sin afectar a las compañías de esa nación, ni aplicar el artículo 27 constitucional.

Pero 1923 también significó mayor tensión entre caudillos: la sucesión presidencial, el asesinato de Francisco Villa el 20 de julio, y el estallido de la rebelión delahuertista en diciembre fueron focos de inestabilidad política al finalizar el gobierno del general Obregón. Disipado dicho alzamiento, Obregón concluyó su mandato sin mayores contratiempos y turnó el Poder Ejecutivo al general Plutarco Elías Calles, quien gobernó entre 1924 y 1928.

➤ Principales referencias del régimen callista

En el aspecto económico, Plutarco Elías Calles fortaleció al Estado intervencionista mediante la creación del Banco de México en 1925, la Comisión Nacional Bancaria, el Banco de Crédito Agrícola, la Comisión Nacional Agraria, la Comisión Nacional de Aguas y la Comisión Nacional de Caminos. También se amplió la infraestructura de riego, la dotación ejidal y la creación de escuelas rurales y agrarias.

Pero la aplicación de la llamada *ley Calles* significó la aplicación de enérgicas medidas como la expulsión de algunos ministros del clero, el cierre de templos y de escuelas católicas, la suspensión de actos litúrgicos y la expropiación de inmuebles. Las protestas del clero fueron creciendo hasta que la rivalidad entre el gobierno callista y el arzobispado de México fue mayúscula y sobrevino la rebelión cristera a mediados de 1926. El movimiento sinarquista se asumió como *defensor de la fe*, y miles de campesinos tomaron las armas en contra del presidente Calles. La rebelión cristera provocó inestabilidad y tuvo un alto costo de vidas, quizá 50 mil o aun más.

Y otro complicado momento, casi al finalizar el gobierno del general Calles se derivó cuando Álvaro Obregón promovió y logró su reelección. Previamente, desde 1927 se había modificado el artículo 82 constitucional para permitir un segundo mandato presidencial en forma alterna (no consecutivo). Pero algunos militares aspirantes a la presidencia se opusieron a las pretensiones reeleccionistas de Obregón. Después de ser declarado presidente electo y tras varios atentados fallidos, finalmente el 17 de julio de 1928, Álvaro Obregón fue asesinado por el pintor retratista José León del Toral.

<table>
<tr><th>Etapa</th><th>Características</th></tr>
<tr><td>Caudillismo
1917 a 1928</td><td>• Fase inestable de rivalidades entre jefes revolucionarios por el poder de la Nación.
• Etapa de frecuentes levantamientos armados en contra del presidente en turno.
• Eventualmente los conflictos caudillistas derivaron en asesinatos.
• Los caudillos buscaron alianzas unos con otros, aunque también explotaron su populismo ante sectores sociales demandantes, organismos obreros como la CROM, o ligas campesinas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1920: Plan de Agua Prieta, Sonora
Álvaro Obregón, Adolfo de la Huerta y Plutarco Elías Calles desconocen al presidente Venustiano Carranza, quien resulta asesinado en mayo de ese año.
1923: Rebelión delahuertista
Adolfo de la Huerta se proclama en contra del presidente Álvaro Obregón, intento fallido.
1926: Rebelión cristera
Se rompe el entendimiento entre el arzobispado mexicano y el presidente Plutarco Elías Calles, promotor a ultranza del Estado laico.
1928: Reelección y asesinato de Álvaro Obregón ocurrida el 17 de julio.</td></tr>
</table>

Ejemplo de reactivo

Lee el siguiente fragmento.

Los caudillos buscaron alianzas unos con otros, aunque también explotaron su populismo ante sectores sociales demandantes, organismos obreros como la CROM, o ligas campesinas.

Conforme lo anterior, la fase caudillista de la Reconstrucción se distinguió por las rivalidades entre jefes revolucionarios, pero también por...

a) la paz porfirista b) el presidencialismo c) el Maximato d) el populismo

Explicación:

Como jefes revolucionarios, diversos caudillos —por ejemplo Álvaro Obregón y otros— aprovecharon su liderazgo político, su trayectoria y experiencia militar para promoverse y ascender al poder, aun mediante el levantamiento armado (Plan de Agua Prieta de 1920). Sin embargo, otro de sus recursos para abrirse paso ante sus aliados y sus rivales fue su popularidad frente a sectores de la población como campesinos y trabajadores.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

El Maximato

Ante una complicada situación política nacional por causa del asesinato de Álvaro Obregón, dio inicio el Maximato, periodo entre 1928 y 1934 durante el cual el general Calles controló la vida política de México a través del Partido Nacional Revolucionario (PNR). Pero como Jefe máximo de la Revolución, Calles no pretendió prolongarse directamente en la presidencia; ejerció en forma tácita un liderazgo populista y *el poder detrás del poder*, a través de ciertas estrategias de manipulación de cada presidente en turno.



Plutarco Elías Calles, el Jefe máximo

Así pues, los presidentes que se vieron subordinados por el efecto Calles, fueron:

- Emilio Portes Gil (1928 a 1929)
- Pascual Ortiz Rubio (1930 a 1932)
- Abelardo Rodríguez (1932 a 1934)

▼ Gobierno de Emilio Portes Gil (1928 a 1929

Como presidente provisional, Emilio Portes Gil ejerció el mando durante 1929, año en que emitió el decreto de autonomía universitaria, con lo que la Universidad de México se convertía en la Universidad Nacional Autónoma de México, la UNAM, a la cual se le definió como la *Máxima casa de estudios.*



El presidente Portes Gil también logró negociar la paz entre su gobierno y el arzobispado de México y logró, así, poner fin a la guerra Cristera, a mediados de 1929 y conforme un acuerdo de muto reconocimiento, pero con base en la vigencia de la *Constitución.*

▼ Gobierno de Pascual Ortiz Rubio (1930 a 1932)

La candidatura que llevó a la presidencia a Pascual Ortiz Rubio fue impugnada por José Vasconcelos mediante el Plan de Guaymas. Acusado de fraude y amagado por un atentado fallido, Ortiz Rubio fue sostenido por el general Calles y el PNR, pero terminó renunciando en 1932. Durante su breve mandato interrupto, Pascual Ortiz Rubio decretó el Código Federal del Trabajo, suscribió a México en la Liga de Naciones por la Paz y adoptó la Doctrina Estrada con base en el principio universal de libre autodeterminación de cada pueblo.

▼ Gobierno de Abelardo Rodríguez (1932 a 1934)

Para sustituir a Ortiz Rubio, el PNR designó a Abelardo Rodríguez en 1932. Su mandato se distinguió por el proyecto de educación sexual a nivel primaria y por la reforma al artículo 3o., para instituir la educación socialista. El general Abelardo Rodríguez también fundó al Departamento Agrario, a la Nacional Financiera (Nafinsa) y al Banco Nacional de Obras y Servicios Públicos (Banobras).

Etapa	Características
Maximato 1928 a 1934	Maximato = $\frac{\text{Plutarco Elías Calles}}{\text{PNR}}$ ↓ Control del Poder Ejecutivo: • Emilio Portes Gil • Pascual Ortiz Rubio • Abelardo Rodríguez
Tras el asesinato de Álvaro Obregón en 1928, Plutarco Elías Calles declaró —al finalizar su mandato presidencial— ante el Congreso: ***"La era del caudillismo ha terminado, demos paso a la era de las instituciones".*** Plutarco Elías Calles hizo un llamado a la *familia revolucionaria* para fundar un partido político de Estado, lo cual dio origen al Partido Nacional Revolucionario, PNR, en marzo de 1929, dando así inicio al Maximato. Más que combatir a los caudillos, el general Calles promovió el pacto entre ellos y el PNR, la fusión de fuerzas políticas y armadas regionales, centralizadas en una gran fórmula nacional de partido de Estado. Desde la cúspide del PNR, el general Calles ejerció el poder tácito y controló a la presidencia durante los siguientes años, sin ejercer directamente la presidencia, sino en forma indirecta detrás de mandatarios como Emilio Portes Gil, Pascual Ortiz Rubio y Abelardo Rodríguez.	

Ejemplo de reactivo

Identifica una referencia común entre Emilio Portes Gil, Pascual Ortiz Rubio y Abelardo Rodríguez.

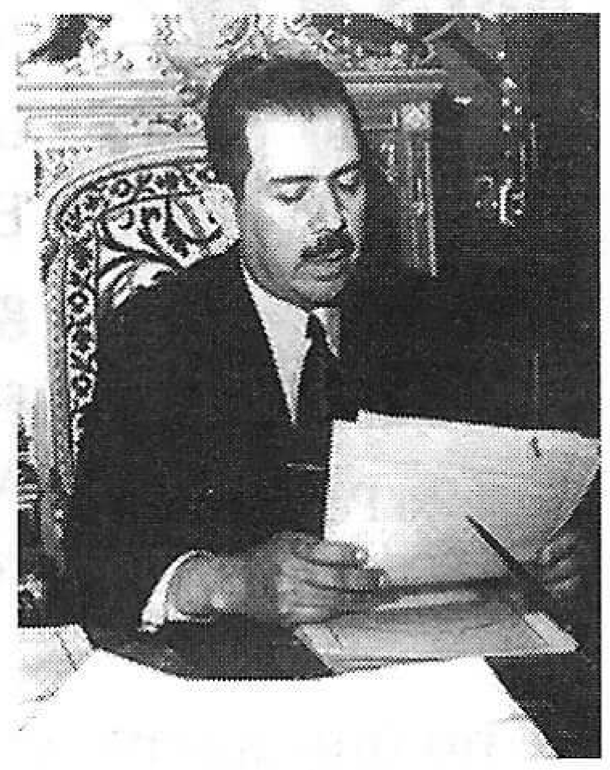
a) Fueron presidentes asesinados en el contexto histórico de la etapa caudillista.
b) Emilio Portes Gil se rebeló contra Pascual Ortiz Rubio, por lo cual Abelardo Rodríguez lo sustituyó.
c) Cada uno de ellos asumió la presidencia bajo la influencia tácita del general Plutarco Elías Calles.
d) Con dichos mandatarios se inició la era del civilismo, después de implementarse el Plan Sexenal.

Explicación:

Conforme lo estudiado en esta Unidad, durante el Maximato fue el general Plutarco Elías Calles quien pudo manipular al poder y a las instituciones, pero no necesitó hacerlo directamente desde la presidencia. Desde el Partido mantuvo su liderazgo sobre esos presidentes, así subordinados de una u otra forma al Jefe máximo.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

El Plan Sexenal y el cardenismo



Lázaro Cárdenas del Río

En 1933, casi al finalizar su mandato, Abelardo Rodríguez pactó con el PNR la creación de un Plan Sexenal, mismo que entró en vigor al iniciar la presidencia de Lázaro Cárdenas. Con base en ideales como un sólido carácter nacionalista y corporativista para fortalecer la alianza entre el Poder Ejecutivo y las masas obreras, campesinas y populares, el Plan Sexenal extendía el periodo presidencial de cuatro a seis años y, en sentido amplio, dicha estrategia pretendía fortalecer la autoridad del presidente como jefe de la nación, como líder de las masas obreras, campesinas y populares, y como figura política partidista.

Pero el Plan Sexenal provocaría la confrontación entre Plutarco Elías Calles y el general Cárdenas, quien logró poner fin al Maximato en 1936 y consolidar el presidencialismo. El partido de Estado fue a partir de entonces —más allá de cualquier liderazgo populista— un factor institucional que permitió a México dejar atrás al Maximato y fortalecer el presidencialismo.

Conforme el Plan Sexenal, el general Lázaro Cárdenas gobernó de 1934 a 1940; con su mandato se alcanzó la etapa de mayor madurez en el proceso de la reconstrucción nacional. El corporativismo fue uno de los aspectos más relevantes de la política cardenista, y se caracterizó por el impulso radical de criterios de beneficio social, obrerista y agrarista.

La **política obrerista** de Lázaro Cárdenas se distinguió por la fundación de la Confederación de Trabajadores de México, la CTM, con el liderazgo inicial de su fundador, Vicente Lombardo Toledano, la CTM agremió a múltiples sindicatos de trabajadores de diversas ramas y fortaleció así la capacidad del bloque obrero para incidir en la vida política y social de México. Las demandas laborales se vieron beneficiadas de esa forma por el gobierno cardenista. El apoyo que se infundió a las huelgas redundó en mejoras salariales y sindicales; y la recuperación del salario fortaleció a su vez al poder adquisitivo del trabajador, y por ende, al mercado interno.

<table>
<tr><th>Etapa</th><th colspan="2">Características</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Cardenismo
1934 a 1940</td><td colspan="2">Plan Sexenal:
↓
• Presidencialismo: fortalecimiento del poder presidencial.
• Corporativismo: política de masas, obreras y campesinas.</td></tr>
<tr><td>Política obrerista
• Fundación de la CTM.
• Apoyo de huelgas.
• Mejoras laborales.</td><td>Política agrarista
• Fundación de la CNC.
• Reparto agrario de 18 millones de hectáreas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Con Lázaro Cárdenas el Maximato quedó rebasado, y se inició una nueva fórmula política presidencialista y corporativista, mediante el Plan Sexenal. Se desplazó al Jefe máximo —Plutarco Elías Calles— pero se mantuvo el pacto entre el Poder Ejecutivo y el Partido.

El apoyo cardenista a las masas obreras y campesinas tuvo una doble connotación:
• Representa una estrategia política para fortalecer la autoridad presidencial mediante el respaldo de las masas sociales.
• Al mismo tiempo es la materialización de la justicia social, obrera y campesina.
• Fundación del IPN (1937), modelo de educación socialista para beneficio del proletariado (obreros y campesinos).
• Expropiación de ferrocarriles (1937) y del petróleo (1938).
• Conversión del partido de Estado, del PNR al PRM (Partido de la Revolución Mexicana), pero ahora el pacto partidista es con sectores sociales —no con caudillos—, obreros, campesinos, organizaciones populares. Empresarios, y con el Ejército, como institución para sostener a las instituciones.</td></tr>
</table>

Instituto Politécnico Nacional

Por otra parte, el corporativismo también significó una **política agrarista** en beneficio de la clase campesina, pues ello dio origen a la supresión del latifundismo, la dotación de tierras y la creación del ejido colectivo. Fue en 1938 que se fundó la Confederación Nacional Campesina, la CNC. Esta filial campesina se constituyó como un poderoso gremio de productores agrícolas, ejidatarios, jornaleros y comuneros para exigir el apoyo del Estado a favor del reparto agrario; y a cambio de unas 18 millones de hectáreas que el general Cárdenas repartió en forma de ejidos colectivos a lo largo de su mandato en diversas partes del país —Baja California Norte, la comarca lagunera; Coahuila y Durango, Michoacán, y Yucatán—, la CNC brindó también un estratégico apoyo gremial al presidente Cárdenas.

En el sentido más profundo, el corporativismo que distinguió al régimen cardenista, fue no únicamente expresión de su política socialista, evidentemente basada en las clases trabajadoras, pero además en la administración económica de Estado. De esa manera, Lázaro Cárdenas refrendó la reforma al artículo 3o. —realizada por el Congreso durante el mandato de Abelardo Rodríguez— para impulsar la educación socialista. Con dicho propósito se fundó en 1937 al Instituto Politécnico Nacional, el cual surgía como una oferta de formación superior para la clase proletaria. Pero el IPN también asumía el objetivo de generar tecnología mexicana en aras de la autosuficiencia, como reza su lema: *La técnica al servicio de la patria.*

Pero la política educativa del general Cárdenas también dio origen al Instituto Nacional de Antropología e Historia, el INAH.

En otro ámbito, Lázaro Cárdenas consolidó su mandato mediante dos importantes decretos de expropiación:

- En 1937 la **industria ferroviaria**. El gobierno de Lázaro Cárdenas otorgó, así, la administración de Ferrocarriles nacionales a los trabajadores de esa industria.
- En 1938 la **industria petrolera**. El 7 de junio de ese año, por decreto oficial del presidente Lázaro Cárdenas se fundó Petróleos Mexicanos, Pemex.

El Partido Nacional Revolucionario, PNR, fue fundado por Plutarco Elías Calles entre 1828 y 1929. Dicho partido se forjó como producto de un pacto entre jefes revolucionarios, fuerzas políticas militares regionales y organizaciones obreras y campesinas. Representa un partido centralizado con capacidad hegemónica nacional, y con el liderazgo del Jefe máximo.

De esa manera, *se garantizaba la independencia económica de México*, al apoderarse la nación de sus propios recursos estratégicos. No obstante, la crítica y las presiones del gobierno estadounidense. Si por un lado, Estados Unidos se esforzó por mantener la alianza de México en el contexto de la Segunda Guerra Mundial, pero por otra parte, afectadas por la expropiación, las compañías petroleras de esa nación, exigieron la indemnización inmediata. Además, varios países participaron en un *boicot* económico y suspendieron la compra de plata mexicana.

La evolución del partido de Estado

En el ámbito político, Lázaro Cárdenas reestructuró al partido de Estado. Consciente de la importancia política de consolidar este aspecto para la estabilidad del país, transformó en 1938 al Partido Nacional Revolucionario, PNR, en Partido de la Revolución Mexicana, PRM. Ahora el partido quedaba reorganizado en segmentos sociales que constituían las bases del PRM, los obreros mediante la CTM, los campesinos mediante la CNC. Incluso, a través de la Confederación de Cámaras Industriales, la Concamin, se incorporó parcialmente al sector empresarial dentro del Partido de la Revolución Mexicana.

Partido de la Revolución Mexicana, PRM, se fundó en 1938, conforme los estándares de una política corporativista, es decir, que se incorporó a diversos sectores para desplazar a los líderes caudillistas y sustituirlo por líderes gremiales. Así, el general Cárdenas refrendaba el pacto nacional y fortalecía al presidecialismo.

Ejemplo de reactivo

Por respaldar a las masas obreras y campesinas, el régimen cardenista se caracterizó por el corporativismo, por ejemplo mediante...

a) el reconocimiento de los sinarquistas y la enseñanza religiosa.
b) la reelección ejercida por el general Lázaro Cárdenas en 1940.
c) el apoyo incondicional de la CTM para el Jefe máximo de la Revolución.
d) el apoyo de huelgas y el fortalecimiento del salario y del mercado.

Explicación:

Si conforme lo estudiado en esta Unidad, se entiende que el corporativismo que distinguió al régimen cardenista significó el respaldo del Estado a favor de las causas sociales de los trabajadores, entonces la estrategia del general Cárdenas repercutió en respuestas sólidas del gobierno a los reclamos de las masas trabajadoras y a sus huelgas. El fortalecimiento del salario y del poder adquisitivo que ese apoyo generó, tuvo a su vez un impacto positivo en la reactivación del mercado interno.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. ¿En qué orden de partición debe mencionarse a los siguientes presidentes de México entre 1917 y 1929?

   I. Plutarco Elías Calles
   II. Álvaro Obregón
   III. Emilio Portes Gil
   IV. Venustiano Carranza
   V. Lázaro Cárdenas

   a) I, II, IV, V y III b) II, III, I, V y IV c) IV, II, I, III y V d) V, I, III, IV y II

2. Al analizar la etapa caudillista de la reconstrucción nacional, el Plan de Agua Prieta de 1920 se caracterizó como...
   a) una intensa lucha de clases, las masas proletarias en oposición al presidencialismo
   b) el levantamiento armado de algunos militares sonorenses que arrebataron el poder a Venustiano Carranza
   c) el auge del muralismo como instrumento ideológico del régimen revolucionario
   d) la necesidad de estabilizar al país, misma que impulsaron los líderes caudillistas y los cristeros

3. ¿Mediante cuál tratado el gobierno de Estados Unidos reconoció formalmente al gobierno de Álvaro Obregón?
   a) De la Amistad y el Comercio
   b) Mc Lane-Ocampo
   c) Mon-Almonte
   d) De Bucareli

4. Relaciona ambas columnas.

a) Álvaro Obregón	I. Brindó su apoyo al sector obrero, mejoró el salario de los trabajadores y con ello al mercado interno
b) Plutarco Elías Calles	II. Fundó la SEP y negoció con Estados Unidos el Tratado de Bucareli
c) Emilio Portes Gil	III. Sustituyó a Pascual Ortiz Rubio y pactó con el PNR la creación de un Plan Sexenal
d) Abelardo Rodríguez	IV. Emitió el decreto de autonomía universitaria y también negoció la paz entre su gobierno y el Arzobispado de México
e) Lázaro Cárdenas	V. Tras el asesinato de Álvaro Obregón, creó al Partido Nacional Revolucionario, PNR

a) a-I, b-III, c-II, d-V, e-IV
b) a-IV, b-I, c-V, d-II, e-III
c) a-II, b-V, c-IV, d-III, e-I
d) a-III, b-IV, c-I, d-V, e-II

5. Menciona tres acontecimientos durante el gobierno de Plutarco Elías Calles (1924-1928).

I. Estalló el Plan de Agua Prieta
II. Sobrevino la rebelión cristera
III. Álvaro Obregón promovió su reelección
IV. José de León Toral asesinó al general Obregón
V. Lázaro Cárdenas fundó al Partido Revolucionario Institucional

a) I y III y V
b) II, III y IV
c) III, IV y V
d) II, IV y V

6. ¿Qué factor originó el estallido de la rebelión cristera a mediados de 1926?
a) La rivalidad entre el gobierno callista y el arzobispado mexicano
b) La imposición de sectas religiosas extranjeras establecidas en México
c) El descontento entre el gobierno mexicano y el Vaticano
d) La participación de líderes religiosos dentro del partido de Estado

7. ¿A quién se considera como fundador del Partido Nacional Revolucionario, PNR, en 1929?
a) a Álvaro Obregón
b) a Plutarco Elías Calles
c) a Vicente Lombardo Toledano
d) a José de León Toral

8. Antes de que se fundara el Partido Nacional Revolucionario, PNR...
a) Álvaro Obregón se reeligió, pero fue asesinado
b) Venustiano Carranza impulsó al Plan de Agua Prieta
c) Plutarco Elías Calles declaró la guerra contra el Eje
d) Emilio Portes Gil fundó a la UNAM mediante un decreto

9. Después de que fuera asesinado Álvaro Obregón en 1928, el presidente que anunció *el fin del caudillismo y el inicio de la era de las instituciones*, fue:
a) Adolfo de la Huerta
b) Emilio Portes Gil
c) Plutarco Elías Calles
d) Abelardo Rodríguez

10. El Maximato se consolidó en forma tácita como un liderazgo populista ejercido indirectamente *detrás del poder* por...
a) Plutarco Elías Calles
b) Pascual Ortiz Rubio
c) Álvaro Obregón
d) Lázaro Cárdenas

11. ¿Qué presidente de México decretó la autonomía universitaria?
a) Alfonso Caso
b) Emilio Portes Gil
c) Pascual Ortiz Rubio
d) Plutarco Elías Calles

12. Dos de las disposiciones realizadas por el gobierno de Pascual Ortiz Rubio fueron:
    a) fundación de la Ciudad Universitaria y la creación del PNR
    b) declaración de guerra contra la Alemania nazi y la creación del IMSS
    c) creación del IPN y la fundación de Ciudad Universitaria
    d) el Código Federal del Trabajo y la adopción de la Doctrina Estrada
13. Con Lázaro Cárdenas, México dejó atrás al Maximato, para fortalecer a:
    a) el caudillismo
    b) el pluripartidismo
    c) la democracia directa
    d) el presidencialismo
14. Un factor institucional que sustentó al presidencialismo, más allá del liderazgo populista fue:
    a) la reelección
    b) el agrarismo
    c) el partido de Estado
    d) la ideología fascista
15. Durante el régimen cardenista, el carácter del Plan Sexenal fue esencialmente...
    a) laico b) corporativista c) religioso d) positivista
16. ¿Qué gobierno se caracterizó por el agrarismo, la supresión del latifundismo y la educación socialista?
    a) El de Lázaro Cárdenas
    b) El de Manuel Ávila Camacho
    c) El de Miguel Alemán
    d) El de Plutarco Elías Calles
17. La fundación de la Confederación de Trabajadores de México, CTM, al igual que la creación del ejido colectivo y la fundación del Instituto Politécnico Nacional, IPN, fueron medidas que distinguieron a...
    a) la etapa del Maximato, entre 1928 y 1934
    b) la política socialista del presidente Lázaro Cárdenas
    c) el breve interinato de Emilio Portes Gil
    d) la etapa caudillista, encabezada por los tecnócratas
18. Ciertos criterios de análisis económico y social sugieren que la política obrerista de Lázaro Cárdenas fue útil porque, al apoyar las huelgas y las demandas salariales, también...
    a) suscitó una apertura de los mercados pues eliminó aranceles y otras barreras comerciales
    b) reactivó al poder adquisitivo del trabajador y con ello al mercado interno
    c) provocó la devaluación de la moneda nacional y causó un *pánico financiero*
    d) puso fin a la era de los caudillos, generando mayor certidumbre para la inversión
19. El presidente Lázaro Cárdenas otorgó la administración de Ferrocarriles Nacionales a...
    a) los trabajadores b) los extranjeros c) los caudillistas d) los usuarios
20. ¿Qué decreto de importancia nacional emitió Lázaro Cárdenas en 1938?
    a) El Tratado de Bucareli
    b) El decreto de autonomía universitaria
    c) La fundación del IPN
    d) La expropiación petrolera
21. En 1929, Plutarco Elías Calles fundó al PNR; Lázaro Cárdenas lo transformó en PRM en 1938. Además de llevar otro nombre, el partido...
    a) promovió la reelección de Álvaro Obregón
    b) se ajustó a los parámetros del Maximato
    c) evitó la confrontación entre caudillos
    d) quedó reorganizado en segmentos sociales
22. Completa el espacio en blanco:
    El general Lázaro Cárdenas repartió poco más de 18 millones de hectáreas a lo largo de su mandato en diversas partes del país: Baja California Norte, la comarca lagunera, Michoacán, y Yucatán, principalmente. De esa manera, se advierte una postura radical de orientación ______________ en dicho mandatario.
    a) fascista b) presidencialista c) agrarista d) populista

Unidad 6	La Revolución mexicana (1910-1920)
Unidad 7	La reconstrucción nacional (1917-1940)
Unidad 8	**México contemporáneo (1940-2000)**

Objetivo: el estudiante describirá los diversos modelos económicos del México contemporáneo entre 1940 y el 2000 y también los aspectos económicos, sociales, políticos y culturales del México contemporáneo a través de los diversos mandatos presidenciales de este mismo periodo.

Las políticas de unidad nacional (1940-1952)

Modelos económicos del México contemporáneo				
Milagro mexicano (1940–1970)		Gobiernos de la crisis (1970–1982)		Apertura Comercial (1983 en adelante)
Sustitución de importaciones	**Desarrollo estabilizador**	**Desarrollo compartido**	***Petrolización***	**Modelo neoliberal**
• Unidad nacional • Crecimiento hacia adentro • Abandono del campo	• Reactivación del mercado • Inflación • Ajustes salariales	• Empresas paraestatales • Aumentos fiscales	• Auge petrolero • SAM • Expropiación de la banca	• Reordenamiento económico • Desregulación • Privatización • Nuevas tecnologías

Se conoce como *Milagro mexicano* a la fase de auge económico e industrial comprendida durante tres décadas, entre 1940 y 1970, durante las cuales destacaron varios aspectos positivos para la economía del país, aunque siempre dentro de los límites del subdesarrollo.

En primer lugar, México atravesó una vigorosa etapa de industrialización, fuertemente patrocinada por un Estado nacionalista y proteccionista. Con recursos propios, derivados de las divisas petroleras y del papel del Banco de México como *la palanca del desarrollo*, fue posible costear una infraestructura de carreteras, puertos, aeropuertos, sistemas de riego y agua potable, electrificación, telecomunicaciones, urbanización, etcétera. No obstante, el país siguió importando en un alto porcentaje maquinaria y tecnología extranjeras para lograr dicho crecimiento. Y aunque México ampliaba sus mercados de exportación, sobre todo exportaba materias primas y petróleo crudo, más que sus manufacturas.

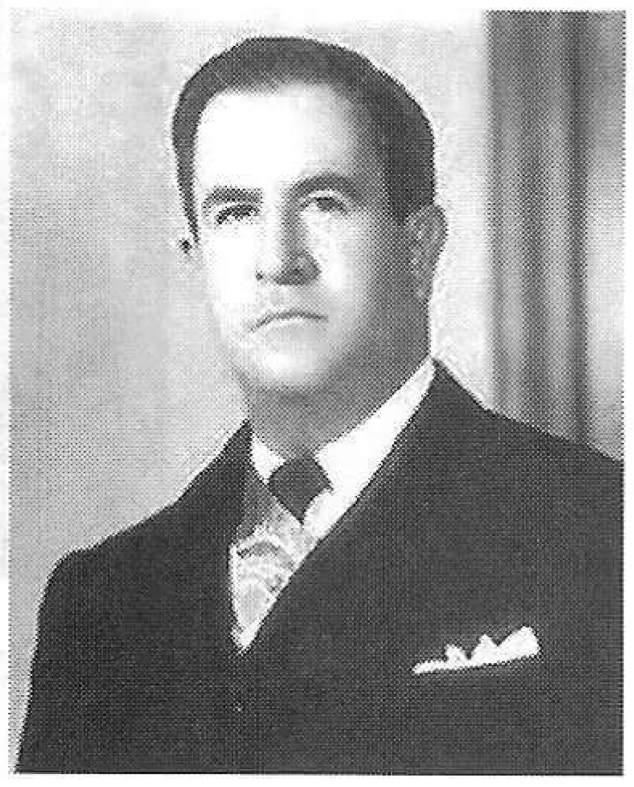
En segundo lugar, el Estado no requirió de sustanciales créditos externos, ni tuvo necesidad de incrementar el cobro de impuestos, pues el crecimiento se patrocinó mediante la exportación de petróleo, básicamente. Durante esas décadas, el ritmo del Producto Interno Bruto fluctuó entre 6 y 8%, anual. Es decir, que el crecimiento económico hacia adentro alcanzado fue satisfactorio.

▼ Etapas del *Milagro mexicano*

A lo largo de 30 años, de 1940 a 1970, México fue gobernado por cinco presidentes, consecutivamente, por lo cual procede dividir al *Milagro mexicano* en dos etapas, considerando cada una por los sexenios que abarcó, la política de sustitución de importaciones, y el desarrollo estabilizador, sucesivamente.

▼ Gobierno de Manuel Ávila Camacho (1940 a 1946)

La primera etapa se define como la política de sustitución de importaciones; comenzó hacia 1940 al dar inicio el mandato de Manuel Ávila Camacho, justo en el marco internacional de la Segunda Guerra Mundial. El objetivo económico fue empezar a fabricar en México los bienes de capital que tradicionalmente se adquirían del extranjero. Así, la sustitución de importaciones se sustentó en el lema *Lo hecho en México*.



Manuel Ávila Camacho

Así, la política de sustitución de importaciones facilitó el surgimiento de industrias de capital privado como Sosa Texcoco, S. A., Altos Hornos de México, Cobre de México, S. A., Guano y Fertilizantes de México, S. A., con sustancial apoyo financiero a través de la Nacional Financiera (Nafinsa).

Principales características de la política de sustitución de importaciones:

- Industrialización a gran escala.
- Fabricación de bienes de capital: maquinaria, electrodomésticos.
- Crecimiento del mercado hacia adentro.
- Régimen de exportación de materias primas, productos agropecuarios y petróleo.
- Estado proteccionista: sufraga el costo de la infraestructura industrial y aplica aranceles para favorecer al empresario mexicano.
- Política fiscal y crediticia favorable para la clase empresarial.
- Abandono crónico del campo para favorecer un modelo urbano industrial.

Como resultado de una relación proteccionista entre Estado y los inversionistas privados, en México se establecieron agrupaciones de empresarios como la Confederación de Cámaras Industriales (Concamin), la Confederación Patronal de la República Mexicana (Coparmex) y la Confederación de Cámaras Nacionales de Comercio, Servicios y Turismo (Concanaco).

En contraposición, se fundó la Secretaría del Trabajo y se constituyó el Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación (SNTE). También fundó al Instituto Mexicano del Seguro Social, IMSS, y emprendió una campaña nacional de alfabetización.

▼ La unidad nacional y la declaración de guerra al Eje Berlín-Roma-Tokio

Desde que la Alemania nazi y la Italia fascista pactaron la creación del Eje en 1935, la política expansionista de ambas potencias fue repudiada por el presidente Lázaro Cárdenas. La invasión alemana a Austria, Polonia, Noruega, Bélgica y otras naciones soberanas entre 1938 y 1940 provocó que la neutralidad de México fuera más enérgica contra los países totalitarios. Tras el ataque japonés contra Pearl Harbor en diciembre de 1941, el gobierno de Manuel Ávila Camacho rompió relaciones con Japón y decretó la suspensión del comercio internacional con el Eje Berlín-Roma-Tokio.

Manuel Ávila Camacho implementó la llamada *política de unidad nacional*, pues hacia 1942 resultaba evidente que México —participara o no en la Segunda Guerra Mundial— se vería afectado por las circunstancias internacionales. Con base en una fuerte colaboración patriótica para respaldar las decisiones del Poder Ejecutivo, la unidad nacional debería sostener la soberanía de México ante propios y extraños.

Y en efecto, en mayo de 1942, submarinos alemanes hundieron buques petroleros en el golfo de México, por lo cual Ávila Camacho declaró la guerra contra las potencias del Eje: Berlín-Roma-Tokio.



Declaración de guerra contra el Eje



Escuadrón 201

Algunos aspectos de la unidad nacional fueron:

- La integración del Escuadrón 201 para apoyar las acciones militares de los aliados en el Pacífico
- El servicio militar obligatorio
- La entonación del Himno Nacional en escuelas públicas

Durante la Segunda Guerra Mundial, México pactó formalmente con los países aliados, Estados Unidos e Inglaterra, así como una fuerza multinacional. Con base en una *política de buen vecino*, se otorgó la visa a miles de mexicanos para que trabajaran en labores agrícolas y ferroviarias en Estados Unidos, a los que se les denominó *braceros*, mismos que resultaron muy útiles en términos económicos, pero también como parte de un discurso de colaboración entre *países aliados y amigos*.

▼ Gobierno de Miguel Alemán Valdés (1946 a 1952)

Después de Ávila Camacho, gobernó Miguel Alemán Valdés, quien continuó con dicha política económica, entre 1946 y 1952. Justo en 1946, surgía el Partido Revolucionario Institucional, PRI, heredero del PNR y del PRM, sucesivamente. Se iniciaba la *era del civilismo*, es decir, de los licenciados al frente del Poder Ejecutivo. Miguel Alemán fue, así, el primer presidente egresado de la UNAM. Y fue él, por cierto, quien ordenó la fundación de la Ciudad Universitaria, magno proyecto para dotar de instalaciones a la *Máxima casa de estudios*. Con la participación de destacados arquitectos como Pedro Ramírez Vázquez, Mario Pani, Juan O´Gorman y Carlos Lazo, se inició la construcción de la Ciudad Universitaria en 1947.



Miguel Alemán Valdés



Ciudad Universitaria

En el marco de la política de sustitución de importaciones, Miguel Alemán impulsó importantes áreas industriales, el sistema hidroeléctrico en la región del río Balsas, mismo que lleva su nombre, la red carretera, la ampliación del sistema ferroviario, puertos y aeropuertos.

Otras industrias surgidas durante el mandato de Miguel Alemán fueron:

- Banco Nacional Monte de Piedad
- Petroquímica Nacional
- Patronato del Ahorro Nacional
- Diesel Nacional, S.A.

El *Milagro mexicano* alcanzaba su apogeo, y con ello, también los albores de la industria televisiva en México. Además, fue en 1947 cuando se fusionaron la International Telephone and Telegraph Company y Ericsson de México, dando origen a Teléfonos de México (Telmex) empresa privada.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál fue la manera en que Manuel Ávila Camacho enfrentó los efectos de la Segunda Guerra Mundial?

a) Incorporó a México como país aliado de las potencias del Eje.
b) Promovió la firma del Tratado de Tlatelolco para la proscripción de armas nucleares.
c) Ordenó al Escuadrón 201 que atacara a todos los submarinos de cualquier país.
d) Fomentó la colaboración patriótica mediante la unidad nacional.

Explicación:

La política de Unidad Nacional fue la respuesta del gobierno mexicano, encabezado entre 1940 y 1946 por Manuel Ávila Camacho, prácticamente durante los años que duró la Segunda Guerra Mundial. Aun antes de que México entrara de lleno a este conflicto, Ávila Camacho fomentaba el nacionalismo de la población para respaldar las decisiones necesarias que tuviera que tomar el Poder Ejecutivo. Así, declarar la guerra contra el Eje en 1942 para sostener la soberanía de la nación requirió de todo el apoyo político institucional y social. Y como resultado derivado, se instituyó el servicio militar y la entonación del Himno Nacional Mexicano en todas las escuelas públicas.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

El desarrollo estabilizador y el *Milagro mexicano* (1952-1970)

La segunda parte del *Milagro mexicano* se define como el *desarrollo estabilizador* y se prolongó de 1952 a 1970, durante tres sexenios, el de Adolfo Ruiz Cortines, el de Adolfo López Mateos y el de Gustavo Díaz Ordaz. Dadas las dificultades económicas que una década después de la Segunda Guerra Mundial empezaron a afectar la capacidad monetaria y exportadora de México, especialmente a partir de la devaluación de 1954, la estrategia sostenida por esos mandatarios consistió en estabilizar la reserva monetaria del país, contrarrestar el déficit en la balanza de pagos, y evitar la fuga de divisas, además de fortalecer el poder adquisitivo del trabajador común, y así reactivar el mercado interno. Se trata de una etapa de intensa actividad industrial un crecimiento relativamente lento, pero aproximadamente de 7%, incremento de precios y salarios (también en forma relativamente lenta), durante la cual los principales mecanismos del Estado intervencionista para procurar reactivar al mercado interno fueron:

- Fomento del empleo en dependencias públicas y privadas
- Ajustes salariales conforme a la inflación
- Subsidio de servicios como el agua, la luz eléctrica, el teléfono y el transporte público
- Reducción al pago de contribuciones fiscales

Y para equilibrar la balanza comercial de pagos —es decir, la relación entre los ingresos y los egresos de divisas— se buscó dinamizar más la actividad exportadora del país.

▼ Gobierno de Adolfo Ruiz Cortines (1952 a 1958)



Adolfo Ruiz Cortines

Dadas ciertas dificultades económicas de México una década después de haber concluido la Segunda Guerra Mundial, el panorama internacional acusaba cambios, como una mayor recuperación de economías europeas y un mayor posicionamiento de los mercados asiáticos, mientras que los países latinoamericanos empezaban a perder terreno y competitividad.

El mandato presidencial de Adolfo Ruiz Cortines destacó por varias referencias básicas, entre ellas, el comienzo del periodo definido como el desarrollo estabilizador. Los gastos ejercidos por gobiernos anteriores, las presiones inflacionarias y la pérdida silenciosa del poder adquisitivo de la moneda mexicana, en parte por el deterioro de las reservas internacionales en plata, eran factores que obligaban al Estado a realizar ajustes en su estrategia económica para estabilizar nuevamente al país.

El peso terminó devaluándose por fin el 17 de abril de 1954. De una cotización de 8.65 pesos por dólar —anterior a la devaluación— se pasó de forma repentina a 12.50 pesos por dólar. Fuerte depreciación cercana a 50% de la moneda nacional.

Para enfrentar las dificultades económicas, se estableció una política de austeridad del gasto público y ajustes salariales. Y en el ámbito agrícola, Ruiz Cortines impulsó los precios de garantía y el seguro agrícola, así como la dotación ejidal aproximadamente de unas 3.5 millones de hectáreas, acciones que buscaban amortiguar la pobreza del sector campesino.

Otras medidas sobresalientes del gobierno de Ruiz Cortines fueron la creación del Instituto Nacional de la Vivienda, Invi, el decreto de voto femenino en 1953 por medio de la reforma al artículo 34 constitucional, fundación de la Comisión Nacional de Energía Nuclear (CNEN) en 1956.

Adicionalmente, Ruiz Cortines inauguró la presa Falcon, la termoeléctrica de Lechería, las plantas refinadoras de Azcapotzalco y Ciudad Pemex, así como el Programa de Progreso Marítimo, conocido como *la marcha al mar*, para fomentar el desarrollo portuario del país e inducir la redistribución poblacional.

El 28 de julio de 1957, la Ciudad de México fue sacudida por un sismo de 7.5 grados, con saldo de 52 muertos y algunos daños a la infraestructura urbana, incluyendo la caída del Ángel de la Independencia. Y en 1958, estalló la huelga de trabajadores de la industria ferrocarrilera, movimiento impulsado por el líder Demetrio Vallejo. El conflicto se prolongó hasta inicios del siguiente mandato presidencial.

▼ Gobierno de Adolfo López Mateos (1958 a 1964)



Adolfo López Mateos

Adolfo López Mateos ejerció la presidencia entre 1958 y 1964. Fueron múltiples y muy populares las decisiones económicas y sociales durante su mandato:

- La creación del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales para los Trabajadores del Estado, ISSSTE en 1959
- La fundación de la Comisión Nacional del Libro de Texto Gratuito, Conaliteg en 1959

- La expropiación de la industria eléctrica en 1960
- El surgimiento de la Compañía Nacional de Subsistencias Populares, Conasupo en 1961
- El Instituto Nacional de Protección a la Infancia, INPI en 1961, incluyendo desayunos y meriendas en escuelas primarias
- La edificación del Hospital 20 de Noviembre en1961

Además, López Mateos supo reclamar y obtener la recuperación de El Chamizal, en 1961 (franja territorial fronteriza al norte de Chihuahua, que por desplazamiento del río Bravo había quedado dentro de los límites territoriales de Estados Unidos).

El gobierno de Adolfo López Mateos promovió la inversión en áreas como la electricidad, la petroquímica, la siderurgia y la industria manufacturera. Con apoyo financiero de Estados Unidos se impulsó la Alianza para el Progreso, y se incrementó la producción agrícola.

En política exterior, México sostuvo el reconocimiento al régimen socialista de Fidel Castro en Cuba, a pesar de las presiones del gobierno estadounidense a cargo de John F. Kennedy, gobierno que inició un bloqueo económico contra ese país caribeño en 1962, consecuencia de la llamada *crisis de los misiles*.

Entre los movimientos sociales relevantes durante el gobierno de López Mateos destacaron la huelga de profesores normalistas de 1961, y el surgimiento de un movimiento armado, impulsado por el líder guerrillero Lucio Cabañas al frente del Partido de los Pobres, ese mismo año.

▼ Gobierno de Gustavo Díaz Ordaz (1964 a 1970)



Gustavo Díaz Ordaz

Se considera que con Gustavo Díaz Ordaz el desarrollo estabilizador comenzó a agotarse. Fomentó 107 presas hidráulicas y amplió el sistema de riego; también expropió yacimientos minerales y fundó la Siderúrgica Lázaro Cárdenas, Michoacán.

En 1967 se firmó el Tratado de Tlatelolco entre México y varios países americanos, dando origen al Organismo para la Proscripción de Armas Nucleares en América Latina, Opanal. Se buscó, así, prevenir y erradicar la fabricación, la distribución y el uso de arsenal nuclear en América Latina.

La referencia más señalada y criticada durante el sexenio de Díaz Ordaz fue la represión estudiantil en la Plaza de las Tres Culturas, Tlatelolco, el 2 de octubre de 1968: un número indeterminado de estudiantes masacrados o desaparecidos por la intervención de las fuerzas armadas, conforme las instrucciones del entonces titular de la Secretaría de Gobernación, Luis Echeverría, pero desde luego con la autorización del presidente Díaz Ordaz, principal responsable de los hechos.

Al mes siguiente, en noviembre de ese año, se celebraron los XIX Juegos Olímpicos, México 68. Y para sufragar ese gasto, se autorizó el cobro de la tenencia vehicular, por dos años.

Gustavo Díaz Ordaz también estableció la mayoría de edad a los dieciocho años cumplidos, y dio inicio a la primera línea del Sistema de Transporte Colectivo, STC, el metro en 1969.

Ejemplo de reactivo

Son referencias correspondientes a la etapa del desarrollo estabilizador.

I. El Partido Revolucionario Institucional acaparó la inversión de capital foráneo.
II. Estados Unidos declaró la guerra contra México por causa del asesinato de John F. Kennedy.
III. Dicha etapa económica se prolongó entre 1952 y 1970.
IV. El Estado procuró la estabilidad en la balanza de pagos y la reactivación del mercado.
V. Se alcanzaron niveles de crecimiento aproximados entre 6 y 8%.
VI. México asumió una economía socialista como país aliado de la URSS.

a) I, III y VI b) II, III y IV c) III , IV y V d) I, IV y VI

Explicación:

Conforme lo estudiado en esta Unidad, el desarrollo estabilizador corresponde a la segunda etapa del *Milagro mexicano*, y comprende a tres presidencias consecutivamente, la de Adolfo Ruiz Cortines (1952-1958), Adolfo López Mateos (1958-1964) y Gustavo Díaz Ordaz (1964-1970). Recuperar el salario y el mercado, pero también la estabilidad de la balanza de pagos fueron los principales propósitos durante esos años. La devaluación monetaria de 1954 fue, de hecho, programada con la intención de incrementar la reserva monetaria de México, con lo que el desarrollo estabilizador hacía atractiva la inversión y contrarrestaba la fuga de capitales. Se estabilizó también la inflación y el costo de la vida. En ese periodo, el Producto Interno Bruto se sostuvo por encima de 6 por ciento.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso c.

La política del desarrollo compartido (1970-1982)

Hacia 1970, el desarrollo estabilizador quedó agotado y se desató la crisis de México. La deuda externa comenzaba a dispararse, el déficit público se agudizaba, igual que la inflación, y con ella, la pérdida del poder adquisitivo de amplios sectores. La tasa de desempleo y la inconformidad social también se estaban elevando, mientras que el Producto Interno Bruto y la capacidad exportadora del país empezaban a disminuir.

▼ Gobierno de Luis Echeverría Álvarez (1970 a 1976)



Luis Echeverría Álvarez

Luis Echeverría fue presidente desde 1970 hasta 1976; para enfrentar las desavenencias, instrumentó una nueva estrategia económica conocida como el desarrollo compartido. Los aspectos básicos de este modelo fueron:

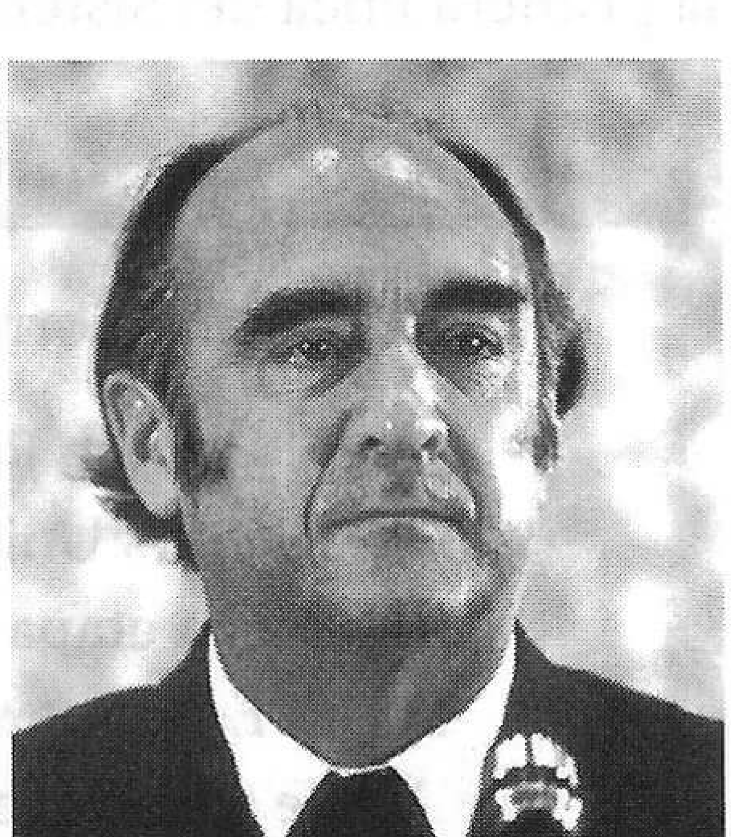
- Un mayor involucramiento del Estado en la actividad económica del país
- El incremento de las cargas fiscales para capitalizar al Estado
- La creación de numerosas empresas de participación estatal

Por otro lado, la reforma educativa que Luis Echeverría echó a andar dio origen a la Creación del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt); la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM); del Colegio de Bachilleres (Colbach); y del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH); incorporado al sistema de bachillerato de la UNAM.

La política social de Luis Echeverría ha sido señalada como populista, pues buscaba atraer la confianza de la oposición y de la izquierda, así como estrechar la relación de México con países socialistas, como Cuba, China y la URSS. También reformó la Ley Orgánica del Departamento del Distrito Federal.

▼ Gobierno de José López Portillo (1976 a 1982)

José López Portillo gobernó de 1976 a 1982; su estrategia definida como crecimiento acelerado, se distinguió por enfatizar el ingreso mediante una *petrolización* de la economía: se aprovechó los altos precios internacionales del petróleo y la abundancia de yacimientos, recién descubiertos en el golfo de México para fortalecer la capacidad productiva y exportadora de hidrocarburos.



José López Portillo

Para propiciar un mayor desarrollo del sector agropecuario, se creó un Sistema Alimentario Mexicano (SAM) con el propósito de recuperar la autosuficiencia agrícola, apoyar a los productores agrícolas, fortalecer la alianza entre ellos y el Estado y abatir la pobreza rural. También se fundó la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH).

El 24 de marzo de 1982, un fuerte incendio en la Cineteca Nacional causó la pérdida total de un vasto e importante acervo fílmico aproximado de 6 mil películas. La entonces directora de la Cineteca era Margarita López Portillo, hermana del presidente. Versiones extraoficiales señalaron que dicho incendio fue autoprovocado, como lo sugiere el documental *Rollos perdidos*.

Al finalizar su mandato, y ante el recrudecimiento de la crisis y de la fuga de capitales, José López Portillo decretó la expropiación de la Banca en 1982. Entre los argumentos mencionados por dicho presidente en su sexto informe de gobierno, se señalaba al factor del desorden financiero internacional, a las altas tasas de interés en mercados mundiales y a la fuga de divisas, entre otras razones. Adicionalmente, el Gobierno Federal decretaba un rígido control cambiario para evitar la compraventa especulativa de dólares a gran escala.

Ejemplo de reactivo

Luis Echeverría puso en ejecución una política económica definida como:

a) Crecimiento acelerado y uniforme.
b) Modelo de desarrollo compartido.
c) El reordenamiento económico.
d) La política de sustitución de importaciones.

Explicación:

Según lo estudiado durante esta Unidad, la estrategia económica de Luis Echeverría frente al agotamiento del desarrollo estabilizador buscaba fortalecer la participación directa del Estado ante una población inconforme y demandante, y también fortalecer las finanzas públicas por medio de empresas paraestatales y de un cobro más enérgico de impuestos. Se infiere que el modelo de desarrollo compartido se basó en fórmulas para recapitalizar al Estado.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso b.

La política neoliberal en México y la globalización (1982-2000)

A partir de 1983, la estrategia económica establecida en México por los llamados *gobiernos tecnócratas* ha consistido en una apertura comercial. Se trata de un modelo de inserción de México en la economía global, con base en cuatro criterios neoliberales.

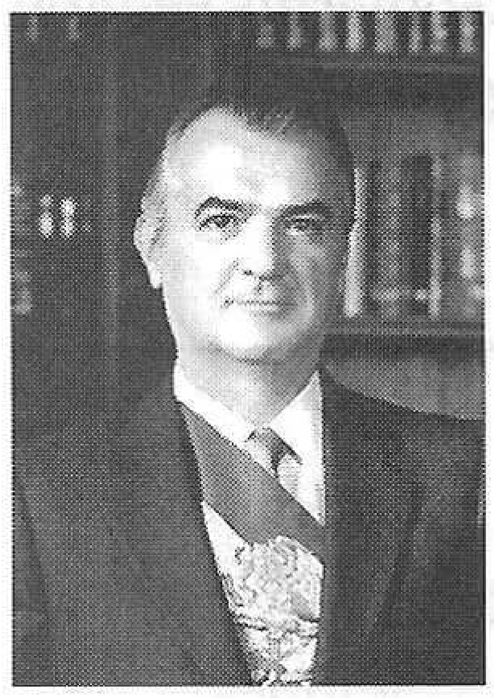
- La reducción sustancial de la participación económica del Estado.
- El fomento del capital privado y foráneo para fortalecer la privatización, conforme estándares como la productividad y la competitividad.
- La reconversión industrial, o empleo de nuevas tecnologías para consolidar la apertura comercial.
- Ajustes en la política laboral y en las tendencias del sistema educativo para fomentar la incorporación a la economía global.
- El fomento de acuerdos regionales de libre mercado entre México y otras economías.

Con base en los estándares de una filosofía empresarial, se enfatizan preceptos como la productividad, la competitividad y el *eficientismo*. Se considera que la empresa privada cumple mejor con esos valores que la empresa pública.

Esos criterios han sido establecidos por organismos como el Fondo Monetario Internacional, FMI, o el Acuerdo General de Aranceles y Comercio (GATT), posteriormente convertido en Organización Mundial del Comercio (OMC), y adoptados por Miguel de la Madrid, Carlos Salinas de Gortari, y los demás mandatarios actuales de México.

Entre los presidentes tecnócratas que impulsaron esa estrategia neoliberal, para abrir la economía mexicana al capital privado y foráneo, destacan Miguel de la Madrid, Carlos Salinas de Gortari, y Ernesto Zedillo Ponce, sucesivamente. Pero después de ellos, también los siguientes mandatarios, Vicente Fox Quesada, Felipe Calderón Hinojosa y Enrique Peña Nieto han sostenido las políticas neoliberales hasta la fecha.

▼ Gobierno de Miguel de la Madrid Hurtado (1982 a 1988)



Miguel de la Madrid Hurtado

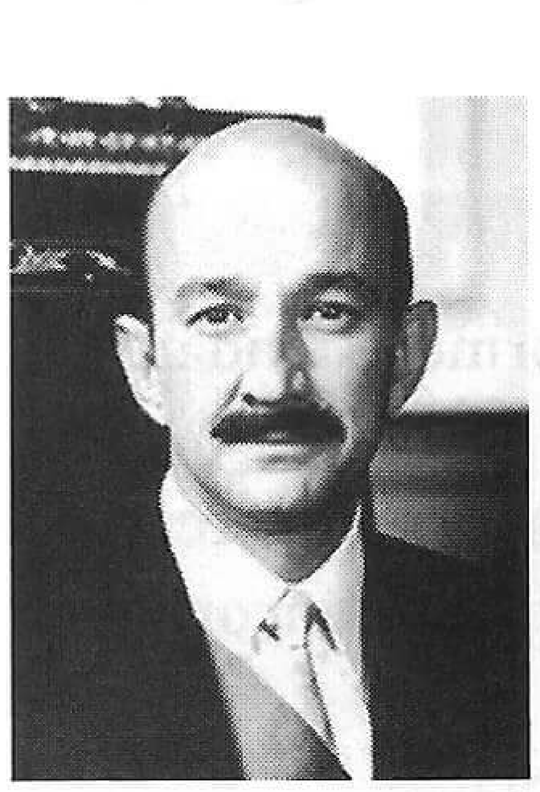
Al comenzar su mandato presidencial, Miguel de la Madrid se refirió a una campaña de renovación moral contra la corrupción. Se considera a Miguel de la Madrid, 1982 a 1988, como el primero de los tecnócratas, pues con su gobierno se inició un reordenamiento económico consistente en la venta de paraestatales a capital privado, proceso definido como desregulación. Así, a partir de 1984, el Estado transfirió a *sus socios privados* empresas filiales de Nacional Financiera, Nafinsa, y del Banco Mexicano Somex; es el caso de industrias como Dirona, Dicona, Forjamex, Sosa Texcoco, y otras más. Aglutinadas en Sidermex, la Siderúrgica Lázaro Cárdenas-Las Truchas, Altos Hornos de México, y Fundidora Monterrey, fueron rematadas por Miguel de la Madrid.

Y conforme a los estándares neoliberales, se impulsó el proceso de reconversión tecnológica, pues se abrieron las fronteras mexicanas para la llegada de la industria maquiladora y se ampliaron las telecomunicaciones mediante la inauguración del satélite Morelos en 1986, año en que México se incorporó al Acuerdo General de Aranceles y Comercio (GATT), y en el que se realizó el Mundial de futbol en este país.

Un año antes, en 1985, los sismos de septiembre habían destruido, parcialmente, la Ciudad de México y dejado su huella en la memoria de los capitalinos.

Durante el proceso electoral de 1988, se suscitó un complicado y controvertido resultado, pues al realizar el cómputo de votos, la Secretaría de Gobernación —que entonces controlaba el procedimiento— anunció que *se le había caido el sistema*. En esas circunstancias suspicaces, el Frente Cardenista de Reconstrucción Nacional, así como el Partido Acción Nacional, el PAN, y otros partidos de oposición impugnaron y calificaron de *fraude electoral* al triunfo del candidato priísta, Carlos Salinas de Gortari, quien finalmente fue declarado por el Congreso de la Unión como *presidente electo*.

▼ Gobierno de Carlos Salinas de Gortari (1988 a 1994)



Carlos Salinas de Gortari

Al asumir la presidencia de la República a finales de 1988, Carlos Salinas de Gortari anunció la creación del Programa Nacional de Solidaridad (Pronasol) y apoyos populares en vivienda, escuelas, alimentación, salud, electrificación, agua potable, reforestación, infraestructura agropecuaria, créditos, procuración de justicia, y en proyectos culturales comunitarios. Adicionalmente se anunció la creación del Consejo Nacional para la Cultura y las Artes (Conaculta) a finales de 1988, del Instituto Federal Electoral (IFE), y de la Comisión Nacional de Derechos Humanos (CNDH) en 1990.

Con Carlos Salinas de Gortari, el modelo neoliberal alcanzó su apogeo. Promovió la privatización de Teléfonos de México (Telmex) a Grupo Carso en 1990, y de la televisora pública Imevisión (Instituto Mexicano de Televisión), adquirida en 1992 por el empresario Carlos Salinas Pliego, fundador de TV Azteca.

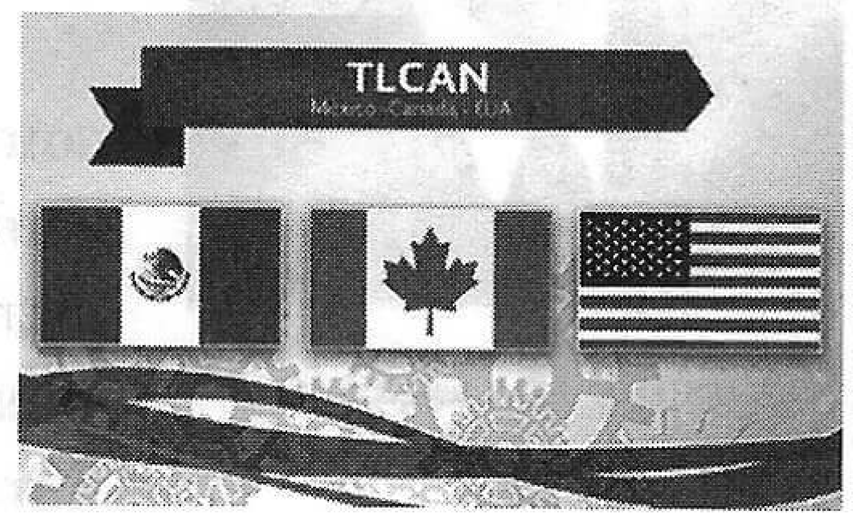
La industria azucarera, al igual que Fertilizantes Mexicanos (Fertimex) y otras paraestatales fueron privatizadas por el gobierno de Salinas entre 1991 y 1992.

El caso de la banca pública representa un proceso de reprivatización, opuesto a la nacionalización que en 1982 decretara el presidente José López Portillo. Fue hacia 1990 que Carlos Salinas de Gortari autorizó la transferencia de 18 bancos del Estado a capital privado (no foráneo), por un monto aproximado de 10 000 millones de dólares. En los siguientes años, los bancos reprivatizados se endeudaron con el Fondo Bancario de Protección al Ahorro (Fobaproa) y con el Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB), por lo cual fue necesario practicar un rescate bancario, mismo que realizó posteriormente el presidente Ernesto Zedillo hacia 1995.

En otros rubros, Carlos Salinas de Gortari promovió en 1992 una reforma al artículo 27 constitucional para privatizar las tierras ejidales, La consigna era capitalizar al campo mexicano e incorporarlo de lleno en la esfera de la economía global.

➤ El TLCAN

En 1994 entró en vigor el Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN), mediante el cual México, Canadá y Estados Unidos generaban una dinámica relación comercial con base en la reducción o cancelación de impuestos aduaneros o aranceles entre los tres países firmantes. Ese mismo año estalló la guerrilla impulsada por el Ejército Zapatista de Liberación Nacional (EZLN), movimiento armado, cuya lucha se justificaba en defensa de la tierra y de la autonomía indígena en Chiapas.

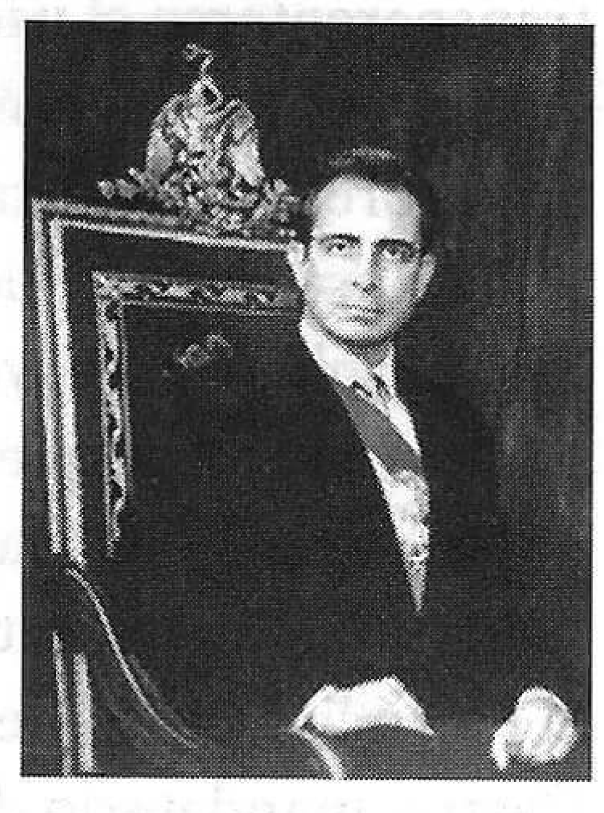


Tratado de Libre Comercio de América del Norte

Como corolario de una situación política y socialmente inestable para la vida nacional en tiempos del presidente Carlos Salinas de Gortari, el asesinato del candidato oficial del PRI, Luis Donaldo Colosio —ocurrido el 23 de marzo de 1994— y posteriormente el de Mario Ruiz Massieu, suscitaron un clima electoral de muchísima tensión ese año y un abstencionismo sintomático previo al triunfo del nuevo candidato priísta, Ernesto Zedillo Ponce de León, electo para el periodo 1994-2000.

▼ Gobierno de Ernesto Zedillo (1994 a 2000)

Recién iniciado el mandato de Ernesto Zedillo, la economía del país se vio gravemente lastimada por los llamados *errores de diciembre* de 1994, pues la deuda contraída por el gobierno anterior se basaba en pagos a corto plazo y la liquidez de dichos pagos *tomó por sorpresa* al nuevo gobierno. Se descapitalizó el país, y los efectos de esa crisis se resintieron en otras economías latinoamericanas (*efecto tequila*).


Ernesto Zedillo Ponce

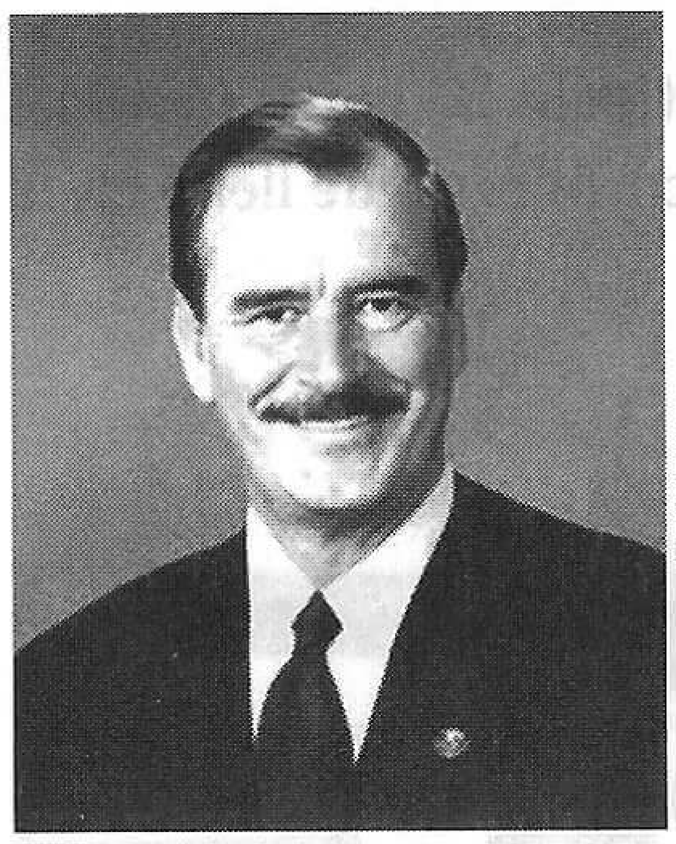
El 20 de diciembre de ese año, Jaime Serra Puche, secretario de Hacienda dio a conocer oficialmente la devaluación de la moneda. El déficit público, las presiones inflacionarias y la crisis bancaria que arrastró a los deudores en los siguientes meses fueron crudas expresiones del severo desajuste financiero de México. Con el propósito de realizar un rescate bancario, se inició la aplicación de los recursos del Fondo Bancario de Protección al Ahorro (Fobaproa), de las Unidades de Inversióo (UDIS),

Por otra parte, la prolongación del conflicto zapatista —a pesar de haberse firmado los Acuerdos de San Andrés, Larraizar e integrado una Comisión para la Concordia y la Pacificación en Chiapas, la Cocopa— para proteger los derechos, la autonomía y la cultura de los pueblos indígenas, se agravó después de la matanza de la población de Acteal, Chiapas, en diciembre de 1997, y de un nuevo brote armado en Guerrero, ahora impulsado por el Ejército Popular Revolucionario, EPR.

En septiembre de 1998, otra devaluación causó el incremento del dólar a 10.73 pesos. El impacto provocado a la economía y al ingreso popular se agravó cuando la Suprema Corte de Justicia determinó como legal el cobro de intereses bancarios sobre intereses, *exponenciando* la ruina de los deudores. Organizaciones civiles como el Barzón iniciaron la protesta contra dicho mecanismo de cobro.

En 1999 se instrumentó un proyecto para modificar el reglamento interno de la Universidad Nacional Autónoma de México, la UNAM, conforme lo cual, se proponía incrementar las cuotas a los estudiantes y transferir al Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (Ceneval), la elaboración y aplicación de exámenes de ingreso a la licenciatura de la *Máxima casa de estudios*. Entonces estalló la huelga para impedir una *eventual privatización* de la UNAM.

▼ Gobierno de Vicente Fox Quesada (2000 a 2006)



Vicente Fox Quesada

El panorama nacional que antecedió al proceso electoral del 2000 fue propicio para la derrota del PRI y favorable para el triunfo del candidato panista, Vicente Fox Quesada, en un acto aparentemente benéfico para la *alternancia democrática* en el país.

Al inicio de su régimen, Vicente Fox impulsó medidas fiscales para promover el IVA en alimentos, medicinas y libros, pero el rechazo generalizado llevó al fracaso tales mecanismos.

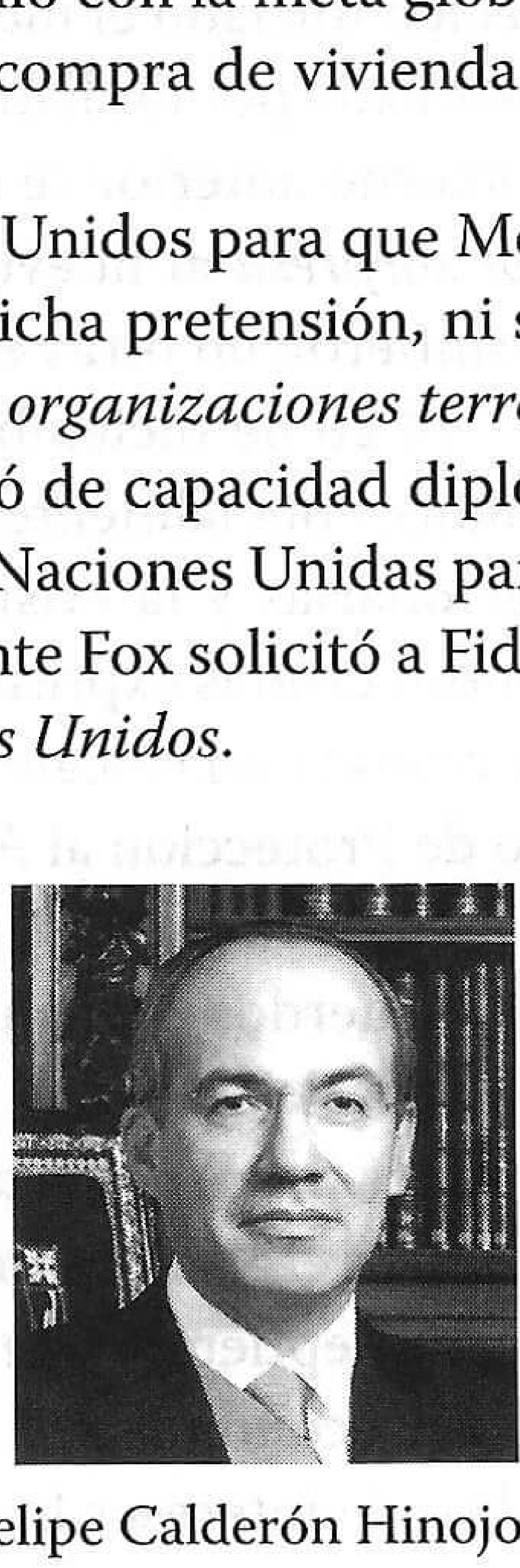
En el 2001, el presidente Fox creó la Agencia Federal de Investigación (AFI), para combatir delitos federales como el secuestro, tráfico de drogas, la delincuencia organizada, así como los delitos electorales. Sin embargo, en los siguientes años, se incrementaron las organizaciones delictivas dedicadas al robo, el asesinato, el secuestro, la extorsión, el narcotráfico y el lavado de dinero. Incluso se agudizó la infiltración del crimen organizado al interior de las instituciones de gobierno, por lo que se mermó la capacidad del Estado para mantener la seguridad pública.

La eventual construcción de un nuevo aeropuerto a las afueras de la capital fue también improductiva, pues los campesinos comuneros de San Salvador Atenco en el Estado de México realizaron movilizaciones contra dicha iniciativa. La represión ejercida contra los comuneros inconformes fue contraproducente para el gobierno de Vicente Fox, por lo cual tuvo que cancelar dicho proyecto.

Entre 2000 y 2006, el crecimiento económico de México fue de 3.2% (muy por debajo del pronóstico prometido por Vicente Fox de 7%), mientras que la deuda contratada alcanzó la cifra de 603 mil millones de pesos. Otra deficiencia ocurrida durante el mandato de Fox fue la aplicación del programa Enciclomedia, al fracasar la cobertura que pretendía abarcar todos los grados de educación primaria y secundaria, y sin que pudiera transparentarse el uso de 4 mil 857 millones de pesos para dicho fin. Tampoco se cumplió con la meta global de otorgar 80 mil créditos para sufragar los gastos de enganche y escrituración para la compra de vivienda a profesores normalistas.

La política exterior de Vicente Fox se distinguió por rechazar la petición de Estados Unidos para que México aprobara y apoyara la acción multinacional contra Irak, pues la ONU no autorizó dicha pretensión, ni se pudo comprobar que esa nación árabe fabricara armas químicas ni que fuera refugio de *organizaciones terroristas* como lo señalaba el presidente George W. Bush. Sin embargo, Vicente Fox careció de capacidad diplomática ante países latinoamericanos como Cuba y Venezuela. Durante la Cumbre de las Naciones Unidas para el Financiamiento y el Desarrollo, celebrada el mes de marzo de 2002, el presidente Vicente Fox solicitó a Fidel Castro, mandatario de Cuba, *que se retirase para no importunar al presidente de Estados Unidos*.

▼ Gobierno de Felipe Calderón Hinojosa (2006 a 2012)



Felipe Calderón Hinojosa

El gobierno de Felipe Calderón Hinojosa se planteó desde su inicio en diciembre del 2006 impulsar el empleo, combatir al narcotráfico y agilizar el diálogo con el Congreso de la Unión para fomentar reformas urgentes en materia fiscal, electoral, energéticos y en la Ley del ISSSTE. Pero numerosos sindicatos agremiados al ISSSTE expresaron su rechazo a cambios que consideraban lesivos para los derechos, la seguridad y el futuro de los pensionados.

Felipe Calderón estableció en su Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012, cinco ejes de acción:

- La seguridad nacional como fundamento del Estado de derecho.
- La competitividad económica.
- La generación de empleos y la igualdad de oportunidades.
- El desarrollo sustentable a favor del medio ambiente.
- La democracia efectiva y responsabilidad en materia de política exterior.

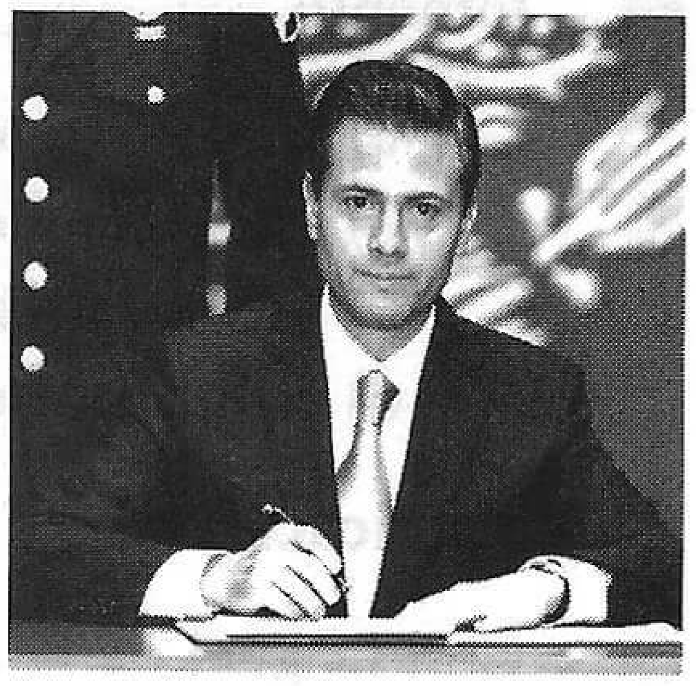
La estrategia nacional de seguridad adoptada por Felipe Calderón declaró la guerra contra el narcotráfico, para lo cual utilizó a las fuerzas armadas en operativos especiales, pero generando con ello el incremento de la violencia y un saldo aproximado de 65 mil muertos entre 2006 y 2012.

Conforme cifras oficiales proporcionadas por el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (Coneval), los índices de pobreza en México registraron un aumento de 48 millones 838 mil en el 2008 a 51 millones 993 mil habitantes en dicha situación para el 2010. Y a pesar de proclamarse como *el presidente del empleo*, el gobierno de Felipe Calderón registró una tasa de desocupación de 1.4 más alta que la del sexenio anterior.

Afectada por la crisis internacional de 2008 y 2009, la economía mexicana registró una contracción de 10.4%, es decir, una sustancial desaceleración. Así, el Producto Interno Bruto durante el sexenio de Felipe Calderón fue de 1.9%, aproximadamente. Por otra parte, la inflación se mantuvo moderada, aproximadamente entre 3 y 4.5% anual en promedio.

En el ámbito de la educación pública, entre 2006 y 2012 el *gobierno calderonista* construyó 1 100 planteles para bachillerato y 96 campus para licenciatura en todo el país. Además se fomentó el sistema de educación abierta y a distancia, mediante el acuerdo 286 entre la SEP y diversos organismos de educación media superior, dando cobertura a 1 millón de estudiantes de los niveles medio superior y superior.

▼ Gobierno de Enrique Peña Nieto (2012 a 2018)


Enrique Peña Nieto

En el sentido de una misma política neoliberal que han implementado los gobiernos de México a partir de 1983, y a más de dos décadas de iniciada la apertura comercial del país, la tendencia actual dentro y fuera del territorio nacional enfrenta algunas dificultades con relación a nuevas actitudes proteccionistas que algunas naciones poderosas como Inglaterra y Estados Unidos han asumido en los últimos años.

El gobierno de Enrique Peña Nieto inició con un *Pacto por México*, establecido entre la Presidencia y varios partidos políticos: PRI, PAN, PRD. Se buscó fortalecer la cooperación y la estabilidad para atender asuntos nacionales.

Entre las principales reformas estructurales promovidas por el presidente Enrique Peña, destacan:

- La reforma laboral, para flexibilizar la contratación eventual o incluso por horas.
- La reforma educativa, basada en un Sistema Nacional de Evaluación Educativa, para evaluar la calidad, el desempeño y los resultados del sistema educativo nacional en todos sus niveles.
- La reforma en telecomunicaciones para fomentar la competitividad y la inserción de México en la *era digital*.
- La reforma financiera para fomentar la competitividad y el crédito bancarios.
- La reforma energética para atraer el capital privado y foráneo en la producción de petróleo, gas y electricidad, en aras de una mayor productividad y competitividad del sector.
- La reforma hacendaria, que eliminó el Impuesto Empresarial a la Tasa Única (IETU), así como el Impuesto a los Depósitos en Efectivo (IDE), pero agregó el cobro del IVA a la compraventa de inmuebles, y otro al consumo de productos azucarados, y uno más a las utilidades de la Bolsa de Valores.

Aunque dicho gobierno logró modificar nuevamente al artículo 27 constitucional para abrir la generación de petróleo y de energía eléctrica a empresas privadas y extranjeras, esta reforma energética contrasta, sin embargo, con dos principales factores. Por un lado, con la resistencia interna por parte de opositores y de sectores sociales que rechazan las políticas neoliberales por considerarlas lesivas para la economía del país, para los intereses laborales y para amplias capas de la población. Por otra parte, con la postura hermética del actual presidente de Estados Unidos, Donald Trump, quien ha endurecido la política fronteriza y la relación económica de ese país con México y con el resto del mundo.

El 7 de septiembre de 2017, un sismo de 8.2 grados dejó un saldo de 100 personas fallecidas y cuantiosos daños a comunidades en Chiapas, Oaxaca y Tabasco, según cifras oficiales. Pero otro grave sismo de magnitud 7.1 grados el 19 de septiembre afectó severamente a la Ciudad de México, Morelos, Puebla, y otras entidades. Un aproximado de 369 personas muertas, cientos de heridos y damnificados y más de cinco mil inmuebles dañados —además de viviendas en distintos estados— fue el saldo de dicho siniestro.

Dadas las dificultades internas y externas de la nación actualmente, el gobierno de Peña Nieto ha seguido intentando sostener la apertura comercial de México, su inserción en la economía global y los cambios estructurales y constitucionales que se requieren para dichos fines. Graves dificultades como la violencia extrema y el deterioro de la seguridad que percibe la población en distintas regiones del país, la corrupción y la impunidad dentro y fuera de las instituciones políticas, los elevados niveles de pobreza aguda, es difícil saber qué rumbo político y económico tomará México en lo inmediato, si se mantendrán vigentes los estándares neoliberales, o si se revertirán esas tendencias próximamente.

Ejemplo de reactivo

Completa los espacios en blanco.

Criterios tecnócratas como la venta de empresas paraestatales, el ingreso de México al GATT y ____________________, corresponden al gobierno de Miguel de la Madrid, quien también fomentó ____________________.

a) la expropiación de la Banca/la política de unidad nacional
b) el desarrollo estabilizador/la sustitución de importaciones
c) firma del TLCAN/la creación de empresas del Estado
d) la reconversión industrial/la llamada renovación moral

Explicación:

Con Miguel de la Madrid se inició la apertura comercial de México con base en criterios neoliberales como la privatización de la economía, razón por la cual se fomentó la venta de empresas de participación estatal, así como el empleo de nuevas tecnologías, por ejemplo las telecomunicaciones (y con ello la adquisición del Satélite Morelos en 1986), o las maquiladoras en la frontera norte de México. Se define como *tecnócratas* a gobiernos que, como el de Miguel de la Madrid u otros, sustentaron esa apertura económica. Pero no se olvida que la política de renovación moral tenía de frente el reto de contrarrestar la corrupción, al menos de reducir sus graves consecuencias políticas y económicas.

Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Identifica algunas características del *Milagro mexicano* (1940 a 1970).

   I. Auge económico industrial de México
   II. Modelo económico socialista muy productivo
   III. Tendencia del Estado a la privatización
   IV. Crecimiento hacia adentro superior a 6%
   V. Política de sustitución de importaciones

   a) I, IV y V   b) II, III y IV   c) III, IV y V   d) II, IV y V

2. Hablar sobre una política de sustitución de importaciones a inicios de la década de 1940 en México, significa…

   a) la aplicación de medidas globales de corte neoliberal para lograr un crecimiento compartido hacia adentro
   b) el rezago del mercado interno, la transferencia de sector público al capital privado y la apertura de fronteras
   c) la industrialización a gran escala, el crecimiento hacia adentro, y un régimen fiscal favorable a empresarios
   d) el reordenamiento económico del país conforme la venta de empresas paraestatales a la inversión foránea

3. La primera etapa del *Milagro mexicano* se define como la fase de sustitución de importaciones y se inició con…

   a) Lázaro Cárdenas   b) Manuel Ávila Camacho
   c) La fundación del IPN   d) El decreto de autonomía universitaria

4. ¿Qué posición asumió México ante la Segunda Guerra Mundial?

   a) Se adhirió a las potencias del Eje
   b) Adoptó una política de *Guerra fría*
   c) Pasó de la neutralidad al rompimiento con el Eje
   d) Declaró la guerra a los países aliados

5. Una referencia histórica durante el gobierno de Manuel Ávila Camacho es:

   a) la estrategia económica basada en el crecimiento compartido
   b) la declaración de la guerra al Eje Berlín-Roma-Tokio
   c) la paridad entre la plata y el dólar americano de cuatro pesos mexicanos
   d) el rompimiento de relaciones diplomáticas con los aliados

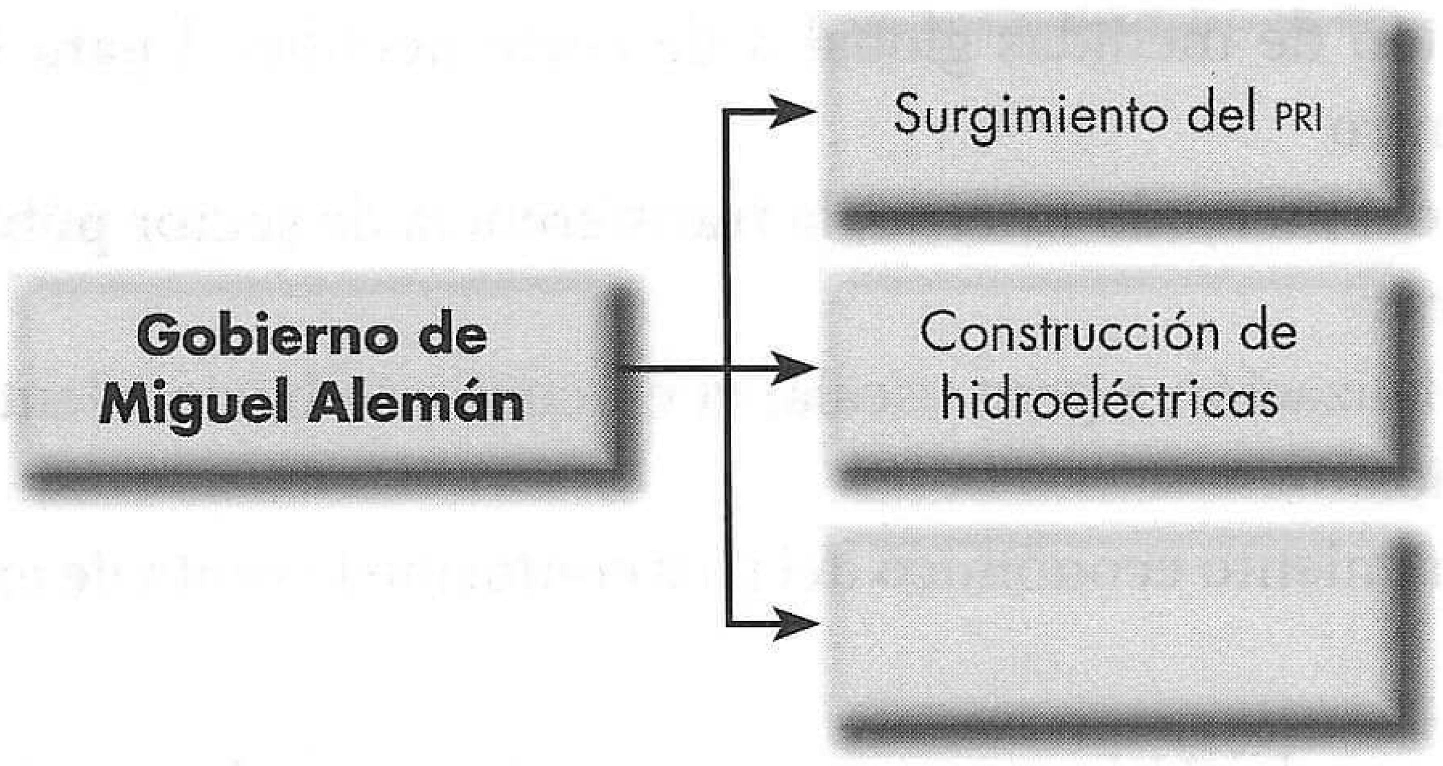
6. La política de unidad nacional fue adoptada por el presidente Manuel Ávila Camacho, y se relaciona con el contexto histórico de la Segunda Guerra Mundial. ¿Cuál fue una de sus características fundamentales?

   a) La *colaboración patriótica* para las decisiones del Poder Ejecutivo
   b) La adopción de los ideales nazistas en la educación pública
   c) El reordenamiento económico con base en criterios neoliberales
   d) La aproximación de México a regímenes de tendencia totalitaria

7. La fabricación en México de bienes de capital para sustituir importaciones, la campaña nacional de alfabetización y la fundación del IMSS, así como la política de unidad nacional son referencias que distinguieron al gobierno de...
   a) Manuel Ávila Camacho
   b) Miguel Alemán
   c) Adolfo Ruiz Cortines
   d) Adolfo López Mateos

8. Con el gobierno de Miguel Alemán (1946 a 1952) continuó el modelo de sustitución de importaciones mediante el fomento empresarial, por ejemplo:
   a) la creación de una Confederación de Trabajadores de México, la CTM
   b) la venta de las empresas públicas a inversionistas de otros países
   c) la fundación de Pemex y la expropiación de la industria eléctrica
   d) el surgimiento de Telmex y de Diesel Nacional, ambas privadas

9. Analiza el siguiente esquema y señala en cuál inciso se describe la opción que lo complementa correctamente:



   a) Creación del Sistema de Transporte Colectivo, Metro
   b) Inauguración del Palacio de Bellas Artes
   c) Construcción de la Ciudad Universitaria
   d) Fundación de la Secretaría de Educación Pública

10. Completa correctamente el espacio en blanco.
    Durante el mandato de ______________________ ocurrió una devaluación de la moneda mexicana hacia 1954.
    a) Miguel Alemán Valdés
    b) Adolfo Ruiz Cortines
    c) Adolfo López Mateos
    d) Gustavo Díaz Ordaz

11. Un decreto que corresponde al gobierno de Adolfo Ruiz Cortines es:
    a) La nacionalización de la energía eléctrica
    b) La construcción de la Ciudad Universitaria
    c) El decreto de voto femenino
    d) La reprivatización de la banca

12. Aunque el crecimiento económico del país durante la etapa del desarrollo estabilizador fue relativamente lento, ¿cuál fue alguna de sus ventajas?
    a) La incorporación de México a los mercados globales
    b) La autosuficiencia en materias tecnológica y alimentaria
    c) La reactivación del mercado interno y los ajustes salariales
    d) La creación de empresas paraestatales a gran escala

13. ¿Cuáles de los siguientes hechos se realizaron durante el gobierno de Adolfo López Mateos?

    I. La fundación del Instituto Mexicano del Seguro Social
    II. La nacionalización de la industria eléctrica
    III. La aplicación de un Impuesto Empresarial de Tasa Única
    IV. Algunos organismos asistenciales como el INPI, la Conasupo, el ISSSTE y la Conaliteg
    V. La creación de empresas como Sosa Texcoco, Altos Hornos de México, Televisa y el Nacional Monte de Piedad

    a) I y V b) III y IV c) III y V d) II y IV

14. La reincorporación de la franja territorial de El Chamizal y el reconocimiento del régimen socialista adoptado por Cuba, son referencias de la política exterior mexicana durante el mandato de...
    a) Adolfo Ruiz Cortines
    b) Adolfo López Mateos
    c) Gustavo Díaz Ordaz
    d) Javier García Robles

15. No son referencias correspondientes al régimen presidencial de Adolfo López Mateos:
    a) el ISSSTE y el Hospital 20 de Noviembre
    b) los desayunos y meriendas en escuelas públicas
    c) La Conaliteg y la expropiación de la industria eléctrica
    d) la tenencia vehicular y el Sistema de Transporte Colectivo

16. La expropiación de yacimientos minerales, la masacre estudiantil de 1968, la creación del Sistema de Transporte Colectivo y el Tratado de Tlatelolco fueron acontecimientos distintivos durante el gobierno de...
    a) Miguel Alemán
    b) Adolfo López Mateos
    c) Gustavo Díaz Ordaz
    d) Luis Echeverría

17. Mediante el Tratado de Tlatelolco y la creación del Organismo para la Proscripción de Armas Nucleares en América Latina, Opanal...
    a) Adolfo López Mateos recuperó El Chamizal y se adoptó la Doctrina Estrada
    b) Gustavo Díaz Ordaz justificó la represión de estudiantes en 1968
    c) México adquirió una Comisión Nacional de Energía Nuclear
    d) se buscó prevenir y erradicar la fabricación y uso de arsenal nuclear en América Latina

18. ¿Qué presidente de México aplicó los criterios del desarrollo compartido como la creación de empresas públicas y el incremento a las contribuciones fiscales para capitalizar e involucrar al Estado en la productividad económica?
    a) Gustavo Díaz Ordaz
    b) Luis Echeverría
    c) José López Portillo
    d) Miguel de la Madrid Hurtado

19. El gobierno de Luis Echeverría puso en vigor la estrategia económica conocida como:
    a) la sustitución de importaciones
    b) el desarrollo estabilizador
    c) el desarrollo compartido
    d) la apertura comercial

20. El auge de empresas paraestatales y el aumento al cobro de impuestos a actividades empresariales son características de...
    a) el desarrollo compartido
    b) el reordenamiento económico
    c) el *Milagro mexicano*
    d) los gobiernos tecnócratas

21. Una acción que distingue a la estrategia económica de José López Portillo durante su gobierno fue que:
    a) se aprovechó los altos precios del petróleo para impulsar la economía
    b) se modificó la *Constitución* a favor de las instituciones religiosas
    c) se estableció la neutralidad de la educación en México
    d) se delimitó la dependencia de los sindicatos a la tecnocracia

22. El mandato presidencial de José López Portillo tuvo como base una *petrolización* económica de México, además de...
    a) privatizar todos los bancos públicos y descapitalizar la producción agrícola
    b) fomentar una reconversión tecnológica y ofrecer empresas públicas al extranjero
    c) impulsar un Sistema Alimentario Mexicano y expropiar la industria bancaria
    d) sostener una alianza de libre comercio y la aplicación de aranceles globales
23. ¿Cuáles medidas implementadas durante el gobierno de José López Portillo perseguían un mayor desarrollo del sector agropecuario?
    a) La creación de un frente agropecuario y la propuesta del Plan de Desarrollo Industrial
    b) El establecimiento de leyes que favorecieron a la agricultura, así como la nacionalización del petróleo
    c) Las modificaciones a las leyes agropecuarias y el pago total de la deuda pública
    d) La creación del Sistema Alimentario Mexicano y de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos
24. ¿Cuál debe ser el orden cronológico de los siguientes presidentes de México?

    I. José López Portillo
    II. Miguel de la Madrid Hurtado
    III. Luis Echeverría Álvarez
    IV. Carlos Salinas de Gortari
    V. Gustavo Díaz Ordaz

    a) IV, II, I, III, V b) V, III, I, II, IV c) I, II, III, IV, V d) III, I, II, V, IV
25. Los presidentes que, por abrir la economía del país al capital extranjero, se les conoce como *tecnócratas* son:

    I. José López Portillo
    II. Miguel de la Madrid
    III. Carlos Salinas
    IV. Ernesto Zedillo
    V. Vicente Fox

    a) I, II y III b) II, III y IV c) I, III y V d) I IV y V
26. Entre los criterios neoliberales implementados en México durante las últimas décadas, destaca...
    a) la expropiación de televisoras y la aplicación de aranceles en las fronteras comerciales del país
    b) los programas asistenciales como el Seguro Popular, así como la rectoría económica del Estado
    c) el endurecimiento de tarifas aduaneras y una política migratoria cerrada a minorías raciales
    d) el fomento del capital foráneo, las nuevas tecnologías y los ajustes en el sistema de educación
27. Por el reordenamiento económico, la incorporación de México al Acuerdo General de Aranceles y Comercio (GATT), la reconversión tecnológica y la adquisición del satélite Morelos para fomentar el potencial de México en el área de las telecomunicaciones, se considera que...
    a) los presidentes tecnócratas fomentaron mecanismos para involucrar al Estado como rector de las políticas económicas
    b) el gobierno de Miguel de la Madrid marcó el inicio de la tecnocracia para fomentar el neoliberalismo en la economía mexicana
    c) la renovación moral de las instituciones y de la sociedad no fue nunca un criterio aplicado por los gobiernos tecnócratas
    d) el Estado intervencionista ha sido el principal promotor de la privatización y del desarrollo sustentable en el proceso de la desregulación

28. El Tratado de Libre Comercio entre México, Canadá y Estados Unidos se firmó durante el gobierno de...
    a) Miguel de la Madrid
    b) Carlos Salinas de Gortari
    c) Ernesto Zedillo Ponce
    d) Vicente Fox Quesada

29. ¿Cuál de las siguientes **no fue** una medida económica de corte neoliberal establecida por el gobierno de Carlos Salinas de Gortari?
    a) El decreto de expropiación de la banca
    b) La reforma constitucional al artículo 27 constitucional
    c) La firma del Tratado de Libre Comercio
    d) La transferencia de Telmex al Grupo Carso

30. *Los errores de diciembre*, el rescate bancario con recursos del Fobaproa y la matanza de Acteal, Chiapas, son datos o referencias con respecto al mandato presidencial de:
    a) Miguel de la Madrid
    b) Carlos Salinas de Gortari
    c) Ernesto Zedillo Ponce
    d) Vicente Fox Quesada

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4	Unidad 5	Unidad 6	Unidad 7	Unidad 8
1. b	1. d	1. c	1. a	1. d	1. b	1. c	1. a
2. a	2. b	2. c	2. b	2. b	2. c	2. b	2. c
3. d	3. a	3. a	3. d	3. d	3. b	3. d	3. b
4. c	4. b	4. b	4. c	4. c	4. d	4. c	4. c
5. b	5. c	5. d	5. a	5. c	5. d	5. b	5. b
6. c	6. d	6. b	6. a	6. c	6. c	6. a	6. a
7. c	7. b	7. d	7. d	7. d	7. a	7. b	7. a
8. d	8. b	8. d	8. c	8. a	8. b	8. a	8. d
9. b	9. c	9. a	9. b	9. c	9. a	9. c	9. c
10. c	10. a	10. d	10. d	10. a	10. c	10. a	10. b
11. b	11. b	11. b	11. c	11. b	11. d	11. b	11. c
12. a	12. b	12. a	12. a	12. c	12. d	12. d	12. c
13. a	13. c	13. b	13. a	13. a	13. b	13. d	13. d
14. c	14. a	14. c	14. d	14. d	14. d	14. c	14. b
15. d	15. a	15. c	15. a	15. a	15. d	15. b	15. d
16. d	16. b	16. a	16. b	16. c	16. a	16. a	16. c
17. b	17. a	17. c	17. c	17. b	17. c	17. b	17. d
18. a	18. c	18. d	18. d	18. d	18. c	18. b	18. b
19. b	19. d	19. c	19. d		19. a	19. a	19. c
20. c	20. b	20. c	20. b		20. d	20. d	20. a
21. d	21. b	21. b	21. a		21. a	21. d	21. a
22. b	22. d	22. a	22. c		22. b	22. c	22. c
23. c		23. a	23. a		23. b		23. d
24. c		24. a	24. d		24. c		24. b
25. b		25. d	25. a		25. b		25. b
26. d		26. c	26. d		26. d		26. d
27. c		27. b	27. b				27. b
28. a		28. c	28. b				28. b
29. b		29. a	29. c				29. a
30. d		30. c	30. b				30. c
31. a			31. b				
32. a			32. a				
33. b			33. c				
34. b			34. c				
35. d							

Bibliografía

ABOITES Aguilar, Luis, Pablo Escalante Gonzalvo, Bernardo García Martínez, Javier Garciadiego, *et al.* (2004). *Nueva historia mínima de México.* México: El Colegio de México.

AGUILAR, José Antonio, Alfredo Ávila, Aurora Gómez G. Soledad Loaeza, *et al.* (2010). *Arma la Historia.* México: SEP, SNTE y Conaliteg.

ALVEAR Acevedo, Carlos (2015). *Historia de México.* México: Editorial Limusa.

AYALA Anguiano, Armando (2003). *Historia esencial de México* (Tomos I al IV). México: Editorial Contenido.

BROM, Juan y Dolores Dubal H. (1998). *Esbozo de historia de México.* México: Grijalbo.

DE LA TORRE Herrera, Laura, Rosa María Parcero López, Lilia Estela Romo Medrano y Humberto Sánchez (2016). *Historia de México 2.* México: Pearson.

DELGADO de Cantú, Gloria (2015). *Historia de México, legado histórico y pasado reciente.* México: Pearson.

__________ (1992). *Historia de México, formación del Estado moderno.* México: Alhambra.

Enciclopedia Historia de México (1978). México: Salvat.

Enciclopedia Microsoft Encarta (2003).

GONZÁLEZ y González, Luis (2010). *Viaje por la historia de México.* México: Clío-SEP-INAH-Conaculta.

KRAUZE, Enrique (1994). *Siglo de caudillos.* México: Tusquets.

MÉNDEZ M., Silvestre (1994). *Problemas económicos de México* (3a ed.). México: McGraw-Hill.

MIRANDA Basurto, Ángel (2004). *La evolución de México.* México: Porrúa.

PAZOS, Luis (1993). *Historia sinóptica de México.* México: Diana.

PÉREZ Monroy, Antonio (enero 2015). La sociedad de Castas en la Nueva Espana. Revista *Algarabía.*

SCHETTINO Yáñez, Macario (2008). *México: Problemas sociales, políticos y económicos.* México: Pearson.

SILVA Herzog, Jesús (1972). *Breve historia de la Revolución Mexicana* (Tomos I y II). México: Fondo de Cultura Económica.

(2016). *Historia de México 2.* México: Pearson.

DELGADO de Cantú, Gloria (2013). *Historia de México, legado histórico y pasado reciente.* México: Pearson.

________ (1992). *Historia de México, formación del Estado moderno.* México: Alhambra.

Enciclopedia Historia de México (1978). México: Salvat.

Enciclopedia Microsoft Encarta (2002).

GONZÁLEZ y González, Luis (2010). *Viaje por la historia de México.* México: Clío-SEP-INAH-Conaculta.

KRAUZE, Enrique (1994). *Siglo de caudillos.* México: Tusquets.

MÉNDEZ M., Silvestre (1996). *Problemas económicos de México* (3a ed.). México: McGraw-Hill.

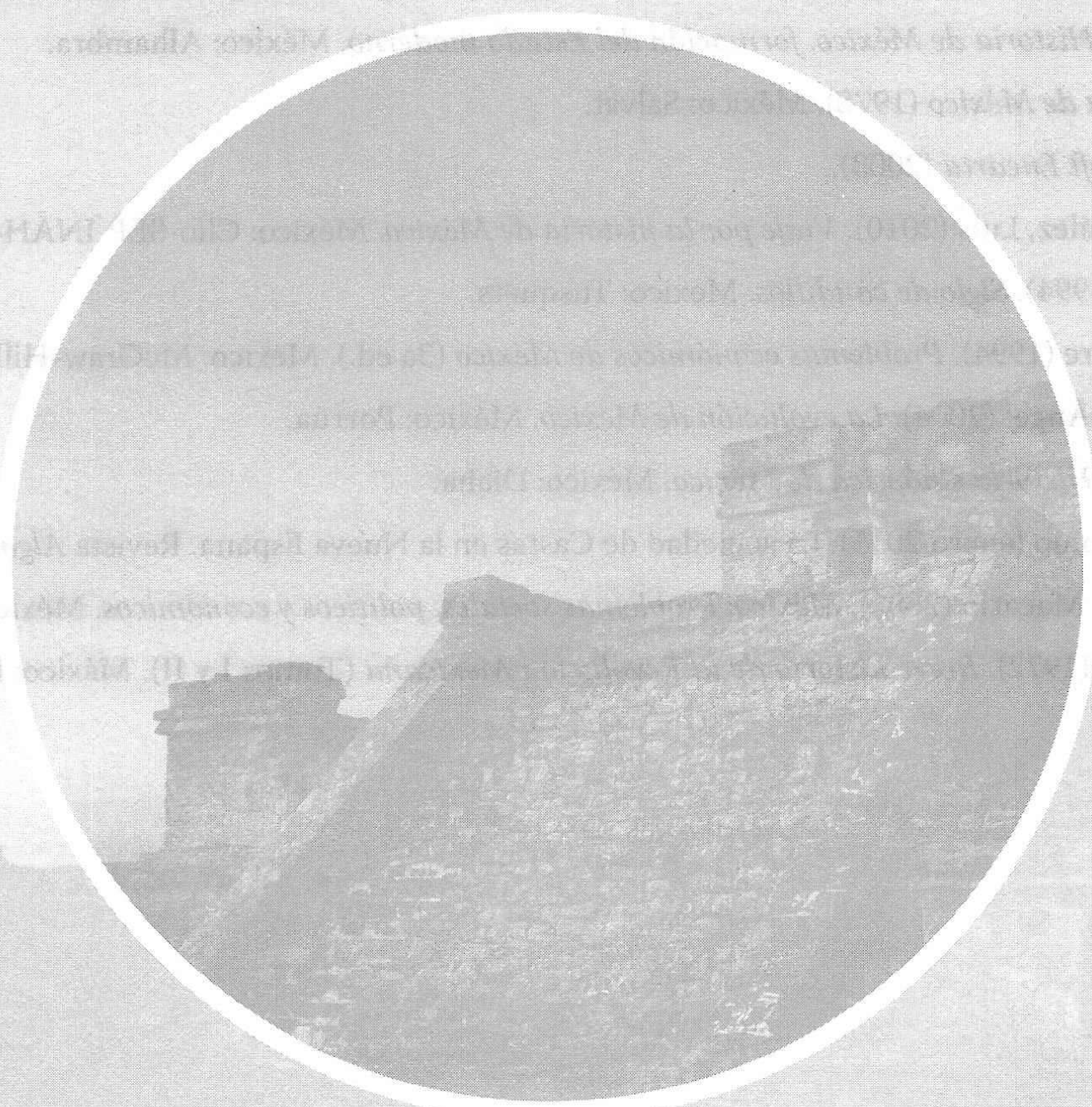
MIRANDA Basurto, Ángel (2008). *La evolución de México.* México: Porrúa.

PAZOS, Luis (1998). *El Gobierno y la inflación.* México: Diana.

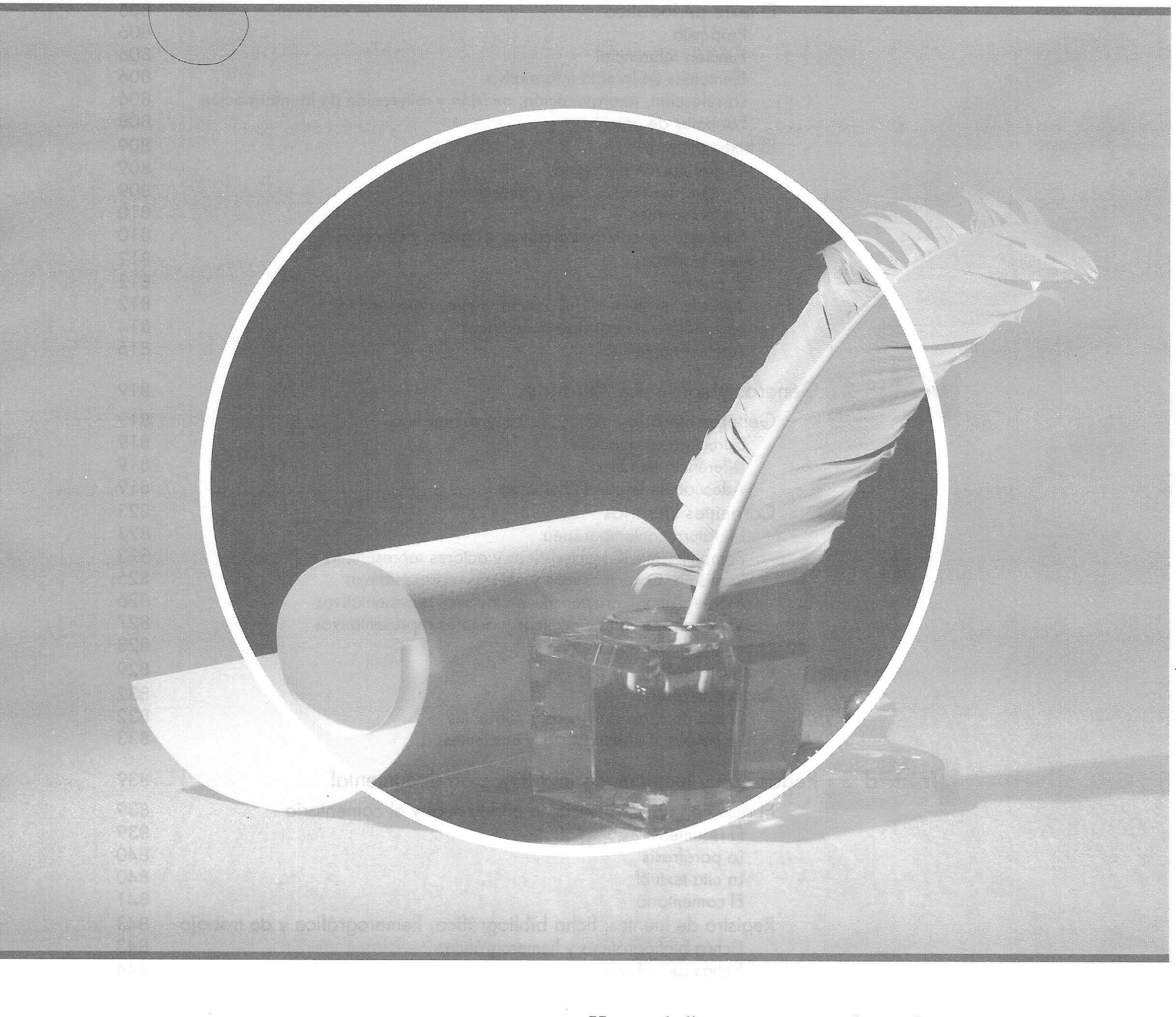
PÉREZ Monroy, Antonio Jerónimo. La sociedad de Castas en la Nueva España. Revista *Algarabía.*

SCHETTINO Yañez, Macario (2003). *Cien años de confusión. México en el siglo XX.* México: Taurus.

SILVA Herzog, Jesús (2011). *Breve historia de la Revolución Mexicana* (Tomos I y II). México: Fondo de Cultura Económica.



LITERATURA



Hemos de ligar un gran pasado con lo que queremos
que sea el gran futuro de México y de América.

Diego Rivera

Contenido

LITERATURA

Unidad 1 El texto

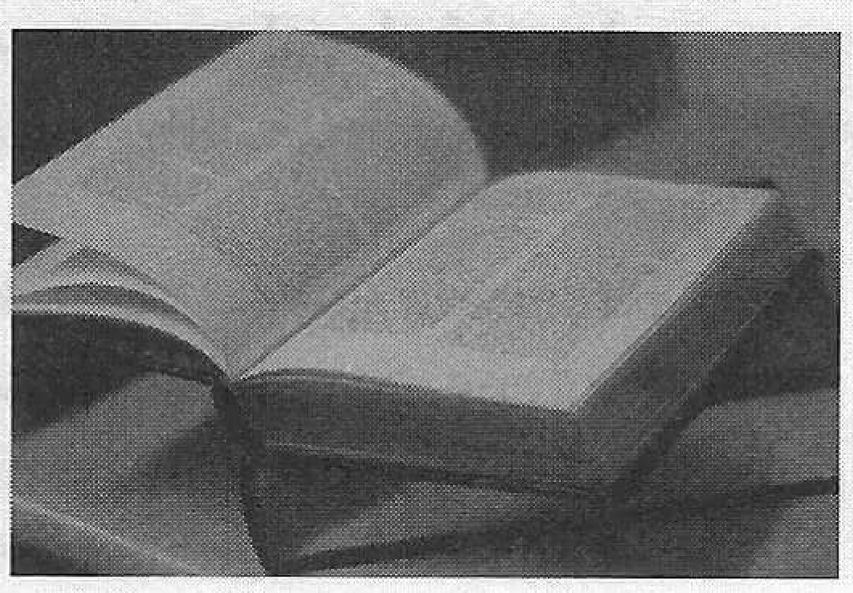
Unidad 2 Géneros y corrientes literarias

Unidad 3 Redacción y técnicas de investigación documental

Objetivo: el estudiante identificará las propiedades de un texto, así como los elementos inherentes a los textos periodísticos, dramáticos y poéticos.

Propiedades del texto: propósito, adecuación, cabalidad, coherencia, organización textual y disposición espacial

Se llama *texto* a cualquier mensaje visual, auditivo o mixto que surge de una situación e intención comunicativa. Un texto puede ser una palabra o un libro.



Por tanto, un texto es una representación gráfica del discurso, o bien, la concretización de nuestros pensamientos, sus propiedades son:

Propósito: es la intención determinada, voluntaria y deliberada que tiene el autor para dirigir su obra.

Adecuación: significa que el contenido de la obra debe estar de acuerdo con una realidad determinada, que las ideas vayan en función de la finalidad de la obra.

Cabalidad: hace referencia a la lógica del texto.

Coherencia: las ideas deben seguir una secuencia lógica, congruente.

Organización textual: todo texto debe llevar un orden de ideas, una estructura de manera lógica para cumplir su función.

Disposición espacial: se refiere a la adecuada distribución de los espacios, los sangrados y las justificaciones.

Relación entre la función lingüística y su organización textual

Un texto que está adecuadamente escrito reúne las siguientes características:

- Presenta un esquema de desarrollo apropiado.
- Contiene la información necesaria y pertinente.
- El léxico y la sintaxis son acordes con la intención comunicativa.

Un texto será inadecuado cuando se omita alguna información que el lector necesita para comprenderlo o emplee un esquema de presentación inapropiado.

Texto es todo discurso escrito en párrafos que gira alrededor de un tema o asunto. El tema podrá estructurarse de la siguiente manera: introducción, desarrollo y conclusión.

La adecuación de un texto tiene sus bases en las marcas textuales, con ellas se definen la forma, el contenido, la intención comunicativa, la estructura esquemática, el léxico y la sintaxis.

Cada palabra que utilizamos al construir un texto posee un significado exacto, que la define y distingue de los diversos significados que puede tener dependiendo de las circunstancias en las que se esté utilizando.

El contexto es lo que proporciona el significado a cada palabra; por ello, se debe considerar que la comunicación se produce en un espacio, tiempo, contexto y situación particulares. No es un hecho aislado, por el contrario, es un acto compartido y en él influyen diversas circunstancias que la determinan.

Ejemplos de reactivos

1. La disposición espacial adecuada de un texto, ______________, ______________, __________ son propiedades de los textos.

   a) integración, análisis y síntesis
   b) ortografía, gramática y sintaxis
   c) unidad, coherencia y distribución
   d) coherencia, adecuación e ideas completas

   Recuerda que se llama texto a cualquier mensaje visual, auditivo o mixto que surge de una situación e intención comunicativa. Un texto puede ser una palabra o un libro, siempre y cuando sea íntegro y posea sentido, coherencia y adecuación.

   Cuando a un texto no le falta información para ser comprendido, se dice que posee integridad, es decir, cuando sus distintos elementos tienen significado en una determinada intención y situación comunicativa. En un texto la coherencia existe cuando hay una correcta interrelación entre todas sus partes.

   Un texto que está adecuadamente escrito reúne las siguientes características:

   a) presenta un esquema de desarrollo apropiado
   b) contiene la información necesaria y pertinente
   c) el léxico y la sintaxis son acordes con la intención comunicativa

   Por lo anterior, la respuesta correcta es la opción d.

2. La disposición espacial se caracteriza por:

   a) la correcta ortografía, frases poco complejas y puntuación adecuada
   b) el lenguaje poco técnico, vocabulario accesible y acentuación correcta
   c) las frases con coherencia interna lógica, ideas que no se repitan y un tema central
   d) los elementos gráficos que identifiquen títulos y subtítulos, separación visible entre párrafos, márgenes visibles

   Ten presente que la disposición espacial hace referencia a la adecuada distribución de los espacios, sangrados y justificaciones.

   Cada texto que leemos tiene un propósito específico; por ello, cada una de las partes que lo integran tiene una función para el lector.

   La información importante puede detectarse fácilmente observando los siguientes elementos.

   Título

   Nos permite como lectores identificar el ámbito al que pertenece el texto.

Subtítulos

Se colocan después del título, le facilitan al lector la búsqueda de un punto específico del cuerpo del texto, con ello se evita leer todo el contenido.

Tema

Es la idea central de la que tratará nuestro texto, generalmente el tema se anuncia al lector desde el título.

Considerando la información previa, la respuesta correcta es el inciso d.

➤ Índice
Nos muestra el contenido del texto, se organiza considerando los títulos, el número de página donde se encuentran los temas y la sección o capítulo en la que se encuentra cada una de las partes que integran el texto.

➤ Apartados
Son las partes generales en las que se divide un texto, esto se hace con la finalidad de organizar el contenido.

➤ Imágenes o ilustraciones
Son las ilustraciones, fotografías o dibujos que se utilizan en los textos con la finalidad de reforzar visualmente el contenido que poseen los textos que leemos.

➤ Gráficas o tablas
Se utilizan para explicar visualmente los datos estadísticos que se expresan en los textos.

➤ Las negritas y las cursivas
La tipografía en negritas o cursivas se utiliza con la finalidad de resaltar textos, pueden ser títulos, palabras o contenido importante.

➤ Subrayado
El subrayado de títulos o palabras se usa para destacar una idea importante del resto del texto.

El texto periodístico

El *periodismo* es una disciplina que tiene como objetivo informar de los hechos más sobresalientes que ocurren en distintas partes del mundo y que interesan a la colectividad, ya sean asuntos locales, nacionales o internacionales.

La temática puede ser acerca de acontecimientos económicos, políticos, sociales, culturales o artísticos. En el periódico se debe emplear un lenguaje claro y sencillo, con la finalidad de que los escritos publicados sean fácilmente entendidos, buscando interesar siempre al lector. En un periódico la noticia o nota informativa es la que aparece con mayor frecuencia. Su importancia reside en que de ahí surgen los demás géneros periodísticos. Su característica esencial es la objetividad.



En la actualidad, los canales informativos son diversos. Es posible consultar desde los dispositivos móviles gran cantidad de canales informativos, periódicos, *podcast*, canales en vivo desde los cuales recibimos información noticiosa.

Tradicionalmente se consideró que el periódico impreso era la fuente informativa ideal, actualmente el periodismo impreso incorpora la digitalización a sus formatos para continuar informando de los acontecimientos locales, nacionales o internacionales más importantes.

▼ Propósito

El discurso periodístico tiene como objetivo informar y comentar los sucesos relevantes.

▼ Función referencial

El periodismo tiene en la noticia su forma más conocida. Para escribir un texto periodístico se utiliza la función referencial porque el contenido debe ser objetivo, accesible, veraz, preciso, sintético y confiable.

▼ Elementos de la nota informativa

La noticia habla de un hecho o suceso de interés colectivo, que sea actual y trascendental. Para poder comprender el sentido de la noticia, es necesario que su contenido dé respuesta a las siguientes preguntas acerca del hecho a informar.

- ¿Qué? El suceso, lo que ha pasado.
- ¿Quién? Sujeto de la información.
- ¿Cómo? El modo, la manera de llevarse a cabo el suceso.
- ¿Dónde? El sitio, el lugar donde ocurrió el suceso.
- ¿Cuándo? Es el factor tiempo (año, mes, día, hora, etcétera).
- ¿Por qué? La causa, la razón fundamental de lo que ha sucedido.

Las noticias generalmente son breves, directas e impersonales, sólo describen y relatan lo ocurrido sin incluir comentarios.

▼ La selección, jerarquización, omisión y reiteración de la información

➤ La selección

Cada instante, ocurren hechos en todas las latitudes, en el periodismo no todo se publica, a nuestras manos llegan los hechos que han sido seleccionados por su relevancia.

➤ La jerarquización

En cada medio informativo, se organizan los hechos que se van a comunicar; por ejemplo, en los periódicos veremos en la primera plana aquellas noticias de máxima importancia y las llamaremos *titulares.*

➤ La omisión

Lo que no comunicamos es una omisión, en el periodismo hay aspectos de un hecho que no se mencionan, las razones pueden ser diversas; por ejemplo, falsear la realidad o simplemente no hay el espacio suficiente para incluir todo lo que el periodista quisiera.

➤ La reiteración de la información

La reiteración, también llamada *redundancia,* es un recurso que todos utilizamos al momento de comunicarnos, se usa para remarcar los aspectos de la noticia que el lector debe recordar. Por ejemplo, reiterar la importancia de la acción social en los desastres naturales.

➤ La estructura esquemática del discurso periodístico

La estructura esquemática del discurso periodístico consiste en una serie de categorías jerárquicamente ordenadas, estas categorías son importantes porque organizan el proceso de lectura, comprensión y reproducción del discurso periodístico.

La nota informativa está constituida por:

- **Encabezado.** Es el título de la información. Su mensaje es breve y sirve para llamar la atención del lector. Se escribe con tipos de letra de mayor tamaño.
- **Entrada o lead.** Es el subencabezado o subtítulo. Su función es ampliar el encabezado o titular. Se escribe con tipos de letra de menor tamaño que los del encabezado.
- **Sumario o cuerpo de la noticia.** Es la información básica que se trata en la nota. Expone, de manera sintética, los elementos principales de la noticia.
- **Remate o cierre.** Es el último párrafo de la noticia, en él se encuentran los datos finales del suceso que motivó el texto.

Observa el ejemplo:

La Jornada → Periódico

CULTURA → Sección

Sábado 11 de noviembre de 2017, p. 29 → Fecha

Necesitan terapia jóvenes con *nomofobia*: experto
Genera síntomas de adicción
Afecta hasta a 80% de los usuarios
} Encabezado

No tenemos wifi. Hablen entre ustedes. Esta frase, que aparece en forma de broma en carteles de muchos cafés de la ciudad, podría resultar cada vez más real y menos humorística para obligar a sus clientes a levantar la mirada de las pantallas de sus teléfonos celulares y dirigir la palabra a quienes tienen enfrente.

Cada vez es más común ver en restaurantes, bares y hasta en cines a personas absortas en sus teléfonos o tabletas, o que interactúan con sus amigos y familiares durante horas, pero sólo mediante las redes sociales o las aplicaciones de mensajería instantánea.



} Entrada o lead

Este fenómeno llevó al siquiatra Gustavo Martos Alvidrez, especialista de los Servicios de Atención Psiquiátrica (SAP) de la Secretaría de Salud (Ssa), a estudiar la llamada nomofobia, es decir, el miedo de muchas personas a estar lejos de sus teléfonos celulares.

Derivado de la frase en inglés *no mobile phone*, la nomofobia puede incluso generar en los pacientes algunos síntomas parecidos a los que sufre un consumidor de sustancias adictivas, como el *craving* o deseo intenso de tener una nueva dosis.

De acuerdo con un estudio realizado por un centro de trastornos de ansiedad en Buenos Aires, existe un uso excesivo de dispositivos electrónicos en la población que va de los 18 a 25 años de edad, y entre 60 y 80 por ciento de dichos usuarios presenta una dependencia al uso de teléfonos celulares.

Martos explicó que en estos casos, la ansiedad del nomofóbico es una respuesta de anticipación involuntaria que presenta el organismo frente a diferentes estímulos, ya sean internos o externos, y que se acompañan de tensión corporal.

En lo que respecta a las nuevas tecnologías, los niños y adolescentes son una población extremadamente vulnerable para generar dependencia a ellas, por lo que es primordial la supervisión adecuada de los padres y así prevenir una futura adicción a las mismas.

} Cuerpo de la noticia o sumario

Por tal razón, Martos Alvidrez hizo un llamado para evitar que menores de dos años de edad estén en contacto con dispositivos móviles. En el sector que va de los 2 a 12 años de edad, se debe proporcionar un tiempo restringido de 15 a 45 minutos y después de los 12 años de edad se puede prolongar de una hora hasta los 90 minutos, pero siempre con la vigilancia de los padres.

El siquiatra comentó que el tratamiento que se le administra a un paciente con estas características es farmacológico, mediante ansiolíticos o antidepresivos si es necesario, o bien, mediante terapias conductivo-conductuales o sicoanalíticas.

Asimismo, llamó a imponer tiempos máximos para ocupar los medios electrónicos, pues es un hábito que se puede convertir en algo negativo y afectar la salud. } Remate

▼ Formatos de opinión

➤ Reportaje

Género periodístico que permite al reportero-periodista exponer su propio criterio de lo que ve, escucha o investiga. Además, el reportaje posee cualidades particulares, como recrear las descripciones y los comentarios a la manera de géneros narrativos de la Literatura, debe añadir los puntos de vista del que hace el reportaje, es un texto que requiere de conclusiones, y finalmente su estilo o forma de presentación puede adquirir modalidades múltiples y originales.

El reportero tiene la oportunidad de buscar el equilibrio entre los elementos objetivos que consigne y registre, y los elementos subjetivos que decida incluir.

➤ Editorial

Es un género periodístico expositivo, que consiste en un texto no firmado que explica, valora y juzga un hecho noticioso de especial importancia para la sociedad. En el editorial se refleja la opinión colectiva del grupo editorial que representa a un periódico, también puede expresar el juicio institucional formulado considerando la línea ideológica del medio del que se trate.

Ejemplos de reactivos

1. ¿Qué función de la lengua identifica al género informativo?

   a) Poético b) Emotivo c) Apelativo d) Referencial

   Ten presente que el periodismo tiene en la noticia su forma más conocida. Para escribir un texto periodístico se utiliza la función referencial porque el contenido debe ser objetivo, accesible, veraz, preciso, sintético y confiable.

   Por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. El editorial periodístico se define como un texto ____________.

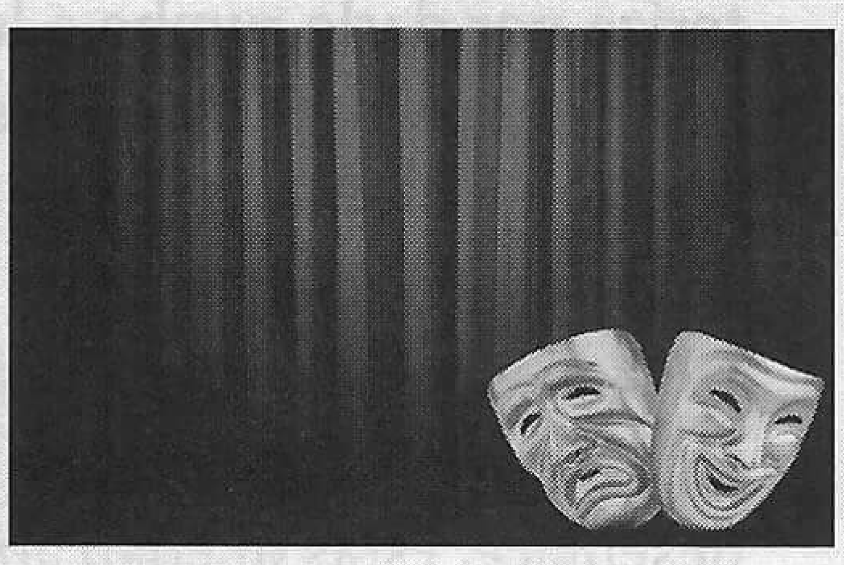
   a) Poético b) De opinión c) Informativo d) Interpretativo

   Recuerda que en el editorial se refleja la opinión colectiva del grupo editorial que representa a un periódico, también puede expresar el juicio institucional formulado considerando la línea ideológica del medio del que se trate.

   Por lo dicho previamente, la respuesta correcta es la opción b.

El texto dramático

Las obras teatrales se caracterizan por presentar sus temas en forma dialogada. Sus historias están relacionadas con las pasiones humanas y son representadas por personajes que crea el mismo autor. El final de la obra puede ser feliz o trágico, según el tópico que desarrollen y el subgénero al que correspondan, son obras creadas para ser representadas en un foro.



▼ Organización dialógica

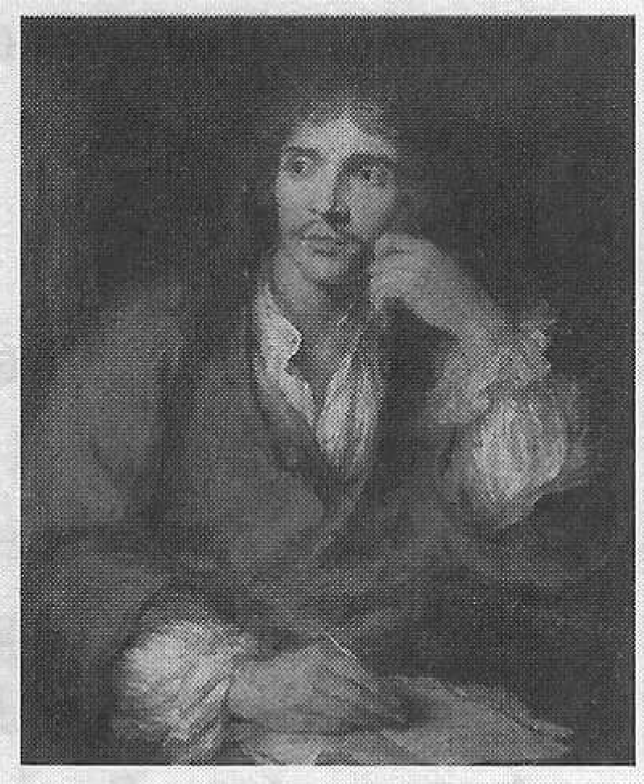
La organización dialogal es la forma que utiliza el autor para establecer su estilo. Hay diferentes formas de expresión que se pueden utilizar en una producción de género dramático. Entre éstas están:

Diálogo. Consiste en la exposición alternada de lo que dicen dos o más personajes.

Monólogo. Es cuando un personaje toma la palabra para hablar a un público indeterminado sin esperar una respuesta de ningún personaje.

Soliloquio. En esta forma de expresión un personaje lleva un parlamento individual es, como si pensara en voz alta, sin interesarle la comunicación.

Observa este ejemplo de diálogo.



El burgués gentilhombre

Moliere

JOURDAIN: ¡Señores! Diviértanme.
ANDRÉS: —¿Perdón...?
JOURDAIN: —Diviértanme pues. Sorpréndanme con algo gracioso, supongo que trajeron algo nuevo.
RICARDO: —Por supuesto que trajimos algo nuevo, pero no necesariamente gracioso, recuerde que usted pidió...
JOURDAIN: —Bueno, ¿y qué importa ahora lo que yo haya pedido? Da lo mismo. La vida es un carnaval señores. De verdad que lo siento mucho si tuvieron que esperar, pero les cuento que conseguí esta ropita deportiva que se supone me ayudaría con mis ejercicios...
RICARDO: —Igual nos pagan para esperar, no se preocupe.
JOURDAIN: —¡Bien! Porque nadie se va de aquí sin conocer mi nuevo traje que debe estar por llegar. —También me llegó esta batita. ¿Qué tal?
ANDRÉS: —Bella.
JOURDAIN: —¡¿Bella?!

El diálogo dramático está dividido en parlamentos, cada personaje tiene una serie de intervenciones en las que interactúa con otros actores. En el teatro, el autor hace que los personajes se expresen por sí mismos; por ello, el autor se convierte en un elemento ajeno a la historia.

▼ Acción: desarrollo, nudo y desenlace

La acción es una secuencia de acontecimientos conectados entre sí que, en forma general, se integran por *exposición, desarrollo, nudo* y *desenlace.*

- **Exposición**. Es el momento en que se conoce el conflicto, las circunstancias de la obra y los personajes se presentan.
- **Desarrollo**. Es la parte que sustenta toda la acción y tensión que existe en el texto dramático. Se caracteriza por darle rumbo a la historia; por ello, el dramaturgo utiliza todos los recursos que sirvan para que el actor logre conmover los sentimientos del espectador.
- **Nudo**. Es donde las cosas se complican, empiezan los primeros enfrentamientos y se genera el caos entre los personajes.
- **Desenlace**. Es la parte final de la historia, en ella se soluciona el conflicto central. Puede ser un desenlace sorpresivo, en que no se espera la solución que da el autor, o bien, se pueden presentar obras sin desenlace, éstas quedan abiertas para que el espectador imagine el final que le parezca mejor.

▼ Los personajes

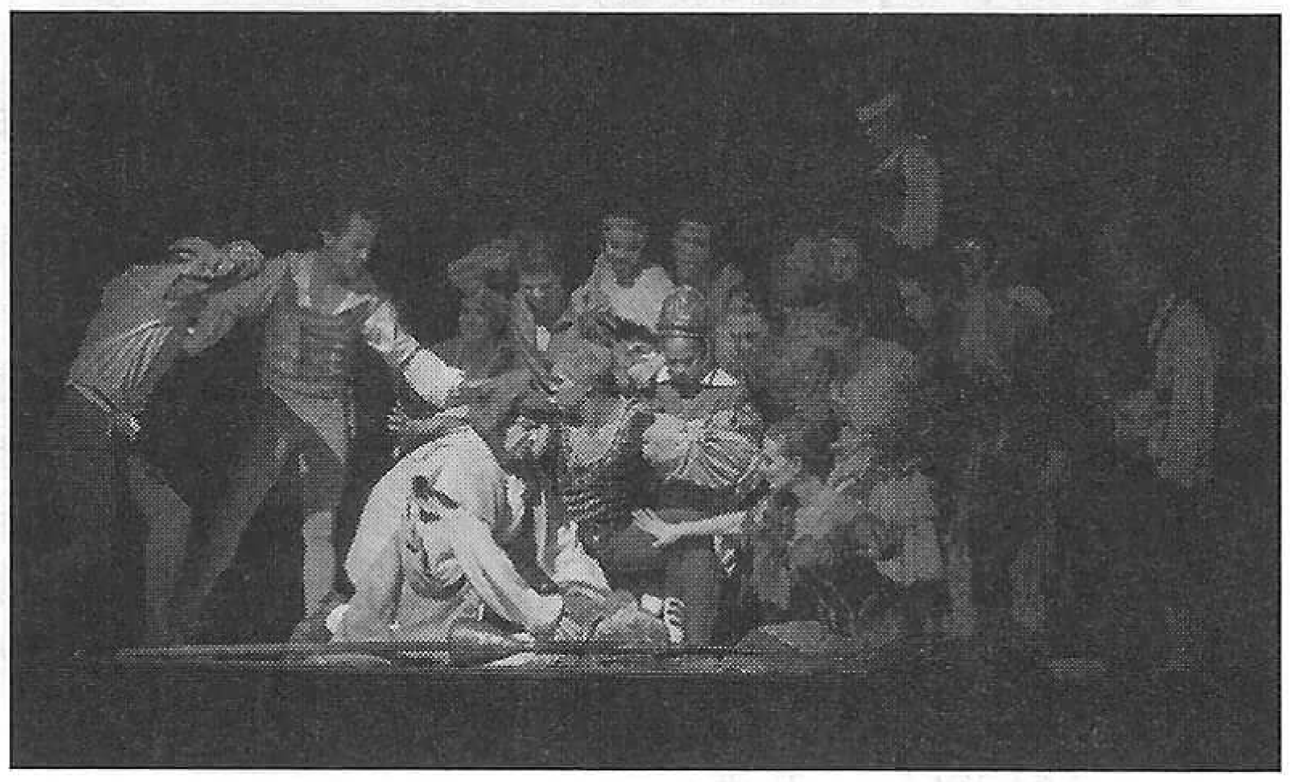
Un *personaje* es un ser creado por la imaginación del autor, es el vehículo que expresa sus ideas y pensamientos. A los personajes les toca sufrir y provocar el desarrollo de los acontecimientos, tienen voz y carácter propio. Los personajes se clasifican:

➤ Por su importancia

- **Principal**. Realiza las acciones más significativas, toda la historia gira a su alrededor, enfrenta los problemas y trata de resolverlos, aparece en toda la obra, ya sea actuando o en la mente de los personajes, la acción de los demás está condicionada por el efecto que pueda tener en él. Esto puede ser: individuales o colectivos (un pueblo).
- **Secundario**. Sirve para caracterizar mejor al principal, lo ayuda o causa problemas, son numerosos y no tienen una actuación que los haga destacar como personalidades.
- **Ambientales**. Ayudan a caracterizar el medio o el ambiente en que actúan otros, no participan en la acción, pertenecen más bien al fondo. Por ejemplo: los meseros de un restaurante, los obreros de una fábrica, etcétera.

➤ Por el papel que desempeñan en la obra

- **Protagonista**. Es el personaje central o principal. Es el personaje central de la narración que provoca la acción y en torno a quien gira la obra, pues realiza los hechos más importantes y determina la conducta de los demás.
- **Antagonista**. Es el personaje opuesto al protagonista que es como su contrapeso. Puede ser el causante directo o indirecto de los problemas del personaje principal. Puede estar presente en la obra o nunca aparecer de manera directa, pero impone su presencia en la mente de los otros personajes.



▼ Formas de escritura dramática: tragedia y comedia

➤ Tragedia

Se representan conflictos grandiosos, los personajes son insignes de la nobleza y heroicos; estas historias concluyen con la muerte física o destrucción emocional de los personajes principales. El problema al que se enfrentan se complica de tal modo que no tiene solución.

➤ Comedia

Es lo opuesto a la tragedia; en ella se representan conflictos interesantes, los cuales suceden entre personas de cualquier clase o nivel social. Se representan en forma satírica y burlesca. El final es sencillo.

Ejemplos de reactivos

1. Este fragmento ejemplifica:

   ALBERTO: —Tenga la bondad de sentarse.

   DIABLO: —Muchas gracias. No me siento nunca. Prefiero escucharle de pie. Supongo que será cuestión de dinero. Para proporcionárselo no necesito tomar asiento, ¿cuánto necesita?

   ALBERTO: —No. No es dinero lo que necesito. Para procurármelo no habría acudido al extremo terrible de invocarle a usted con todas las fuerzas de mi alma; de esta alma atormentada que le ofrezco.

   DIABLO: —Entonces no sé. Muy pocas cosas más está en mi mano disponer. Los siete pecados capitales, ustedes se arreglan muy bien para cometerlos sin mi intervención.

   ALBERTO: —Pero usted es omnipotente. La prueba es que ha entrado aquí sin anunciarse.

   a) Cuento b) Diálogo c) Narración d) Descripción

2. El género dramático tiene como característica principal ser escrito para su representación y se escribe usando__________.

   a) diálogos b) párrafos c) epístolas d) citas textuales

   Una regla en escritura literaria es que toda obra teatral se caracteriza por presentar sus temas en forma dialogada, por lo que el inciso b es la respuesta correcta de la pregunta 1, mientras que en la pregunta 2 la opción correcta es la a.

3. ¿Qué opción corresponde al concepto de personaje secundario?

   a) Toda la historia gira en torno a ellos
   b) Acompañan con sus acciones a los principales
   c) Son aquellos que representan valores humanos
   d) Piensan con frecuencia en la importancia del amor

4. ¿Qué opción corresponde al concepto de personaje principal?

   a) Tienen rasgos positivos y siempre son bellos
   b) Tienen rasgos negativos y siempre son malos
   c) Sólo aparecen en algunos momentos de la obra
   d) Desempeñan las acciones más significativas y actúan a lo largo de toda la historia

5. El personaje que se opone al principal es...

   a) incidental b) ambiental c) antagonista d) secundario

Recapitulemos, un personaje es un ser creado por la imaginación de un autor, se clasifican de la siguiente forma:

Por su importancia. Principales, secundarios y ambientales.
Por el papel que desempeñan en la obra. Protagonistas y antagonistas.
En la pregunta 3, la respuesta correcta se encuentra en la opción b, ya que el personaje secundario acompaña al principal.

En el caso del reactivo 4, debemos contestar que el inciso d es la respuesta correcta, puesto que el personaje principal es el eje de toda historia.

La pregunta 5 tiene un grado de complejidad mayor, en ella se utilizan los conceptos *principal* y *antagonista*, previamente reiteramos que el personaje principal es el eje de toda historia, porque sostiene todo lo sucedido, no importa si el personaje principal es bueno o malo; por tanto, quien se oponga a él será su antagónico, porque la finalidad de este personaje es representar los valores opuestos al protagonista.

En conclusión, la respuesta correcta a este reactivo es el inciso c.

El texto poético

El poema

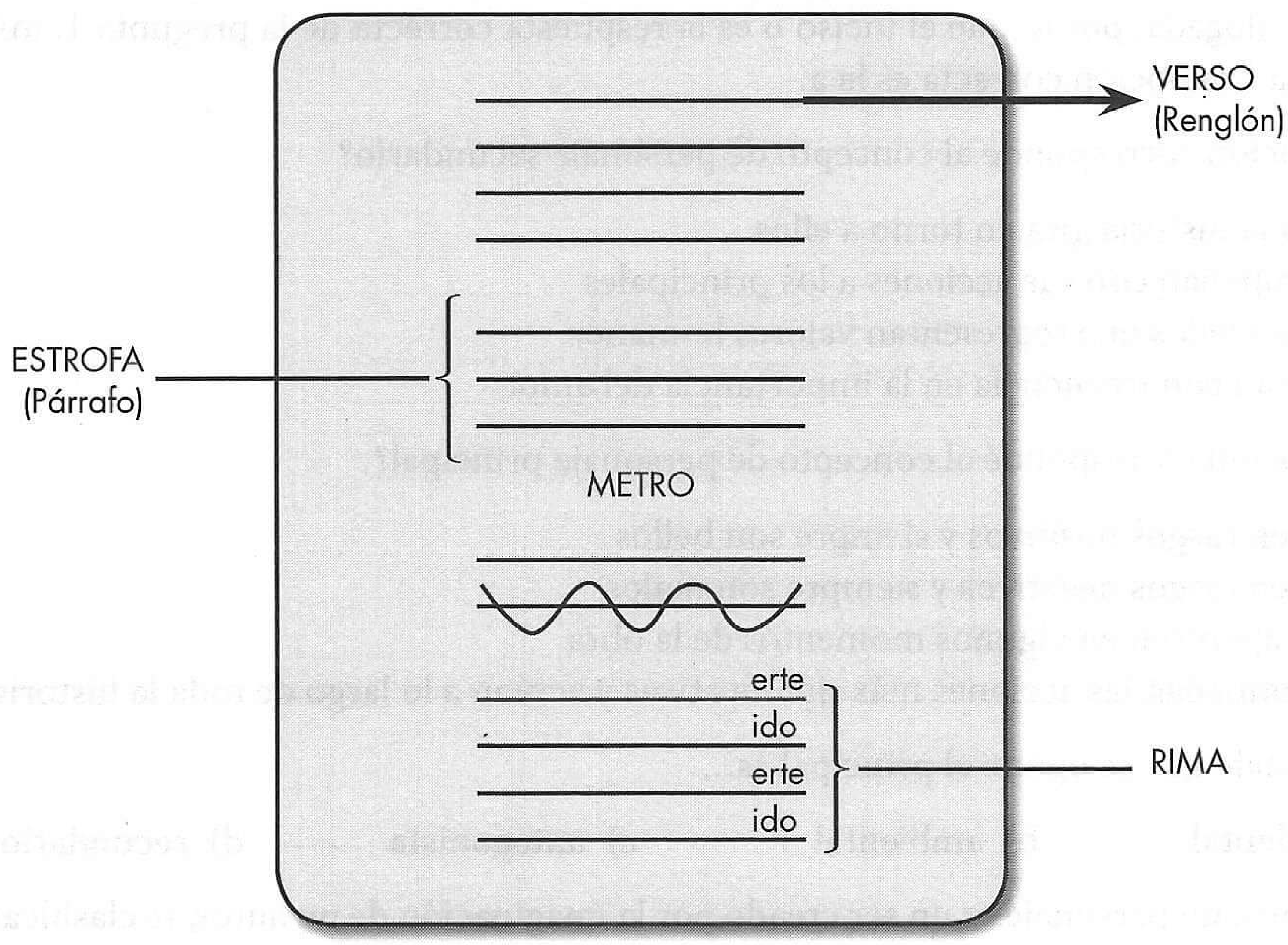
El género lírico exige al autor que cuide las formas de escritura, también es indispensable embellecer en todo lo posible el lenguaje, por lo que incluye figuras poéticas en sus palabras.

Utilizar el lenguaje poético provoca que una palabra pueda tener diversos significados, lo que llamamos *polisemia.*

Su carácter es subjetivo, ya que muestra el mundo interno del autor, en el poema se reflejan las emociones, los sentimientos y las vivencias del artista.

Análisis intratextual del poema: metro, rima y ritmo

Cuando hablamos de análisis intratextual, hacemos referencia a los elementos que definen la estructura de los poemas.



Verso

Son los renglones que se encuentran agrupados en estrofas y de acuerdo con los elementos que contengan, pueden clasificarse en:

- Versos clásicos. Tienen metro, rima y ritmo.
- Versos blancos. Poseen metro y ritmo.
- Versos libres. Sólo tienen ritmo.

Metro

Es la cantidad de sílabas métricas que posee un verso.

A	mor	em	pie	za	por	de	sa	so	sie	go,
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Según el número de sílabas se clasifican de esta forma.

Arte menor	
• Tetrasílabo • Pentasílabo • Hexasílabo • Heptasílabo • Octosílabo	(4 sílabas por verso) (5 sílabas por verso) (6 sílabas por verso) (7 sílabas por verso) (8 sílabas por verso)
Arte menor	
• Eneasílabo • Decasílabo • Endecasílabo • Dodecasílabo • Tridecasílabo • Alejandrino	(9 sílabas por verso) (10 sílabas por verso) (11 sílabas por verso) (12 sílabas por verso) (13 sílabas por verso) (14 sílabas por verso)

➤ Rima

Se llama *rima* a la semejanza o igualdad en la terminación de las palabras finales de los versos, desde la última vocal acentuada. Se clasifican en *consonantes* o *asonantes.*

Consonante: es la rima que desde la última vocal acentuada tiene letras iguales (vocales y consonantes).

¡Juventud, divino tes**oro**, A
ya te vas para no volv**er**!... B
Cuando quiero llorar, no ll**oro** A
Y a veces lloro sin quer**er**... B *Rubén Darío*

Asonante: son aquellas que desde la última vocal acentuada hasta el final de la palabra comparten idénticas vocales, pero consonantes diferentes.

Tiempo venerable y cano,
pues tu edad no lo consi**e**nt**e** A
déjate de niñerías,
y a grandes hechos ati**e**nd**e**. A

➤ Ritmo

Es el movimiento armónico que existe en el verso. Es la forma como se logra la musicalidad en un verso.

En todo verso, debe existir un acento en la penúltima sílaba, llamado *axís* rítmico, además de fuerza de pronunciación en algunas otras sílabas, para lograr la armonía en lo expresado por el autor, este acento rítmico puede caer en una sílaba par o impar.

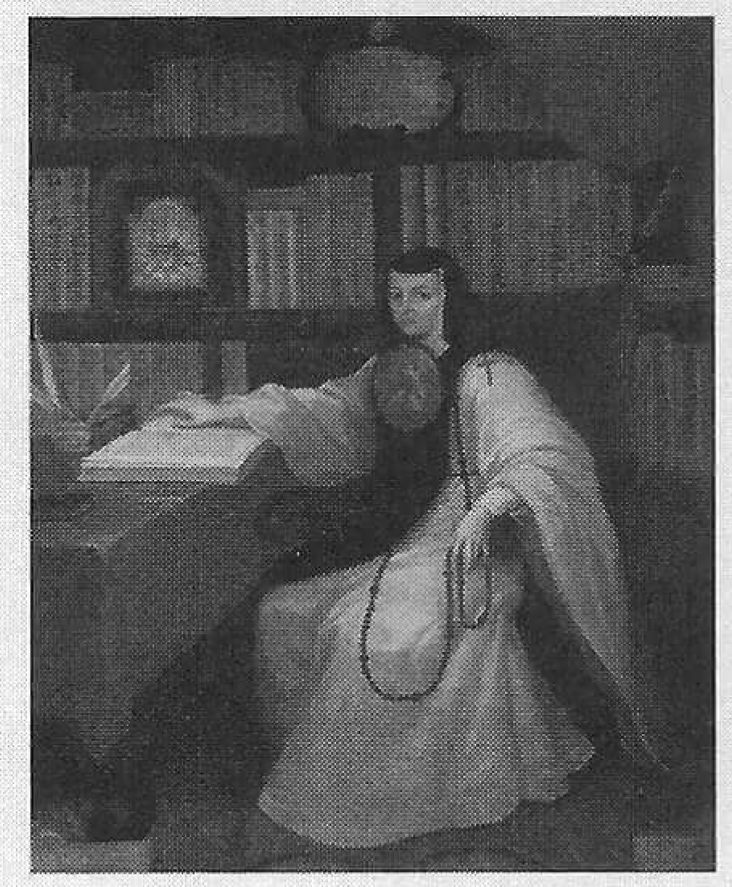
A	**mor**	que	**pu**	doha	**cer**	que	Dios	mu	**rie**	se
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

➤ Soneto

Este estilo de escritura fue popular en el Barroco, sus características son:

1. Cada verso tiene 11 sílabas (endecasílabo).
2. Su rima es consonante con un esquema ABBA, ABBA, CDC y DCD.
3. Tiene cuatro estrofas, las dos primeras de cuatro versos cada una y las dos restantes de tres versos en cada caso.

Detente sombra



I.	Detente, sombra de mi bien esquivo, imagen del hechizo que más quiero, bella ilusión por quien alegre muero, dulce ficción por quien penosa vivo.	ABBA
II.	Si al imán de tus gracias, atractivo, sirve mi pecho de obediente acero, ¿para qué me enamoras lisonjero si has de burlarme luego fugitivo?	ABBA
III.	Mas blasonar no puedes, satisfecho, de que triunfa de mí tu tiranía: que aunque dejas burlado el lazo estrecho	CDC
IV.	que tu forma fantástica ceñía, poco importa burlar brazos y pecho si te la bra pri sión mi fan ta sí a. 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	DCD

La metáfora y otras figuras retóricas

En retórica, un tropo es una licencia que consiste en el uso de una palabra inapropiada para designar un concepto. El uso de los tropos es un constituyente principal del ornato o adorno retórico, éstos son: metáfora, símil, antítesis, hipérbole, hipérbaton, paradoja y alegoría

Metáfora: consiste en dar un nombre simbólico por alguna característica que posee aquello de lo que habla la metáfora, es decir, establecemos una relación entre dos elementos, uno real y el otro irreal o imaginario.

El amor es la prórroga perpetua,
siempre el paso siguiente, el otro, el otro.

Los amorosos son los insaciables,
los que siempre —¡qué bueno!— han de estar solos.

Los amorosos son la hidra del cuento.

Comparación o *símil*: significa comparar dos términos por alguna circunstancia o cualidad que los identifique. Los encontramos unidos por un nexo gramatical comparativo, pueden ser: como, cual, se parece a, lo mismo que, igual que, etcétera.

Para que tú me oigas
mis palabras
se adelgazan a veces
como las huellas de las gaviotas en las playas.

Antítesis: consiste en contraponer pensamientos para que resalte la idea en que son contrarios.

Feliciano me **adora** y le **aborrezco**;
Lisardo me **aborrece** y yo le **adoro**;
por quien no me apetece ingrato, lloro,
y al que me llora tierno, no apetezco.

Hipérbole: es un tropo que consiste en realizar una exageración muy grande, aumentando o disminuyendo la verdad de lo dicho. El autor busca que el lector cree una imagen difícil de olvidar.

Dame, Señor, todas **las lágrimas del mar para**
llorarle por toda una eternidad.

No hay extensión más grande que mi herida

Hipérbaton: consiste en alterar el orden lógico o sintáctico en un verso.

De verdes sauces hay una espesura

Del monte en la ladera por mi mano plantado tengo un huerto

Volverán las oscuras golondrinas en tu balcón sus nidos a colgar

Paradoja: consiste en expresar ideas que en apariencia son contradictorias, pero al analizarlas con detenimiento podemos observar que tal oposición no existe.

Goza el rico más comodidades y padece
más incomodidades que el pobre.

Alegoría: es una metáfora continuada a través de todo el poema.

¡Pobre barquilla mía
entre peñascos rota,
sin velas, desvelada,
y entre las olas sola!

▼ Análisis contextual

Análisis literario de un poema	**Nivel informativo**: Título Autor **Nivel ideológico**: Tema **Ideas principales**: Proyección emotiva Tipo de poema **Nivel estilístico**: Métrica Uso de la lengua Tiempo Espacio

Observa el ejemplo.

Rima VII

Del salón en el ángulo oscuro,
de su dueña tal vez olvidada,
silenciosa y cubierta de polvo
veíase el arpa.

¡Cuánta nota dormía en sus cuerdas
como el pájaro duerme en las ramas,
esperando la mano de nieve
que sabe arrancarlas!

—¡Ay! —pensé—; ¡cuántas veces el genio
así duerme en el fondo del alma,
y una voz, como Lázaro, espera
que le diga: "¡Levántate y anda!".

Nivel informativo:

a) Título. *Rima VI*
b) Autor. Gustavo Adolfo Bécquer

Nivel ideológico:

a) Tema. Habla del talento del autor que sólo necesita un leve estímulo para que la obra poética surja.

Ideas principales:

a) Proyección emotiva. El arpa simboliza el genio creador del poeta, con la imagen del poeta viendo el instrumento lleno de polvo y en un rincón de la habitación, piensa en las melodías hermosas que pueden crearse (habla de los poemas que puede escribir), que él puede interpretar si lo inspirara la mano delicada de una dama (ella es su inspiración).
El poeta sabe que la inspiración habita en su interior y sólo necesita una chispa que lo motive a escribir.
b) Tipo de poema. Texto escrito en verso, corresponde al Romanticismo del siglo XIX.

Nivel estilístico:

a) Métrica. El poema posee tres estrofas con cuatro versos cada una. Su métrica es diferente, encontramos versos decasílabos y hexasílabos.
b) Ritmo. Trocaico, pues el acento estrófico recae en sílaba impar.
c) Uso de la lengua. Tono exclamativo.
d) Tiempo. Presente, primera persona.
e) Espacio. Romanticismo español.

Ejemplos de reactivos

1. Lee el texto.

¡Cuánta nota dormía en sus cuerdas
Como el pájaro duerme en las ramas!

¿Qué figura literaria se utilizó?

a) Alegoría b) Metáfora c) Hipérbole d) Comparación o símil

En este reactivo se hace referencia a la comparación o símil, recuerda que en ella se comparan dos términos por alguna circunstancia o cualidad que los identifique. Los encontramos unidos por un nexo gramatical comparativo, por tanto, la respuesta correcta es el inciso d.

2. Selecciona una metáfora.

a) A caballo va el poeta
b) La granada es corazón
c) Este buitre voraz de ceño torvo
d) Eres tú, Guadarrama, viejo amigo

En este reactivo se plantea identificar una metáfora, este recurso poético consiste en dar un nombre simbólico por alguna característica que posee aquello de lo que se habla. Por ello, la respuesta correcta es el inciso b.

3. En la poesía.

El establo se hizo **vivo**...
y alargaron hasta el **niño**
como un bosque sacu**dido**.

¿Qué tipo de rima hay?

a) Rígida   b) Asonante   c) Disonante   d) Consonante

En esta pregunta se presenta una estrofa y se pide que se identifique el tipo de rima. Se llama *rima* a la semejanza o igualdad en la terminación de las palabras finales de los versos, los cuales se clasifican en *consonantes* o *asonantes.*

Las *asonantes* son aquellas que desde la última vocal acentuada hasta el final de la palabra comparten vocales idénticas, pero consonantes diferentes. La respuesta correcta es la opción marcada con la letra b.

4. Cuando se habla de un poema de catorce versos endecasílabos, distribuidos en dos cuartetos y dos tercetos con rima consonante, se hace referencia a...

a) soneto   b) madrigal   c) romance   d) redondilla

El reactivo corresponde al concepto de soneto, este tipo de escritura poética fue muy popular en el Barroco, sus características son:

1. Cada verso tiene 11 sílabas (endecasílabo).
2. Su rima es consonante con un esquema ABBA, ABBA, CDC y DCD.
3. Tiene cuatro estrofas, las dos primeras de cuatro versos cada una y las dos restantes de tres versos en cada caso.

Por lo anterior, la respuesta correcta es el inciso a.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo se llama al personaje que se opone al principal?

a) Incidental   b) Ambiental   c) Antagonista   d) Secundario

2. Lee el texto.

Para que tú me oigas
<u>mis palabras</u>
<u>se adelgazan a veces</u>
<u>como las huellas de las gaviotas en las playas.</u>

¿Qué figura literaria se utilizó en el texto subrayado?

a) Alegoría   b) Metáfora   c) Hipérbole   d) Comparación o símil

3. El género dramático tiene como característica principal ser escrito para su representación y se escribe usando _____________.

a) diálogos   b) párrafos   c) epístolas   d) citas textuales

4. ¿Qué elementos indican la disposición adecuada de un texto?

a) Integración, análisis y síntesis
b) Ortografía, gramática y sintaxis
c) Unidad, coherencia y distribución
d) Coherencia, adecuación e ideas completas

5. El siguiente texto es ejemplo de:

Romeo y Julieta
Fragmento

BENVOLIO: —Las nueve ya han dado.
ROMEO: —¡Ah! Las horas tristes se alargan.
—¿Era mi padre quien se fue tan deprisa?
BENVOLIO: —Sí. ¿Qué tristeza alarga las horas de Romeo?

a) Cuento b) Diálogo c) Narración d) Descripción

6. ¿Cómo se define un personaje principal?

a) Aparecen sólo en algunos lugares de la obra
b) Tienen rasgos positivos y siempre son un ejemplo a seguir
c) Son los más guapos y sólo aparecen en algunos momentos de la obra
d) Desempeñan las acciones más significativas y actúan a lo largo de toda la historia

7. ¿Cómo se define un personaje secundario?

a) Son simpáticos y bellos
b) Tienen sólo características positivas
c) Desempeñan las acciones más importantes
d) Acompañan con sus acciones a los principales

8. ¿Cómo se llama al poema que consta de catorce versos endecasílabos, distribuidos en dos cuartetos y dos tercetos con rima consonante?

a) Soneto b) Madrigal c) Romance d) Redondilla

9. El editorial periodístico pertenece al género:

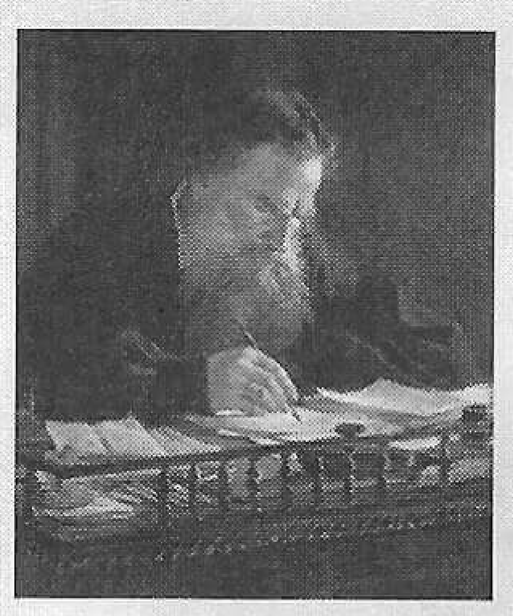
a) Poético b) De opinión c) Informativo d) Interpretativo

10. Selecciona una metáfora.

a) Ojos azules.
b) Si el cielo desapareciera.
c) Hay un fragante olor a mar.
d) El amor es el silencio más digno.

Objetivo: el estudiante definirá los géneros literarios, al tiempo que establecerá las características de las corrientes literarias contemporáneas; asimismo, identificará las características de los textos narrativos.

Géneros literarios: épico, lírico y dramático



Se llama *género literario* a la agrupación de obras literarias por tema, cada conjunto comprende textos que poseen rasgos comunes en su estructura, tema y lenguaje.

En su momento, Aristóteles estudió los géneros literarios y puso especial cuidado en el tema que se trataba en cada obra.

Al paso del tiempo, surgieron nuevas propuestas literarias y con ello otros estilos de clasificación en géneros y subgéneros.

Los rasgos particulares que un género literario posee son:

▼ Estructura reconocible

Cada escritor elige la forma en que escribirá su obra; por ello, un cuentista elabora un texto que puede variar en su extensión y, por supuesto, debe estar escrito en prosa. Este no es el caso de un poeta, quien puede hacer un soneto, una redondilla o lo que desee, pero siempre el lenguaje poético exige la escritura en verso, por lo que su estructura se reconoce con facilidad.

▼ Diferencia temática

Al adentrarse en el texto literario encontramos que un cuento de terror difiere profundamente en el tema frente a una obra escrita por Isaac Asimov, maestro de la ciencia ficción, por lo que la orientación temática de sus libros se conduce por caminos diferentes.

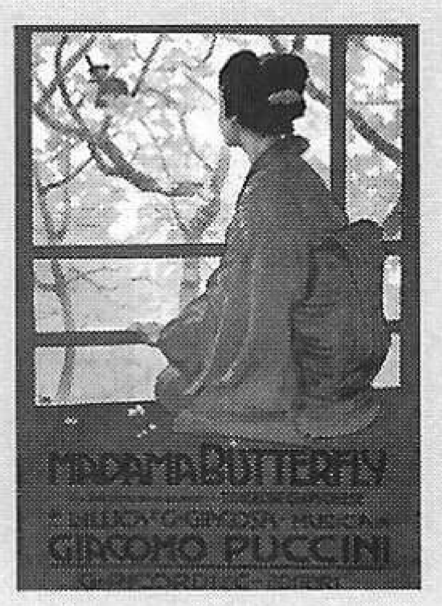
▼ Adecuación lingüística al tema

Basta con reflexionar en la época, el lugar y el ambiente en el que una obra fue creada para distinguir que el lenguaje difiere; por ello, un ensayo, una novela, un poema o cualquier otro texto literario fueron creados con lenguajes diferentes.

Tradicionalmente la literatura se ha clasificado en estos tres géneros, de los cuales se desprenden subgéneros.







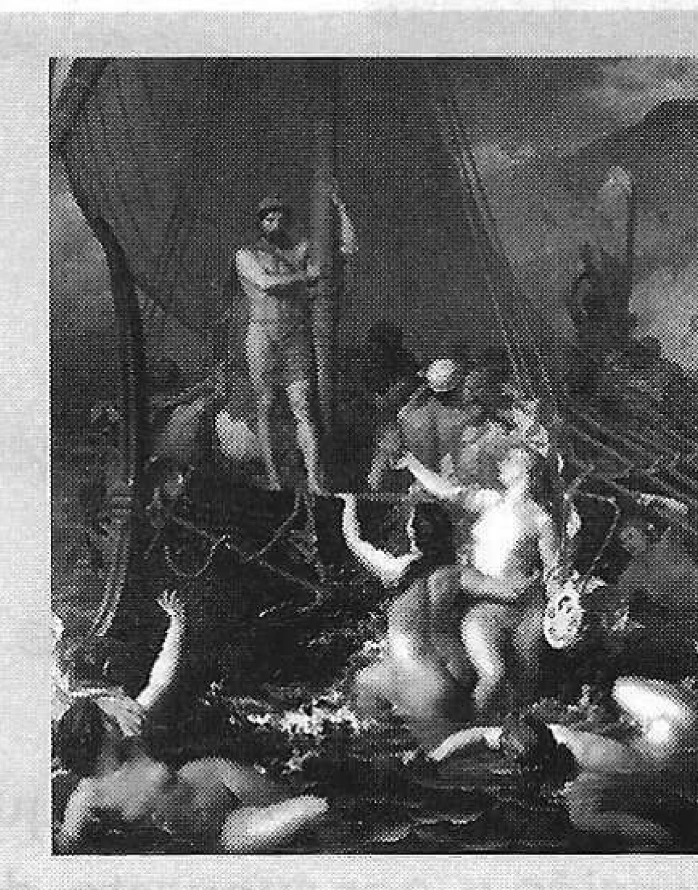
- Géneros literarios
  - Épica
    - Epopeya: *Iliada, Odisea, El ramayana*, etcétera
    - Poema épico: *La eneida y La araucana*
    - Cantares de gesta: *Cantar del Mio Cid* y *Canción de Roldán*
    - Romance: *Rey Rodrigo* o la *Pérdida de España*
    - Cuento: *El gato con botas*
    - Novela: *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*
  - Lírica
    - Himno
    - Oda
    - Elegía
    - Égloga
    - Canción
    - Sátira
  - Dramática
    - Tragedia
    - Comedia
    - Drama
    - Entremés
    - Sainete
    - Ópera
    - Zarzuela

➤ Épica

La palabra *épica* tiene su origen en el griego *epos* que significa *narración* o *relato*. En esta forma literaria predomina el estilo objetivo, puesto que se narran hechos externos que no se relacionan con temas espirituales.

En este género predomina el relato, la figura principal es un héroe que se distingue por su inteligencia y valor, con sus acciones logra cambiar su historia y la de su pueblo.

La actitud del autor es la de colocarse como intermediario entre el lector y los sucesos o las acciones del pasado.



➤ Lírica

¡Pues bien!, yo necesito decirte que te adoro,
decirte que te quiero con todo el corazón;
que es mucho lo que sufro, que es mucho lo que lloro,
que ya no puedo tanto, y al grito en que te imploro,
te imploro y te hablo en nombre de mi última ilusión.

Acuña

A diferencia de la épica, la lírica es un género totalmente subjetivo, porque expresa estados de ánimo, sentimientos y vivencias del autor utilizando como instrumento la palabra.

La palabra *lírica* tiene su origen en el griego *lure* que significa *lira*, la tradición en la antigua Grecia era acompañar la lectura de poesías con la música de este instrumento.

Los poetas obtienen el tema para su obra de las pasiones humanas, una de las más recurrentes es el amor, aunque también encontramos composiciones de tristeza, odio, alegría y vida, entre muchas otras.

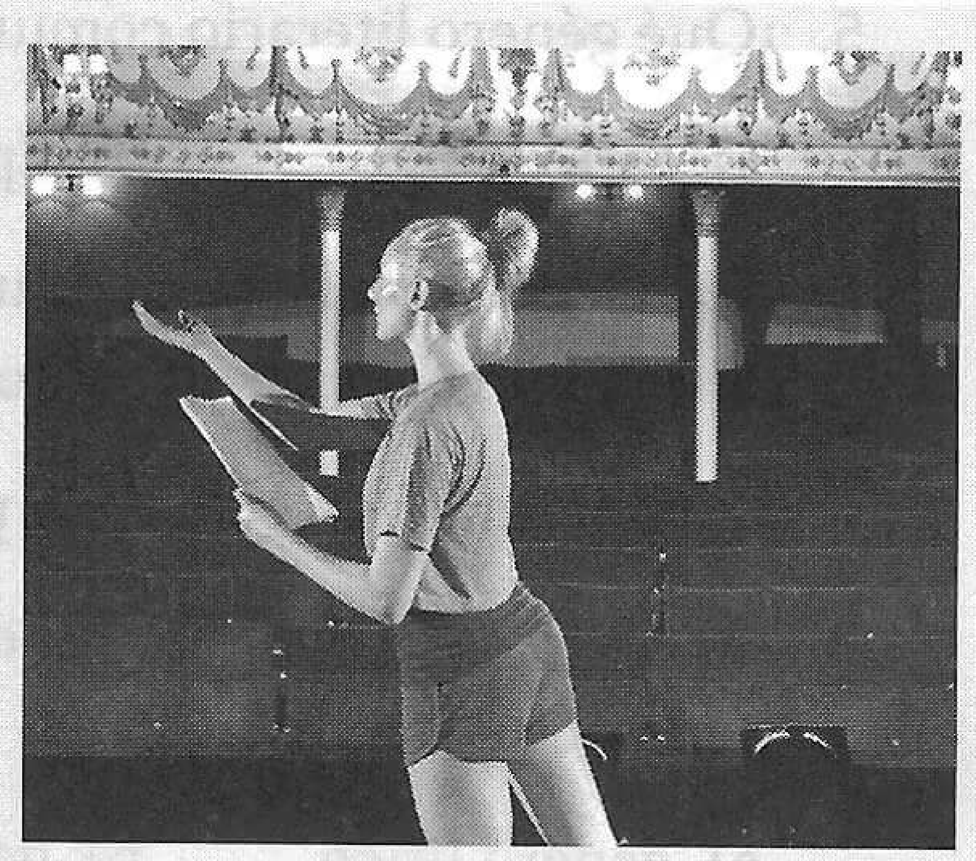
➤ Dramática

Los *textos dramáticos* son obras literarias escritas para ser representadas en un foro. En el teatro, son los actores los responsables de dar vida a los personajes inventados por el dramaturgo.

El actor expresa con sus diálogos, monólogos y movimientos aquello que el autor ha puesto en sus labios; por ello, la presencia de un narrador es poco común.

Al leer un texto dramático, se encuentra una serie de acotaciones que el autor realizó, que tienen como finalidad describir el lugar donde sucede la acción, señalar a los actores actitudes y movimientos específicos que deben realizar, en general, todo tipo de indicaciones que el autor desea que se implementen al montar la obra.

El diálogo dramático está dividido en parlamentos, cada personaje tiene una serie de intervenciones en las que interactúa con otros personajes. En el teatro, el autor hace que los personajes se expresen por sí mismos; por ello, el autor se convierte en un elemento ajeno a la historia.



Ejemplos de reactivos

1. Lee el concepto.

   La agrupación por tema en que se han integrado las obras literarias. Cada conjunto de obras posee rasgos comunes en estructura, temas y lenguaje.

   ¿A qué se hace referencia?

   a) Género b) Corriente c) Ideología d) Manifestación

2. En literatura, a la coincidencia temática y de estilo se le llama...

   a) género b) corriente c) ideología d) manifestación

Debemos recordar que se llama género literario a la agrupación de obras literarias por tema, cada conjunto comprende textos que poseen rasgos comunes en su estructura, tema y lenguaje adecuado. Considerando estas características, en las preguntas 1 y 2 la respuesta correcta es el inciso a.

3. Lee con atención el texto y contesta la pregunta siguiente.

   Entonces penetré cierta vez en el templo de las musas, donde las pálidas sombras de los poetas, como la de Ulises, cobran vida merced a ajena sangre. Un murmullo recorrió la sala, al cual sucedió enseguida un sagrado silencio al levantarse el telón y aparecer tú como la vengadora de Kriemhild. No era hijo de Apolo el que te había prestado las palabras, mas éstas, sin embargo, daban en el blanco como si fueran flechas del carcaj que retiñó claramente al caer Tifón ensangrentado. Ruidoso júbilo bramó por todo el recinto cuando tú, con el más terrible tormento en el corazón y horrendos lamentos en los pálidos labios, te adornaste para la segunda noche de bodas; en todas las almas se derretía el último hielo que se derramaba por todos los ojos como ardientes lágrimas.

   Este texto corresponde al género:

   a) lírico b) épico c) dramático d) trágico

4. El género ___________ se caracteriza por tratar temas heroicos.

   a) lírico b) épico c) epistolar d) dramático

¿En qué consiste el género épico?

Es la narración de hechos históricos y hazañas en un tono de alabanzas y ensalzamiento del héroe. Pueden surgir de hechos reales o imaginarios.

En las preguntas 3 y 4 debemos seleccionar el inciso b. En ambas se hace referencia a la Literatura épica.

5. ¿Qué género literario comunica ritmo e imagen?

 a) Lírico b) Épico c) Epistolar d) Dramático

 No olvides que la lírica es un género totalmente subjetivo porque expresa estados de ánimo, sentimientos y vivencias del autor utilizando como instrumento la palabra.

 La respuesta correcta en la pregunta anterior es el inciso a.

6. El ____________ tiene como característica principal ser escrito para su representación con acciones y acotaciones.

 a) género lírico b) género épico c) género epistolar d) género dramático

7. ¿Cuál opción es ejemplo del género dramático?

 a) Podrá nublarse el sol eternamente;
 Podrá secarse en un instante el mar;
 Podrá romperse el eje de la tierra
 Como un débil cristal.
 ¡Todo sucederá! Podrá la muerte
 Cubrirme con su fúnebre crespón;
 Pero jamás en mí podrá apagarse
 La llama de tu amor.

 b) Hacia las diez de la noche entró en el cuarto la señorita Eduviges para arreglar la cama de mamá y revisar que la pierna fracturada estuviera en correcta posición para la noche. Yo las observé con gran atención, pero la actitud de ambas resultaba completamente normal. Miré hacia el espejo. Allí se reflejaba la imagen de la señorita Eduviges, alta, muy delgada, casi huesuda. En su cara amable, enmarcada por sedoso cabello castaño, destacaban los gruesos lentes de miope. El espejo reflejó por algunos minutos aquella imagen, exacta, fiel...

 c) ISABELA: —Duque Octavio, por aquí podrá salir más seguro.
 JUAN: —Duquesa, de nuevo os juro de cumplir el dulce sí.
 ISABELA: —Mis glorias serán promesas y ofrecimientos, regalos y cumplimientos, voluntades y amistades.
 JUAN: —Sí, mi bien.
 ISABELA: —Quiero sacar una luz.

 d) Eusebio Leal Spengler ha dedicado la mayor parte de su vida a engrandecer la historia de Cuba y su memoria. Todos los que lo hemos conocido nos quedamos deslumbrados por su capacidad creadora e intelectual. Orgullo y agradecimiento profesan los cubanos por el hombre que durante 40 años ha salvaguardado el patrimonio y la memoria histórica y cultural de su capital, patrimonio de la humanidad.

8. El ______________ es el autor de los textos teatrales.

 a) fabulista b) cuentista c) novelista d) dramaturgo

 Los textos dramáticos son obras literarias escritas para ser representadas en un foro. En el teatro, son los actores los responsables de dar vida a los personajes inventados por el dramaturgo.

 El actor expresa con sus diálogos, monólogos y movimientos, aquello que el autor ha puesto en sus labios; por ello, la presencia de un narrador es poco común.

Al leer un texto dramático, encontramos una serie de acotaciones que el autor realizó, que tienen como finalidad describir el lugar donde sucede la acción, señalar a los actores actitudes y movimientos específicos que deben realizar, en general, todo tipo de indicaciones que el autor desea que se implementen al montar la obra.

El diálogo dramático está dividido en parlamentos, para cada personaje.

Por lo anterior, las respuestas correctas a las preguntas 6, 7 y 8 son inciso d, c y d respectivamente.

Corrientes literarias

Identificamos como corriente literaria al conjunto de obras literarias creadas durante una época determinada que comparten características comunes en su estilo, temática, estética e ideología.

En las corrientes literarias, encontramos autores relevantes por la calidad de su obra, quienes exponen en sus textos una serie de realidades y críticas sociales, políticas y culturales que representan un lugar y una época específicos en la historia de la humanidad.

Los autores de cada corriente tienden a agruparse, reconocen entre sí una serie de opiniones y sentimientos comunes, los cuales expresan en sus obras literarias.

La cohesión que logran los autores ha hecho que algunas corrientes literarias publiquen sus manifiestos, con la finalidad de clarificar los principios que dirigen su corriente literaria. Es frecuente que también se manifiesten en otras áreas del arte.

En cada época han surgido corrientes literarias que han marcado la historia de la literatura. Cada una es el conjunto de características tanto en la forma de escribir como en la temática, de común acuerdo con las condiciones sociales de una época. En cada corriente literaria, podemos conocer la forma de vivir, las costumbres y tradiciones de diferentes latitudes.

Literatura contemporánea

Se considera Literatura contemporánea a la producción literaria que se realizó con originalidad y provocó la ruptura estética en el siglo XIX.

Se caracterizó por romper con las características de las corrientes literarias previas.

La Literatura contemporánea incluye estas corrientes literarias:

El pícaro en la literatura

En 1816, José Joaquín Fernández de Lizardi inició la publicación de la novela *El periquillo sarniento,* obra considerada como la primera novela moderna mexicana.

Lizardi publicó por entregas cada capítulo, inaugurando el género costumbrista.

El estilo picaresco se caracteriza por su tono burlesco e irónico, posee influencia neoclásica y es fácilmente identificable por el tono didáctico de la obra.

Romanticismo. Características y autores representativos

El *Romanticismo* se define como la corriente literaria en la que se identifica la libertad absoluta en la expresión del autor, unida a la pasión y el culto al *yo* que se manifiesta en los poemas.

Los temas son subjetivos porque se ligan a los sentimientos, tienden a la exageración y escribir acerca de la mujer y el amor, lo que es fácilmente identificable en los poemas y novelas de la época.

Literatura romántica

- Novela
  - Goethe: *Werther*
  - Jorge Issacs: *María*
  - Mary Shelley: *Frankenstein*
  - Walter Scott: *Ivanhoe*
- Poesía
  - Gustavo Adolfo *Béquer*
  - H. Heine
  - John Keats
  - Manuel Acuña
- Cuento
  - Edgar Allan Poe



W. Scott

Es importante mencionar a importantes escritores de novela, entre los que se encuentra Walter Scott, quien nació en Edimburgo en 1771. Este autor comenzó escribiendo gran número de poemas. Sin embargo, apasionado por las leyendas escocesas, a partir de 1814, se dedicó exclusivamente a la novela histórica.

Es autor de *Ivanhoe, Rob Boy* y *El anticuario*.



M. Shelley

Mary Wollstonecraft Shelley es autora de *Frankenstein*, novela escrita en el periodo romántico, con este texto se da inicio a la literatura de ciencia ficción, ya que en su argumento, el doctor Frankenstein se propone otorgar el don de la vida a su creación, tal como Prometeo recibió el fuego.

La cinematografía fue modificando la imagen que Shelley tenía de la creación del doctor Frankenstein, llegando de esta forma al estereotipo actual.

Shelley también es autora de: *El último hombre* y *Lodote*.



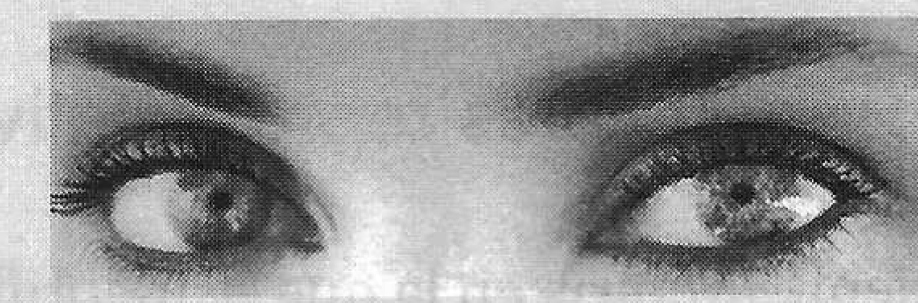
Bécquer

Gustavo Adolfo Bécquer representa en la lírica al mejor escritor de la época, es famoso por sus *rimas*, en las que se puede identificar de manera inmediata el ideal del romanticismo. Las características del poema romántico son: individualismo, gusto por lo exótico, sentimentalismo, tono sepulcral, la mujer como tema central, etcétera.

Otras obras del poeta son: *Oda a la muerte de don Alberto Lista, La novia y el pantalón, Libro de los gorriones.*

RIMA XXI

¿Qué es poesía?, dices mientras clavas
en mi pupila tu pupila azul.
¿Qué es poesía?, Y tú me lo preguntas?
Poesía... eres tú.



Bécquer

RIMA XXIII

Por una mirada, un mundo,
por una sonrisa, un cielo, por un beso...
¡yo no sé que te diera por un beso!

▼ Realismo. Características y autores representativos

En México, al llegar la última parte del siglo XIX, luego de la muerte de Benito Juárez, la lucha por la sucesión presidencial se agudizó, al término del gobierno de Lerdo de Tejada, Porfirio Díaz ocupó la presidencia de la República por más de 30 años.

En este ambiente, la sociedad mexicana vivió un régimen político que se encaminó hacia la economía de la hacienda, donde el peonaje era la mano de obra.

El realismo se inició a mediados del siglo XIX, a diferencia del Romanticismo, el autor realiza un objetivo en sus obras, a la par que retratar la realidad en todos sus aspectos, haciendo descripciones casi fotográficas, llegando a proponer novelas de carácter social o psicológico.

Literatura del siglo XIX

- Realismo
  - Benito Pérez Galdós: *Fortunata y Jacinta; Marianela*
  - Honorato de Balzac: *Eugenia Grandet; La comedia humana*
  - Dickens: *Oliver Twist*
  - Dostoievski: *Crimen y castigo*
  - Tolstoi: *La guerra y la paz*
  - Ángel del Campo: *La rumba*
- Naturalismo
  - Emilio Zola: *La taberna*
  - Federico Gamboa: *Santa*
- Costumbrismo
  - Luis G. Inclán: *Astucia*
  - Manuel Payno: *Los bandidos de Río Frío*

➤ Características del realismo literario

- Es objetivo en contraposición a la subjetividad del Romanticismo.
- Es impersonal, hace una copia de la realidad.
- Describe ambientes locales, sucesos y costumbres de la época.
- Describe minuciosamente todos los detalles. Busca la descripción fotográfica.
- En los personajes reproduce el lenguaje regional y coloquial.
- Estudia las razones de los efectos sociales, las pasiones y los sucesos.
- Predominó la novela.
- El escritor desempeñó el papel de científico, su objeto de estudio era el hombre; por tanto, comparó la humanidad con la animalidad.
- Presentó una variante llamada *naturalismo*, creada por Emilio Zola.

En México, Federico Gamboa publicó la novela realista *Santa,* texto que narra la vida de una hermosa joven pueblerina, quien es seducida y abandonada por su enamorado; al descubrirse su deshonra es arrojada por su familia a la calle; al enfrentarse al mundo, Santa se prostituye, como cortesana adquiere renombre, pero al paso del tiempo se convierte en alcohólica y sobrevienen las enfermedades. Al final muere y es sepultada por el fiel Hipólito.

En España, Benito Pérez Galdós es considerado el máximo novelista español del siglo XIX, en sus novelas retrató la sociedad de su época, particularmente la clase media y la burguesía. Sus personajes son complejos y profundos, tomados de la realidad, así sus personajes adquieren una fuerza contundente. Entre sus obras se encuentran *Marianela* y *Fortunata y Jacinta.*

Como reflejo del realismo literario se derivaron:

- **Naturalismo**. Buscó reflejar el mundo exterior y la objetividad del autor, es la expresión más cruda del realismo. Emilio Zola es el iniciador de esta tendencia con la serie de novelas tituladas *Los Rougon-Macquart, Germinal* y *Naná.*
- **Costumbrismo**. Buscó mostrar de manera fiel las costumbres, las tradiciones y los usos propios de la gente, Manuel Payno, en *Los bandidos de Río Frío,* narró el México de la época.

- **Autores representativos del realismo en el mundo:**

En Francia:

- Henri Beyle "Stendhal": *La cartuja de Parma* y *Rojo y negro.*
- Honoré de Balzac: *La piel de zapa, Eugenia Grandet* y *Papa Goriot.*
- Gustave Flaubert: *Bouvard y Pécuchet, La educación sentimental* y *Madame Bovary.*

En Inglaterra:

- Charles Dickens: *Cuento de Navidad, Oliver Twist* y *David Copperfield.*
- William Thackeray: *La feria de vanidades.*

En Italia:

- Antonio Fogazzaro: su trilogía *Pequeño mundo antiguo, Pequeño mundo moderno* y *El santo.*
- Edmundo D´Amicis: *Corazón: diario de un niño.*

En Rusia:

- Iván Turgueniev: *Relatos de un cazador, Rudin, Padres e hijos* y *Nido de hidalgos.*
- Fiodor Dostoievski: *Los hermanos Karamazov, La casa de los muertos, Humillados y ofendidos, Crimen y castigo, El idiota* y *Noches blancas en San Petersburgo.*
- León Tolstoi: *La guerra y la paz, Los cosacos, Iván el imbécil, La felicidad conyugal, Ana Karenina* y *Resurrección.*

En Estados Unidos:

- Samuel Langhorne Clemens (Mark Twain): *Las aventuras de Tom Sawyer* y *Las aventuras de Huckleberry Finn.*

En Noruega:

- Henrik Ibsen: *Brand y Peer Gynt, Casa de muñecas, El pato salvaje* y *Espectros.*

Modernismo. Características y autores representativos

Literatura modernista

- Nicaragua: Rubén Darío
- México: Manuel Gutiérrez Nájera

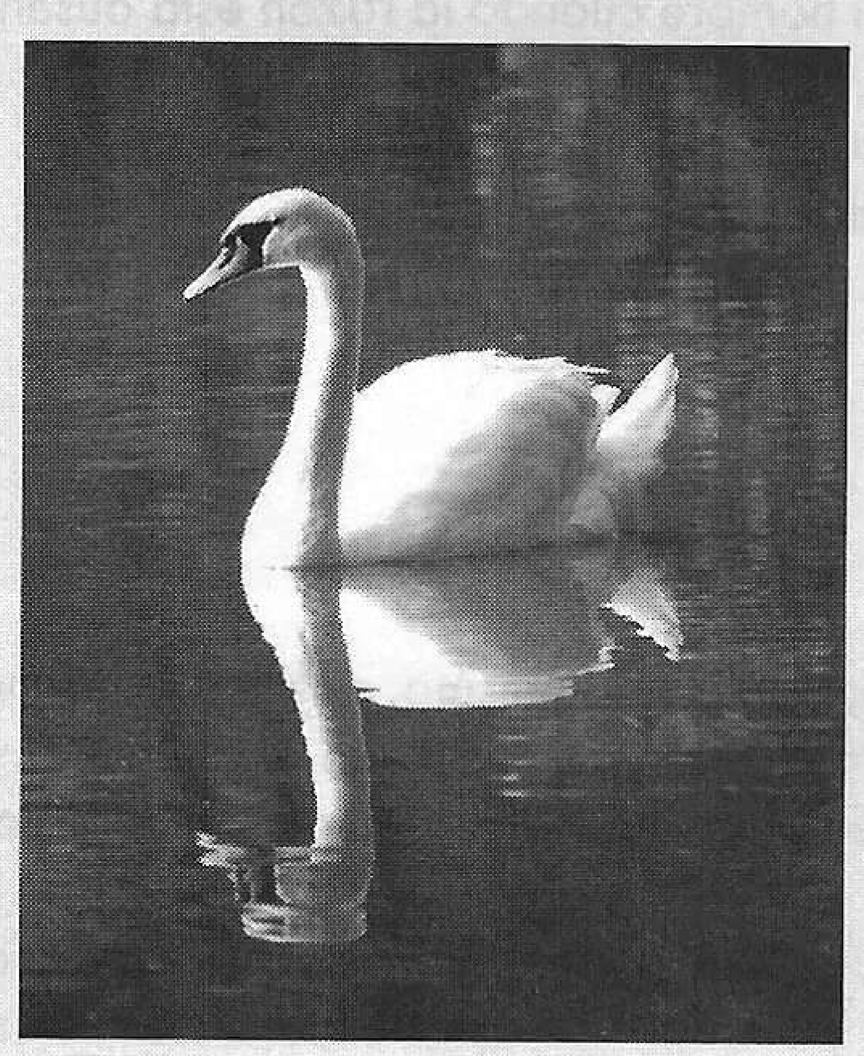
Se conoce como *modernismo literario* al movimiento poético que se inició a finales del siglo XIX, el antecedente de esta escuela poética se encuentra en los parnasianos y los simbolistas franceses, en ellos encuentran la inspiración para modernizar el lenguaje y la poesía americanos.

El modernismo se caracterizó por su inclinación a lo exótico, por la fineza de la palabra y las combinaciones libres. Esta escuela se inclinó por la cultura en Grecia, Francia y Asia.

Su iniciador fue el nicaragüense Rubén Darío, autor de *El velo de la reina Mab* (cuento), *La canción del oro, Azul, Prosas profanas* y *Cantos de vida y esperanza.*

En México fue Manuel Gutiérrez Nájera el mejor poeta de esta escuela. Entre sus obras se cuentan: *La duquesa Job, Para entonces, De blanco, Ondas muertas,* entre otras.

Su símbolo es la figura del cisne.



Para entonces

Quiero morir cuando decline el día,
en alta mar y con la cara al cielo;
donde parezca sueño la agonía,
y el alma, un ave que remonta al vuelo.
No escuchar en los últimos instantes,
ya con el cielo y con el mar a solas,
más voces ni plegarias sollozantes
que el majestuoso tumbo de las olas.
Morir cuando la luz triste retira
sus áureas redes de la onda verde,
y ser como ese sol que lento expira;
algo muy luminoso que se pierde.
Morir, y joven antes que destruya
el tiempo aleve la gentil corona;
cuando la vida dice aún: "soy tuya",
aunque sepamos bien que nos traiciona.

Manuel Gutiérrez Nájera

Vanguardias. Características y autores representativos

El inicio del siglo XX trajo consigo un grupo de poetas entusiastas, quienes cansados de las tendencias literarias tradicionales buscaron nuevas formas de expresión entre los años de 1906 y 1939.

La palabra *vanguardia* proviene del francés *avantgarde*.

Las vanguardias se opusieron a las ideas conservadoras, esta tendencia quedó plasmada en los manifiestos que fueron publicados por estos escritores.

Los temas y las métricas fueron variados, los más significativos en América fueron: futurismo, dadaísmo, surrealismo, estridentismo y los contemporáneos.

Literatura de vanguardia

- Futurismo → Filipo Tommaso Marinetti
- Dadaísmo → Tristan Tzara
- Surrealismo → André Breton
- Estridentismo
  - Maples Arce
  - Árqueles Vela
  - Germán List Arzubide
- Contemporáneos
  - Xavier Villarrutia
  - Jaime Torres Bodet
  - Salvador Novo



Marinetti

Futurismo. El futurismo se caracterizó por exaltar los avances técnicos y la civilización mecánica. Este espíritu queda demostrado en la frase: "un automóvil de carreras es más hermoso que la Victoria de Samotracia".

Los temas: velocidad, máquinas y aviones estuvieron presentes.



Tzara

Dadaísmo. Tristán Tzara, poeta rumano, es el creador de esta vanguardia, la palabra *dada* puede ser traducida como el balbuceo de un bebé, o bien, como "caballo de juguete". Surgió en 1916 en la ciudad de Zúrich.

El dadaísmo fue absurdo, destructivo, ilógico, buscó desafiar la capacidad racional del hombre y un grito de protesta a la guerra.

Otros poetas que pertenecieron a este movimiento son André Breton, Paul Eluard y Louis Aragon, quienes fundaron posteriormente el surrealismo.


Breton

Surrealismo. André Breton junto con otros poetas publicó en 1924 el *Manifiesto surrealista*. Su objetivo fue llegar al último sentido de la realidad, explorar el pensamiento del hombre cuando la razón está ausente, desligándose de toda preocupación moral o estética.

Breton buscó incorporar a sus trabajos los conceptos de Freud acerca del subconsciente y los sueños. A este movimiento se incorporaron Luis Buñuel (cineasta) y Salvador Dalí (pintor).



Estridentismo. Manuel Maples Arce, poeta mexicano, es el creador del estridentismo, publicó el *Manifiesto actual No. 1*, en 1921 en la ciudad de Puebla. Esta vanguardia tiene sus raíces en el futurismo y dadaísmo, esta admiración hace que los estridentistas escriban lemas como: "que viva el mole de guajolote", "muera el cura Hidalgo", "Chopin a la silla eléctrica", etcétera.

Entre los estridentistas, Maples Arce publicó *Andamios interiores*, y *Urbe*; Arqueles Vela es autor de la novela *La señorita Etcétera*. German List Arzubide, Luis Quintanilla y Salvador Gallardo editaron las revistas: *Horizonte* e *Irradiador*.


Villaurrutia

Contemporáneos. En 1919 se inició este grupo fundado por Jaime Torres Bodet y Bernardo Ortiz de Montellano, los escritores que pertenecieron a los contemporáneos se caracterizaron por su interés en la literatura, las letras francesas, la cultura y la poesía española. Entre algunos de los escritores de este movimiento están: José Gorostiza, Carlos Pellicer, Xavier Villaurrutia y Salvador Novo.

Los contemporáneos no se limitaron a las obras poéticas, también en el teatro manifestaron su influencia con obras como *Invitación a la muerte, La hiedra, La mujer legítima y el yerro candente,* obras de Xavier Villaurrutia.

▼ El *boom* latinoamericano

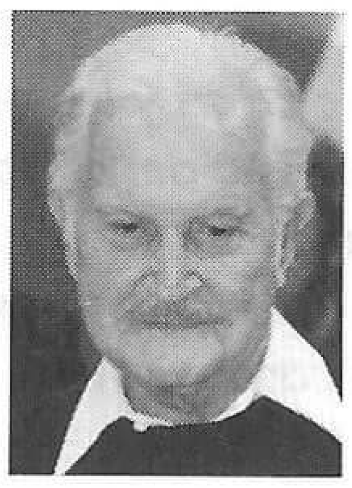
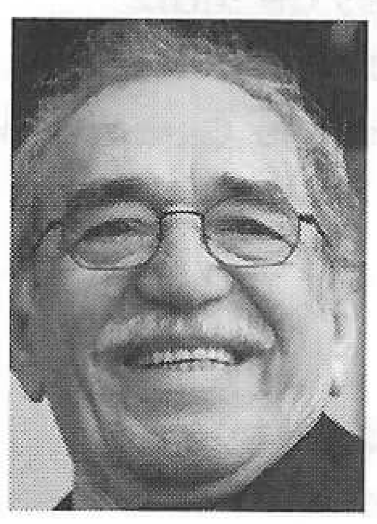
El siglo XX fue una época de grandes transformaciones, particularmente los años sesenta servirían de referencia para las nuevas propuestas literarias.

Novelas de diversos tipos se publicaron, el modo de escribir se modificó, la estilística incluyó palabras nuevas o neologismos, juegos de palabras y elementos ambiguos se hicieron presentes. El realismo mágico apareció como una nueva propuesta narrativa.

La renovación literaria de esta época llevó a sus autores a crear historias que serían identificadas como la "nueva novela", en ellas se abordaron temas como la impersonalidad de la sociedad, la falta de comunicación en la sociedad, la angustia individual y colectiva, la marginación en la ciudad y el campo, en resumen, hablaron de una realidad apabullante que salía al paso en una generación que buscaba cambios en todos los ámbitos.

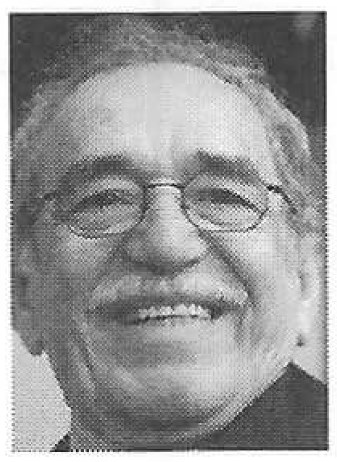
Estos son los autores representativos del *boom* latinoamericano.

País	Autor	Obra	Año de publicación
Argentina	 Ernesto Sábato	*Sobre héroes y tumbas*	1961

País	Autor	Obra	Año de publicación
México	 Carlos Fuentes	*La muerte de Artemio Cruz*	1962
Perú	 Mario Vargas Llosa	*La ciudad y los perros*	1962
Cuba	 Alejo Carpentier	*El siglo de las luces*	1962
Argentina	 Julio Cortázar	*Rayuela*	1963
Colombia	 Gabriel García Márquez	*Cien años de soledad*	1967
Chile	 José Donoso	*El obsceno pájaro de la noche*	1969

Premios Nobel

Recibir el Premio Nobel de Literatura es, sin duda, una distinción que exalta las creaciones literarias más importantes. Por ello, es relevante recordar a los escritores latinoamericanos que han obtenido esta distinción.

Año en que obtuvo el Premio Nobel	Autor	País	Obras literarias
2010	 Mario Vargas Llosa	Perú	*La ciudad y los perros* *La fiesta del chivo* *Los cachorros* *La tía Julia y el escribidor* *La casa verde*
1990	 Octavio Paz	México	*El laberinto de la soledad* *Sor Juana o las trampas de la fe* *Libertad bajo palabra*
1982	 Gabriel García Márquez	Colombia	*Cien años de soledad* *El coronel no tiene quien le escriba* *El amor en los tiempos del cólera* *Crónica de una muerte anunciada*
1971	 Pablo Neruda	Chile	*Veinte poemas de amor y una canción desesperada* *Canto general* *Odas elementales* *Residencia en la Tierra*
1967	 Miguel Ángel Asturias	Guatemala	*Señor presidente* *Hombres de maíz* *El Papa verde* *Leyendas de Guatemala*
1945	 Gabriela Mistral	Chile	*Sonetos de muerte* *Desolación* *Ternura* *Tala*

Ejemplos de reactivos

1. Lee con atención.
   I. Su tema es la fatalidad
   II. El humor es un elemento muy importante
   III. Cuentan con una moraleja
   IV. Los temas se tratan de manera ligera y están dirigidos al pueblo
   V. Sus personajes siempre son aristócratas

¿Qué características son propias de la novela picaresca?

a) I y III b) II y IV c) III y V d) I y IV

Es estilo picaresco se caracteriza por su tono burlesco e irónico, posee influencia neoclásica y es fácilmente identificable por el tono didáctico de la obra; por tanto la respuesta correcta es el inciso b.

2. Movimiento literario que se desarrolló en México durante la época Colonial y su máxima representante es Sor Juana Inés de la Cruz.

a) Barroco b) Realismo c) Naturalismo d) Romanticismo

Este reactivo no es propio del contenido temático marcado por la Universidad, pero por su contenido es un buen ejemplo de corriente literaria, recuerda que identificamos como corriente literaria al conjunto de obras literarias creadas durante una época determinada y que comparten características comunes en su estilo, temática, estética e ideología.

En este caso la representante de la cultura colonial es Sor Juana Inés de la Cruz, por lo que la respuesta correcta es la opción a.

3. ¿Qué opción corresponde a las características propias del Romanticismo?
a) Misterioso y mítico
b) Idealista y fantasioso
c) Subjetivo y emocional
d) Pasiones humanas y deseos

4. _______________ es una característica del Romanticismo.

a) Anhelo b) Libertad c) Descripción d) Religiosidad

Recuerda que el Romanticismo se define como la corriente literaria en la que se identifica la libertad absoluta en la expresión del autor, unida a la pasión y el culto al *yo* que se manifiesta en los poemas.

Los temas son subjetivos porque se ligan a los sentimientos, tienden a la exageración y hablan acerca de la mujer. El amor es fácilmente identificable en los poemas y novelas de la época.

En el reactivo 3 la respuesta correcta se encuentra en el inciso c, mientras que la respuesta del reactivo 4 está en la opción b.

5. ¿Qué opción corresponde a Gabriela Mistral?

a) Poeta modernista, galardonada con el Premio Nobel de Literatura en 1945.
b) Poeta de vanguardia en el siglo XX, reconocida como una escritora célebre.
c) Poeta chilena posmodernista, galardonada con el Premio Nobel de Literatura en 1945.
d) Poeta representante del feminismo latinoamericano, reconocida como pionera en este género.

6. Ganador del Premio Nobel y autor de *Residencia en la Tierra*.

a) Rubén Darío b) Pablo Neruda c) Manuel Acuña d) Manuel G. Nájera

7. Escritor peruano, obtuvo el Premio Nobel en 2010 y es autor de *La casa verde*.

a) Julio Cortázar c) Mario Vargas Llosa
b) Alejo Carpentier d) Gabriel García Márquez

En el Concurso de selección podemos encontrar que los reactivos acerca de Premios Nobel ponen atención en:

- Nombre de autor.
- Fecha en que fue galardonado con el Premio Nobel.
- Nacionalidad del autor.
- Obras representativas.

En la pregunta 5, nuestra respuesta correcta es la opción c, en el reactivo 6 debemos marcar el inciso b y en el reactivo 7 la opción c.

Texto narrativo

Las narraciones literarias se caracterizan por contar la historia que el autor nos quiere comunicar, los acontecimientos narrados son ficticios, aunque tengan su origen en alguna situación conocida.

La novela y el cuento son las formas narrativas más importantes en la literatura actual.

El cuento. Características y corrientes



El *cuento* es una creación literaria, posiblemente de las más antiguas que se tenga memoria, para algunos, su extensión permite leerlo completo en poco tiempo, casi de una sentada, sin interrupciones.

El cuento convencional se define como *una narración breve que trata de un solo asunto o tema, crea un solo ambiente, tiene un número limitado de personajes e imparte una sola emoción al elaborar artísticamente su historia, por lo que se desarrolla en un microcosmos.*

Resulta pertinente aclarar que el cuento se ha diversificado, actualmente se puede clasificar en forma particular por su extensión en:

- Cuento convencional de 2 000 a 30 000 palabras.
- Cuento corto de 1 000 a 2 000 palabras.
- Cuento muy corto de 200 a 1 000 palabras.
- Cuento ultracorto de 1 a 200 palabras.

Elementos del cuento

Cada cuento posee introducción, desarrollo y desenlace, cuando su contenido se lee con detenimiento, estas partes se pueden identificar fácilmente.

La estructura narrativa del cuento comprende estos elementos:

- *Tema.* Es la idea, casi siempre abstracta, que da unidad a la obra, porque en algún sentido todas sus partes están subordinadas a ella.
- *Personajes.* Son seres creados por el autor para expresar ideas y emociones, con voz y caracteres propios.
- *Acción.* Es la secuencia de hechos que se van conectando entre sí hasta la integración de la trama.
- *Ambiente.* Es el área, en tiempo y en espacio, en que la acción se desarrolla.
- *Estilo.* Es la manera en que el autor expresa sus ideas mediante el lenguaje.
- *Estructura.* Es la forma como el autor coloca o dispone los elementos del cuento.

▼ La novela. Características y corrientes

La *novela* es un relato completo, en el que por su extensión se muestran conductas, actitudes y relaciones humanas, el escritor de novela presenta al lector un macrocosmos.

Desde el siglo XIX evolucionó esta forma narrativa, por lo que surgieron múltiples subgéneros; entre ellos, se pueden identificar: la novela histórica, sentimental, psicológica, realista, fantástica, humorística, aventuras, policiaca y de saga.

Su estructura es semejante a la del cuento, la diferencia estará en la extensión del relato, la novela latinoamericana en español ha experimentado un enorme desarrollo que ha pasado por tres fases:

- *La primera*, dominada por una gran concentración en temas, paisajes y personajes locales.
- *La segunda*, en la que se produjo una extensa obra narrativa de carácter psicológico e imaginativo, ambientada en escenarios urbanos y cosmopolitas.
- *La tercera*, en la que los escritores adoptaron técnicas literarias contemporáneas, que condujeron a un inmediato reconocimiento internacional y a un continuo y creciente interés por parte del mundo literario.

Ejemplos de reactivos

1. Lee el texto.

El patio cuadrado
(Fragmento)

Amparo Dávila

Atardecía y desde el patio descubierto se podía ver un crepúsculo tan enrojecido como un incendio o como un mar de púrpura. Era uno de esos patios de provincia, cuadrados, con corredores y habitaciones a cada lado. Horacio estaba junto a mí mirando el atardecer, y en los rincones de los corredores unos embozados permanecían replegados y quietos como si fuera un coro secundario; un acompañamiento en sordina, o a *sotto voce*. No sé si sería por aquel ocaso ensangrentado o porque era esa hora de la tarde en que uno se siente especialmente triste que ninguno de los dos hablábamos.

De pronto descubrí la silueta de un hombre que se recortaba contra el fondo rojísimo del cielo como un puñal negro, clavado en el borde mismo de la cornisa del patio. Un mínimo impulso bastaba para que se precipitara al vacío.

—Se va a matar —le dije a Horacio.

—Se va a matar —dije de nuevo, porque el hombre permanecía sin dar un paso atrás, como si estuviera resuelto a lanzarse. Busqué con la mirada a Horacio, pero ya no estaba junto a mí. Me tranquilizó saber que había comprendido mi mensaje y lo iba a salvar. Ansiosamente esperé verlo llegar detrás del hombre; pero los minutos pasaban y Horacio no aparecía. Mientras el atardecer se desgaja en jirones sangrantes.

Entonces supe que Horacio estaba frente al suicida en el otro extremo del patio, en idéntica actitud: como dos dagas clavadas frente a frente, como dos neones en un tablero de ajedrez.

—Se va a matar —dije, ya sin esperanza, mirando al desconocido.

En ese mismo instante Horacio se precipitó al vacío. Los embozados que habían permanecido inmóviles todo el tiempo lanzaron un graznido siniestro y se arrojaron voraces sobre el cuerpo caído, cubriéndolo con sus alas parduzcas y membranosas.

Yo comencé a retroceder, a retroceder... Entré en el cuarto donde se guardaban los juguetes de la infancia, pero aquella habitación llena siempre de muñecas, pelotas, osos, patines, era ahora un enorme vestidor con percheros repletos de ropa. Una vez que se entraba ahí ya no era posible ver, sino prendas de vestir por todos lados, como si fuera una tienda de empeño o de esas en que se alquilan trajes para toda ocasión.

Había cientos, miles de vestidos lindos y costosos de los estilos y colores más diversos; cualquier prenda de ropa que uno pudiera desear estaba allí. Con gran entusiasmo me dediqué a probarme todas las cosas, pero nada me quedaba bien, o era grande o era chico, largo, apretado. No había nada a mi medida, nada. Comencé a desesperarme y a sufrir verdaderamente por no encontrar algo de mi talla, pero no cesaba en mi empeño y me medía vestidos y más vestidos, y abrigos y sacos y capas, blusas y faldas y negligés. Estaba muy atareada cuando oí que me llamaban por mi nombre una y otra vez. Reconocí la voz de Olivia que salía de entre la ropa.

—Olivia, ¿dónde estás?

No hubo respuesta a mi pregunta, pero volví a oír el mismo llamado.

—Olivia, Olivia, ¿dónde estás?

—Aquí estoy, en el centro del cuarto —contestó entonces con una voz muy queda, como si la ropa la sofocara.

Me puse a remover trajes y más trajes tratando de apartarlos y despejar el camino hacia ella. Lograba pasar entre un perchero y encontraba otro y después otro y luego otro y otro, como si la ropa y los percheros se multiplicaran y no

me dejaran nunca llegar hasta Olivia. Por fin conseguí salir de aquel mundo de ropa y verla vestida toda de negro y velado el rostro por gasas también negras. Estaba de pie en el centro de un círculo, una circunferencia pequeñísima que parecía pertenecerle.

—¿Qué haces aquí? —le pregunté. Ella avanzó un paso, o nada, pero yo sentí que se encaminaba hacia mí, mientras sus manos apartaban las gasas que la velaban.

—Estoy muerta —dijo— ¿no te has dado cuenta de que estoy muerta, de que hace mucho tiempo que estoy muerta? Y al apartar los velos que la cubrían yo estuve ante un rostro hueco, una cavidad donde yo miraba al vacío.

—Estoy muerta, muerta...

¿Cuál es el orden de los hechos?

I. Ansiosamente esperé verlo llegar detrás del hombre; pero los minutos pasaban.
II. Estoy muerta, muerta...
III. Estaba muy atareada cuando oí que me llamaban por mi nombre una y otra vez. Reconocí la voz de Olivia que salía de entre la ropa.
IV. Era uno de esos patios de provincia, cuadrados, con corredores y habitaciones a cada lado.
V. Lograba pasar entre un perchero y encontraba otro y después otro.

a) I, II, III, IV, V
b) I, III, V, II, IV
c) III, IV, I, V, II
d) IV, I, III, V, II

La narración cronológica de un texto plantea la aparición ordenada de los siguientes momentos:

Planteamiento
Se presenta al lector la situación general en la que la historia se va a desarrollar.

Se presenta a los personajes y se proporcionan los datos necesarios para entender el relato.

Nudo
Es la etapa donde la historia se complica, los personajes se enfrentan a un conflicto y la historia cambia de dirección.

Clímax
Es el momento de mayor intensidad.

En algunas ocasiones los personajes principales se enfrentan a otros hombres, a la naturaleza, a su *yo* interno, o bien a lo sobrenatural.

Desenlace
Momento en que finaliza el conflicto y se da solución a la historia, se presentan las consecuencias finales del clímax.

Por esto, es importante no olvidar la secuencia lineal de la historia, semejante al transcurrir el tiempo en nuestras vidas.

En este reactivo, la respuesta correcta se encuentra en la opción d.

2. Se llama ____________ al relato extenso generalmente en prosa que narra acciones reales o de ficción.

a) fábula b) cuento c) novela d) drama

3. Es una narración breve, con uno o pocos personajes y una historia sencilla.

a) Novela b) Cuento c) Artículo de opinión d) Poema

4. ______________ es un texto que trata sólo de un tema y tiene pocos personajes, mientras que la ______________ tiene varios personajes y temas desarrollados en un macrocosmos.

a) Leyenda/novela b) Cuento/novela c) Leyenda/mito d) Mito/fábula

El cuento convencional se define como una narración breve que trata de un solo asunto o tema, crea un solo ambiente, tiene un número limitado de personajes e imparte una sola emoción al elaborar artísticamente su historia.

En la pregunta 2 debemos seleccionar la opción c, en la 3 el inciso b, en consecuencia, para el reactivo 4 la respuesta se encuentra en opción b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Se llama ____________ a la agrupación por tema en que se han integrado las obras literarias. Cada conjunto de obras poseen rasgos comunes en estructura, temas y lenguaje.

   ¿Qué palabra completa la idea?

   a) género b) corriente c) ideología d) manifestación

2. ¿Cuál opción es ejemplo del género dramático?

   a) Soy como nube que vaga por el cielo,
   Que va llorando sin el aliento de Dios.

   ¿Dónde estás tierra de mi corazón?
   No es que yo esté llorando, el río se desbordó.

   ¿Dónde estás? Yo soy sólo un pasajero,
   Tierra de mi pensamiento, conmigo vas,

   b) El son istmeño es un género musical que se cultiva en el istmo de Tehuantepec, en el oriente del estado mexicano de Oaxaca. Se trata de un género de compás ternario, muy parecido al vals. Su instrumentación tradicional consiste en guitarra, requinto y bajoquinto. De más reciente introducción es la marimba, que va en retroceso ante el resurgimiento de los tríos tradicionales y de bandas de aliento en ciudades como Unión Hidalgo, Juchitán de Zaragoza y Santo Domingo Tehuantepec.

   c) RUFINO: —Octavio, por dios, contente ¿por qué en cólera montas?
   ¿No es más fácil enlazar cada cual con quien escoja?
   OCTAVIO: —¿Qué me aconsejas Rufino: que me olvide de las bodas que pensé para mis hijas?
   RUFINO: —Sí pues no importa que el marido no sea rico. Ella prefiere a Liseo, que la quiere y que la adora. Y si a Finea, Laurencio ha dotado de memoria y le ha dado entendimiento justo es que sea su esposa.

   d) La Montaña concentra la mayor parte de las bandas de música de viento, tlapanecas, nahuas, mixtecas y mestizas, sus géneros varían según cada grupo de indígenas; predominan las marchas, los valses, la música ritual, las cumbias; sin embargo, estas bandas de música sustituyeron a los grupos de música tradicional de cuerdas, que se ejecuta con violines, guitarras y contrabajo, que hoy en día aún es posible encontrarlos en toda la región de la montaña, participan en las fiestas comunitarias, en las bodas, en la quemas de velas, quema de leña, en las fiestas patronales, ceremonias, rituales o peticiones, en espacios sagrados y en cumpleaños.

3. ¿Qué forma de escritura se utiliza en el género dramático?

   a) Diálogos   b) Párrafos   c) Epístolas   d) Citas textuales

4. Al autor de las obras teatrales se le conoce como...

   a) fabulista   b) cuentista   c) novelista   d) dramaturgo

5. Lee el texto y contesta la pregunta.

Morir temprano, mientras comulga el general
(Fragmento)

Como un gran reflector cuya intensidad alguien gradúa para que ilumine al mundo poco a poco, sin explosiones súbitas, despacio pero con firmeza inquebrantable: la luz del día va en aumento. En cosa de media hora, los objetos de la habitación que van cobrando forma, sus aristas que van apareciendo, sus volúmenes integrándose.

Claroscuro opaco, grisáceo, que va adquiriendo colores definidos, como el rosa pálido del quinqué de Teresa, en la mesita de noche, en el cuarto de Teresa, el quinqué de petróleo que ella prefiere a la luz eléctrica, uno de los primeros objetos cuya figura al amanecer, en la mesita de noche, cerca de la pared que ella adorna con collares, en el cuarto de Teresa...

Al amanecer a veces, a pesar de la proximidad de la piel suave de Teresa, una cierta angustia por esto: la luz que crece y ya nadie la para, el proceso iniciado apenas y ya incontrolable.

Al principio preguntas, luchas, protestas, tratas de defenderte. Hasta que una buena mañana te quedas pegado a —colgado de— tu sonrisa: una sonrisa-rictus-arruga-como-tajada que, sin que lo notaras, fue avanzándote por la cara, te la atravesó de lado a lado dejándotela, como por parálisis, estática. A riesgo de llevarte también la piel con ella tratas de quitártela, disimulando, como si nada, como quien se quita un suéter de cuello alto y apretado.

Pero insiste, permanece, de manera que acabas por acostumbrarte a ella, tu sonrisa más bien cómica, tu sonrisa no voluntaria, tu sonrisa que el vigilante, al vértela después de otra tanda de golpes todavía incrustada en la cara:

—Así me gusta —te dice—: ya te estás volviendo más amable, y con esa sonrisa amable recibes, Andrés Sánchez, la noticia de que el 23 de enero —de que hoy— van a fusilarte.

La puerta sólo la abrirán a las seis, cuando vengan por ti para fusilarte. Al vigilante, no volver a llamarlo. El vigilante dice que Teresa en la cárcel enfermó y murió, pero el vigilante miente.

Cuando te llevaron al pequeño cuarto —...pasillo largo, luz amarilla, escalera corta, otra vez pasillo, empujones. Puertas, rejas, y nunca más los árboles, y nunca más Teresa—. Cuando te llevaron para decirte —no se molestaron en simular un proceso siquiera— que iba a ser el 23 de enero: que Teresa había sido puesta en libertad, también te dijeron. Y no es que vayas a creerles, pero lo sabes: que Teresa es la vida misma, que la muerte nada tiene que ver con Teresa.

El aburrimiento, Andrés, ¿recuerdas?, el aburrimiento de no estar haciendo nada cuando tenías dos empleos. Pero conseguiste prescindir de uno, quedar sólo con el mejor: suboficina-subadministración-subsección-subempleo, quedar sólo con un trabajo y volver a la universidad y ahora te faltan días para terminar, por lo menos tu carrera, por lo menos lo que te agrada, días para terminar te faltan, te faltaban aquella mañana en el tranvía cuando la mano pegada al brazo empieza a asomar por la manga de la gabardina (no llueve), empieza a estirarse poco a poco para salir, como reptando, y cuando te tiene cerca, ¡zas! , te salta encima, ya no reptil, sino alimaña, y se une a la voz —aparentemente humana que te dice que bajes del tranvía sin armar escándalo. Y tú todavía no recapacitas, crees que te van a multar porque vienes con Teresa del zoológico y les han estado echando cacahuates a los monos araña y está prohibido dar de comer a los animales.

¿Cuál es el orden de los hechos?

I. Tu sonrisa no voluntaria, tu sonrisa que el vigilante, al vértela después de otra tanda de golpes todavía incrustada en la cara.
II. Te salta encima, ya no reptil, sino alimaña, y se une a la voz —aparentemente humana que te dice que bajes del tranvía sin armar escándalo.
III. En cosa de media hora, los objetos de la habitación que van cobrando forma, sus aristas que van apareciendo, sus volúmenes integrándose.
IV. A riesgo de llevarte también la piel con ella tratas de quitártela.
V. Teresa había sido puesta en libertad, también te dijeron.

a) I, II, III, IV, V   b) I, III, V, II, IV
c) III, IV, I, V, II   d) IV, I, III, V, II

6. *Residencia en la Tierra* y *Veinte poemas de amor,* son obras de:

   a) Rubén Darío b) Pablo Neruda c) Manuel Acuña d) Manuel G. Nájera

7. *La ciudad y los perros, La tía Julia y el escribidor* y *Pantaleón y las visitadoras,* son obras de:

   a) Julio Cortázar b) Alejo Carpentier c) Mario Vargas Llosa d) Gabriel García Márquez

8. La historia de *Madame Bovary* fue escrita por...

   a) Márquez b) Cortázar c) Flaubert d) Carpentier

9. ¿Cómo se llama al relato extenso, escrito en prosa que narra acciones con muchos personajes en un macrocosmos?

   a) Fábula b) Cuento c) Novela d) Drama

10. ¿Cómo se llama la narración breve, escrita en prosa con pocos personajes y una historia sencilla?

    a) Fábula b) Cuento c) Novela d) Drama

11. Definición de género literario.
    a) Cada época integra las obras literarias.
    b) La agrupación por corriente que se limita al género épico. Cada conjunto de obras poseen rasgos comunes, estructura, temas y época.
    c) La agrupación por género que se orienta a los cuentos. Cada conjunto de obras posee rasgos distintos que dependen de cada autor.
    d) La agrupación por tema en que se han integrado las obras literarias. Cada conjunto de obras poseen rasgos comunes en estructura, temas y lenguaje.

12. Género literario de tema heroico.

    a) Lírico b) Épico c) Epistolar d) Dramático

13. Lee el texto, al terminar contesta la pregunta.

Alta cocina

Amparo Dávila

Nacían en tiempo de lluvia, en las huertas. Escondidos entre las hojas, adheridos a los tallos, o entre la hierba húmeda. De allí los arrancaban para venderlos, y los vendían bien caros.

A tres por cinco centavos regularmente y, cuando había muchos, a quince centavos la docena. En mi casa se compraban dos pesos cada semana, por ser el platillo obligado de los domingos y, con más frecuencia, si había invitados a comer. Con este guiso mi familia agasajaba a las visitas distinguidas o a las muy apreciadas. "No se pueden comer mejor preparados en ningún otro sitio", solía decir mi madre, llena de orgullo, cuando elogiaban el platillo.

Recuerdo la sombría cocina y la olla donde los cocinaban, preparada y curtida por un viejo cocinero francés; la cuchara de madera muy oscurecida por el uso y a la cocinera, gorda, despiadada, implacable ante el dolor. Aquellos gritos desgarradores no la conmovían, seguía atizando el fogón, soplando las brasas como si nada pasara. Desde mi cuarto del desván los oía chillar. Siempre llovía. Sus gritos llegaban mezclados con el ruido de la lluvia. No morían pronto. Su agonía se prolongaba interminablemente.

Yo pasaba todo ese tiempo encerrado en mi cuarto con la almohada sobre la cabeza, pero aun así los oía. Cuando despertaba, a medianoche, volvía a escucharlos. Nunca supe si aún estaban vivos, o si sus gritos se habían quedado dentro de mí, en mi cabeza, en mis oídos, fuera y dentro, martillando, desgarrando todo mi ser. A veces veía cientos de pequeños ojos pegados al cristal goteante de las ventanas.

Cientos de ojos redondos y negros. Ojos brillantes, húmedos de llanto, que imploraban misericordia. Pero no había misericordia en aquella casa. Nadie se conmovía ante aquella crueldad. Sus ojos y sus gritos me seguían y, me siguen aún, a todas partes. Algunas veces me mandaron a comprarlos; yo siempre regresaba sin ellos asegurando que no había encontrado nada. Un día sospecharon de mí y nunca más fui enviado. Iba entonces la cocinera. Ella volvía con la cubeta llena, yo la miraba con el desprecio con que se puede mirar al más cruel verdugo, ella fruncía la chata nariz y soplaba desdeñosa.

Su preparación resultaba ser una cosa muy complicada y tomaba tiempo. Primero los colocaba en un cajón con pasto y les daban una hierba rara qua ellos comían, al parecer con mucho agrado, y que les servía de purgante. Allí

pasaban un día. Al siguiente los bañaban cuidadosamente para no lastimarlos, los secaban y los metían en la olla llena de agua fría, hierbas de olor y especias, vinagre y sal.

Cuando el agua se iba calentando empezaban a chillar, a chillar, a chillar... Chillaban a veces como niños recién nacidos, como ratones aplastados, como murciélagos, como gatos estrangulados, como mujeres histéricas... Aquella vez, la última que estuve en mi casa, el banquete fue largo y paladeado.

¿Cuál es el orden cronológico de los hechos?

I. Con este guiso mi familia agasajaba a las visitas distinguidas o a las muy apreciadas.
II. Sus gritos llegaban mezclados con el ruido de la lluvia. No morían pronto. Su agonía se prolongaba interminablemente.
III. Pero no había misericordia en aquella casa. Nadie se conmovía ante aquella crueldad. Sus ojos y sus gritos me seguían y, me siguen aún, a todas partes.
IV. Ella volvía con la cubeta llena, yo la miraba con el desprecio con que se puede mirar al más cruel verdugo, ella fruncía la chata nariz y soplaba desdeñosa.
V. Cuando el agua se iba calentando empezaban a chillar, a chillar, a chillar... Chillaban a veces como niños recién nacidos, como ratones aplastados, como murciélagos.

a) I, II, III, IV, V
b) II, III, IV, V, I
c) III, IV, V, I, II
d) IV, V, I, II, III

Unidad 3 Redacción y técnicas de investigación documental

Objetivo: el estudiante identificará las características del resumen, paráfrasis, cita textual y comentario. De igual manera, reconoce las características de las fichas bibliográficas, hemerográficas siguiendo los lineamientos del formato APA.

El resumen, la paráfrasis, la cita textual y el comentario

El resumen

Es una actividad académica, la utilizamos para comprender lo más importante de un texto, podemos realizarla luego de leer, se aplica a textos de los que adquirimos nuevos conocimientos, y de esta actividad mental podemos realizar un resumen escrito.

En el resumen, se anotan las ideas esenciales del texto leído, debemos conservar el orden original de lo leído, no agregamos opiniones o comentarios personales.

Cuando elaboramos un resumen, debemos definir el tema general que trata en el texto; posteriormente, identificamos párrafo por párrafo los enunciados principales que den respuesta al tema que identificamos como principal.

Ejemplo de reactivo

Lee el texto y contesta la pregunta.

Desarrollo del microscopio y descubrimiento de la célula

Una de las características del ser humano es ser curioso por naturaleza, razón por la cual siempre ha querido conocer todo lo que lo rodea; así las ideas del fenómeno del aumento y la modificación de las imágenes se fueron formando desde mucho tiempo antes de que apareciera el primer microscopio; por ejemplo, los árabes decían que el agua modificaba las imágenes, los egipcios usaban esferas de cristal de murano para ampliarlas y los romanos sabían que los cristales que ellos llamaban "impertinentes" modificaban los objetos observados.

El descubrimiento de la célula se encuentra estrechamente relacionado con el desarrollo de los primeros microscopios, ya que al ser una estructura cuyo tamaño oscila entre 1 y 100 micras (1 micra = a la milésima parte de un milímetro), escapa al poder de resolución del ojo humano, que es aproximadamente de 0.2 milímetros, por lo que se requirió del uso de un instrumento que permitiera su observación.

¿Qué opción contiene el mejor resumen?

a) "El descubrimiento de la célula se encuentra estrechamente relacionado con el desarrollo de los primeros microscopios".
b) Los romanos sabían que los cristales que ellos llamaban "impertinentes" modificaban los objetos observados.
c) Es humano ser curioso por naturaleza, las ideas del fenómeno del aumento y la modificación de las imágenes se fueron formando desde mucho tiempo antes de que apareciera el primer microscopio. El descubrimiento de la célula se encuentra estrechamente relacionado con el desarrollo de

los primeros microscopios, ya que al ser una estructura cuyo tamaño oscila entre 1 y 100 micras escapa al poder de resolución del ojo humano.

d) Una de las características del ser humano es ser curioso por naturaleza, razón por la cual siempre ha querido conocer todo lo que lo rodea; así las ideas del fenómeno del aumento y la modificación de las imágenes se fueron formando desde mucho tiempo antes de que apareciera el primer microscopio; por ejemplo, los árabes decían que el agua modificaba las imágenes, los egipcios usaban esferas de cristal de murano para ampliarlas y los romanos sabían que los cristales que ellos llamaban "impertinentes" modificaban los objetos observados.

En este reactivo, la respuesta correcta se encuentra en la opción c, debemos considerar que en el resumen buscamos anotar las ideas esenciales del texto leído, debemos conservar el orden original de lo leído, no agregamos opiniones o comentarios personales.

▼ La paráfrasis

En los procesos académicos, realizamos paráfrasis constantemente, en la cual explicamos o interpretamos en forma ampliada el contenido de un texto para ilustrarlo o hacerlo más claro y comprensible.

Con él podemos aclarar la información a los demás para que la comprendan. Existen dos tipos de paráfrasis:

1. Paráfrasis oral. La usamos al explicarle a alguien el contenido de un texto, una conferencia o un artículo.
2. Paráfrasis escrita. Al tomar apuntes de una clase, cuando extraemos ideas importantes de una lectura, cuando hacemos el reporte de una lectura, etcétera.

Para parafrasear en forma escrita podemos usar frases como:

a) El autor X, en su libro X, afirma que...

Platón, en su libro *La república*, afirma que la justicia es el fin tanto de la ética como de la política; por tanto, al analizar el modelo ético de vida buena estamos analizando, a su vez, el modelo de estado político perfecto.

b) Según el autor X...

Según Hegel, Sócrates personifica, en efecto, uno de los momentos críticos fundamentales del espíritu que vuelve sobre sí mismo, bajo la forma del pensamiento filosófico.

c) Que...

Adam Smith cuestionó la idea mercantilista de que la restricción impuesta al comercio internacional garantizaba la posesión de metales preciosos y, con ello, la riqueza. Comprar mucho al exterior, decían los mercantilistas, empobrecía a la nación porque las compras se pagaban con oro y plata; en cambio, exportar grandes volúmenes la enriquecía porque aumentaba la cantidad de dichos metales.

▼ La cita textual

Cuando somos estudiantes y formamos parte de un proceso educativo, buscamos sustentar nuestras ideas al comentar acerca de un hecho relevante, la cita textual sirve a este propósito, con una cita podemos reproducir las palabras exactas de un autor para apoyar nuestra postura.

Con una cita textual es posible copiar una frase, un fragmento de un texto para construir nuestros textos, ya que no es posible tener ideas del todo originales cuando somos estudiantes, en una cita está la voz de un especialista.

Para hacerlas debemos:

a) Seleccionar la frase o fragmento que vamos a utilizar en nuestro trabajo.
b) Escribir entre comillas lo que has seleccionado para dejar claro que esos conceptos pertenecen a otro autor.

En una cita textual corta o breve utilizamos hasta 40 palabras, usamos las comillas y nuestra cita forma parte del párrafo que redactamos.

La idea del trabajo como fuente de la riqueza validó la importancia de la producción industrial, y por tanto, la de la clase social que la encabezaba: la burguesía. Como ya se ha mencionado, el liberalismo económico encontró apoyo en el principio constitucional de la propiedad como "derecho inalienable y sagrado", precepto que daba a la burguesía el resguardo legal y natural de poseer los instrumentos de producción y contratar por un plazo a la fuerza de trabajo. Al respecto Adam Smith refiere:
"El prohibir a un pueblo que saque el máximo partido a su producción, o que invierta su capital y su trabajo en la forma que juzgue más conveniente, es una violación manifiesta de los derechos humanos más sagrados...".

Cuando usamos más de 40 palabras estamos haciendo una cita textual larga. Este tipo de citas se agregan en un párrafo independiente, con su propia sangría y sin comillas.

Las películas ambientadas en el Porfiriato y, sobre todo, enfocadas a la clase alta, plantean aspiraciones que el pueblo llano estaba muy lejos de alcanzar, pero que, sin embargo, aceptó con gusto en las funciones de cine; a este respecto Xavier Villaurrutia apunta:
El público mexicano ha encontrado en los films mexicanos un alivio, y, mientras no adquiera conciencia bastante para preguntarse si la realidad que se le ofrece en las películas es de veras la realidad mexicana que busca y no una nueva y superficial ficción de la realidad, aplaude y aplaudirá las películas hechas en México.

▼ El comentario

Es dar a conocer la opinión que el comentarista tiene de un tema. Comentar es declarar el contenido de un escrito para que se entienda con más facilidad, mientras que hacer un comentario implica explicar un suceso, un libro, una obra, para su mejor comprensión.

El comentario puede realizarse con distintos objetivos:

a) Comentario de sentido común: lo hace cualquier persona.
b) Comentario especializado: lo hace un especialista en el tema que se está tratando.
c) Comentario analítico: se hace de una obra con la finalidad de interpretar la relación que existe entre el fondo y la forma de la obra.

   El comentario analítico es entonces un texto en el que reunimos explicaciones del significado de la obra, su interpretación y valoración de las ideas expresadas por el autor.

   El comentarista está obligado a revisar el fondo (lo que expresa el autor) y la forma (la construcción que realizó el artista, identificando los elementos a los que recurrió).

En el comentario, se realiza una crítica (exaltar virtudes y atacar defectos) de algún suceso cultural, social, político, económico; es interpretar un hecho, una idea, incluso ampliarlo.

Un buen comentario es aquel que no sólo se limita a criticar, a interpretar lo sucedido, sino que, además, orienta y estimula al sujeto, actor del comentario.

Ejemplos de reactivos

1. Lee este texto.

¿Adiós a la democracia mexicana?
(Fragmento)

Enrique Krauze

El próximo 1 de julio los mexicanos decidiremos quién será nuestro presidente por los próximos seis años. No será una elección cualquiera. En el retroceso global de la democracia, lo que podría estar en juego no sólo es un cambio de gobierno, sino un cambio en la naturaleza misma de la democracia liberal que México ha venido construyendo en este siglo. No sería la primera vez que los resultados de una elección democrática pongan a prueba a la democracia. En nuestros días, algunas de las más antiguas y sólidas democracias atraviesan por ese predicamento.

El cambio de gobierno es bienvenido. El Partido Revolucionario Institucional (PRI) merece perder por haber reincidido en actos de corrupción que todos asociamos con su comportamiento habitual en el siglo XX. Quienes luchamos por la democracia durante las décadas finales del siglo pasado, conocemos bien esa historia. En 1928, el presidente Plutarco Elías Calles declaró concluida la era de los caudillos —"el país de un hombre"— y anunció el comienzo de una "nación de instituciones". Así nació el PRI, como un pacto en el que cualquier aspirante renunciaba a las armas a cambio de la posibilidad de llegar a la presidencia, por la sola elección del presidente saliente. Era una monarquía absoluta con ropajes republicanos, con un nuevo rey cada seis años. El único límite era el temporal.

Esa transferencia ordenada y pacífica del poder funcionó por 70 años. Había otros partidos, pero el gobierno organizaba las elecciones, contaba los votos y repartía miles de puestos federales y locales. Había nula división de poderes y poca libertad de expresión. Aunque hasta finales de los años sesenta la gestión económica y social de aquel régimen fue relativamente aceptable, siempre la manchó la corrupción: cada sexenio producía una camada de políticos multimillonarios.

Las décadas finales del siglo XX fueron tiempos de crisis económica y política. La liberalización en ambas áreas era impostergable. Y ocurrió. En el año 2000, la victoria de Vicente Fox, el candidato del Partido Acción Nacional (PAN), puso fin al largo reinado del PRI. Y así comenzó el ensayo democrático en el que estamos.

Ha habido alternancia en el poder. En 2006, el PAN triunfó nuevamente con Felipe Calderón y en 2012 el poder regresó al PRI con Enrique Peña Nieto. En el México de hoy el presidente no es un monarca absoluto ni designa a su sucesor. En el Congreso, varios partidos tienen representación e influencia, no sólo el PRI. La Suprema Corte de Justicia es independiente. Instituciones autónomas clave —entre ellas el Banco de México y el Instituto Nacional Electoral— operan con profesionalismo. Y aunque tiene limitaciones, la libertad de expresión ha revelado casos de corrupción que hubieran permanecido ocultos en el siglo XX.

Por su contenido, el texto lo podemos clasificar como ________________.

a) resumen
b) comentario analítico
c) comentario especializado
d) comentario de sentido común

En este reactivo, la respuesta correcta es el inciso c. Enrique Krauze es un especialista en temas históricos; por ello, las ideas que presenta son incuestionables ante los datos históricos proporcionados.

2. Lee el texto y contesta la pregunta.

El argumento presentado por el gobierno para defender el afán nacionalista en la producción cinematográfica era el de proteger la producción nacional de la creciente invasión del cine norteamericano, pero lo que en realidad ocurrió fue una mitificación de la historia y una legitimación del Estado, por medio de la propuesta o imposición de ciertos valores sociales que orientaban el gusto o las costumbres populares hacia un cauce conservador, porque, de acuerdo con Monsiváis, "el público vio la posibilidad de experimentar, de adoptar nuevos hábitos y de ver reiterados... códigos de costumbres. No se acudió al cine a soñar: se fue a aprender".

¿Qué se ejemplificó en el texto?

a) Resumen
b) Paráfrasis
c) Cita textual
d) Comentario

En este reactivo, la respuesta correcta está en la opción c, debemos recordar que la cita textual requiere el uso de comillas; de esta forma, se indica al lector que la idea que se presenta pertenece a otro autor.

Registro de fuentes: ficha bibliográfica, hemerográfica y de trabajo

Fichas bibliográficas y hemerográficas

La información que aparece en un catálogo se anota en fichas de identificación, llamadas *catalográficas* de manera genérica y de acuerdo con el tipo de documento. Las fuentes de consulta o bibliografía son los recursos que se utilizaron a lo largo de una investigación.

Al terminar un trabajo de investigación deben colocarse en orden alfabético; no debemos olvidar que al investigar no sólo usamos libros, también debemos incluir fuentes como revistas, periódicos, páginas de Internet, audios, etcétera.

Cada fuente consultada debe incluirse de una forma específica, el manual APA indica que debe hacerse así.

Libros

Año | Título del libro en cursivas | País y editorial

Puga, C. (2015). *Hacia la sociología.* México: Pearson.

Autor. Sólo se coloca el primer apellido y después la inicial del nombre.

Periódicos

Año, día y mes de publicación | Título

Manzo, D. (17 de julio de 2014). Juchitán realizará el Festival de la Cultura Zapoteca; rescate e impulso a jóvenes talentos. *La Jornada*, p. 31.

Autor. Sólo se coloca el primer apellido y después la inicial del nombre. | Nombre de la fuente en cursivas | Páginas

Revistas

Año y mes de publicación | Nombre del artículo | Nombre de la revista en cursivas

Cárdenas, G. (2018, junio). La intensidad del futbol. *¿Cómo ves?*, 8-13.

Autor. Sólo se coloca el primer apellido y después la inicial del nombre. | Páginas

Internet

Título | Año de elaboración del documento y en caso de no haber poner (s/f) sin fecha.

Discriminación e igualdad (s/f). En Consejo Nacional para Prevenir la Discriminación (Conapred). Recuperado de http://bit.ly/2lggy7V (junio, 2018).

Link de internet | Fecha en que consultaste (mes y año).

➤ Video

Nombre del video | Año de elaboración del video y en caso de no haber poner (s/f) sin fecha.

¿Cómo construir sociedades más justas? (s/f). Recuperado de http://bit.ly/2K1r7X6 (junio, 2018).

Link de internet | Fecha en que consultaste (mes y año).

➤ Audio

Nombre del audio | Año de elaboración del audio y en caso de no haber poner (s/f) sin fecha.

Los guarijios (2002). Recuperado de http://bit.ly/2lhua2R (junio, 2018).

Link de internet | Fecha en que consultaste el audio (mes y año).

Ejemplos de reactivos

1. Los datos pertenecen a una ficha:

   Muñoz, Patricia (8 de mayo de 2018). Abre Infonavit nuevo esquema crediticio para empleados que ya cuentan con casa. *La Jornada*, sección Política, año 34, núm. 12132, p. 12.

   a) Textual b) De resumen c) Bibliográfica d) Hemerográfica

   Cada fuente consultada debe incluirse de una forma específica, el manual APA indica que las fichas hemerográficas consignan los datos de periódicos que han sido consultados al investigar, en este reactivo la respuesta correcta es el inciso d.

2. Los datos pertenecen a una ficha:

   Taibo II, Paco I. (2017). *Patria 1.* México: Planeta.

   a) Textual b) De resumen c) Bibliográfica d) Hemerográfica

   El manual APA indica que la citas bibliográficas deben seguir el formato que inicia con el nombre del autor, el cual debe escribirse empezando con su apellido paterno y, posteriormente, con el nombre. Debemos sumar el año de edición, el título del libro en cursivas, el país y finalmente la casa editorial.

   Por ello, en el reactivo cinco la respuesta correcta es el inciso c.

▼ Fichas de trabajo

Al realizar un trabajo de investigación, es importante elaborar fichas de trabajo, las cuales sirven para dar orden a todos los datos obtenidos, básicamente, con ellas, podemos reconstruir el conocimiento recabado en nuestras fuentes de consulta. Las fichas de trabajo evitan que perdamos información.

Las fichas que podemos usar son:

- **Fichas de trabajo**
  - **Ficha de resumen**: Abrevia las ideas más importantes de la fuente consultada, sin modificar las ideas originales; se reduce a lo esencial, conservando su significado.
  - **Ficha de paráfrasis**: Expresa el contenido del texto en palabras propias, de forma libre para hacerlo más comprensible.
  - **Ficha de cita textual**: Transcribe frases, fragmentos o párrafos completos del texto original, entrecomillados, estas referencias sirven para sustentar tus afirmaciones en el contenido de tu investigación.

Para su elaboración, se usan fichas de 21×12 cm, o bien, puedes usar la mitad de una hoja tamaño carta.

➤ Ficha de resumen

Gloria M. Delgado Cantú,
"Rebelión Cristera",
en *Historia de México. Legado histórico y pasado reciente,* p. 245.

3. RELACIONES IGLESIA-ESTADO

La Guerra Cristera

El objetivo principal de las miles de personas que impulsaron la rebelión Cristera no era enfrentar políticamente al gobierno de Calles, sino garantizar la práctica del culto católico, amenazada por las medidas emprendidas por el régimen revolucionario. En la región centro del país fue el escenario principal de este conflicto.

➤ Ficha de paráfrasis

Referencia de la fuente. Aquí escribes la referencia o el lugar de donde proviene la información (ángulo superior derecho).

Gloria M. Delgado Cantú,
"Rebelión Cristera",
en *Historia de México. Legado histórico y pasado reciente,* p. 245.

3. RELACIONES IGLESIA-ESTADO

La Guerra Cristera

Me parece que, de haber existido una actitud más tolerante por parte tanto del gobierno callista, como de la Iglesia católica, este conflicto armado se hubiera evitado, pues lo que buscaban los grupos cristeros no era atacar al régimen revolucionario ni derrocarlo, sino garantizar el respeto a sus creencias religiosas.

➤ Ficha de cita textual

Gloria M. Delgado Cantú,
"Leyes de Reforma",
en *Historia de México. Legado histórico y pasado reciente*, p. 116.

3. LA GUERRA DE REFORMA

Situación financiera

"Entre las desventajas que el gobierno liberal enfrentó durante la Guerra de Reforma, posiblemente la más significativa fue la falta de recursos financieros. Para solucionar ese problema propusieron buscar el reconocimiento del gobierno estadounidense y confiscar los bienes eclesiásticos. Se recurrió a la primera opción por considerar que podría proporcionar soluciones inmediatas; sin embargo, para otorgar dicho reconocimiento, los estadounidenses pusieron como condición la firma de un nuevo tratado de límites, cuyas especificaciones iban en contra de la integridad territorial y la soberanía de México".

Las fichas sirven para reconstruir el conocimiento obtenido de las fuentes, organizarlo por temas y subtemas, y evitar la pérdida de la información.

Ejemplo de reactivo

Las ____________________ sirven para organizar el conocimiento obtenido de diversas fuentes. De esta forma, se evita la pérdida de información.

a) fichas de trabajo
b) fichas bibliográficas
c) fichas videográficas
d) fichas hemerográficas

En esta pregunta, la respuesta correcta se encuentra en el inciso a, recordemos que la finalidad de las fichas de trabajo es sistematizar la información recabada; así, podemos reconstruir y organizar nuestro conocimiento.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

Lee el texto y contesta la pregunta.

Vampiros, licántropos y terror

Aunque hoy en día la figura de los vampiros y licántropos esté de moda gracias a las series, películas y libros como la saga del *Crepúsculo*, el tema de los vampiros y hombres lobo es, en realidad, bastante viejo. Seguramente has escuchado hablar de la corriente filosófica, artística y literaria conocida como Romanticismo. Pues resulta que el vampiro nace en el seno de esta corriente literaria que floreció a mediados del siglo XIX. Es decir, el vampiro tal como lo conocemos ahora: esa figura envuelta en un halo de terror, pero también de misterio, de elegancia y de erotismo. ¿Te has preguntado alguna vez de dónde proviene este enigmático personaje?

Drácula

Uno de los momentos clave en el Romanticismo para la creación de figuras emblemáticas en la literatura es la reunión en la mansión de Villa Diodati en Cologny, Suiza, propiedad de Lord Byron, a la que acuden Mary Shelley, Percy Shelley y John Polidori, grandes escritores románticos (con excepción de Polidori que era médico). Una noche, tras una tertulia en la que Byron les lee poemas de vampiros a sus invitados, los reta a escribir una historia de terror. Allí nacen dos grandes obras de la literatura que inspirarían a generaciones posteriores: Mary Shelley escribe *Frankenstein* y Polidori el cuento *El vampiro*. Se dice que Edgar Allan Poe sentía una gran admiración por la obra de Byron, pero más interesante que eso, resulta el hecho de que Polidori se inspiró en la personalidad de Byron para recrear su vampiro. Byron era un aristócrata en decadencia y un gran seductor. Algunos piensan que el personaje de Drácula de Bram Stoker pudo haber tenido más que ver con el vampiro de Polidori, que con Vlad Draculea, el príncipe de Valaquia del siglo XV conocido por sus múltiples empalamientos, de quien Stoker no tomó más que el nombre con el que hasta hoy conocemos al vampiro por antonomasia: Drácula.

Tomado de: Portal académico CCH (s/f). *Vampiros, licántropos y terror*. Disponible en http://bit.ly/2tpoO9B (consultado en junio de 2018).

1. ¿Qué opción contiene el mejor resumen?

   a) "El vampiro tal como lo conocemos ahora: esa figura envuelta en un halo de terror, pero también de misterio, de elegancia y de erotismo. ¿Te has preguntado alguna vez de dónde proviene este enigmático personaje?"

   b) Seguramente has escuchado hablar de la corriente filosófica, artística y literaria conocida como Romanticismo. Se dice que Edgar Allan Poe sentía una gran admiración por la obra de Byron, pero más interesante que eso, resulta el hecho de que Polidori se inspiró en la personalidad de Byron para recrear su vampiro. Byron era un aristócrata en decadencia y un gran seductor

   c) Algunos piensan que el personaje de Drácula de Bram Stoker pudo haber tenido más que ver con el vampiro de Polidori, que con Vlad Draculea, el príncipe de Valaquia del siglo XV conocido por sus múltiples empalamientos, de quien Stoker no tomó más que el nombre con el que hasta hoy conocemos al vampiro por antonomasia: Drácula

   d) El tema de los vampiros y hombres lobo es bastante viejo. Seguramente has escuchado hablar de la corriente filosófica, artística y literaria conocida como romanticismo, el vampiro nace en el seno de esta corriente literaria que floreció a mediados del siglo XIX. Una noche, tras una tertulia en la que Byron les lee poemas de vampiros a sus invitados, los reta a escribir una historia de terror, Mary Shelley escribe *Frankenstein* y Polidori el cuento *El vampiro*, Polidori se inspiró en la personalidad de Byron para recrear su vampiro. Algunos piensan que el personaje de Drácula de Bram Stoker pudo haber tenido más que ver con el vampiro de Polidori, que con Vlad Draculea, el príncipe de Valaquia del siglo XV

2. ¿Qué opción ejemplifica una cita textual?

   a) En el realismo mágico, ocurren sucesos improbables o raros que para el protagonista son completamente normales, incluso al lector se le hace sentir como que esa magia es parte de la realidad

   b) Seymour Menton menciona que: "El cuadro, cuento o novela mágicorrealista es predominantemente realista con un tema cotidiano, pero contiene un elemento inesperado o improbable que crea un efecto extraño, dejando asombrado al espectador o lector"

   c) Gabriel García Márquez es un escritor colombiano, fue galardonado con el Premio Nobel de Literatura en 1981, entre sus obras destaca, *Cien años de soledad*

   d) Las obras literarias de Márquez han inspirado a los jóvenes, muchos estudiantes escriben sus trabajos literarios inspirados en las historias de Gabo

3. Lee el texto y contesta la pregunta.

No me gusta el periodismo que hace @RicardoAlemanMx. Por eso, no lo leo ni sigo sus opiniones, salvo ahora que uno de sus tuits ha trascendido el mundo virtual y ha tenido (está teniendo) efectos en el mundo real o percibido como tal.

Como es sabido, Alemán publicó un tuit desafortunado, ajeno, por supuesto, a la ética periodística porque permitió que pudiera ser interpretado como probable llamado a la comisión de un delito, el de privar —de acuerdo a esta lectura— de la vida al candidato de Morena a la presidencia, Andrés Manuel López Obrador.

La condición humana está impregnada de un conjunto de emociones positivas y negativas. Las negativas tienden a ganar la partida. Recuérdese la sentencia de Cornelio Tácito (que cita a Nicolás Maquiavelo en su clásico "Discursos sobre la primera década de Tito Livio") "mayor es la inclinación a castigar la ofensa que a premiar el beneficio, porque el agradecimiento pesa y la venganza satisface".

En estos excepcionales casos, por lo menos en México, el primer sentimiento que tiene una persona que no concuerda con los juicios de Alemán, y más aún cuando ha sido objeto de las fobias del periodista impugnado, como ha sido mi caso y el de muchos otros, es sumarse de manera activa o pasiva a fuente ovejuna y sentir ese interno "gozo" del sufrimiento ajeno, de la venganza puesta en forma por la fortuna.

Tomado de *Aristegui Noticias* (8 de mayo de 2018).
Disponible en http://bit.ly/2tkiAHK (consultado en junio de 2018).

Por su contenido, el texto lo podemos clasificar como ________________.

a) resumen b) paráfrasis c) cita textual d) comentario

4. Los datos pertenecen a una ficha...

Redacción (8 de mayo de 2018). Fraguan un Nobel de Literatura alterno; "limpiemos el pantano." *La Jornada*, sección Cultura, año 34, núm. 12132, p. 21.

a) Textual b) De resumen c) Bibliográfica d) Hemerográfica

5. Los datos pertenecen a una ficha:

Arreola, Juan J. (1998). *Lectura en voz alta*. México: Porrúa.

a) Textual b) De resumen c) Bibliográfica d) Hemerográfica

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3
1. c	1. a	1. d
2. d	2. c	2. b
3. a	3. a	3. d
4. d	4. d	4. d
5. b	5. c	5. c
6. d	6. b	
7. d	7. c	
8. a	8. c	
9. b	9. c	
10. d	10. b	
	11. d	
	12. b	
	13. a	

Bibliografía

ÁLVAREZ, M. D. (2004). *La literatura universal a través de autores selectos*. México: Porrúa.

CELORIO, G. (2004). *Literatura mexicana e iberoamericana*. México: Santillana.

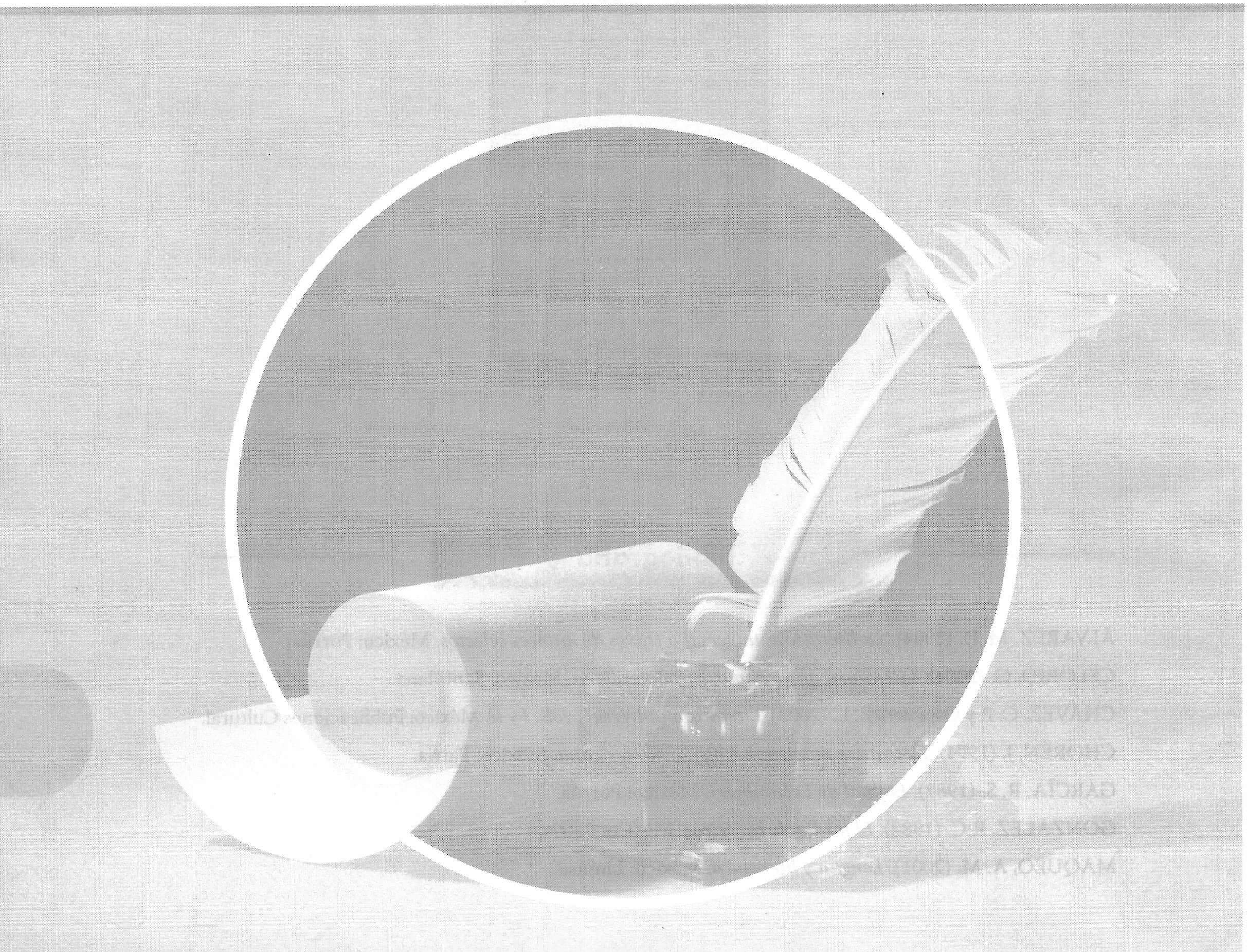
CHÁVEZ, C. P. y Oseguera E. L. (2003). *Literatura universal, vols. I y II*. México: Publicaciones Cultural.

CHORÉN, J. (1994). *Literatura mexicana e hispanoamericana*. México: Patria.

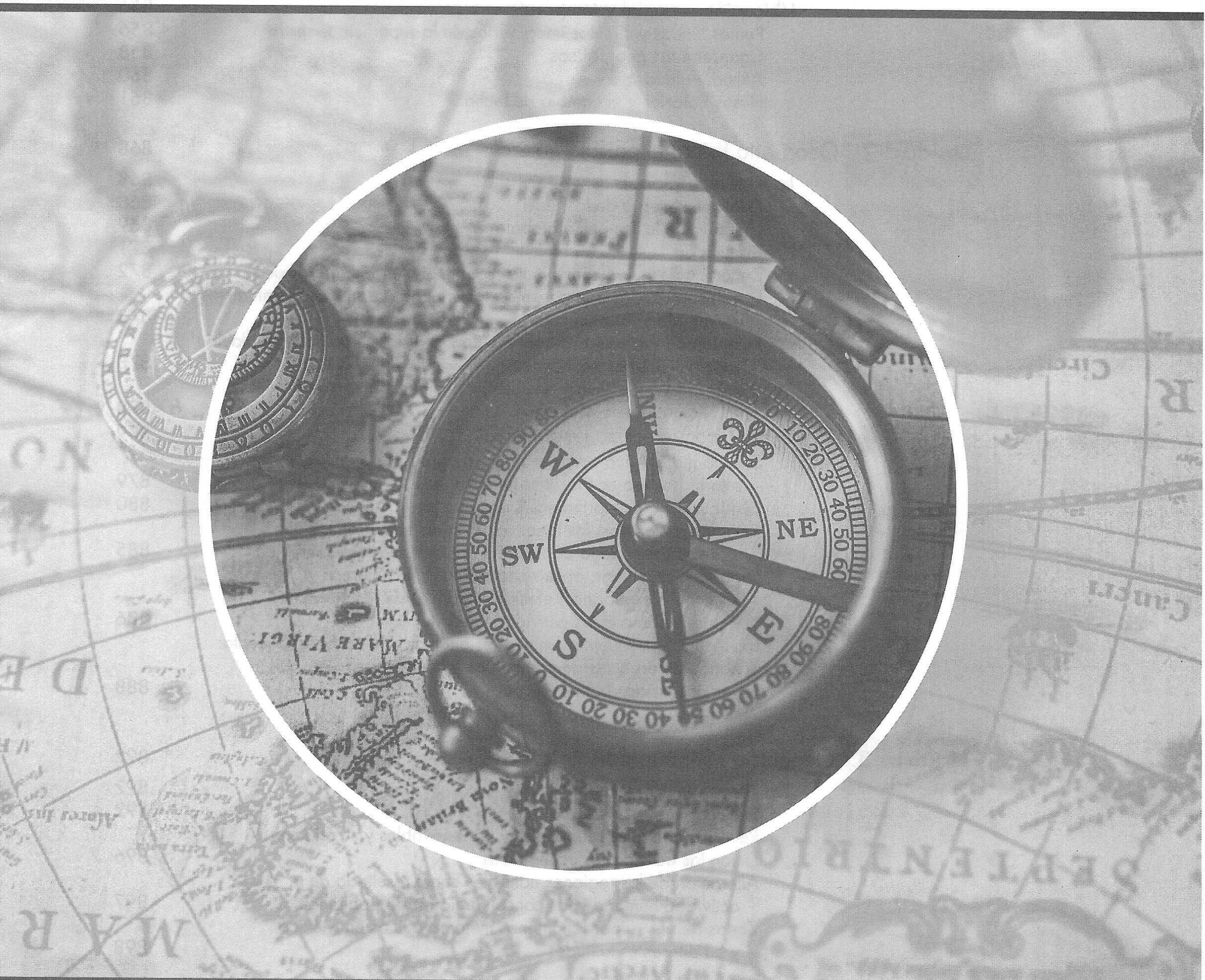
GARCÍA, R. S. (1982). *El final de Lecumberri*. México: Porrúa.

GONZÁLEZ, P. C. (1982). *El jardín de las letras*. México: Patria.

MAQUEO, A. M. (2001). *Lengua y literatura*. México: Limusa.



GEOGRAFÍA



El que busca el cielo en la Tierra
se ha dormido en clase de geografía.

Stanislaw Jerzy Lec

Contenido

GEOGRAFÍA

Unidad 1 La Tierra, base del desarrollo del ser humano

Unidad 2 Geografía física, el paisaje natural

Unidad 3 Geografía humana, paisaje cultural

Objetivo: al término de la unidad el estudiante conocerá y valorará su espacio geográfico a través del análisis y la aplicación de conceptos, métodos y sistemas aportados por la geografía, con lo que se reconocerá como parte de la Tierra, un planeta vivo y en constante cambio; también podrá describir los aspectos físicos y bióticos; y de igual forma definirá la participación del hombre en la modificación del espacio geográfico.

La geografía, una ciencia natural y social

Definición

La definición etimológica de la palabra *geografía* proviene de dos voces griegas: *gea* (que significa "Tierra") y *graphos* (que se ha traducido como descripción); por lo que geografía se traduce como *descripción de la Tierra*. En ese sentido, la geografía es una ciencia descriptiva que se limita a enumerar, con una perspectiva cuantitativa, lo que observa a su alrededor.

Sin embargo, como disciplina del conocimiento, la *geografía* se define en la actualidad como la ciencia que estudia las interrelaciones entre los factores físicos, bióticos y humanos que se encuentran en un espacio común, llamado generalmente *superficie terrestre*.

Las relaciones que se establecen entre los componentes físicos, bióticos y humanos son las que determinan las características de un espacio geográfico, que es precisamente el objeto de estudio de la geografía.

Relación del hombre con la naturaleza

Estudio de la geografía

A partir de sus periodos de vida o existencia, los eventos geográficos se dividen en dos tipos: los hechos y los fenómenos geográficos.

- *Hechos geográficos.* Son eventos que, en comparación con una existencia humana, transcurren lentamente y pareciera que no se modifican, como la formación de un continente, un volcán o una selva.
- *Fenómenos geográficos.* Son eventos que acontecen en corto tiempo y, por ello, el hombre es capaz de observar su ciclo, por ejemplo una tormenta tropical, un sismo o las migraciones de población.

En resumen, la geografía estudia los hechos y fenómenos geográficos que se localizan en un espacio o área y éstos son:

- *Físicos*: cuando suceden en el medio natural inanimado.
- *Bióticos*: cuando se enlazan con la vida vegetal y animal.
- *Humanos*: cuando, además, se entrelazan con las actividades económicas y culturales del hombre.

➤ Categorías de análisis

1. Territorio

Es una porción de tierra que representa a una localidad o población; es el espacio que habitamos que posee límites precisos y que caracterizamos como un espacio de identidad y pertenencia cultural.

Constituye el elemento principal de la organización social, política y económica de la población. Es la riqueza material de una nación y de un país que incluye: suelo, agua, subsuelo, espacio aéreo, plataforma continental y el mar territorial con todos sus recursos naturales.

2. Región

Es un área extensa que posee características culturales, naturales y económicas que la distinguen de otras áreas. Existen dos tipos de regiones:

- *Región natural.* Espacio donde se conjugan diversos componentes naturales como vegetación, fauna, etcétera.
- *Región funcional.* Se presenta cuando a una región natural se le agregan elementos como población o centros urbanos.

3. Paisaje

Son unidades que permiten destacar los componentes visuales del espacio; es una imagen externa del territorio. Es un cuadro o pintura que conforma una visión completa integrando todos los componentes de un lugar. Existen diferentes tipos de paisaje:

- *Paisaje natural.* Es aquel en el cual no existe huella de modificación humana.
- *Paisaje modificado.* Es aquel que ha sufrido una transformación con acciones irreversibles.
- *Paisaje ordenado.* Se da cuando se planifica la acción humana con el objetivo de establecer una buena relación entre las condiciones naturales y la tecnología que emplea.

4. Medio geográfico

Es el entorno en el que nos desenvolvemos en nuestras actividades cotidianas; en él se desarrolla la vida de los organismos vivos. Existen dos tipos principales de medio geográfico:

- *Medio natural.* Es aquel constituido por las características físicas, como la atmósfera, el suelo, la vegetación, etcétera.
- *Medio social.* Es el conformado por los elementos desarrollados por el hombre. Puede ser:
  - *Medio natural.* Es la manifestación de una sociedad agrícola.
  - *Medio urbano.* Es la expresión de una sociedad al transformar el medio natural.

5. Lugar

Es cualquier parte pequeña o grande que posee significados específicos para las personas y que es reconocido a través de la experiencia; la proximidad es esencial, requiere ser conocido a nivel personal o colectivo.

➤ Principios metodológicos

Emmanuelle de Martonne —padre de la geografía— creó el método geográfico a través del cual la geografía genera su conocimiento, este sistema consiste en los siguientes cuatro pasos:

- *Localización*: consiste en ubicar un hecho o fenómeno en un espacio y en el tiempo.
- *Distribución*: es la extensión del hecho o fenómeno.

- *Causalidad*: averigua las causas que originan los hechos o fenómenos geográficos y explica por qué suceden.
- *Relación*: investiga cómo los eventos o procesos del hecho o fenómeno geográfico se desarrollan, evolucionan e interrelacionan con el hombre.

➤ División de la geografía general

La *geografía* es una ciencia de transición entre las ciencias sociales y las ciencias naturales, puesto que todos los acontecimientos en los que participa el hombre tienen como espacio el entorno geográfico, con todos sus elementos físicos y biológicos que los determinan e influyen. La geografía se divide en dos grandes ramas:

- *Geografía física* (una ciencia natural). Estudia los hechos y los fenómenos geográficos físicos y biológicos, por ejemplo: el relieve continental y oceánico, la atmósfera, los climas, así como la vida vegetal y la animal.
- *Geografía humana* (una ciencia social). Estudia los hechos y los fenómenos geográficos en los que interviene el hombre de manera directa y racional, como los asentamientos de la población, las migraciones, su cultura, sus aspectos políticos y económicos.

Ubicación espacial y temporal

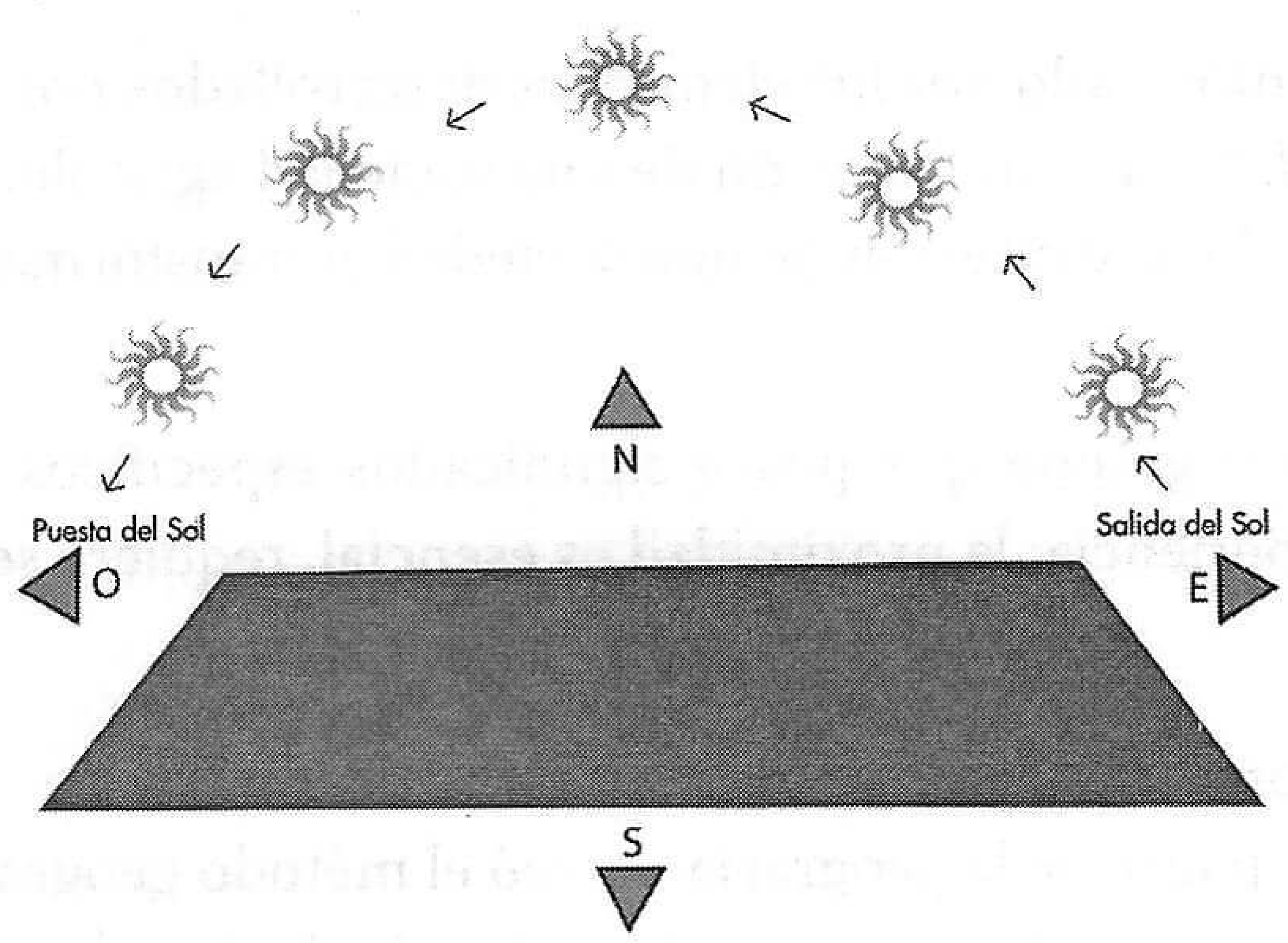
La problemática que planteó localizar y medir la extensión de la figura geoide,[1] se resolvió a través de las coordenadas geográficas, las cuales se establecieron a partir de líneas, puntos y círculos imaginarios trazados sobre la superficie terrestre.

▼ Puntos, líneas y círculos imaginarios de la superficie terrestre

Estos elementos imaginarios de las coordenadas geográficas se instituyeron entre 1912 y 1918 en el Real Observatorio Inglés, ubicado en la ciudad de Greenwich, Inglaterra.

➤ Puntos cardinales

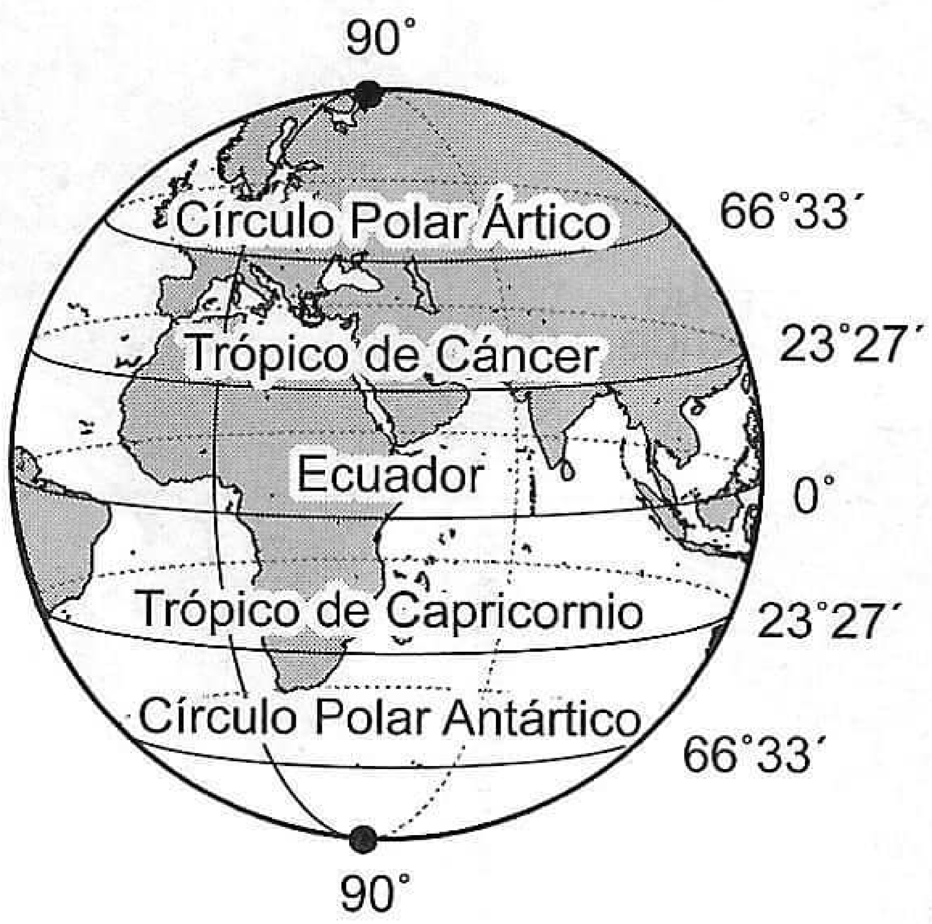
Los puntos se establecieron de acuerdo con el movimiento aparente del Sol, debido al movimiento de rotación de la Tierra. El primer punto que se ubica es a la derecha con el Oriente, Este o Levante, y señala el lugar por donde sale el Sol; mientras que a la izquierda queda el Poniente, Oeste u Occidente, el lugar por donde se oculta el Sol. Una vez identificado el Oriente a la derecha, se localiza hacia el frente el Norte y hacia atrás el Sur. Cabe mencionar que, si las siglas aparecen en inglés, el Oeste aparecerá representado con una W (West).



[1] Se llama *geoide* a la figura que tiene la Tierra, la cual se considera una esfera con superficie irregular y más ancha en la región ecuatorial y achatada en los polos.

➤ Paralelos

Círculos imaginarios y paralelos que atraviesan en forma perpendicular al eje terrestre. El primer paralelo y el más importante es el que divide a la Tierra en sentido horizontal por su parte más ancha, llamado *ecuador*, señalando dos hemisferios en la figura esférica del planeta: Hemisferio Norte y Hemisferio Sur.

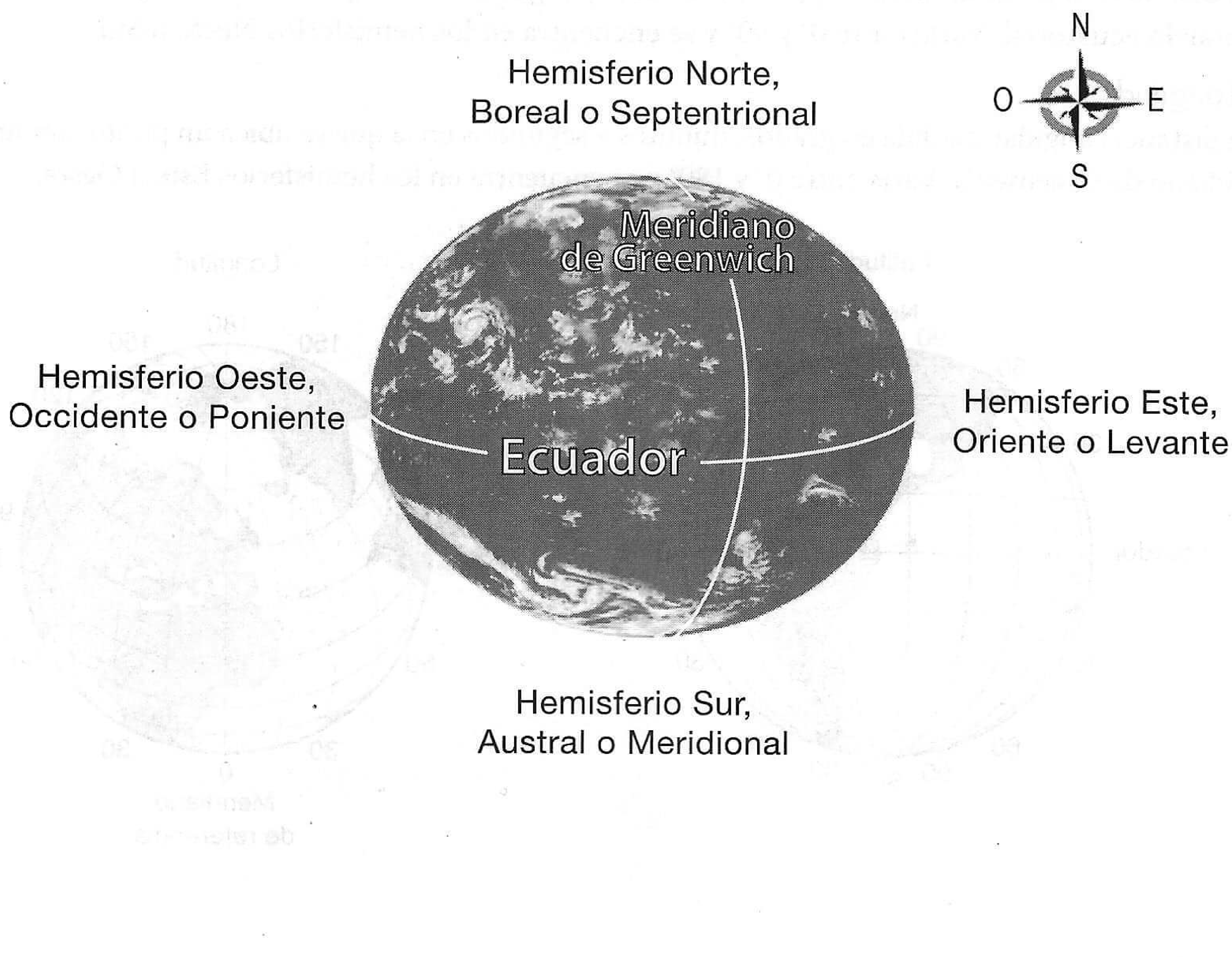


➤ Meridianos

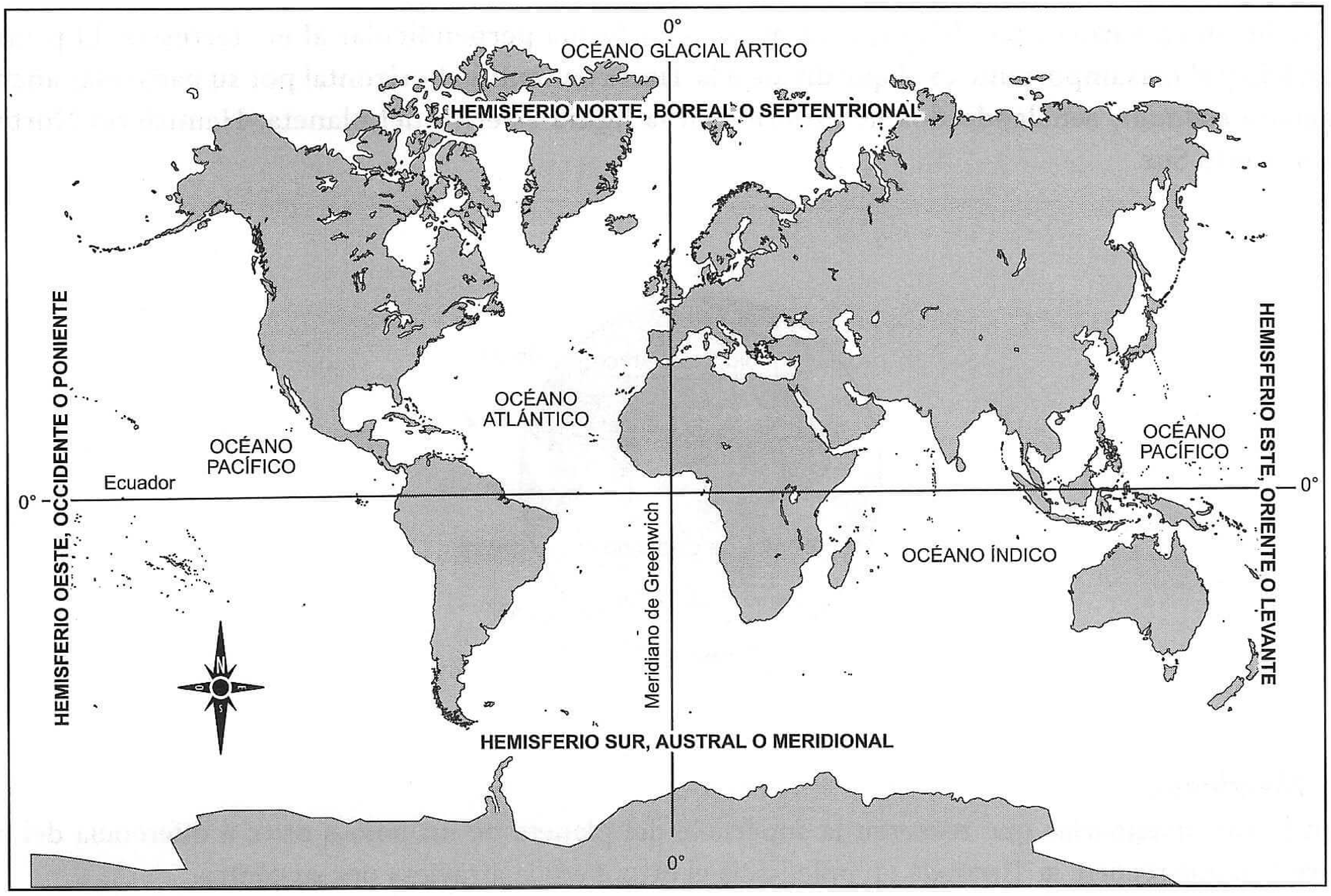
Son líneas imaginarias que recorren la superficie del planeta de un polo a otro, a diferencia del eje terrestre, que recorre la Tierra de un polo hacia el otro, pero la atraviesa por su centro.

Los meridianos dividen a la Tierra en sentido vertical y en secciones iguales. Cuando se planteó la necesidad de ubicar el meridiano inicial se convino que fuera en la ciudad de Greenwich, sitio donde se crearon.

El antimeridiano pasa exactamente atrás del meridiano de Greenwich y entre los dos dividen a la Tierra en los hemisferios Este y Oeste. El meridiano de Greenwich o meridiano cero determina los horarios que rigen nuestro tiempo.



El ecuador y el meridiano de Greenwich dividen a la Tierra en cuatro hemisferios



▼ Coordenadas geográficas

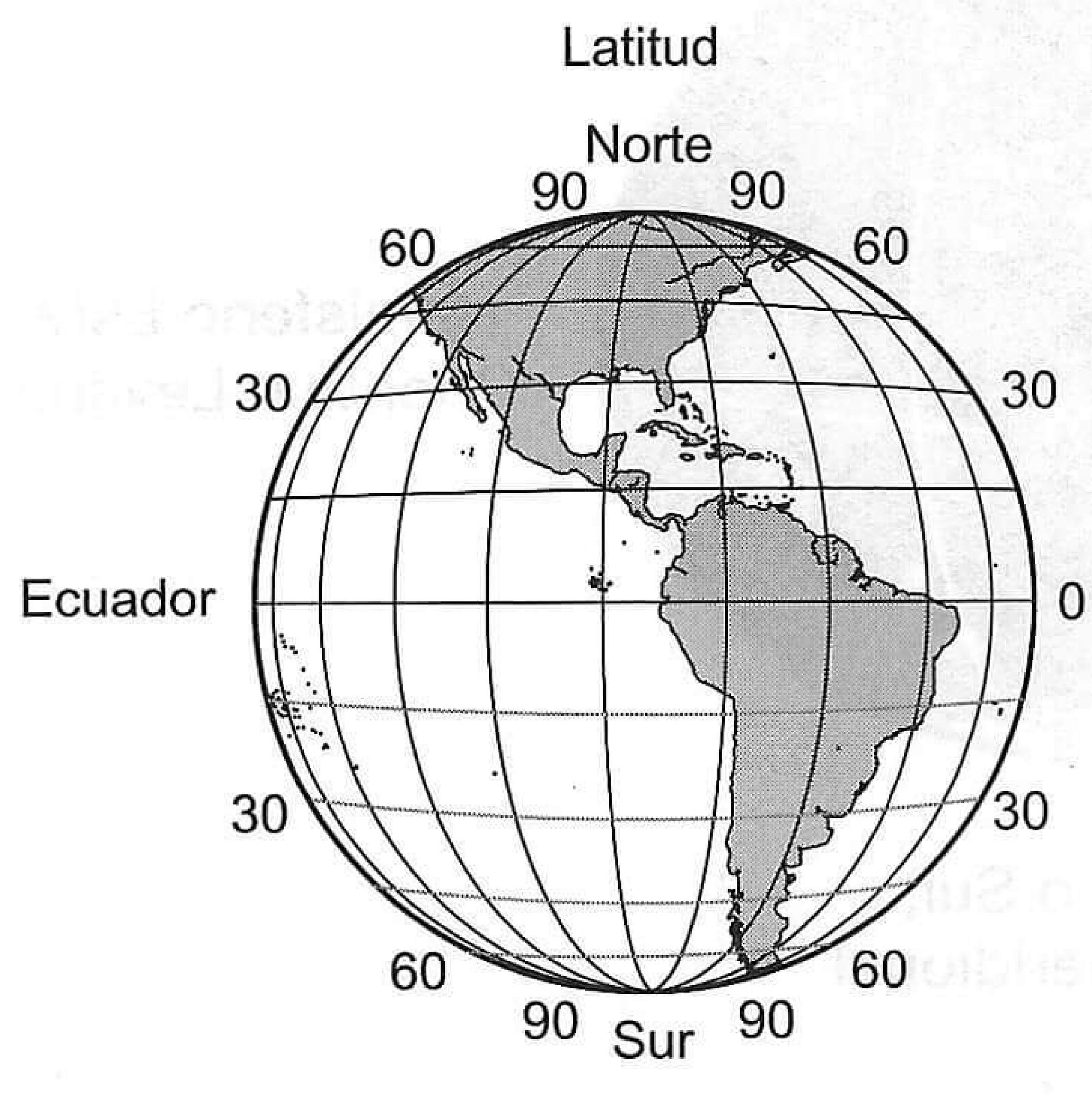
La latitud y la longitud son las coordenadas geográficas que permiten ubicar cualquier punto sobre la superficie terrestre.

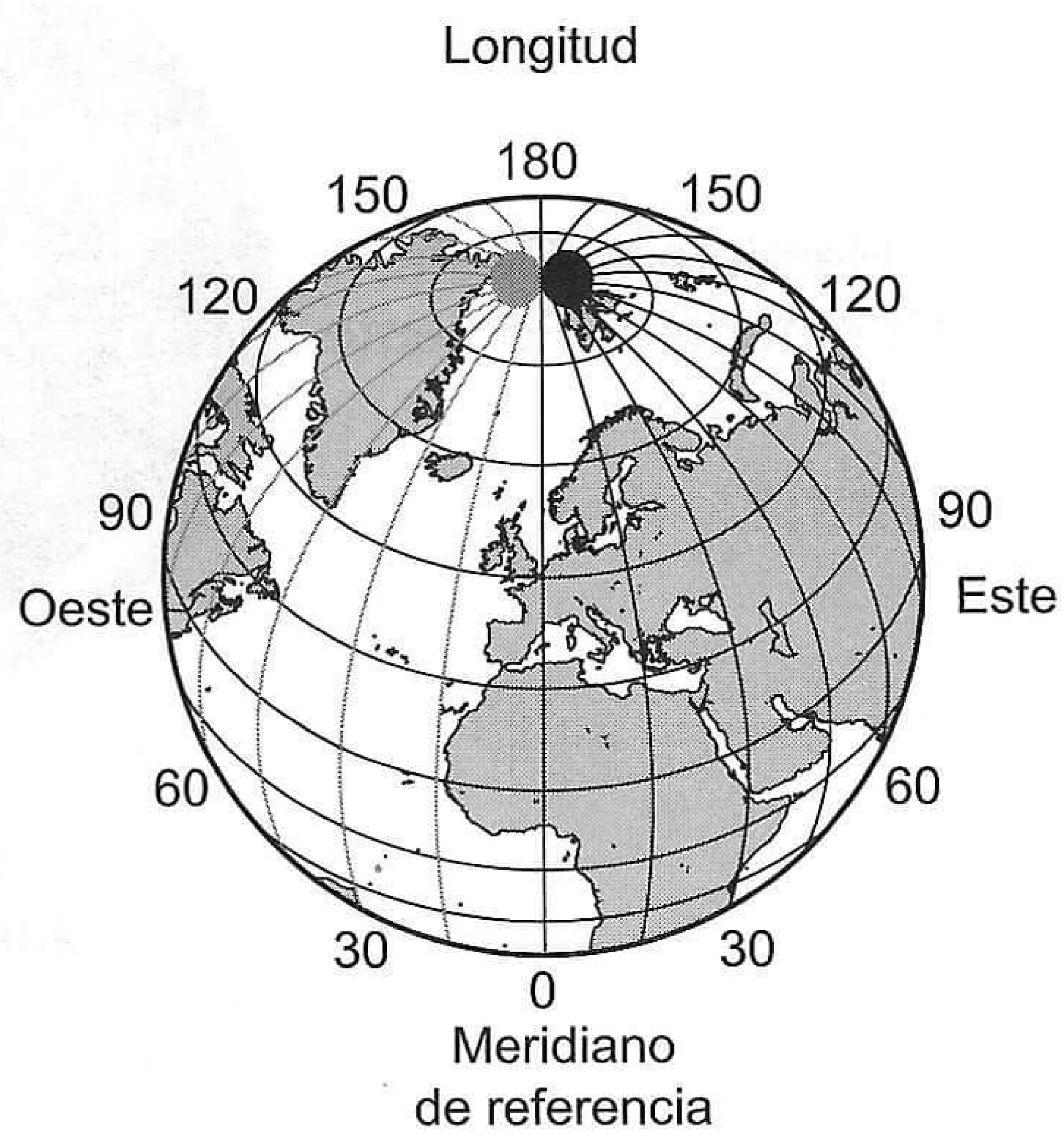
➤ Latitud

Es la distancia angular medida en grados, minutos y segundos en la que se ubica un punto con respecto al paralelo ecuatorial. Varía entre 0° y 90° y se encuentra en los hemisferios Norte o Sur.

➤ Longitud

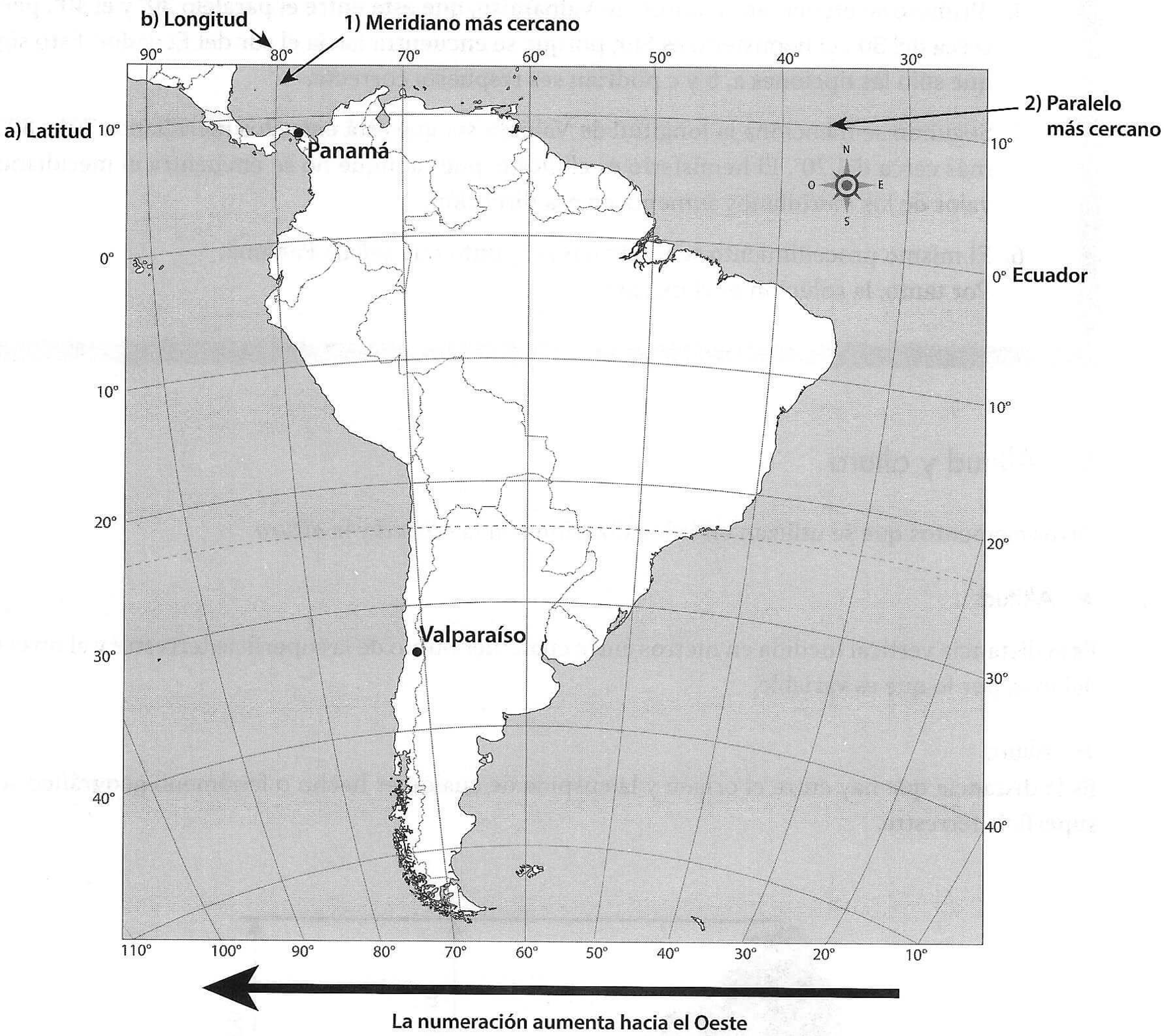
Es la distancia angular medida en grados, minutos y segundos en la que se ubica un punto con respecto al meridiano de Greenwich. Varía entre 0° y 180° y se encuentra en los hemisferios Este u Oeste.





Ejemplo de reactivo

De acuerdo con el siguiente mapa, ¿cuáles son las coordenadas geográficas de las ciudades de Valparaíso y Panamá?



a) Valparaíso 33° lat. S, 71° long. W
Panama 9° lat. N, 78° long. W

b) Valparaíso 33° lat. s, 71° long. W
Panama 9° lat. S, 78° long. W

c) Valparaíso 35° lat. S, 71° long. W
Panamá 10° lat. S, 80° long. W

d) Valparaíso 72° lat. N, 33° long. W
Panamá 80° lat. E, 78° long. W

Solución:

1. Se requiere ubicar los paralelos (10° y 30°) y meridianos (80° y 70°) más cercanos al punto a localizar y su valor en grados, latitud y longitud respectivamente.
2. Ubicar Ecuador y Meridiano de Greenwich para determinar el hemisferio en el que se encuentra el punto a localizar.

3. La dirección hacia donde aumentan los grados, nos puede indicar en qué hemisferio en caso de que no aparezca alguna de las líneas anteriores, como en este caso que no aparece el meridiano 0°.

Entonces:

4. Primero se menciona la latitud de Valparaíso, que está entre el paralelo 30° y el 40°, pero más cerca del 30°, el hemisferio es Sur, porque se encuentra hacia el sur del Ecuador. Esto significa que sólo las opciones a, b y c podrían ser respuesta correcta.
5. Segundo se menciona la longitud de Valparaíso, que está entre los meridianos 70° y 80°, pero más cerca del 70°. El hemisferio es el Oeste, pues aunque no se encuentra el meridiano 0°, el valor de los meridianos aumenta en esa dirección.
6. El mismo procedimiento se repite para el punto que señala Panamá.
   Por tanto, la solución es el inciso a.

▼ Altitud y altura

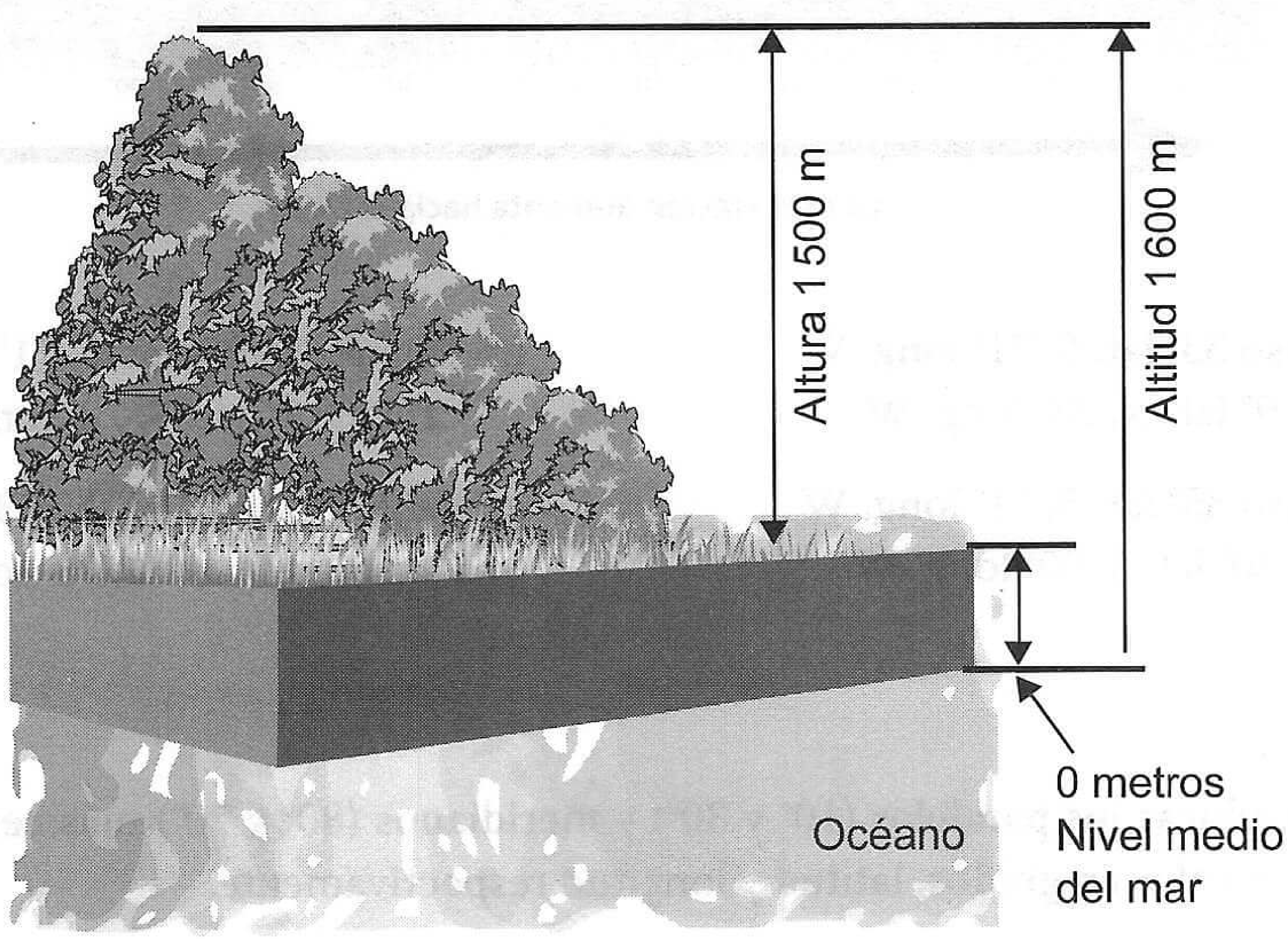
Otros elementos que se utilizan en la localización son la *altitud* y la *altura.*

➤ Altitud

Es la distancia vertical medida en metros entre cualquier punto de la superficie terrestre y el nivel medio del mar, por lo que es variable.

➤ Altura

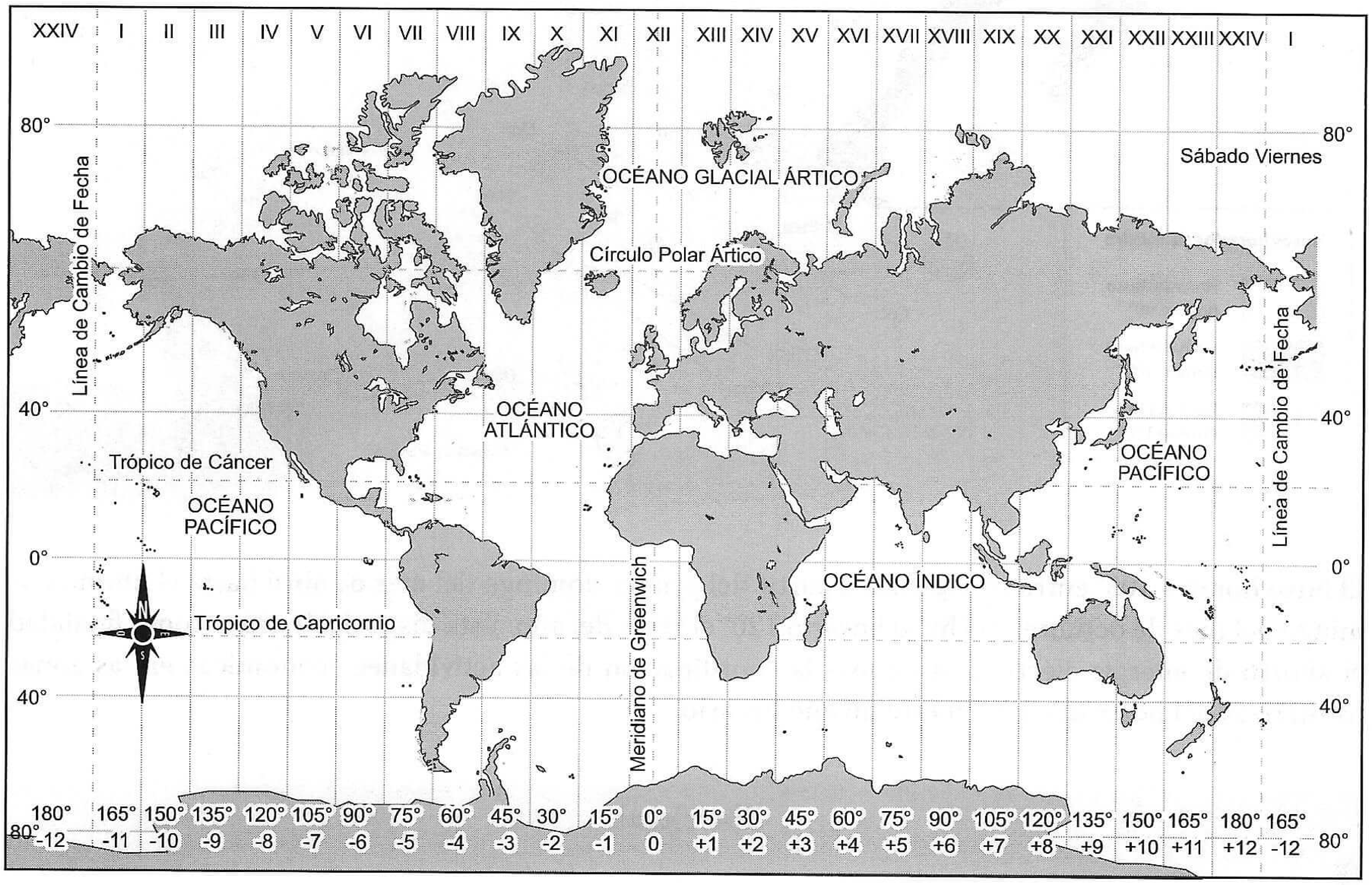
Es la distancia que hay entre el origen y la cúspide de cualquier hecho o fenómeno geográfico sobre la superficie terrestre.



▼ Husos horarios y el cambio de fecha

La variación de horas en el planeta se debe al movimiento de rotación de la Tierra. Los 360° que le corresponden a los hemisferios Este y Oeste se dividen entre las 24 horas del día, lo que resulta en 24 husos horarios o zonas horarias de 15°, esta división se instituyó en 1912.

Debido a la rotación de la Tierra, que gira de Oeste a Este, al pasar de un huso horario a otro en dirección Este, hay que sumar una hora. Por el contrario, al pasar de Este a Oeste hay que restar una hora, es decir, si vamos de izquierda a derecha con el giro de la Tierra sumamos, si vamos de derecha a izquierda contra el giro de la Tierra, restamos.



A nuestro país lo atraviesan tres husos horarios:

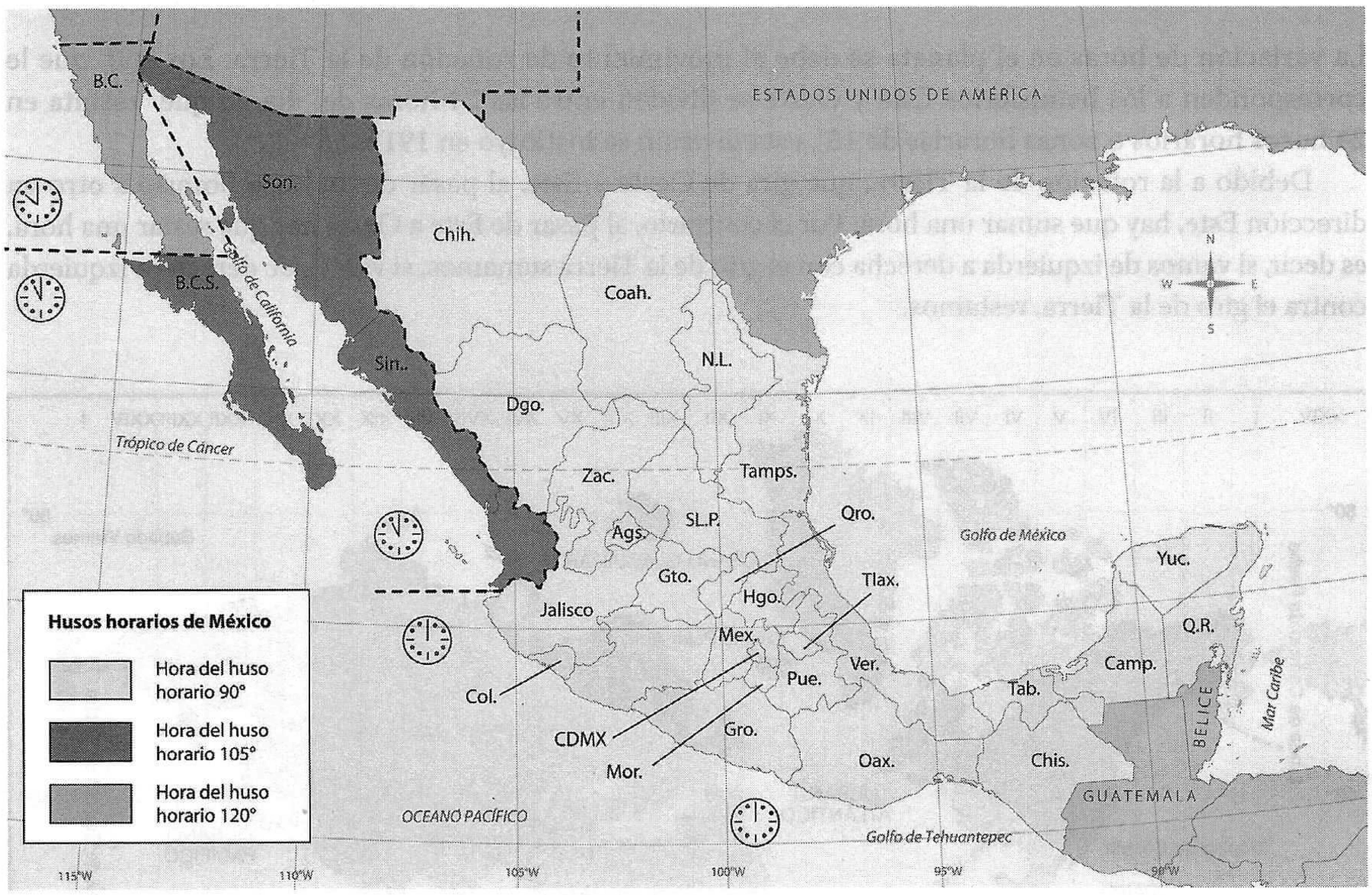
El 90° (–6) Oeste (hora del Golfo). Rige los estados de la península de Yucatán; sólo Quintana Roo y Yucatán están en los primeros minutos de este huso horario.

El 105° (–7) Oeste (hora del Centro). Rige los estados del centro del país, la mayor parte del territorio mexicano se ubica en ese huso horario.

El 120° (–8) Oeste (hora del Pacífico). Rige la península de Baja California junto con los estados de Sonora, Chihuahua, Sinaloa y Nayarit.

Al horario que determinan los husos horarios se le denomina *horario oficial*; sin embargo, cada país determina sus propios horarios según sus necesidades y a esto se le llama *horario legal*. En el caso de México el horario de verano queda de la siguiente manera:

A México lo atraviesan tres husos horarios



El huso horario 105° entra en vigencia a partir del primer domingo del mes de abril hasta el último domingo del mes de octubre; y el huso horario 120° el resto del año. Esta disposición tiene como finalidad el ahorro de energía eléctrica, así como la coordinación de las actividades económicas en las zonas fronterizas del norte que tienen este mismo horario.

Ejercicios

1 Resuelve las siguientes preguntas:

1. La definición etimológica de la palabra geografía es:
   a) definición de la Tierra
   b) descripción de la Tierra
   c) descripción geoide
   d) definición de geoide

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones se refiere a la geografía?
   a) asimila los fenómenos naturales, pero rechaza la economía
   b) establece principios técnicos excluyendo a ciencias auxiliares
   c) se relaciona tanto con disciplinas sociales como naturales
   d) se basa completamente en el modelo astronómico geocéntrico

3. La geografía estudia hechos y fenómenos de tipos:
   a) físico, biológico y térmico
   b) físico, biológicos y humanos
   c) físico botánico y humano
   d) suelo, flora y fauna

4. La migración de la población sur-norte es un ejemplo de:
   a) fenómeno físico
   b) hecho humano
   c) fenómeno geográfico
   d) hecho geográfico

5. El Cañón del Sumidero en Chiapas, México, es un ejemplo de:
   a) fenómeno geográfico
   b) hecho humano
   c) hecho geográfico
   d) fenómeno físico

6. ¿Qué opciones incluyen sólo ejemplos del paisaje natural?
   a) poblado, lago y presa
   b) lago, volcán y río
   c) volcán, agricultura y valle
   d) isla, flora y ganado

7. Relaciona lo siguiente.

Subdivisiones	Objeto de estudio
I. Geografía humana	A. Estudia y describe la forma y los acontecimientos naturales de la Tierra
II. Geografía física	B. Estudia las causas de distribución e influencia que las condiciones geográficas ejercen sobre el hombre
III. Geografía general	C. Estudia todos los aspectos geográficos producidos por los factores que integran la Tierra

   a) I–B, II–A, III–C
   b) I–A, II–B, III–C
   c) I–B, II–C, III–A
   d) I–A, II–C, III–B

8. De acuerdo con el estudio de la geografía, ¿cuál de los siguientes es un ejemplo de la relación entre el hombre y la naturaleza?
   a) La formación de los Montes Urales, provocada por el choque de las placas
   b) La formación de los sistemas montañosos continentales y las dorsales oceánicas
   c) La división de la Tierra en 24 husos horarios en el Acuerdo Internacional de 1912
   d) La formación de las Rocallosas y los montes Apalaches en Norteamérica

2 Resuelve las siguientes preguntas:

9. Completa la siguiente afirmación.

   La ______________ es la distancia en grados, minutos y segundos en la que se encuentra un punto con respecto al ____________________.

   a) latitud-meridiano de Greenwich
   b) longitud-ecuador
   c) latitud-ecuador
   d) longitud-latitud

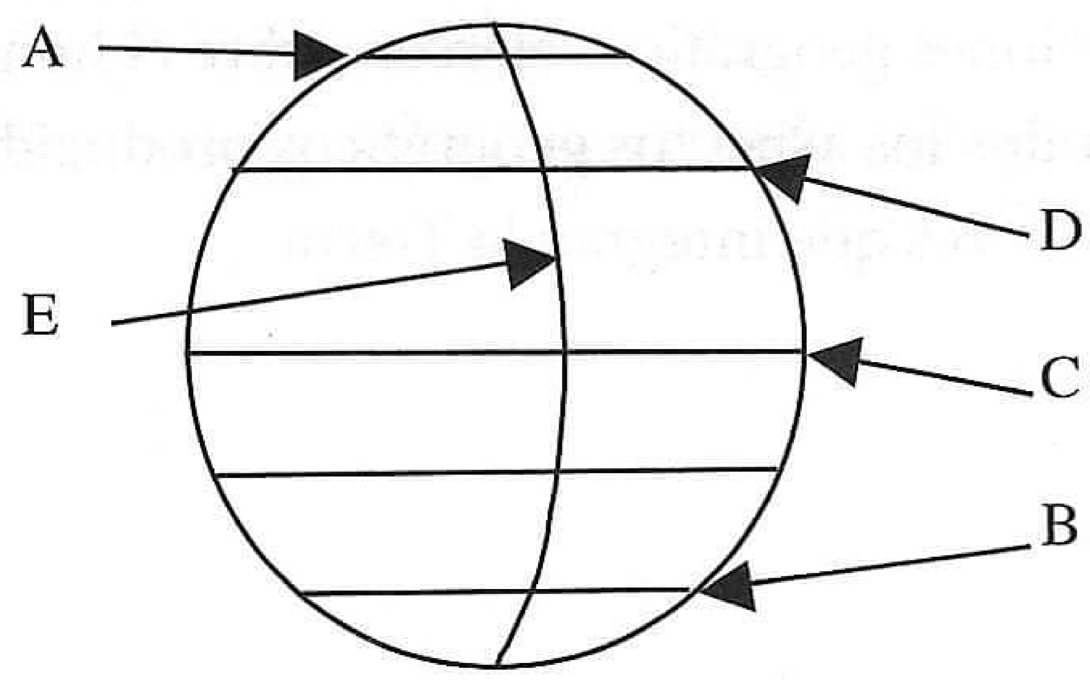
10. Es el máximo círculo imaginario que divide a la Tierra en dos hemisferios:
    a) trópico de Capricornio
    b) ecuador
    c) trópico de Cáncer
    d) meridiano de Greenwich

11. Son las líneas imaginarias paralelas al ecuador:
    a) latitudes
    b) paralelos
    c) husos
    d) hemisferios

12. Es la línea imaginaria sobre la cual gira nuestro planeta:
    a) ecuador
    b) meridiano
    c) afelio
    d) eje terrestre

13. La distancia angular, medida sobre un meridiano, entre la línea ecuatorial y el paralelo de una localización terrestre, corresponde a lo que los geógrafos llaman:
    a) meridianos
    b) altitud
    c) latitud
    d) husos horarios

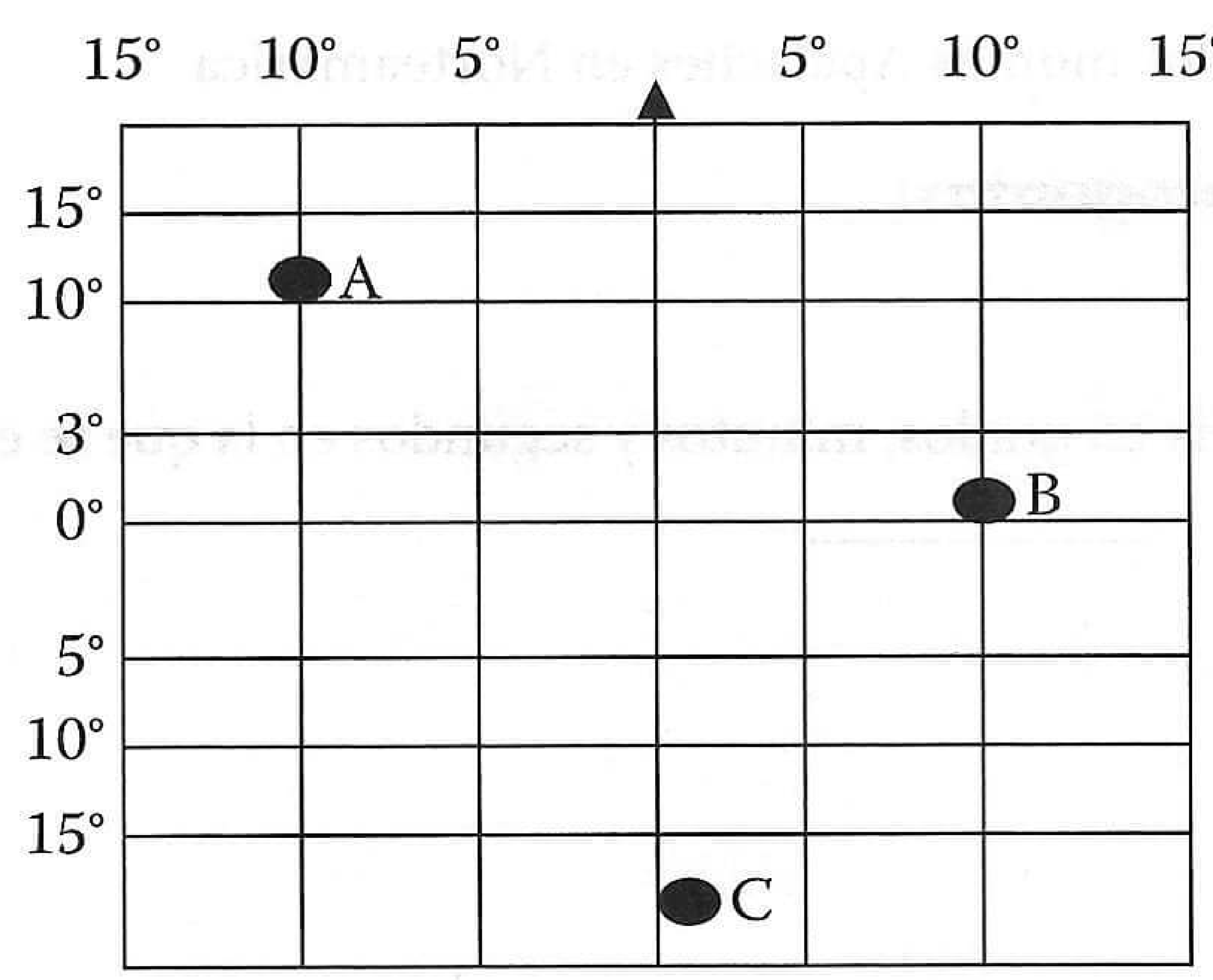
14. Relaciona los conceptos con su ubicación geográfica:



I. Círculo Polar Ártico
II. Ecuador
III. Trópico de Cáncer
IV. Meridiano
V. Círculo Polar Antártico

a) I–D; II–B; III–C; IV–D; V–E
b) I–A; II–E; III–C; IV–B; V–D
c) I–D; II–B; III–E; IV–A; V–C
d) I–A; II–C; III–D; IV–E; V–B

I. De acuerdo con la gráfica, contesta las siguientes preguntas:

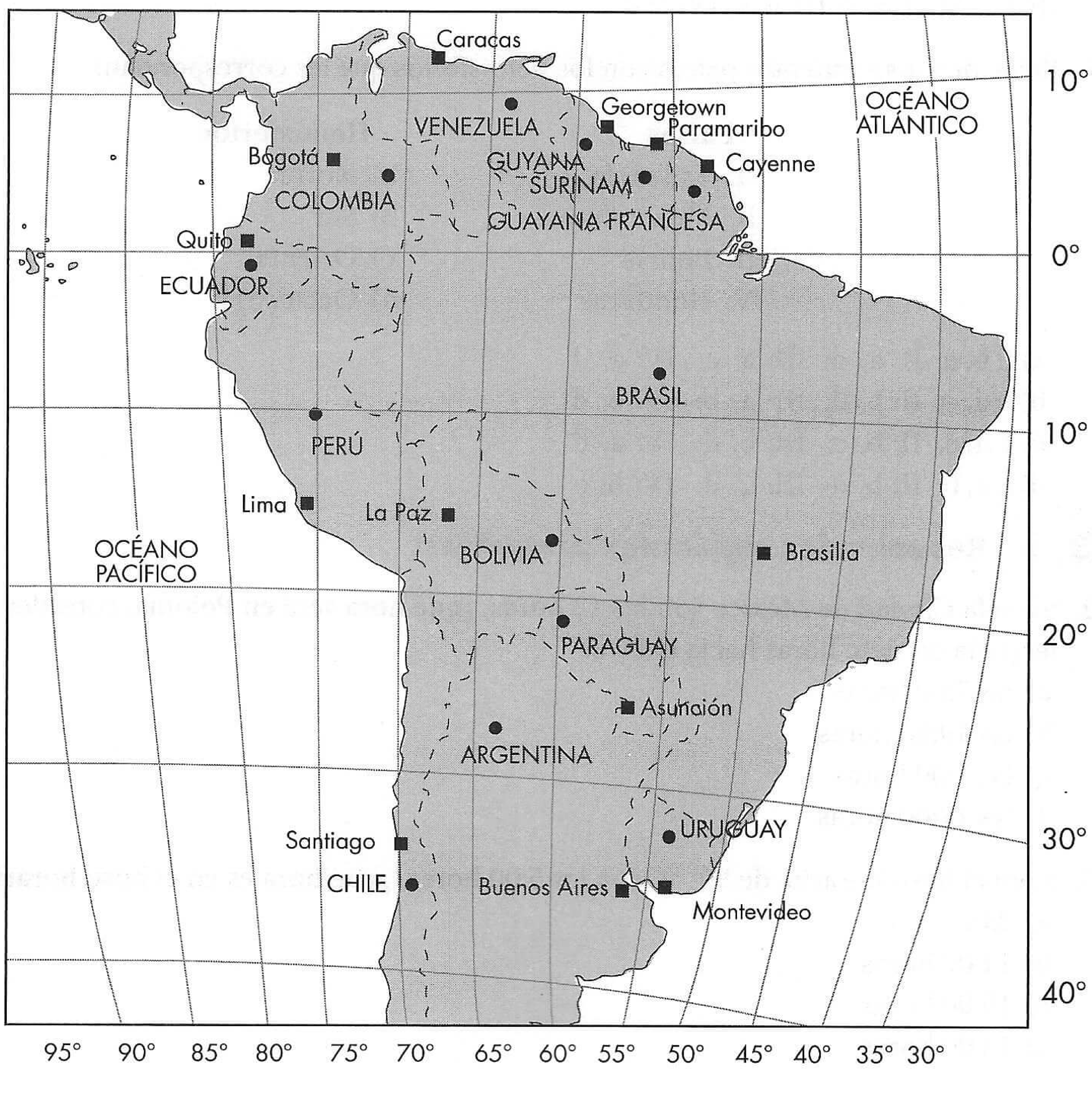


15. Las coordenadas geográficas señaladas con el punto A son:
    a) latitud: 11° N, longitud: 10° W
    b) latitud: 10° N, longitud: 9° W
    c) latitud: 9° N, longitud: 10° W
    d) latitud: 11° S, longitud: 10° E

16. Las coordenadas geográficas señaladas con el punto B son:
    a) latitud: 2° S, longitud: 11° W
    b) latitud: 10° N, longitud: 1° E
    c) latitud: 1° S, longitud: 10° W
    d) latitud: 1° N, longitud: 10° E

17. Las coordenadas geográficas señaladas con el punto C son:
    a) latitud: 2° N; longitud: 17° W
    b) latitud: 17° S; longitud: 2° E
    c) latitud: 2° S; longitud: 17° E
    d) latitud: 17° N; longitud: 2° W

II. Observa el mapa y contesta las siguientes preguntas:



18. ¿Cuáles son las coordenadas geográficas de la ciudad de Montevideo?
    a) latitud 34° 53′ S; longitud 56° 10′ W
    b) latitud 34° 53′ W; longitud 56° 10′ S
    c) latitud 34° 53′ S; longitud 56° 10′ E
    d) latitud 33° 53′ S; longitud 54° 10′ W

19. ¿Cuáles son las coordenadas geográficas de la ciudad de Caracas?
    a) latitud 65° 54′ S; longitud 10° 30′ E
    b) latitud 9° 30′ N; longitud 66° 54′ W
    c) latitud 12° 30′ N; longitud 67° 54′ W
    d) latitud 66° 54′ S; longitud 10° 30′ W

20. Relaciona los hemisferios con la ubicación de los siguientes países:

I. Filipinas	a. Septentrional
II. Canadá	b. Meridional
III. Madagascar	c. Occidental
IV. Paraguay	d. Oriental

    a) I: b, d; II: a, c; III: b, d; IV: a, c
    b) I: a, d; II: a, c; III: b, d; IV: b, c
    c) I: a, c; II: b, c; III: b, d; IV: a, d
    d) I: b, d; II: a, d; III: a, c; IV: b, c

21. Relaciona los siguientes países con los hemisferios que les correspondan:

Países	Hemisferios
I. Tailandia	a) Norte
II. Mozambique	b) Sur
III. Bolivia	c) Oriental
IV. Honduras	d) Occidental

    a) I: b, d; II: a, d; III: a, c; IV: a, d
    b) I: a, c; II: b, d; III: a, b; IV: b, d
    c) I: a, c; II: b, c; III: b, d; IV: a, d
    d) I: a, b; II: b, d; III: a, d; IV: b, c

3 Resuelve las siguientes preguntas:

22. Si en la Ciudad de México son las 12 horas, ¿qué hora será en Polonia, considerando una diferencia de siete horas hacia el Este?
    a) las 7:00 horas
    b) las 19:00 horas
    c) las 7:00 horas
    d) las 17:00 horas

23. Si en el huso horario, de 90° W son las 5:00 horas, ¿qué hora es en el huso horario 60° E?
    a) 3:00 horas
    b) 14:00 horas
    c) 15:00 horas
    d) 13:00 horas

24. Si en el huso horario de 75° E son las 17:00 horas, ¿qué hora es en el huso horario 90° W?
    a) 6:00 horas
    b) 18:00 horas
    c) 5:00 horas
    d) 4:00 horas

25. Si en el huso horario 135° E es martes a las 16:00, determina el día y la hora de un lugar en el huso 60° W.
    a) miércoles a las 3:00 horas
    b) lunes 15:00 horas
    c) miércoles 2:00 horas
    d) martes 3:00 horas

26. Si en el huso horario 105° W es sábado a las 13:00, determina el día y la hora en el huso 120° E.
    a) viernes a las 16:00 horas
    b) domingo a las 5:00 horas
    c) domingo a las 4:00 horas
    d) viernes a las 17:00 horas

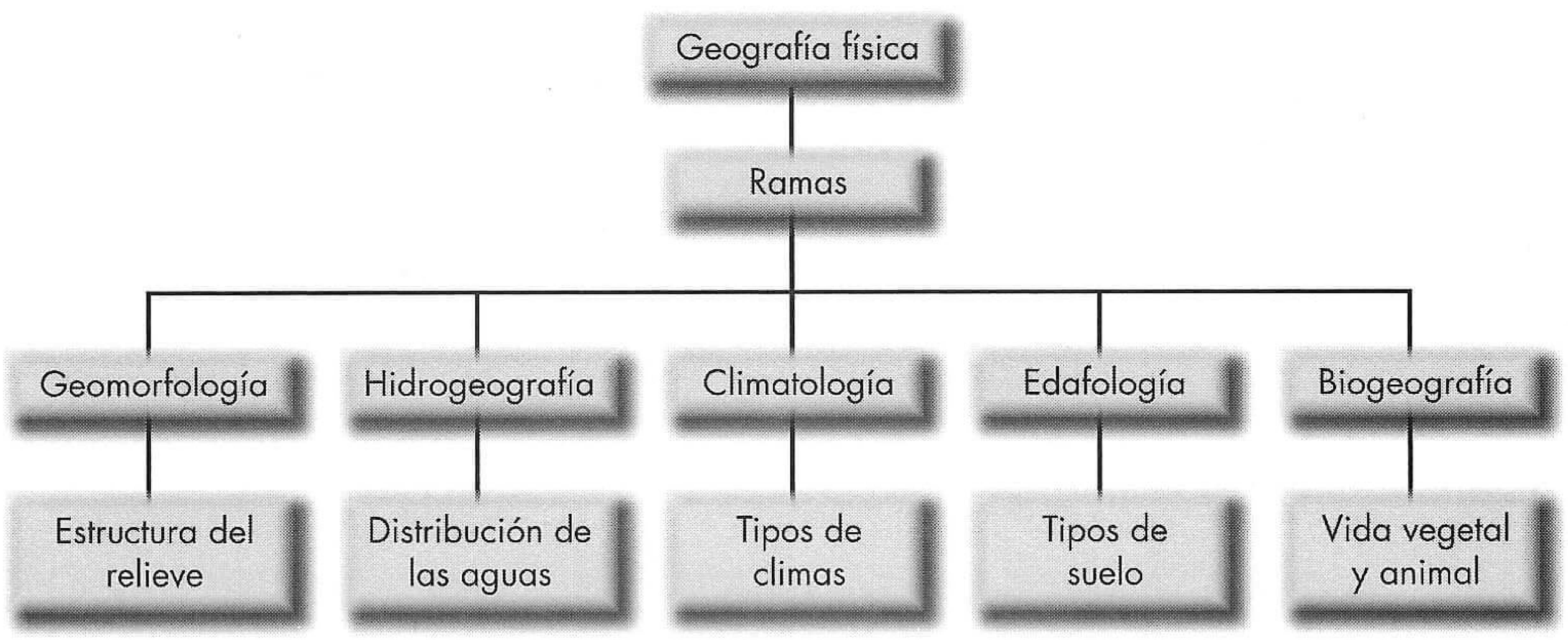
Unidad 1 La Tierra, base del desarrollo del ser humano

Unidad 2 Geografía física, el paisaje natural

Unidad 3 Geografía humana, paisaje cultural

Objetivo: al término de la unidad el estudiante distinguirá cada uno de los elementos que integran la geografía física.

La *geografía física* estudia los hechos y fenómenos naturales de la Tierra, como el relieve continental y oceánico, las aguas que cubren el planeta, el clima, el suelo y su evolución, y su dinámica actual. Del mismo modo, considera la influencia que éstos tienen en la conformación y modificación del medio, así como la interrelación entre la vegetación y la vida animal. Para ello, la geografía física se divide en otras ramas como la geomorfología, hidrogeografía, climatología, edafología y la biogeografía que se describen en el siguiente esquema:

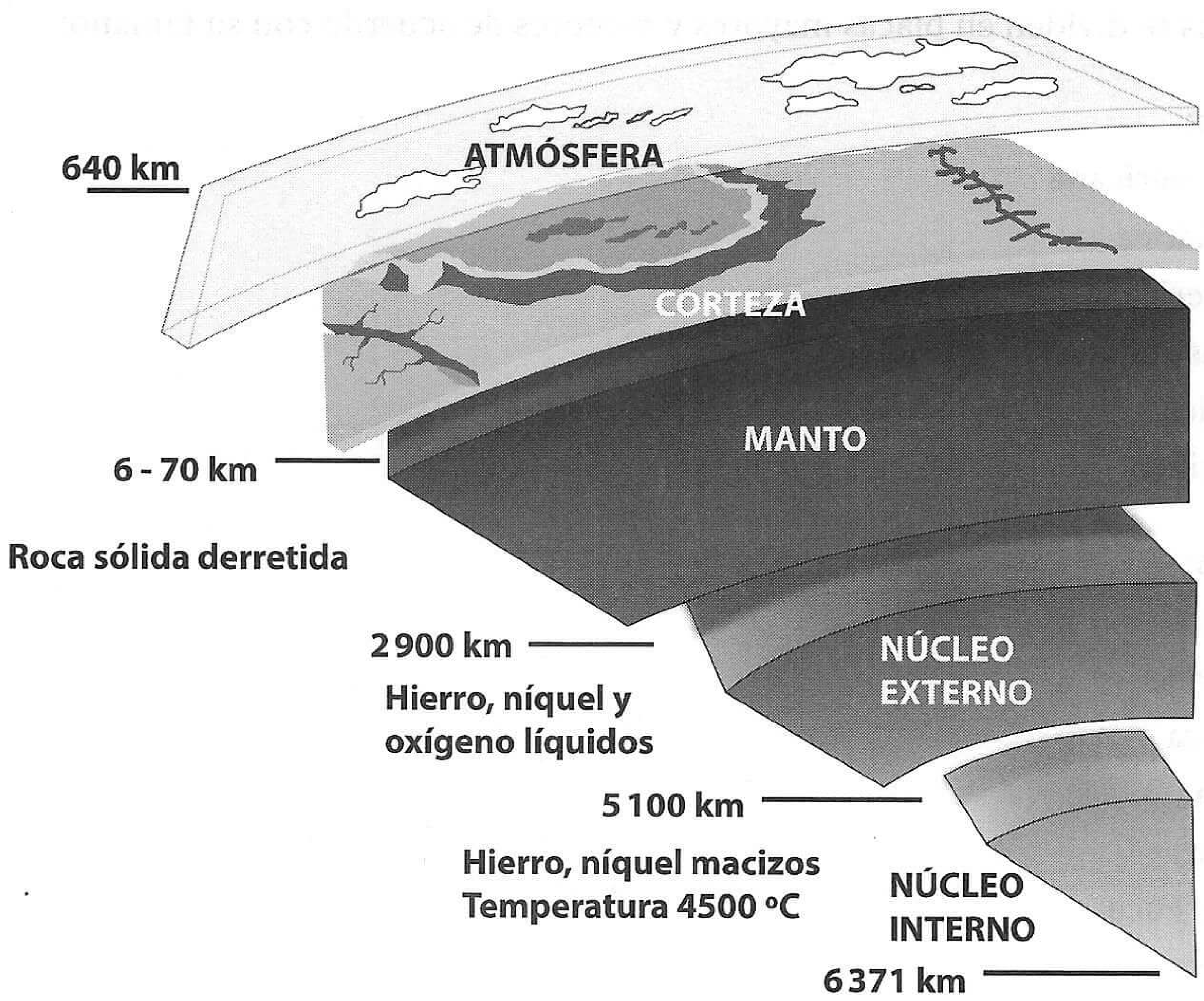


La tectónica global

La *geomorfología* es la rama que estudia el conjunto de modificaciones y alteraciones de la corteza terrestre por efecto de determinadas fuerzas internas, como el movimiento de capas tectónicas o la actividad volcánica.

▼ Estructura interna de la Tierra

La estructura de la Tierra consta de tres partes: el núcleo, el manto y la corteza terrestre o litosfera. El núcleo es una capa densa que constituye el centro de la Tierra; al manto lo conforman una capa sólida (manto inferior) y otra espesa (manto superior) —llamada *astenosfera*— conformada por rocas o magma. En esta capa se localizan los movimientos convectivos del magma. La corteza terrestre o litosfera se divide en continental y oceánica, y está formada por rocas (ígneas, sedimentarias y metamórficas).



La teoría de la Tectónica global

La teoría de la Tectónica global se construye a partir de la Teoría de la deriva continental y la Teoría de la expansión del fondo oceánico.

Teoría de la deriva continental

En 1912, Alfred Wegener —explorador y científico alemán— aportó su Teoría de la deriva continental para explicar la formación de continentes y océanos. De acuerdo con esta teoría, hace 180 millones de años aproximadamente, los continentes se encontraban formando uno solo, al que llamó *Pangea* (toda la Tierra), continente que se fue fragmentando debido a los movimientos de convección del manto y que, a lo largo de las diferentes eras geológicas, se ha ido transformando en la figura que los continentes tienen en la actualidad.

Teoría de la expansión de los fondos oceánicos

A mitad del siglo XX, el geólogo canadiense John Tuzo Wilson —entre otros geógrafos— explicó que la corteza oceánica se estaba expandiendo, debido a que el manto se ve sometido a la fuerza centrífuga que la rotación de la Tierra genera, esto presiona las zonas abiertas entre las placas y sale el magma, provocando que las placas se deslicen hacia los lados.

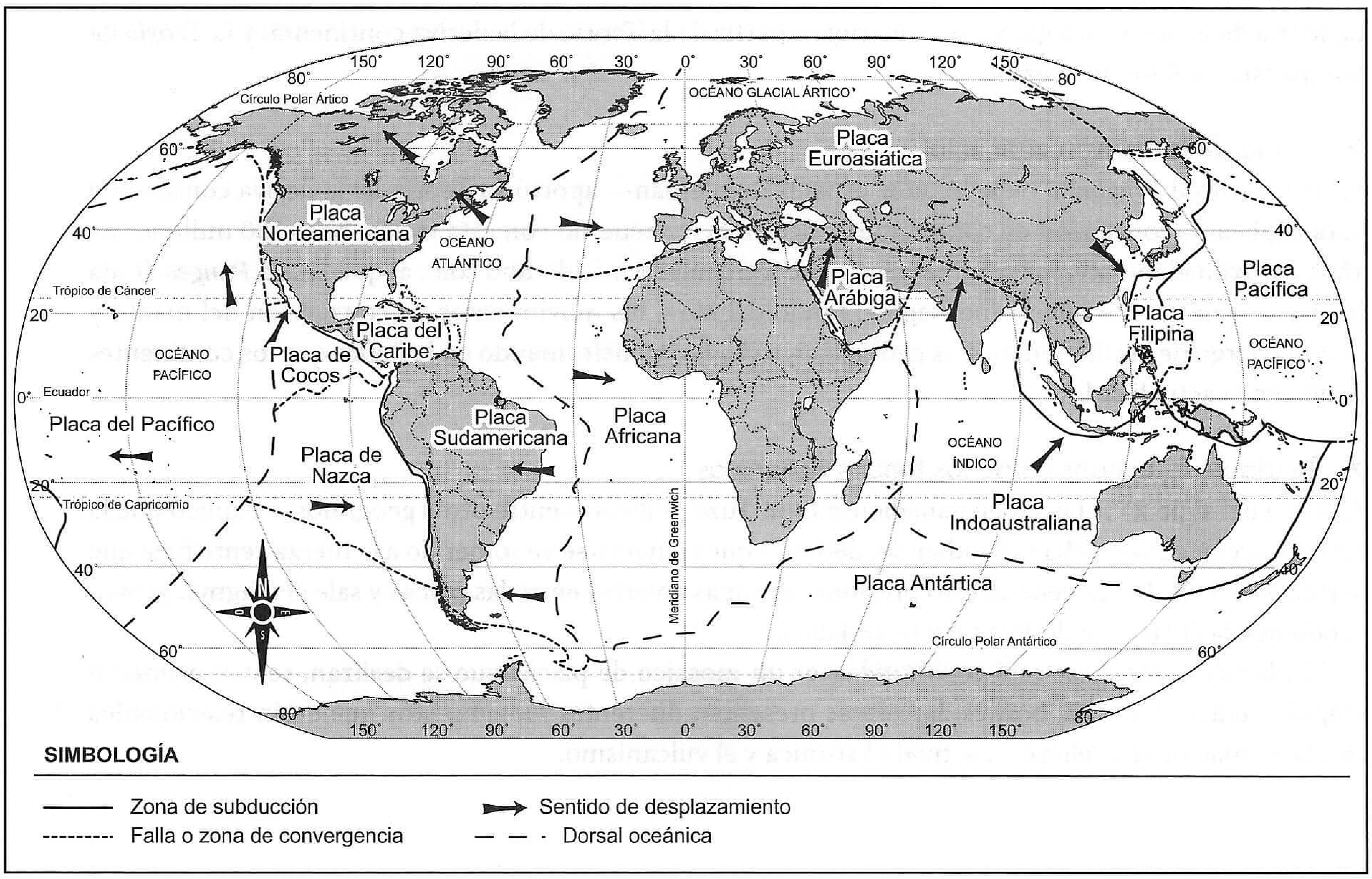
La litosfera entonces está constituida por un mosaico de placas que se deslizan, se comprimen o empujan entre sí. En sus bordes, las placas presentan diferentes movimientos que están relacionados con la formación del relieve, la actividad sísmica y el vulcanismo.

Las placas tectónicas se dividen en placas mayores y menores de acuerdo con su tamaño:

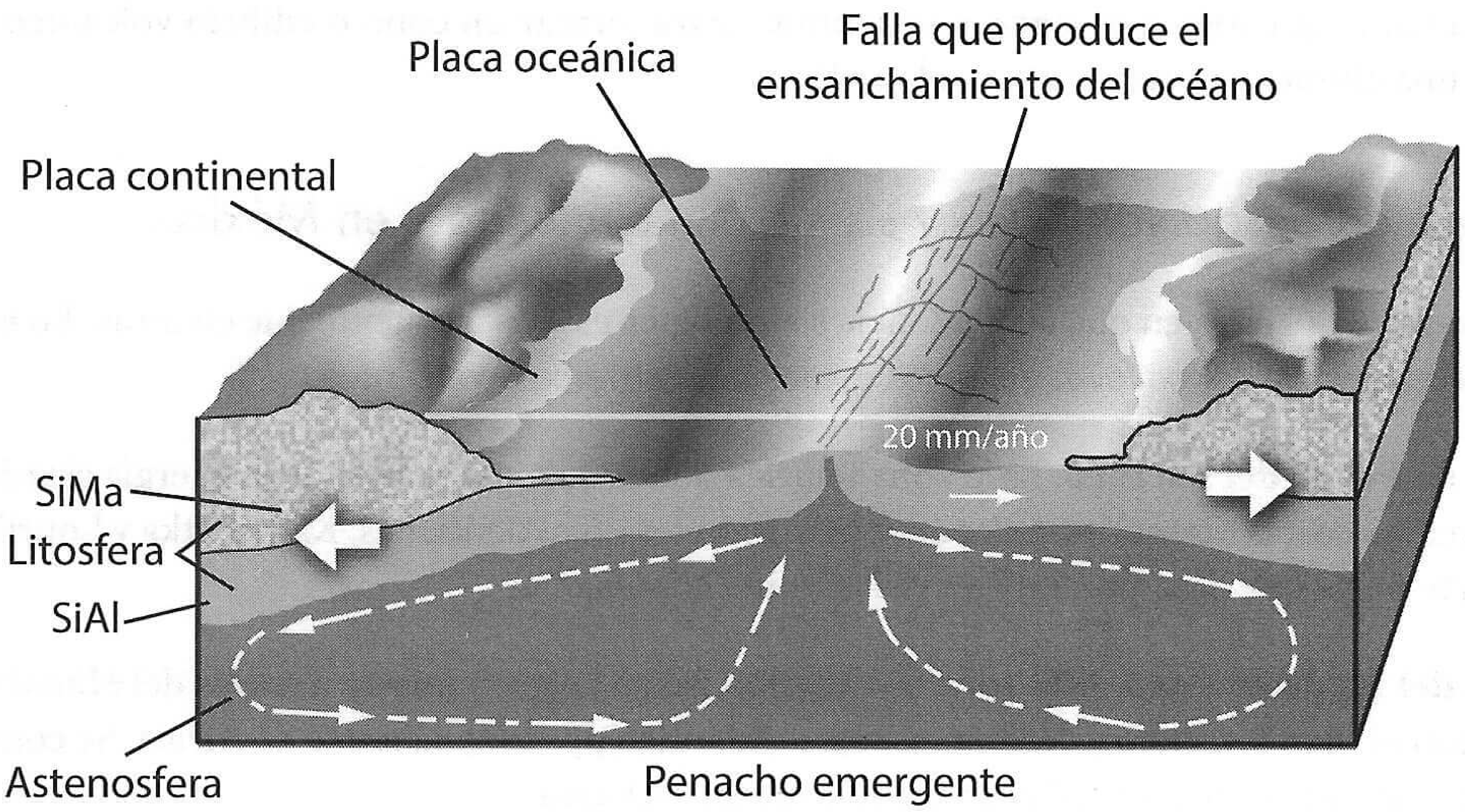
- Placas mayores:
  - Placa Norteamericana
  - Placa Euroasiática
  - Placa Sudamericana
  - Placa Indoaustraliana
  - Placa Antártica
  - Placa del Pacífico

- Placas menores:
  - Placa de Cocos
  - Placa del Caribe
  - Placa de Nazca
  - Placa Filipina
  - Placa Arábiga
  - Placa Juan de Fuca
  - Placa Escocesa
  - Placa Itálica

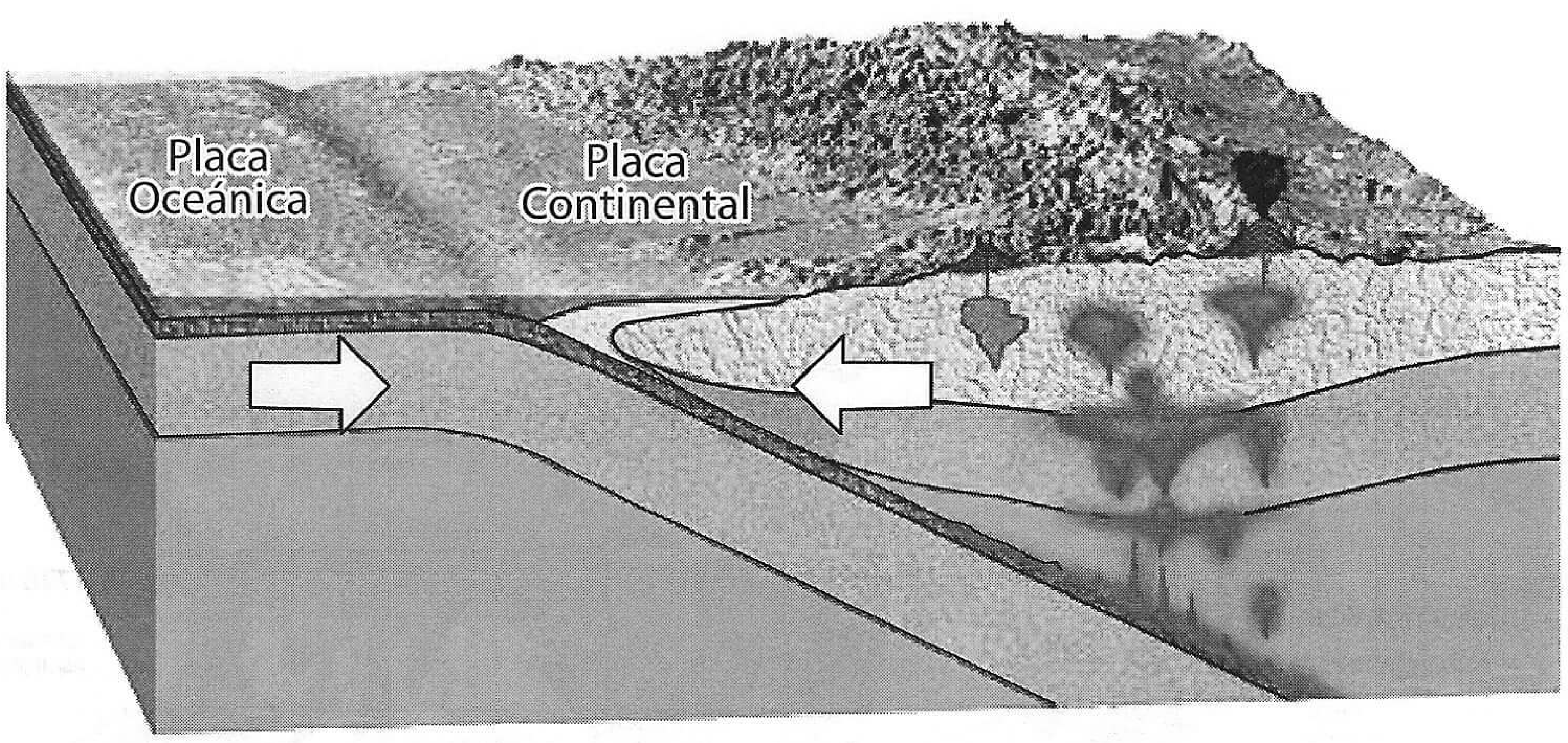
Las placas más importantes son:



Las placas tectónicas forman el relieve a partir de movimientos lentos, producidos por las corrientes convectivas del magma, sobre el manto superior, lo que crea zonas de separación, choque o subducción y origina la formación del relieve continental como se muestra a continuación:



Zonas de dorsales (movimientos divergentes)



Zonas de subducción (movimientos convergentes)

▼ Sismicidad

Los sismos se originan cuando en la corteza de la Tierra o en el manto superior se registra un movimiento repentino de rocas que se extiende hacia la superficie terrestre con vibraciones que varían en intensidad. El punto donde se origina el sismo se denomina *foco* o *hipocentro*, y la propagación vertical de este punto sobre la superficie terrestre se llama *epicentro*.

La mayoría de los sismos se producen en el fondo marino, ya que dos terceras partes de la superficie del planeta están cubiertas por agua y las dorsales oceánicas se localizan en estas zonas.

Vulcanismo. Otro factor de origen natural relacionado con el movimiento de las placas es la actividad volcánica. Un volcán se forma cuando el magma surge a la superficie por una fisura en la corteza terrestre; el material magmático que emerge se acumula para formar un cono o edificio volcánico que en su cima crea una chimenea con cava llamada *cráter.*

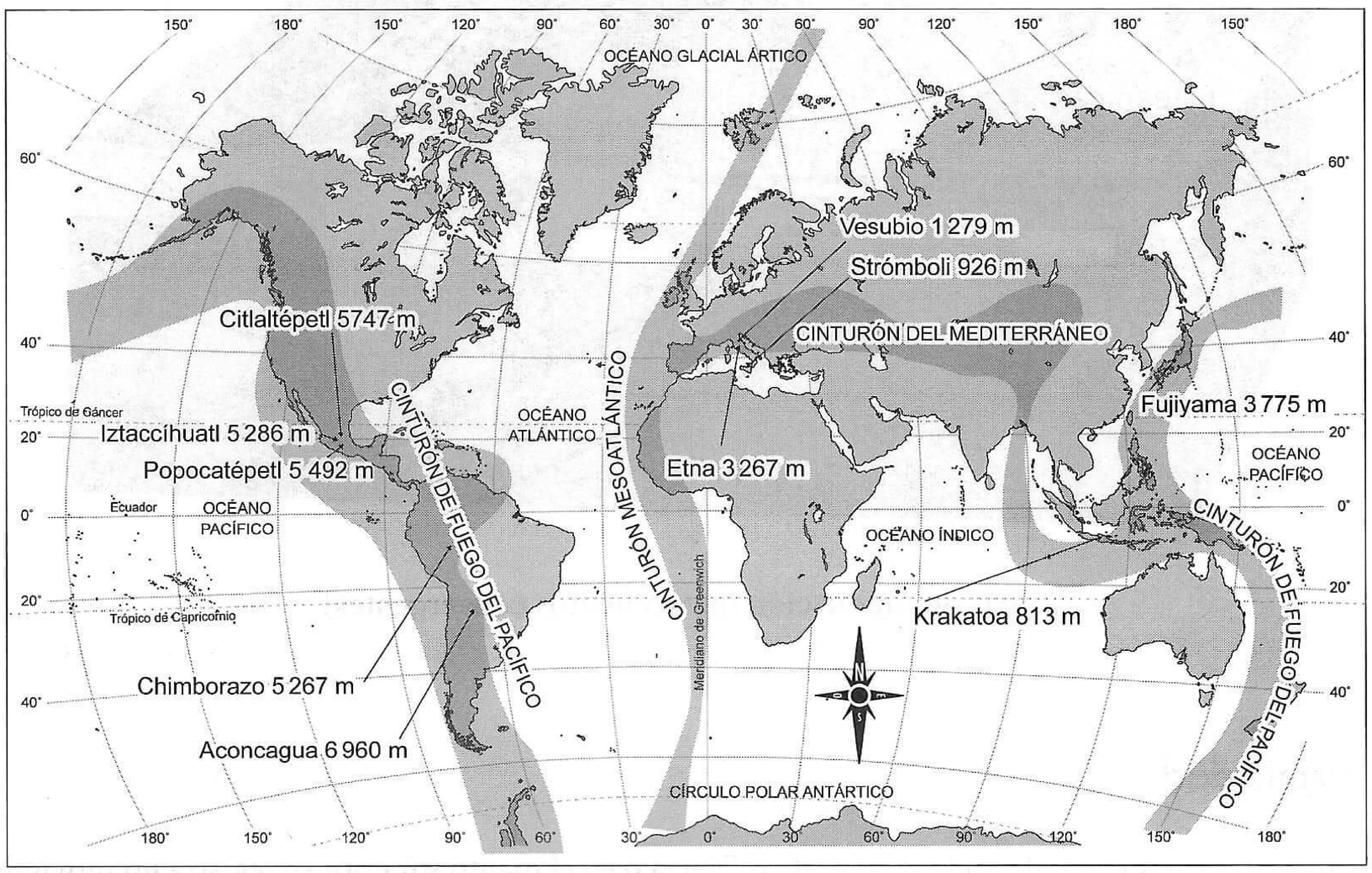
▼ Zonas de riesgo volcánico y sísmico en el mundo y en México

Existen zonas en la Tierra en que la incidencia sismológica es más frecuente que en otras. En estas zonas se localiza la mayoría de los focos sísmicos de origen tectónico o volcánico.

Cinturón de Fuego del Pacífico. Es la zona telúrica donde se registra 80% de la energía sísmica del planeta. Abarca las costas orientales de Japón y, junto con las islas Aleutianas, Kamchatka y Louriles conforman la parte norte que pasa por Taiwán y el arco de Filipinas.

Cinturón del Mediterráneo. Esta zona se extiende desde Java y Sumatra a través del Himalaya. Cruza Europa hacia el Mediterráneo y desemboca en el Atlántico por la zona norte de África. Se considera que 17% de los grandes sismos mundiales tienen lugar en esta área.

Cinturón Mesoatlántico. Comprende enormes grietas de confluencia de placas tectónicas en las que se generan continuos terremotos y divide a los océanos Atlántico e Índico. En el siguiente mapa se muestran las zonas de riesgo sísmico y volcánico.



Actividad sísmica en México. Las zonas sísmicas coinciden con las zonas de actividad volcánica y, a su vez, la Falla de San Andrés se extiende a lo largo de la costa del Pacífico desde el extremo norte de California en Norteamérica y abarca también las costas occidentales de México.

Por otra parte, frente a las costas de Jalisco, Colima y Michoacán, así como las de Guerrero, Oaxaca y Chiapas, se localizan las placas de la Rivera y de Cocos respectivamente, que colisionan contra la parte sur de nuestro país, ocasionando la formación de la Sierra Madre del Sur y del Eje Volcánico Transversal.

▼ Distribución de las llanuras, mesetas y montañas más representativas del mundo y de México

➤ El relieve

Además de los procesos relacionados con el vulcanismo y las placas tectónicas, la formación irregular del relieve se debe a modificadores externos como el intemperismo y la erosión.

- *Intemperismo.* Se refiere a elementos estáticos como la temperatura, humedad o agua. Es físico cuando una roca se fractura al penetrar el agua de la lluvia, al congelarse o por el cambio repentino de la temperatura. Y es químico cuando ocurren cambios en la composición de las rocas debido a los procesos de oxidación y disolución.
- *Erosión.* Es el desgaste de las rocas a causa de elementos dinámicos como los que se especifican a continuación:

Tipo de erosión	Causa	Forman
Fluvial y pluvial	Corrientes de ríos	Valles o cañones
Glaciar	Corrientes de ríos de nieve	Aludes, morrenas terminales o fiordos
Subterránea	Corrientes de agua bajo la superficie terrestre	Grutas o cenotes
Marina	Olas que golpean las costas	Playas, acantilados, arcos, farallones o ensenadas
Eólica	Soplo del viento, levanta la arena que choca contra las rocas	Rocas hongo, dunas o médanos
Antrópica	Actividad del hombre	Construye carreteras, ciudades o cava minas

Ejemplo de reactivo

La desintegración del suelo en ambientes áridos, desérticos y subhúmedos por causas de cambios climáticos o por el hombre recibe el nombre de:

a) desertización
b) erosión
c) deforestación
d) refracción

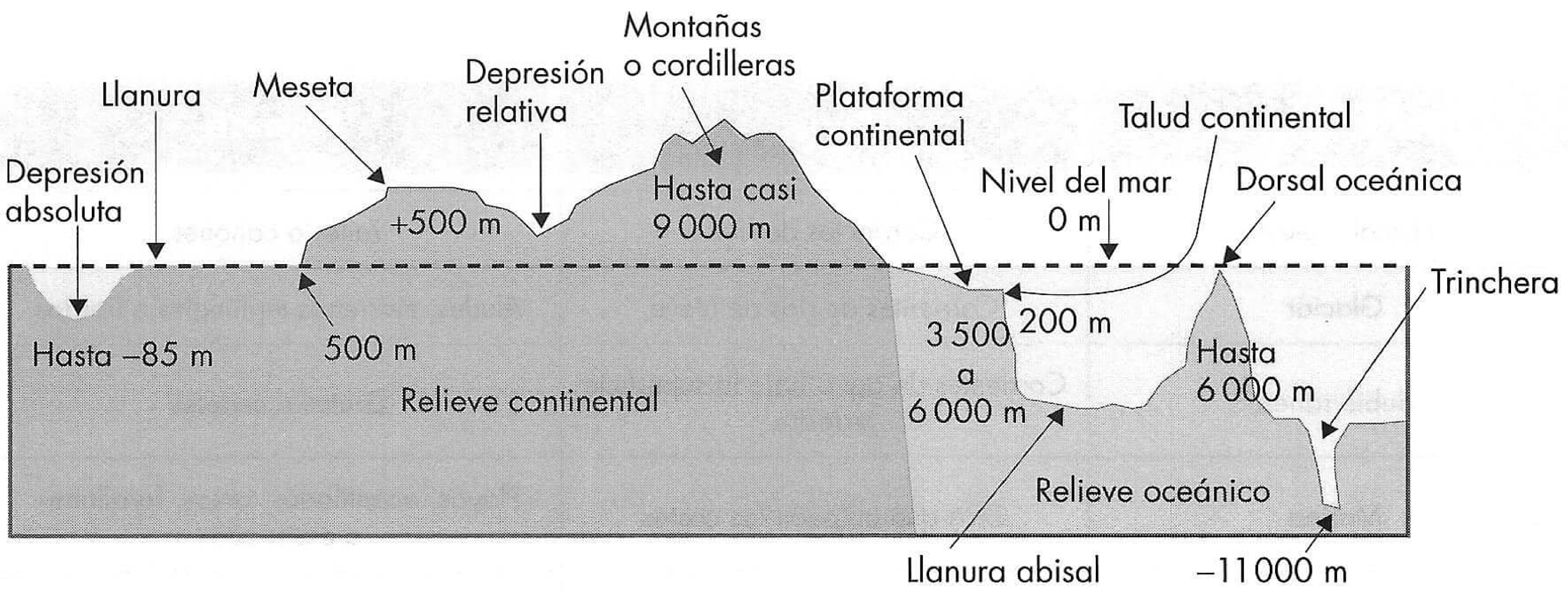
Solución:

1. Se requiere recordar que la desintegración del suelo del tipo que sea se produce por la erosión y que los procesos erosivos pueden ser causados por el hombre o ser el resultado de un proceso natural.
2. En el caso de la desertización y la deforestación son consecuencias del proceso erosivo intenso provocado por el hombre. Sin embargo, es la erosión el inicio de cualquiera de los dos.

Entonces, la solución es el inciso b.

Tanto los modificadores externos como los internos dan lugar a que el relieve continental y oceánico sea irregular. Asimismo, el relieve continental está constituido por llanuras, mesetas y montañas; el oceánico por plataforma y talud continental, llanura abisal, dorsales oceánicas y trincheras submarinas. En la figura siguiente se muestra el relieve continental y oceánico.

Formas básicas del relieve



➤ Llanuras

Son regiones planas o ligeramente onduladas, que se sitúan a poca altitud (hasta 500 m sobre el nivel del mar), y con valles poco profundos que cuentan con una gran extensión, que resulta de la erosión de ciertos materiales. La temperatura de las llanuras no cambia bruscamente por la presencia de humedad y se ubican al lado de las vertientes de los ríos de montaña. Debido a sus características, en las llanuras se ubican los mejores suelos agrícolas, abundante vegetación y fauna, y cubren inmensas superficies casi homogéneas y son los lugares más densamente poblados por el hombre.

Como ejemplo de llanuras en diversos contextos geográficos, destaca la región de la Pampa en América del Sur, la llanura del Mississipi, al noroeste de América; también, las llanuras del Rhin, del Sena, del Oder, en Europa. En el continente asiático se localizan por donde descienden los ríos de las cordilleras centrales del Himalaya, Tian Shan, Kuen Lung, entre otras.

➤ Mesetas

Son relieves planos u ondulados que se encuentran a una altitud mayor a los 500 metros sobre el nivel del mar. Debido a su altura son menos húmedas, tienen cambios térmicos más acentuados y están rodeadas por laderas empinadas y abruptas. También son llamadas *altiplanicies*.

Algunos ejemplos son Meseta de Anáhuac, Patagonia argentina, África del sur; su producción agrícola y ganadera es menor que en las llanuras, pues la concentración de agua es menor y su población tiende a reducirse.

➤ Montañas

Son elevaciones del terreno que rebasan la altura general de la zona y tienen pendiente; la cual varía de acuerdo con su antigüedad. Las montañas más antiguas y desgastadas son las *lomas* o *lomeríos*; después los *cerros* o *montes* y los de más reciente formación son las *montañas, cumbres* o *picos*.

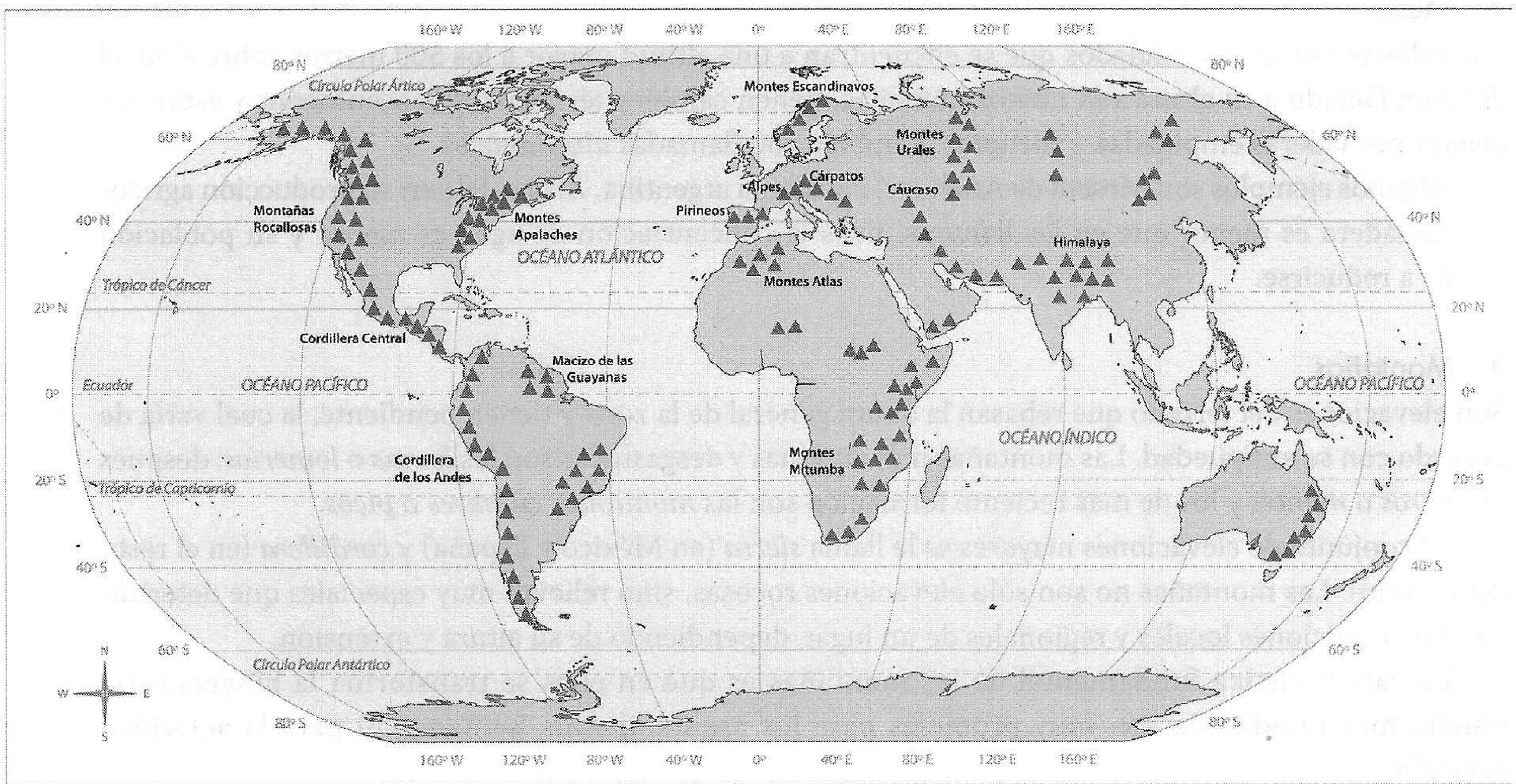
Al conjunto de elevaciones mayores se le llama *sierra* (en México y España) y *cordillera* (en el resto del mundo). Las montañas no son sólo elevaciones rocosas, sino relieves muy especiales que determinan las condiciones locales y regionales de un lugar, dependiendo de su altura y extensión.

La característica fundamental de las montañas es que en ellas se transforma la biogeografía mucho más rápido. No son muy propicias para los asentamientos humanos ni para la actividad agrícola.

Principales montañas del mundo (por su altitud)

Continente	Montaña	Altura
Asia	Monte Everest en el Himalaya Volcán Fujiyama en Japón	Casi 9 000 metros Casi 4 000 metros
África	Macizo Kilimanjaro al sureste de Kenia Monte Atlas al norte del Sahara	Casi 6 000 metros 4 000 metros (aprox.)
América	Cerro Aconcagua en los Andes Citlaltépetl o Pico de Orizaba en México Monte McKinley en Norteamérica	Casi 7 000 metros 5 610 metros 6 000 metros (aprox.)
Europa	Pico Dufor en los Alpes suizos Monte Elbrús en el Cáucaso	4 634 metros 5 642 metros
Oceanía	Macizo Vinsón Puncak Java en Surdinam	Casi 5 000 metros Casi 5 000 metros

En el siguiente mapa están representadas las principales montañas, mesetas, llanuras y depresiones del mundo.



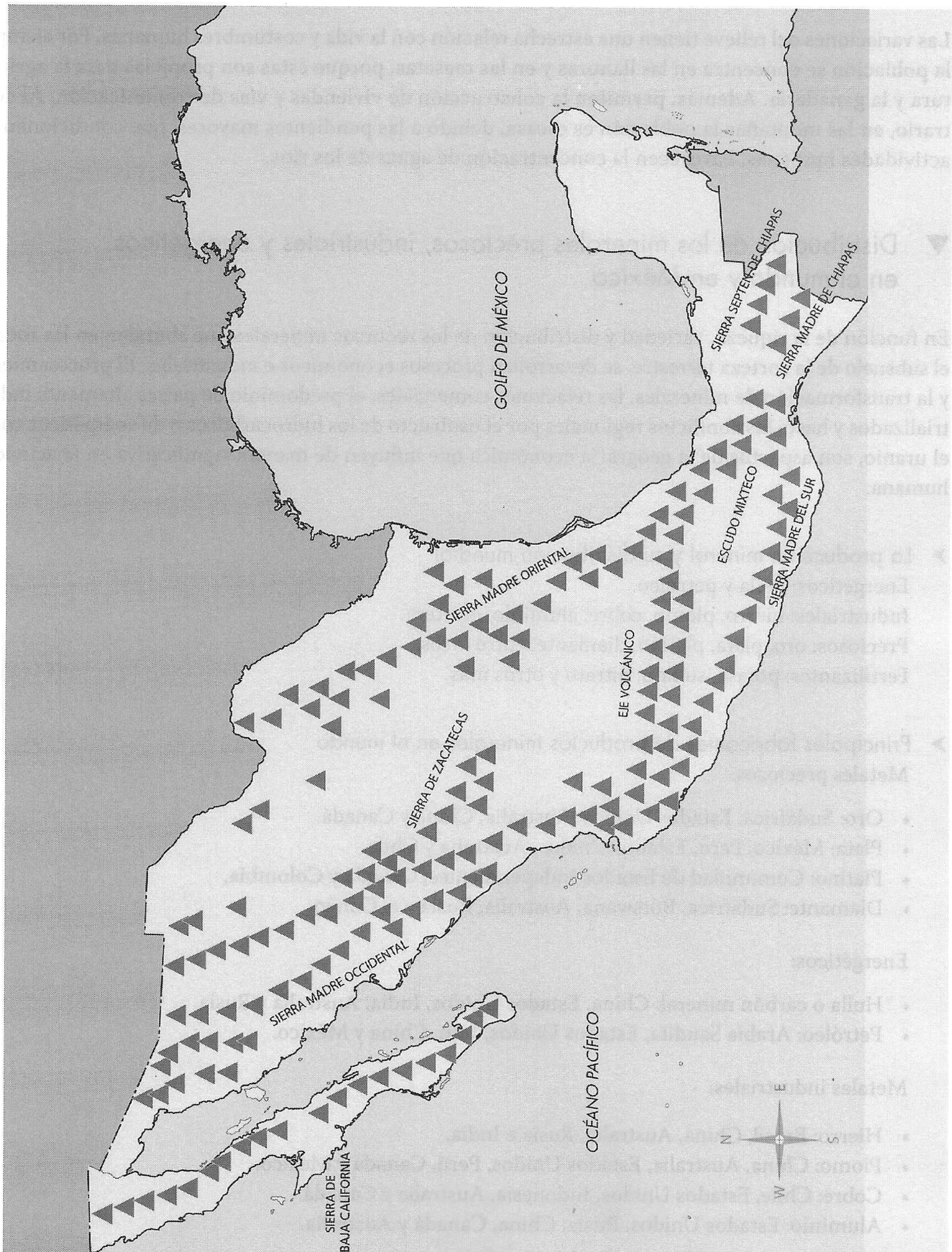
➤ Geomorfología de México

El término *Sierra Madre* sirve para designar cada uno de los sistemas montañosos, en general paralelos a las costas del país, además de la Sierra Volcánica Transversal (de occidente a oriente del territorio mexicano).

Los sistemas montañosos de México son:

- Sierra de Baja California: comprende los estados de Baja California y Baja California Sur.
- Sierra Madre Occidental: recorre las costas del Golfo de California desde Sonora hasta Jalisco.
- Sierra Madre Oriental: recorre la costa del Golfo de México desde Tamaulipas hasta Veracruz y los estados de Hidalgo y Puebla.
- Sierra Madre del Sur: abarca los estados de Guerrero, Oaxaca y Chiapas sobre la costa del Pacífico.
- Eje Volcánico Transversal: recorre el centro del país desde Jalisco hasta los límites entre Puebla y Veracruz.

En el siguiente mapa se representan los sistemas montañosos de México.



Relación de las formas del relieve con la distribución de la población y las actividades económicas

Las variaciones del relieve tienen una estrecha relación con la vida y costumbres humanas. Por ejemplo, la población se concentra en las llanuras y en las mesetas, porque éstas son propicias para la agricultura y la ganadería. Además, permiten la construcción de viviendas y vías de comunicación. Al contrario, en las montañas la población es escasa, debido a las pendientes mayores, que condicionan las actividades humanas. Favorecen la concentración de aguas de los ríos.

Distribución de los minerales preciosos, industriales y energéticos en el mundo y en México

En función de la riqueza, variedad y distribución de los recursos minerales que abundan en las rocas y el subsuelo de la corteza terrestre, se desarrollan procesos económicos e industriales. El procesamiento y la transformación de minerales, las relaciones comerciales, el predominio de países altamente industrializados y hasta los conflictos regionales por el usufructo de los hidrocarburos o de energéticos como el uranio, son aspectos de la geografía económica que influyen de manera significativa en la actividad humana.

La producción mineral y su distribución mundial

Energéticos: hulla y petróleo.
Industriales: hierro, plomo, cobre, aluminio, etcétera.
Preciosos: oro, plata, platino, diamante, entre otros.
Fertilizantes: potasa, sulfato, nitrato y otros más.

Principales fabricantes de productos minerales en el mundo

Metales preciosos:

- Oro: Sudáfrica, Estados Unidos, Australia, China y Canadá.
- Plata: México, Perú, Estados Unidos, Australia y Chile.
- Platino: Comunidad de Estados Independientes, Canadá y Colombia.
- Diamante: Sudáfrica, Botswana, Australia, Rusia y el Congo.

Energéticos:

- Hulla o carbón mineral: China, Estados Unidos, India, Australia y Rusia.
- Petróleo: Arabia Saudita, Estados Unidos, Irán, China y México.

Metales industriales:

- Hierro: Brasil, China, Australia, Rusia e India.
- Plomo: China, Australia, Estados Unidos, Perú, Canadá y México.
- Cobre: Chile, Estados Unidos, Indonesia, Australia y Canadá.
- Aluminio: Estados Unidos, Rusia, China, Canadá y Australia.

Desde tiempos de la Colonia, la producción minera en México representa una rama de la economía nacional de enorme importancia para las finanzas de nuestro país. En la actualidad las ramas más importantes de la actividad minera en México son:

Metálicas:

- Metales preciosos: plata y oro.
- Metales industriales básicos: plomo, zinc y cobre.
- Metales que se obtienen como subproductos: arsénico, bismuto, cadmio y selenio.
- Metales industriales varios: manganeso, mercurio y antimonio.

No metálicas:

- Azufre, fluorita, grafito, barita, gas y petróleo.
- Algunos materiales que se usan en la construcción, como calizas y arcillas.

Principales entidades productoras de metales preciosos, metales industriales no ferrosos y minerales no metálicos:

- Oro: Guanajuato, Sonora, Durango, Sinaloa y Zacatecas.
- Plata: Zacatecas, Chihuahua, Durango, Guanajuato y Sonora.
- Plomo: Chihuahua, Zacatecas, Hidalgo, Durango y San Luis Potosí.
- Zinc: Zacatecas, Chihuahua, San Luis Potosí, Guerrero y Michoacán.
- Cobre: Sonora, Zacatecas, Chihuahua y San Luis Potosí.
- Fluorita: Coahuila, Guanajuato, San Luis Potosí, Chihuahua y Durango.
- Barita: Sonora, Nuevo León y Coahuila.

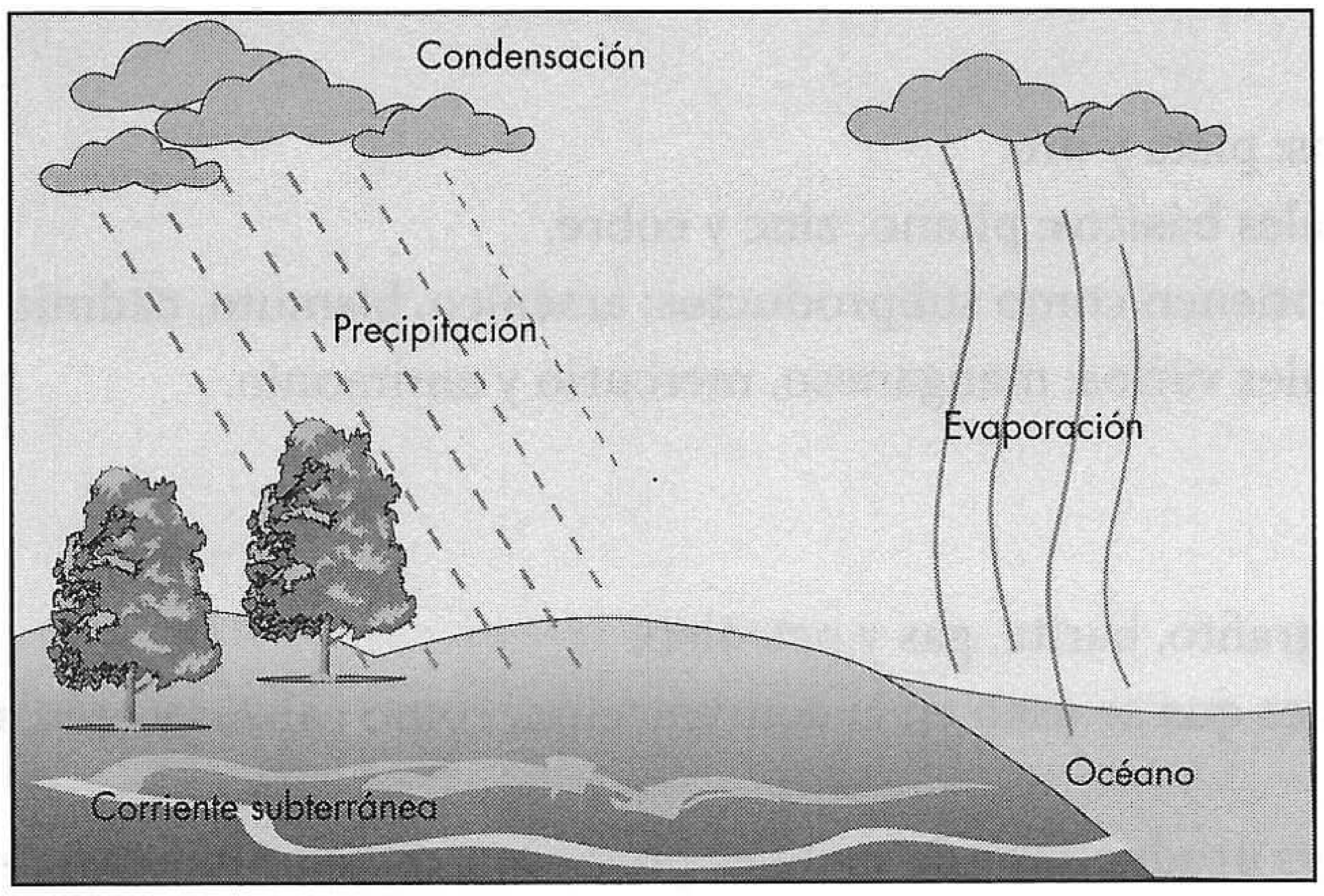
El agua como recurso fundamental

A lo largo de millones de años, el agua ha permitido el desarrollo de la biosfera. De modo que la enorme diversidad biológica de especies vegetales y animales en la Tierra dependen de ella. La vida en nuestro planeta, si bien corresponde a un proceso evolutivo y complejo, se halla vinculada a una interacción de factores como la energía solar, los gases atmosféricos, la gravedad y la existencia de una hidrosfera o enorme capa de agua que cubre a la Tierra. Este líquido es vital para la vida de una amplísima cadena de seres orgánicos.

El agua hace posible que nuestra atmósfera regule la temperatura terrestre y bloquee los efectos más hostiles de las radiaciones solares; recorre todo el planeta y modifica su estado físico.

▼ El ciclo hidrológico como conjunto de procesos que relacionan a la hidrosfera con la atmósfera, la litosfera y la biosfera

El ciclo hidrológico es el proceso del movimiento continuo del estado físico del agua. En primer término, el calor del Sol *evapora* el agua líquida, que se concentra en los océanos. El vapor de agua forma nubes que al disminuir su temperatura en la atmósfera se precipita en forma de lluvia. Cuando las nubes se enfrían, liberan el líquido (precipitación) que contienen en forma de agua (menor enfriamiento) o nieve (mayor enfriamiento). El agua cae sobre los continentes, donde a través de los ríos, por un proceso denominado *escorrentía*, vuelve al mar. Una parte de las precipitaciones se *infiltra* en el terreno dando lugar a las aguas subterráneas, que al final también desembocan en el mar. Este proceso se muestra en la imagen siguiente:



Ejemplo de reactivo

Fase del ciclo hidrológico que abastece de agua a la superficie de los continentes:

a) precipitación
b) filtración
c) evaporación
d) sublimación

Solución:
Si nos atrevemos a considerar en algún lugar el inicio del ciclo del agua, ese lugar serían los océanos, porque son las concentraciones más grandes de agua en el planeta. El ciclo inicia con la evaporación, forma nubes y las nubes son trasladadas por el viento hacia los continentes, el relieve obliga a las nubes a subir y a medida que se elevan la temperatura desciende, lo que provoca la condensación del vapor de agua y se precipita. Así es como el agua llega a los continentes.

Entonces, la solución es el inciso a.

▼ Distribución de los principales ríos y lagos del mundo y de México

Al interior de las masas continentales se localizan recursos hidráulicos como ríos y lagos.

Ríos. Son corrientes de agua que fluyen por un cauce, desde un lugar elevado a otro más bajo. La mayoría de los ríos desembocan en el mar o en un lago, aunque otros se filtran en la tierra o se evaporan en la atmósfera y desaparecen.

El relieve es el factor que determina las características de los pequeños arroyos sin nombre, hasta los ríos más grandes como el Amazonas o el Nilo.

Algunas partes de un río que se pueden distinguir son:

- *Cuenca*: es la superficie en donde todas las partículas de agua que se precipitan en ella fluyen hacia un punto en común (lago o río). Cuando la cuenca tiene salida ya sea al océano o a un río,

se llama *exorreica*, y cuando no tiene salida, se le denomina *endorreica*, puesto que se evapora muy rápido y al no llegar a un punto en común, se vierte en lagos o lagunas. Se les llama *arreica* cuando no forma ríos.

- *Parteaguas*: es el límite de una cuenca.
- *Vertiente*: es la inclinación o lado del que fluyen los ríos.
- *Caudal*: es la cantidad de agua que lleva el río.

Principales ríos en el mundo

Continente	Nombre	Longitud (km)	Cuenca (km²)
África	Nilo-kagera Zaire Níger	6671 4200 4160	2867000 3690000 2000000
América	Amazonas-Ucayali Mississippi Missouri Mackenzie	6276 3778 3728 4240	7000000 3328000 1371000 1700000
Asia	Yang-tsé Obi-irtish Huang-ho	5800 5400 4845	1807000 3000000 750000
Europa	Volga Danubio Ural	3551 2850 2534	1360000 817000 237000
Oceanía	Murray-Darling Sepik Fly	3490 1126 996	910000 100000 80000

Lagos. Cuando la vertiente de ríos, manantiales o lluvias se detiene ante diversos obstáculos en su camino rumbo al mar, forma depósitos de agua.

En los lagos se desarrolla más vida vegetal y animal que en los ríos, debido a la tranquilidad de sus aguas.

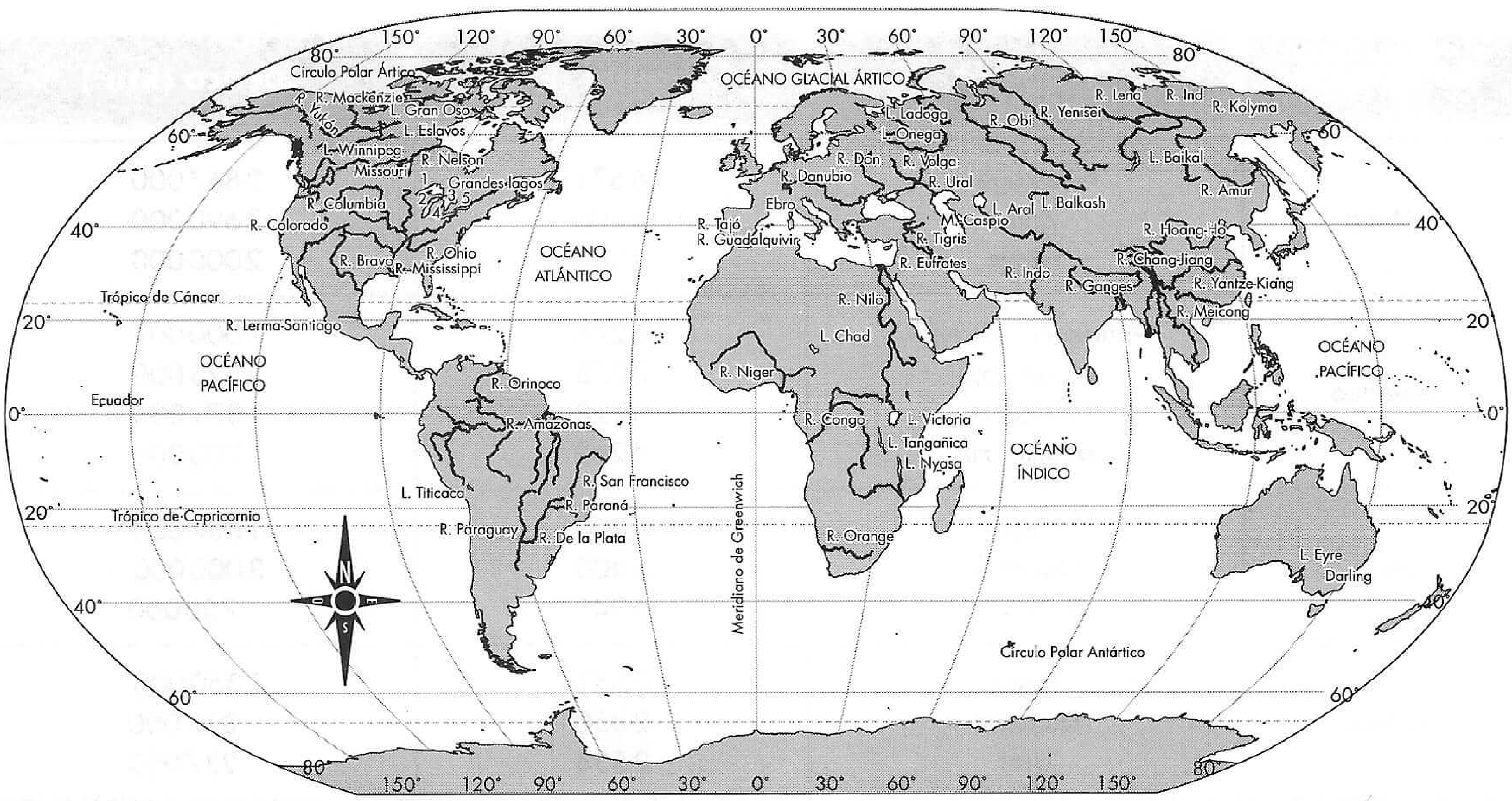
Principales lagos del mundo

Nombre	Superficie (km²)	País
Caspio	371000	Rusia, Irán, Azerbaiyán, Kazajistán y Turmenistán
Superior	84131	Canadá-Estados Unidos
Victoria	68800	Uganda-Kenia
Aral	66500	Kazajistán y Uzbekistán
Hurón	61797	Canadá-Estados Unidos

Principales lagos y ríos del mundo

Los lagos se originan por depresiones (tectónicas), en los cráteres (volcánicos), por el derrumbe del techo de un río subterráneo (cársicos) o por el ciclo de un río. Los lagos tienden a desaparecer debido al rellenamiento del vaso lacustre con sedimentos inorgánicos o con vegetales, como las diatomeas. El lago de Xochimilco es un ejemplo del rellenamiento causado por el lirio acuático.

El siguiente mapa presenta los principales ríos y lagos del mundo.



Simbología

Grandes Lagos	1. Superior	2. Michigan	3. Hurón	4. Ontario	5. Erie

Los ríos de México

El relieve en México determina los procesos de formación de los cuerpos de agua. Debido a que la mayor parte del territorio mexicano está cubierto por sierras, su ubicación da origen a tres vertientes: la del Pacífico, la del Golfo de México y la del interior.

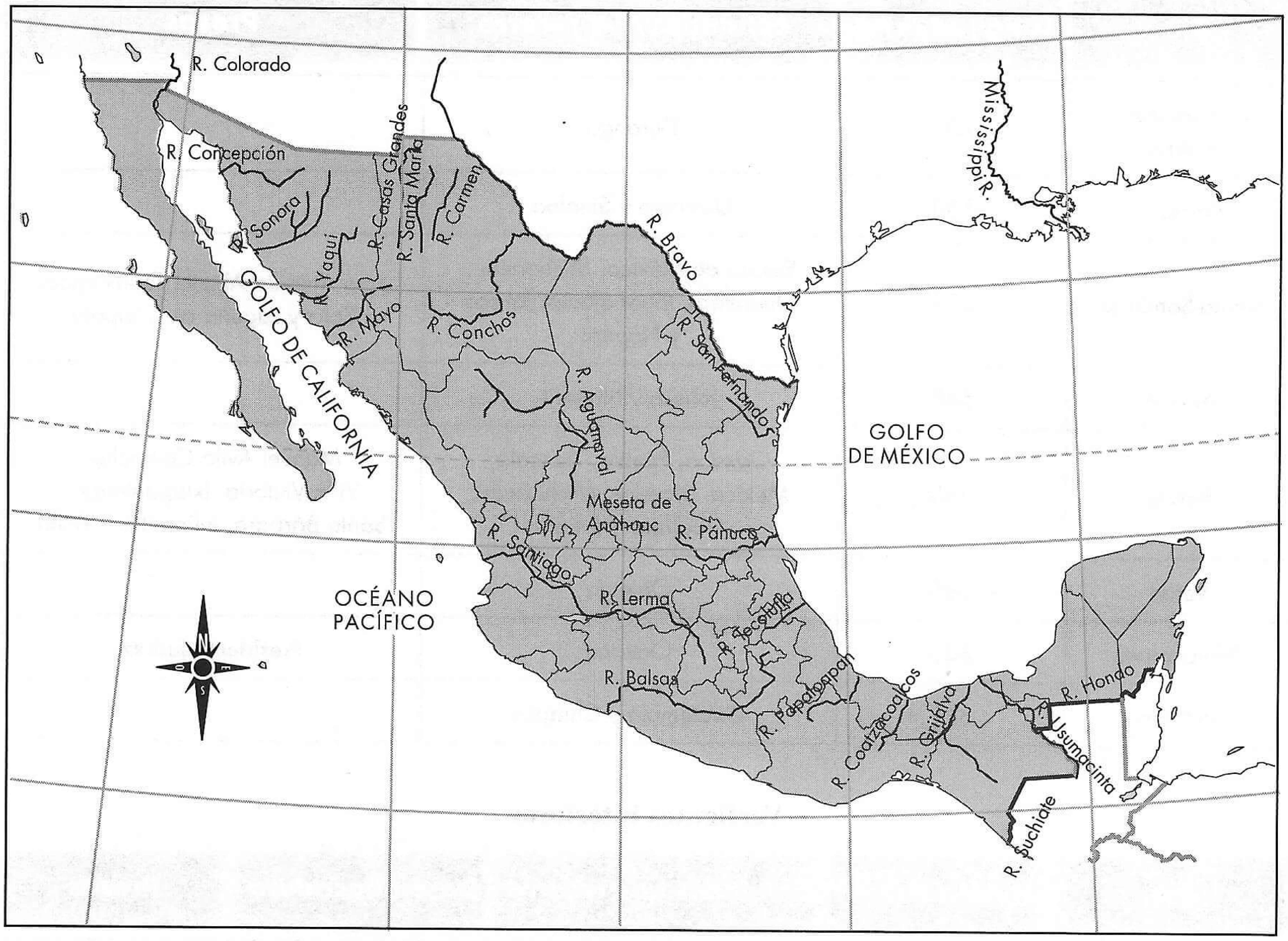
La vertiente del Pacífico está involucrada con las zonas de choque de la placa Norteamericana con la del Pacífico, por lo que el litoral es corto y rocoso, lo que hace que los ríos tengan un cauce limitado con pocos afluentes que no tienen agua todo el año; la inclinación de la vertiente hace que los ríos fluyan rápido, lo que dificulta la navegación.

En cambio, la vertiente del Golfo de México presenta litorales largos y arenosos por lo que los ríos tienen un caudal abundante durante todo el año, sus recorridos son lentos y suaves facilitando la navegación.

La vertiente del interior es la que permite la formación de lagos, y aunque en algunos casos sus ríos no cuentan con agua todo el año, la mayor parte del Altiplano mexicano se abastece de agua de esta vertiente.

Los ríos proveen 10% del agua potable que consume el hombre; para el caso de la Ciudad de México, ésta se abastece de dos afluentes: el río Lerma que nace en el Estado de México y el Cutzamala que viene de Guerrero.

Los ríos de México



En el cuadro siguiente se presentan los principales ríos de México.

Vertiente del Pacífico

Río	Longitud (km)	Entidades que recorre	Presas
Colorado	140	Wyoming, UTAH, Colorado, Arizona, Nuevo México (Estados Unidos), Baja California y Sonora (México)	Boulder (Estados Unidos) Morelos (México)
Sonora	485	Sonora	Abelardo Rodríguez Luján
Yaqui	680	Arizona (Estados Unidos), Sonora (México)	Abraham González, Álvaro Obregón, la Angostura y Plutarco Elías Calles
Mayo	402	Chihuahua, Sinaloa	Josefa Ortiz de Domínguez y Miguel Hidalgo
Culiacán	280	Durango, Sinaloa	Sanalona y Adolfo López Mateos

(Continúa)

(Continuación)

Río	Longitud (km)	Entidades que recorre	Presas
San Lorenzo o Quila	700	Durango	
Presidio	160	Durango y Sinaloa	
Lerma-Santiago	515	Estado de México, Michoacán, Querétaro, Guanajuato, Jalisco y Nayarit	José Antonio Alzate, Tepuxtepec, Solís y Laguna de Chapala
Ameca	547	Jalisco y Nayarit	
Balsas	260	Oaxaca, Puebla, Tlaxcala, México, Morelos, Michoacán, Guerrero y Jalisco	Manuel Ávila Camacho, Villa Victoria, Ixtapantongo, Santa Bárbara, Infiernillo y Villita
Verde	685	Oaxaca	
Tehuantepec	335	Oaxaca	Presidente Juárez
Suchiate	377.4	Guatemala y Chiapas	

Vertientes interiores

Río	Longitud (km)	Entidades que recorre	Desembocadura	Presas
Casas Grandes		Chihuahua	Laguna de Guzmán	
Santa María		Chihuahua	Laguna de Santa María	
Del Carmen		Chihuahua	Laguna de Patos	
Nazas	580	Durango	Laguna de Mayrán	Lázaro Cárdenas
Aguanaval	500	Zacatecas, Durango y Coahuila	Laguna de Viesca	Leobardo Reynoso
Grande de Morelia y Querétaro		Michoacán	Laguna de Cuitzeo	Cointzio
Guani y Chapultepec		Michoacán	Laguna de Pátzcuaro	

Vertientes del Atlántico

Río	Longitud (km)	Entidades que recorre	Presas
Bravo	3 033	Colorado, Nuevo México, Texas, Chihuahua, Coahuila, Nuevo León y Tamaulipas	Elefante, Caballo, Internacional, Falcón, Boquilla, Francisco I. Madero Venustiano Carranza y Azúcar

Río	Longitud (km)	Entidades que recorre	Presas
Soto La Marina		Nuevo León y Tamaulipas	Vicente Guerrero
Tamesí	400	Tamaulipas	
Pánuco	600	Estado de México, Ciudad de México, Hidalgo, Tamaulipas y Veracruz	
Tuxpan	180	Veracruz	
Cazones		Puebla y Veracruz	Los Reyes
Tecolutla	100	Puebla y Veracruz	Encasa
Nautla	112	Puebla y Veracruz	
Blanco	150	Veracruz	Tuxpango
Papaloapan	445	Oaxaca, Puebla y Veracruz	Presidente Alemán y Cerro de Oro
Coatzacoalcos	300	Oaxaca y Veracruz	
Tonalá	139	Veracruz y Tabasco	
Mezcalapa		Guatemala, Chiapas	Nezahualcóyotl, Chicoasén y la Angostura
Grijalva	700	Chiapas y Tabasco	
Usumacinta	1100	Guatemala, Chiapas y Tabasco	
Candelaria	111	Guatemala y Campeche	
Champotón	110	Campeche	
Hondo		Quintana Roo y Belice	

▼ Relación de los ríos, los lagos y las aguas subterráneas con la distribución de la población y las actividades económicas

Las aguas continentales son las más utilizadas como fuente de agua potable, ya que están constituidas por aguas dulces que facilitan la concentración humana en torno de ríos, lagos y aguas subterráneas. Además, el desarrollo tecnológico permite llevar agua potable a zonas habitacionales muy alejadas de ríos o lagunas. Se trata de la capacidad humana para adaptar al medio, aunque la infraestructura hidráulica en las grandes ciudades resulta costosa y entraña cierto impacto ambiental.

Las aguas continentales (ríos, lagos y corrientes subterráneas) son de gran utilidad para el medio y para la actividad humana:

- Proporcionan agua potable y para uso doméstico e industrial.
- Representan sistemas de riego útiles para la agricultura y la silvicultura.

- Son reservas ecológicas y áreas turísticas.
- Facilitan y abaratan el transporte mercantil y humano al interior de los continentes.
- Permiten la construcción de presas y canales de gran utilidad.
- Son la base de importantes hidroeléctricas que surten energía a gran escala.
- Sirven como fronteras naturales entre países, entidades federales o regionales.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es la principal fuente de agua potable para el ser humano?

a) Aguas residuales
b) Aguas fluviales
c) Aguas subterráneas
d) Aguas oceánicas

Solución:
La filtración es parte del proceso del ciclo del agua, permite la purificación del agua, al pasar por las diferentes capas de la superficie terrestre, quitándole impurezas y nutriéndola con minerales, hasta que encuentran capas impermeables, donde se acumula, formando aguas subterráneas.

Entonces, la solución es el inciso c.

▼ Importancia del mar: aprovechamiento de las mareas y las corrientes marinas; efectos climáticos de las corrientes y su relación con las actividades económicas

Los océanos son las concentraciones de agua más grandes del planeta, en ellas se producen la mitad del oxígeno de la atmosfera, gracias a que es el habitat del plancton. En total cubren tres cuartas partes de la superficie terrestre. Gracias a la salinidad de sus aguas y sus movimientos constantes, provocados por la convección, la rotación de la Tierra, la fuerza de gravedad del Sol y la Luna y el viento, también son los reguladores térmicos del planeta.

Mareas. Son movimientos periódicos de ascenso y descenso del mar, que se originan por las fuerzas de atracción gravitacional que el Sol, la Luna y otros cuerpos celestes ejercen sobre la hidrosfera de la Tierra.

En la cercanía del litoral se producen corrientes costeras de deriva, muy variables según la forma de la costa y las profundidades del fondo. Estas corrientes forman playas, estuarios y otras formas del modelado costero. La energía liberada por las olas en el choque continuo con la costa, las mareas y las corrientes tiene una gran importancia porque erosiona y transporta los materiales costeros.

Los *movimientos ascendentes* de la marea se llaman *flujo* y los de descenso *reflujo*. Cuando la marea alcanza su máximo nivel se llama *pleamar* y al llegar a su mínimo nivel se le llama *bajamar*.

Corrientes marinas. Son grandes volúmenes de agua que se desplazan en el océano y siguen rutas cíclicas, lo que se denomina circulación general de corrientes marinas.

Factores que influyen en la formación de corrientes marítimas:

- Movimientos de rotación terrestre.
- Diferencia de temperaturas y salinidad de las aguas de los mares.
- La acción de los vientos constantes.

➤ Clasificación de las corrientes marinas

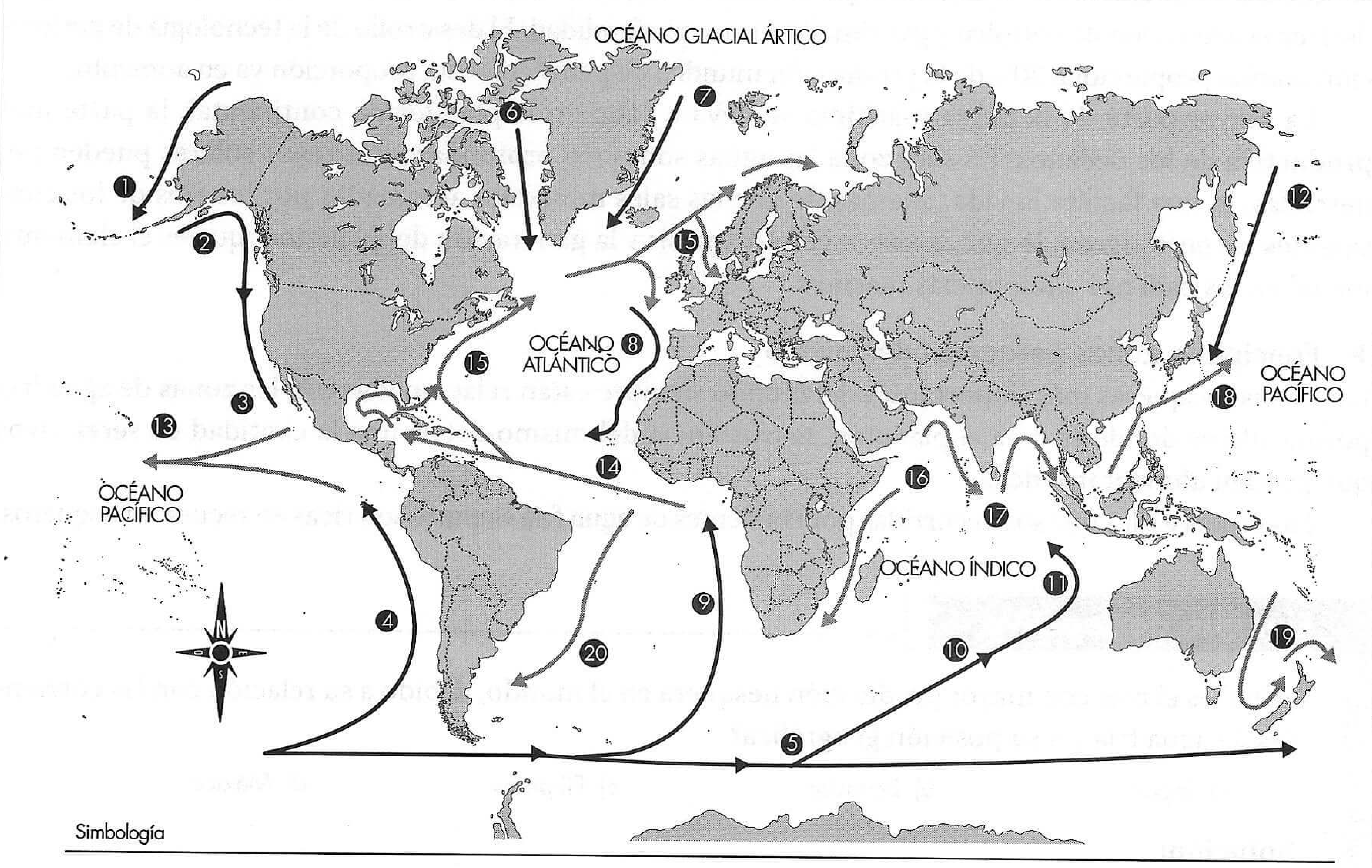
Por su profundidad:

- *Superficiales*: han sido aprovechadas por los navegantes.
- *Profundas*: fluyen con lentitud por el fondo del mar.

Por su temperatura:

- *Cálidas*: parten del ecuador hacia los polos; bañan las costas orientales de los continentes; elevan la temperatura y producen lluvias, por lo que modifican los climas de algunas regiones. Las corrientes cálidas alteran el clima al generar un aumento de la temperatura y de la humedad, pero generan un mayor beneficio para la producción agrícola.
- *Frías*: se desplazan desde las grandes latitudes hacia el ecuador, pasan frente a las costas occidentales de los continentes y ocasionan sequías porque desprenden poca humedad; influyen en la localización de los desiertos. Pero son muy favorables para la formación de plancton y para la actividad pesquera.

El siguiente mapa muestra las principales corrientes marinas del mundo:



Simbología

Corrientes frías — Corrientes cálidas

1. Corriente de Bering
2. Corriente de Alaska
3. Corriente de California
4. Corriente del Perú o Von Humboldt
5. Corriente Antártica
6. Del Labrador
7. De Groenlandia
8. De las Canarias
9. De Benguela
10. Deriva del Atlántico
11. Occidental Australiana
12. Oya Shio
13. Ecuatorial
14. Contracorriente de Guinea
15. Del Golfo
16. De Mozambique
17. Ecuatorial de Bengala
18. Kuro Sivo
19. Oriental de Australia
20. Del Brasil

Las corrientes marinas representan los movimientos más importantes del océano, principalmente porque al trasladar grandes cantidades de agua caliente y fría mantienen la temperatura media en los océanos y la atmósfera, lo que incide directamente en la regulación del clima.

Otro de los procesos que determinan las corrientes marinas de agua fría es la reproducción del plancton, que es la base de todas las cadenas alimenticias en los océanos.

El plancton se subdivide en dos grupos:

- *Fitoplancton*: compuesto de algas, diatomeas y dinoflagelados. La clorofila absorbe la luz solar y el dióxido de carbono atmosférico, sintetizando alimento orgánico.
- *Zooplancton*: lo forman algas, protistas, camarones y otros crustáceos, invertebrados gelatinosos, huevos y formas larvarias de muchos peces que habitan la zona pelágica de los océanos. Su circulación provee de alimento a los peces y otros animales grandes.

▼ Los recursos pesqueros y minerales del mar y su aprovechamiento: banco de especies de aguas frías y cálidas; petróleo, gas y concentrados polimetálicos

La extensión y características de la plataforma continental son distintas en cada lugar de la Tierra y su origen se debe a la acumulación de sedimentos que el viento y los ríos acarrean desde los continentes. En esta región destaca la extracción de petróleo y gas situado a poca profundidad. El desarrollo de la tecnología de perforación marina proporciona 20% de la producción mundial de petróleo y esta proporción va en aumento.

La mayor parte de la pesca marítima se lleva a cabo en la plataforma continental, la parte más productiva de los océanos. En esta zona las aguas son poco profundas y los rayos solares pueden penetrarlas, lo que facilita la vida, además de que las sales minerales acarreadas por los ríos de los continentes las enriquecen, lo que favorece la fotosíntesis y la generación del plancton, que es el elemento inicial en las cadenas alimenticias marinas.

➤ Principales zonas pesqueras del mundo

Las zonas pesqueras más importantes del mundo siempre están relacionadas con las zonas de agua fría porque ahí es donde se crea el plancton, la existencia del mismo determina la cantidad de seres vivos que pueden alimentarse de él.

Las costas e islas que son recorridas por corrientes de agua fría siempre son ricas en recursos pesqueros.

Ejemplo de reactivo

¿Cuál es el país con mayor producción pesquera en el mundo, debido a su relación con las corrientes de agua fría y a su posición geográfica?

a) Japón b) Ecuador c) Filipinas d) México

Solución:

Las corrientes de agua fría son ricas en plancton, que son la base de las cadenas alimenticias de todos los seres vivos en los océanos, por lo que estas zonas son ricas en recursos pesqueros. Las zonas de agua fría en el planeta inician en las zonas tropicales, a medida que se avanza hacia los polos la temperatura del agua va disminuyendo y aumentando la cantidad de recursos pesqueros.

De la lista, Japón es el único país que se encuentra fuera de la zona ecuatorial y sus costas se encuentran cerca de corrientes de agua fría.

Entonces, la solución es el inciso a.

➤ Principales zonas de explotación petroleras marítimas

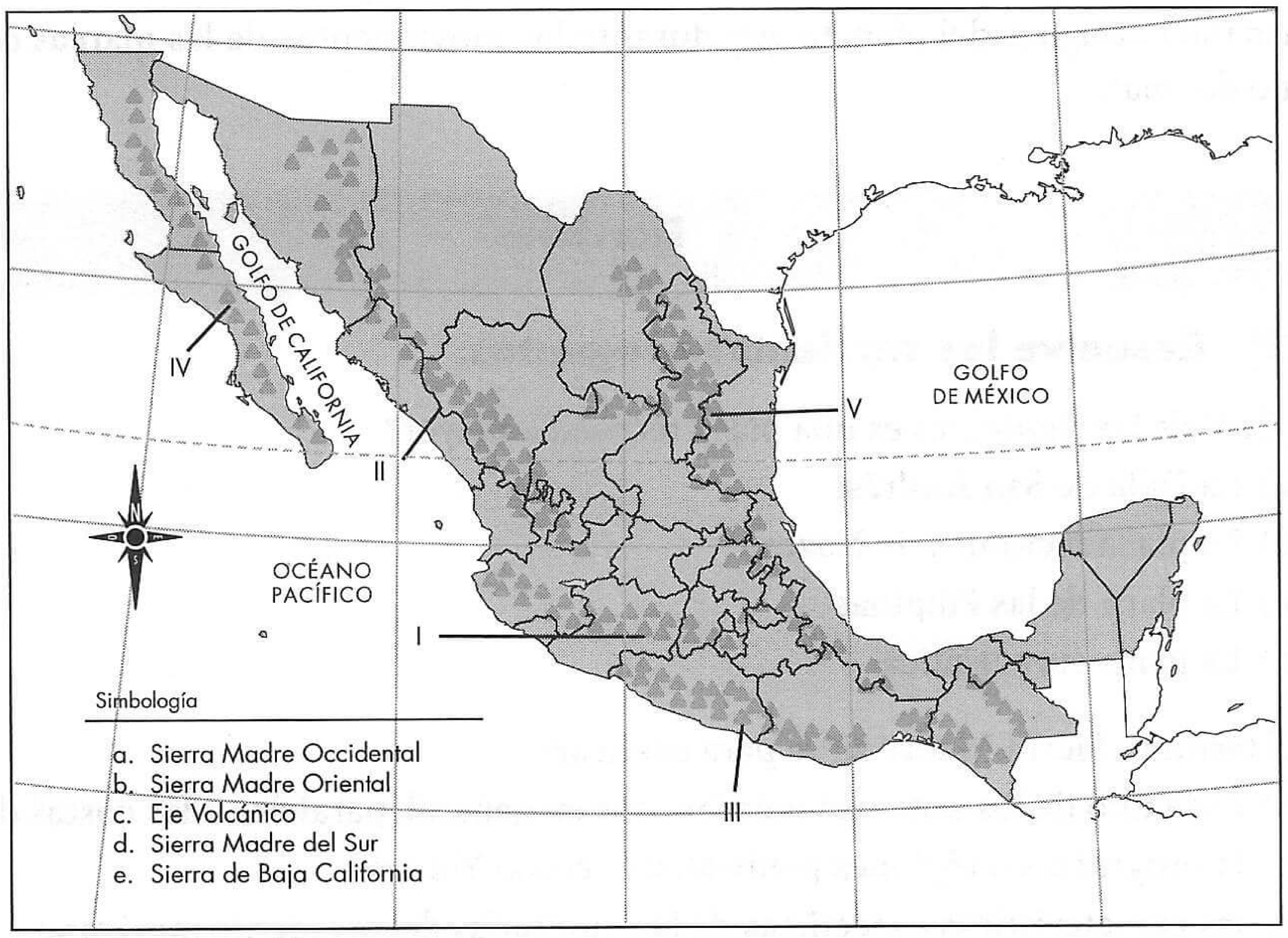
Las zonas petroleras más importantes están relacionadas con la presencia de restos fósiles, por lo general son zonas muy antiguas del planeta que durante los movimientos de las mareas continentales quedaron debajo del mar.

Ejercicios

1 Resuelve las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál de las siguientes es una placa tectónica mayor?
   a) La Falla de San Andrés
   b) La placa tectónica de Nazca
   c) La placa de las Filipinas
   d) La placa euroasiática
2. El término Sierra Madre sirve para explicar:
   a) cada uno de los sistemas montañosos en general, paralelos a las costas del país
   b) la orografía en regiones peninsulares como Yucatán
   c) las características específicas de las montañas del occidente mexicano
   d) el clima de alta montaña en zonas costeras de México y Norteamérica
3. ¿Cuáles son las entidades que atraviesa la Sierra Madre del Sur?
   a) Guerrero y Chiapas
   b) Oaxaca y Guerrero
   c) Tlaxcala y Oaxaca
   d) Veracruz y Tlaxcala
4. ¿Dentro de qué zona económica se localiza la Sierra Volcánica Transversal, que va de Michoacán a Jalisco?
   a) Norte
   b) Pacífico Sur
   c) Centro Sur
   d) Centro Occidente
5. El medio y el hombre se caracterizan por estar en constante:
   a) desigualdad
   b) contraposición
   c) interacción
   d) competencia
6. Si viajas de la Ciudad de México a Veracruz, cruzas por una cordillera de pliegues, llamada:
   a) Sierra Madre Oriental
   b) Sierra Madre Occidental
   c) Sierra Madre del Sur
   d) Sierra Madre de Oaxaca

7. Relaciona los sistemas montañosos con el número del mapa que corresponde a su ubicación:



a) I–c; II–a; III–e; IV–d; V–b
b) I–c; II–a; III–d; IV–e; V–b
c) I–b; II–c; III–e; IV–a; V–d
d) I–b; II–e; III–c; IV–d; V–a

2 Resuelve las siguientes preguntas:

8. ¿Qué cordillera de plegamientos se acomoda en la frontera entre España y Francia?
   a) Los Alpes
   b) Los Pirineos
   c) Los Apeninos
   d) Los Cárpatos

9. ¿Qué cordillera se ubica en el centro de Europa, y determina importantes actividades económicas en países como Francia, Italia y Suiza?
   a) Danubio
   b) Cárpatos
   c) Urales
   d) Alpes

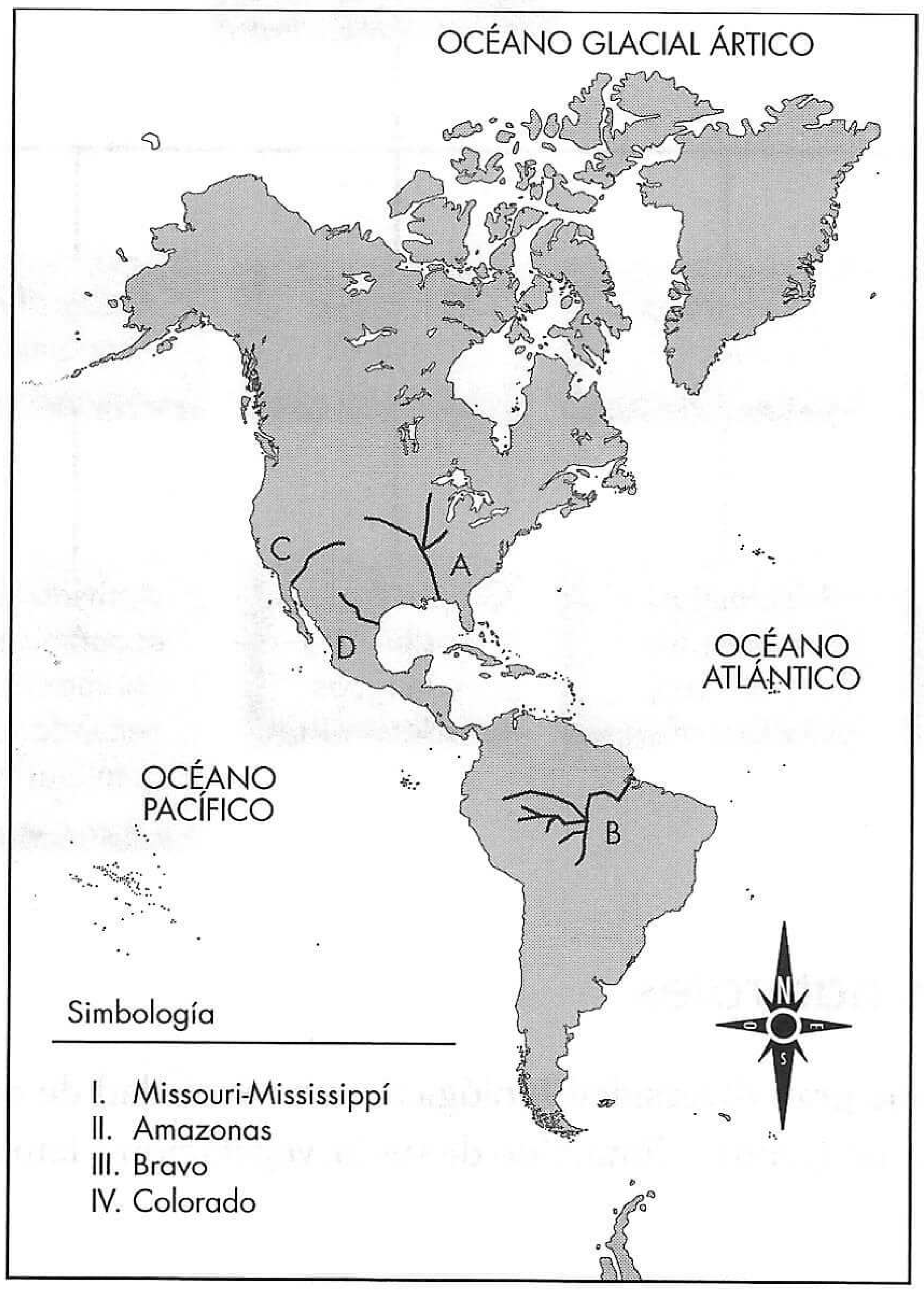
10. Es la región delimitada por montañas o elevaciones, que captan aguas para alimentar las corrientes de un río:
   a) la naturaleza fluvial
   b) la sismicidad
   c) la vertiente
   d) la cuenca de un río

11. El agua de los ríos, además de *hábitat* para los cocodrilos, también da vida a plantas y animales. ¿Qué río es el más largo del mundo?
   a) Bravo
   b) Amazonas
   c) Nilo
   d) Danubio

12. Son dos ríos que pertenecen a Sudamérica:
    a) Mackenzie y San Lorenzo
    b) Yeniséi y Lena Occidental
    c) Lerma y Orinoco
    d) Orinoco y Amazonas

13. ¿Dónde se localiza el Lago Victoria?
    a) Entre Laos y Camboya
    b) Al norte de Marruecos
    c) Junto al mar Caspio
    d) Al este de África en Uganda

14. Relaciona los principales ríos de América con su ubicación geográfica:
    I. Missouri-Mississippí
    II. Amazonas
    III. Bravo
    IV. Colorado
    a) I – D; II – B; III – C; IV – A
    b) I – B; II – C; III – A; IV – D
    c) I – A; II – C; III – B; IV – D
    d) I – A; II – B; III – D; IV – C



15. Además del agua subterránea, ¿de qué ríos se provee la Ciudad de México?
    a) Hondo y Bravo
    b) Lerma y Colorado
    c) Cutzamala y Papaloapan
    d) Lerma y Cutzamala

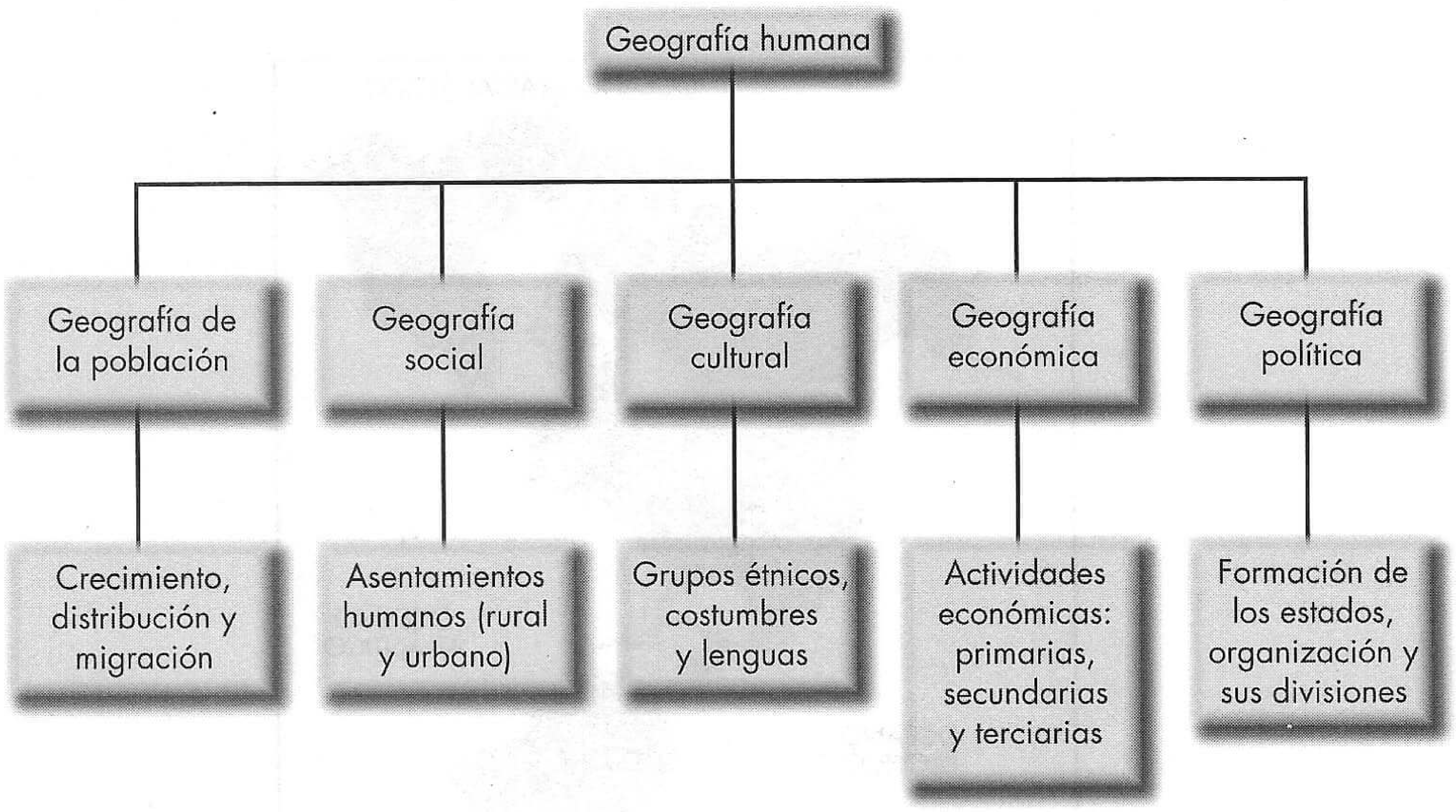
Unidad 1 La Tierra, base del desarrollo del ser humano

Unidad 2 Geografía física, el paisaje natural

Unidad 3 Geografía humana, paisaje cultural

Objetivo: al término de la unidad el estudiante distinguirá cada uno de los elementos que integran la geografía humana.

La *geografía humana* estudia la interacción entre los hechos y los fenómenos geográficos y el hombre, en sus aspectos económicos, sociales, demográficos, políticos y culturales. Para ello, la geografía humana se divide en:



Las regiones naturales

Nuestro planeta posee una gran diversidad biológica y una variedad de ecosistemas con características propias de cada región natural, como clima, tipo de suelo, vegetación y fauna incluso actividades humanas y económicas específicas.

▼ El clima

El clima es el conjunto de fenómenos atmosféricos que distinguen a una región en un periodo específico. Los elementos que lo conforman son:

- *Temperatura.* Se refiere a la cantidad de calor en la atmósfera.
- *Precipitaciones.* Es la cantidad de agua de lluvia que hay en el ambiente.

- *Presión atmosférica o del aire.* Es la fuerza que ejerce la atmósfera en algún lugar.
- *Vientos.* Son las corrientes de aire provocadas por el movimiento de la Tierra y las variaciones de densidad y temperatura del aire.
- *Humedad.* Tiene que ver con la cantidad de vapor de agua en el ambiente.

➤ Clasificación climática de Wladimir Köppen

En la actualidad se acepta la clasificación climática propuesta por el alemán Wladimir Köppen, la cual representa con letras mayúsculas a la temperatura como primer dato, y después los regímenes de lluvia con letras minúsculas.

Clima		Temperatura
A	Cálido o tropical	Temperatura media mensual superior a los 18° C.
B	Seco	La evaporación excede las precipitaciones. Siempre hay déficit hídrico.
C	Templado	La temperatura media del mes más frío es menor que 18° C y superior a −3° C y al menos un mes la temperatura media es superior a 10° C.
D	Frío	La temperatura media del mes más frío es inferior a −3° C y la del mes más cálido superior a 10° C
E	Polar	La temperatura media del mes más cálido es inferior a 10° C y superior a 0° C

Donde los regímenes de lluvia no son suficientes para definir el clima, se creó el criterio de la vegetación que describe el tipo de flora que se desarrolla en determinada temperatura. En consecuencia, los subgrupos dependen de la precipitación y vegetación. Los primeros se escriben con minúscula y los de vegetación con mayúscula:

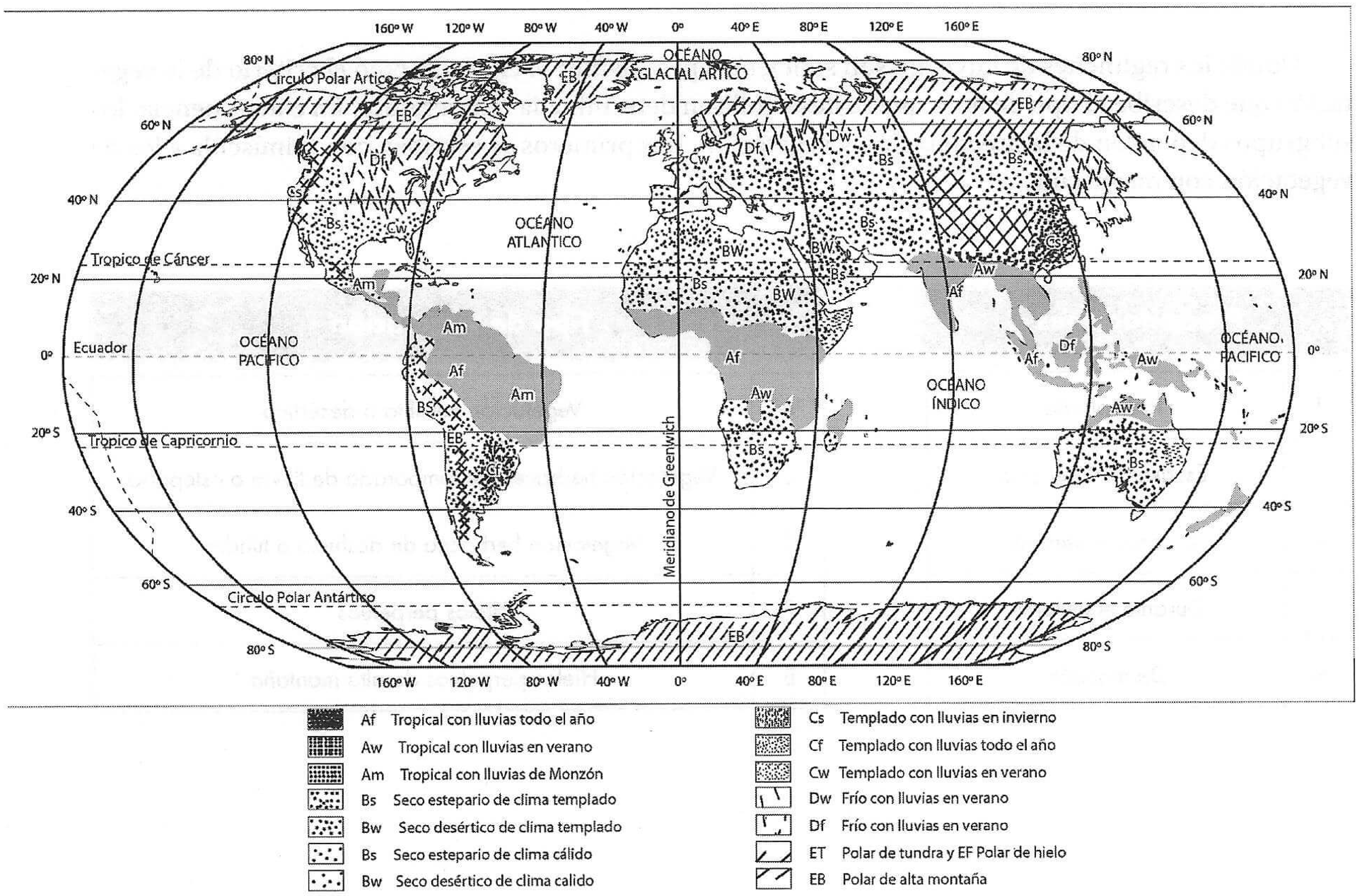
Precipitaciones	
f	Todo el año
x′	Escasas todo el año
w	Durante el verano
s	Durante el invierno
m	De monzón

Tipo de vegetación	
W	Vegetación xerofita o desértica
S	Vegetación herbácea de temporada de lluvia o esteparia
T	Vegetación herbácea de deshielo o tundra
F	Hielos perpetuos
B	Hielos perpetuos de alta montaña

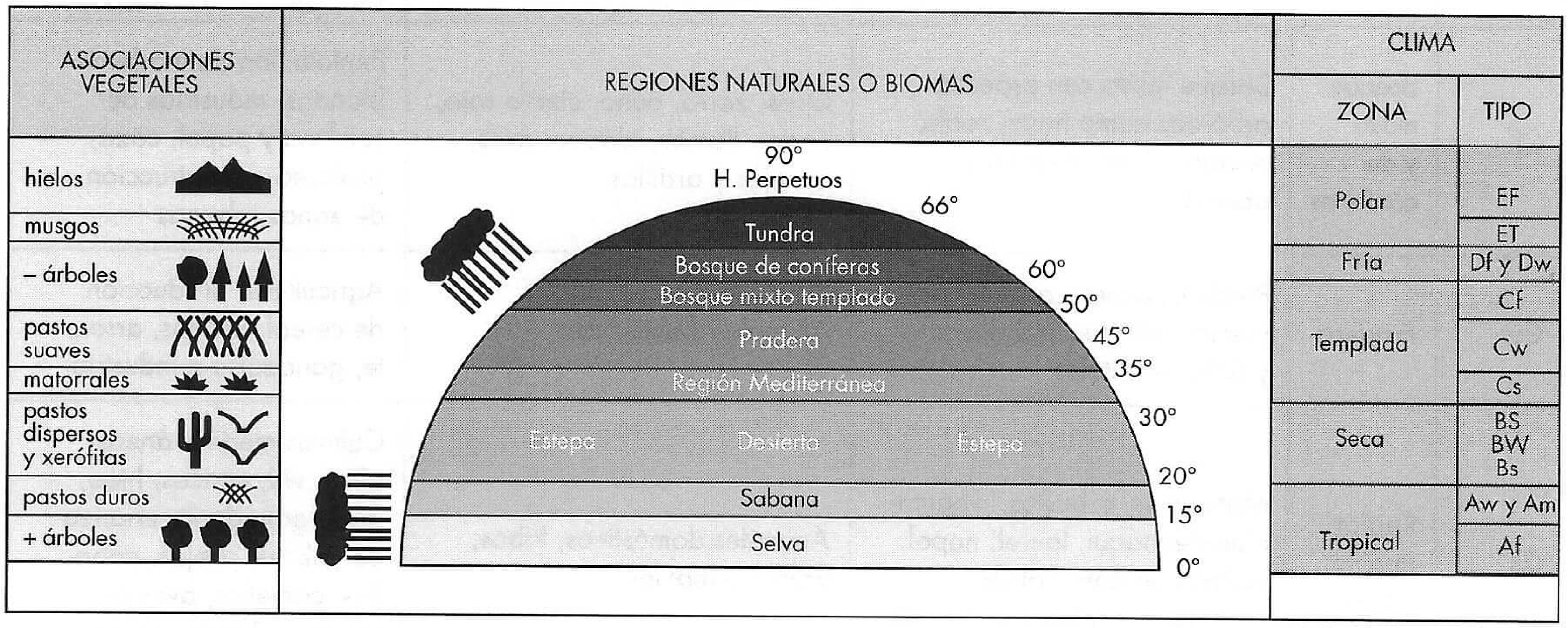
De la combinación de grupos y subgrupos se obtienen 13 tipos de clima básicos:

Clima		Clave	Descripción	Región natural
Humedad	Tropical	Af	Tropical lluvioso todo el año. Más de 60 mm de lluvia en el mes más seco.	Selva
		Am	Tropical con lluvias monzónicas (intensas en el verano). Menos de 60 mm de lluvia en el mes más seco.	Bosque tropical
		Aw	Tropical con lluvias en verano. Precipitaciones superiores a 30 mm en el mes más seco.	Sabana
	Templado	Cl	Templado con lluvias todo el año. Precipitaciones superiores a 30 mm en el mes más seco.	Bosque mixto o de coníferas
		Cx	Templado con pocas lluvias todo el año.	Región mediterránea
		Cs	Templado con lluvias en invierno. El invierno llega hasta los 60 mm de precipitación.	
		Cw	Templado con lluvias todo el año. El invierno es muy seco.	Pradera
	Frío	Df	Frío con lluvias todo el año. No hay estación seca.	Taiga
Seco	Seco	BW	Seco desértico.	Desierto
		BS	Seco estepario.	Estepa
	Polar	ET	Polar de tundra. El mes más cálido oscila entre los 0° C y los 10° C.	Tundra
		EF	Polar de hielos perpetuos. El mes más cálido tiene una temperatura inferior a 0° C.	Polos
		EB	Polar de alta montaña.	Alta montaña

Distribución de los climas



Los climas determinan los *biomas*, conjunto extenso de plantas y animales con formas de vida y condiciones ambientales similares, e incluye varias comunidades y estados de desarrollo. El conjunto de biomas que la Tierra posee constituye la biosfera de nuestro planeta. Las regiones naturales o biomas se distribuyen con cierta regularidad, determinada principalmente por la latitud y el relieve. En la figura siguiente se muestra la distribución y relación de los biomas de acuerdo con su latitud.



➤ Regiones naturales

Clima	Región natural	Vegetación	Fauna	Actividades económicas
Af	Selva	Árboles grandes, denso follaje, plantas trepadoras y parásitas, caoba, ébano, hevea y teca	Reptiles, monos, insectos tropicales y aves	Caza, pesca y recolección de frutas
Am	Bosque tropical	Abundante, con maderas preciosas: caoba, ébano, ceiba, cedro y palo de Brasil	Monos, reptiles, insectos, jabalíes, leones, tigres y cocodrilos	Explotación de maderas preciosas, construcción de viviendas, tala clandestina, caza, recolección y producción de cereales
Aw	Sabana	Herbácea, pastos altos, árboles dispersos, abundan la caoba y palo de Brasil, también gramíneas como los cereales	Grandes mamíferos, leones, elefantes, antílopes, aves, cebras, jirafas, rinocerontes, hipopótamos y cocodrilos	Ganadería, cultivos tropicales y caza
BS	Estepa	Herbáceas, pastos dispersos, plantas xerófitas como mezquites, arbustos, pitahayas, hierbas y zacates	Animales domésticos, lobos, coyotes, antílopes, camello, yak, ovejas, cabras, caballos, jaguares, tapires, tejones, venados, iguanas y armadillos	Pastoreo, ganadería y agricultura, producción de granos y cereales

(*Continúa*)

(*Continuación*)

Clima	Región natural	Vegetación	Fauna	Actividades económicas
BW	Desierto	Xerófitas y cactáceas: plantas espinosas, cactus, palmas datileras y órganos	Caballos, camellos, reptiles, pumas, coyotes, arácnidos, insectos, aves de rapiña, iguanas, zorrillos, camellos y dromedarios	Comercio, pastoreo nómada; en los oasis: agricultura, recolección de ixtle, biznaga y extracción de petróleo (Golfo Pérsico)
Cf	Bosque mixto y de coníferas	Bosque mixto con especies arbóreas como haya, roble, encino, abeto, oyamel y abedul	Osos, zorro, búho, ciervo rojo, castor, llamas, alpaca, aves, conejos y ardillas	Explotación de maderas blandas, industrias de celulosa y papel, caza, pastoreo y construcción de zonas urbanas
Cw	Pradera	Pradera, pastos, gramíneas, juncias, plantas herbáceas y árboles frutales	Animales domésticos	Agricultura, producción de cereal, lácteos, arroz, té, ganadería e industria
Cs	Región mediterránea	Matorrales, arbustos, vegetación de maquí, laurel, nopal, palmas de dátil, robles, alcornoques, ciprés y laureles	Animales domésticos, lobos, zorros y reptiles	Cultivos mediterráneos, olivo, vid, cítricos, higo, trigo, ganadería, crianza de cabras, ovejas, caballos, camellos, aves de corral, industria, zonas urbanas y turismo
Df	Taiga	Bosque de coníferas mixto, árboles de hojas caducas, abedules, pinos, cedros y abetos	Animales que resisten al frío: ciervos, alces, liebres, ardillas, venados, bisontes, lobos, linces, marmotas, castores, lemmings, martas y animales de pieles preciosas como osos	Cría de bisontes y zorros, explotación forestal para obtener la pulpa destinada a la industria del papel, la pesca, agricultura y ganadería. En ciudades comerciales existe gran actividad económica, industrial y turística
ET	Tundra	Musgo, líquenes, coníferas enanas, bayas, sauces, brezos y abedules	Venados, aves, oso blanco, lobos, zorro plateado, renos, lemmings, armiños y el caribú	Cacería, pesca de salmón, el bacalao, arenque y sardina, pastoreo de renos
EF	Hielos perpetuos	Ninguna	Oso blanco, focas, pingüinos y lobos	Cacería y pesca
EB	Polar de montaña	Varía con la altura	Cabras, lobos, coyotes y aves	Explotación de minerales y bosques en las partes bajas

▼ Recursos naturales renovables y no renovables y su relación con las actividades económicas

Los *recursos naturales* son todos los componentes que la naturaleza ofrece al hombre para satisfacer sus necesidades. El hombre asigna una utilidad al recurso natural, cuyo valor varía de acuerdo al momento histórico y a la cultura de cada sociedad. Los recursos naturales pueden ser:

- *Renovables.* Son lo que una vez que se utilizaron se pueden recuperar; como la vegetación, la fauna y el suelo. Estos recursos se deben explotar con base en los principios ecológicos para evitar su extinción. Los recursos renovables se clasifican en dos tipos: los forestales (maderas) y no forestales (sustancias producidas por la vegetación, como yuca, mezquite, henequén, etcétera).
- *No renovables.* Son los que después de utilizarlos, se agotan y no se pueden relevar. Los minerales y los energéticos fósiles son ejemplos de este tipo de recursos. Los minerales se clasifican en metálicos (preciosos, ferrosos y siderúrgicos) y no metálicos (azufre, sal, yeso, etc.). Los energéticos fósiles incluyen al petróleo (hidrocarburo del cual se obtiene gasolina), diesel y gas, y subproductos como solventes, plásticos y fertilizantes; el carbón, como la hulla, el lignito y la turba, y el gas natural.
- *Inagotables.* Son aquellos que siempre están presentes en la naturaleza, se prevé sustituyan a los energéticos una vez que éstos se agoten, como la energía eólica (generada por la fuerza del viento) o la energía mareomotriz (utilizada por la fuerza de mareas y olas).

Otra forma de clasificar los recursos naturales es por la capacidad que tienen para reintegrarse al medio una vez que son utilizados. Si requieren mucho tiempo para descomponerse se les llama *no biodegradables*, éstos se pueden acumular volviéndose agentes contaminantes; mientras que los *biodegradables* son los que se integran al medio en un lapso corto. Los recursos biodegradables son agentes constitutivos del suelo, lo renuevan y permiten la recuperación de minerales necesarios para el crecimiento de las plantas.

Los recursos naturales también se pueden organizar a partir del tipo de explotación que se realiza de ellos, es extensiva si se permite que la naturaleza se reproduzca sin intervención del hombre. Esta forma de producir está destinada generalmente al autoconsumo, ya sea personal, local o nacional. En cambio, se le llama *explotación intensiva* cuando se manipulan los recursos para que produzcan más de lo que naturalmente lo harían, como los alimentos transgénicos.

▼ Alteración de las regiones naturales como resultado de la actividad humana y las concentraciones de población

Un problema ecológico es un desequilibrio que se origina a partir de fenómenos naturales o que la actividad humana propicia. Entre los problemas ecológicos más alarmantes sobresalen:

- El uso irracional de los recursos a causa de la falta de planeación en su forma de explotación.
- La erosión o desprendimiento de la capa superior del suelo, causada por precipitación y por los escurrimientos de agua (erosión hídrica) o por el viento (erosión eólica).
- La extinción de especies por la pérdida de su *hábitat* natural.
- La contaminación provocada por cualquier agente químico, físico o biológico o por una combinación de varios agentes, en formas y concentraciones en el ambiente, de tal manera que sean o puedan ser perjudiciales para la salud, seguridad o bienestar de la población. Los efectos de la contaminación son dañinos para la vida animal o vegetal, e impiden el uso o goce de las propiedades y lugares de recreación.

Los contaminantes son los agentes que alteran las cualidades y características naturales del ambiente y se dividen en biodegradables y no biodegradables. Las fuentes de contaminación son naturales o artificiales. De acuerdo con la parte del entono natural en la que se provoca el daño, se reconocen tres tipos de contaminación: atmosférica, del agua y del suelo.

▼ Zonas de riesgo por fenómenos meteorológicos en México y en diferentes latitudes

Se le llama *riesgo a la posibilidad* de pérdidas humanas, de propiedades o de la capacidad productiva, debido a la probabilidad de que un área se vea afectada por algún peligro producido por algún fenómeno natural o antrópico. La vulnerabilidad de la sociedad depende de su capacidad para prevenir o mitigar los efectos de dichos fenómenos y de su habilidad para restaurar las condiciones que prevalecían antes.

Los riesgos meteorológicos son los más extendidos por el mundo y están relacionados con el clima; entre los más comunes se encuentran las sequías, las inundaciones, los tornados y los huracanes.

➤ Huracanes o ciclones

Los huracanes son vientos oscilatorios cargados de humedad, su fuerza se mide con base en su velocidad y su daño se determina por el área que afecta. Estas condiciones atmosféricas se forman en zonas de bajas presiones que provocan concentraciones anormales de nubes, fuertes vientos y precipitaciones intensas que se originan en el mar y avanzan hacia zonas costeras provocando estragos.

Normalmente se originan en la región intertropical y son más o menos predecibles entre los meses de mayo y noviembre.

México se encuentra dentro de una de las tres regiones ciclónicas de más alto riesgo en el mundo: la cuenca del Océano Atlántico o Mar Caribe y el Pacífico Norte. Baja California Sur, Sinaloa, Michoacán, Guerrero, Tamaulipas y Quintana Roo se ubican en las rutas del paso de huracanes y el gran aumento de población que han tenido estos estados del país ha aumentado la posibilidad de un desastre natural. Sin embargo, Quintana Roo duplica el porcentaje de riesgo de los otros estados.

Según la velocidad de los vientos, los huracanes pueden ser depresión tropical antes de los 63 km/h o tormenta tropical cuando no rebasa los 118 km/h.

Problemas de deterioro ambiental

Las interrelaciones que el hombre establece con los factores físicos y biológicos mantienen un equilibrio natural que permite el desarrollo de todas las especies, sin embargo el abuso en la utilización de los recursos genera un desequilibrio ambiental, que se nota en la extinción de especies, la ruptura de la capa de ozono, el efecto invernadero, la marea negra y otro tipo de efectos nocivos que nuestro planeta sufre, son provocados por la emisión de altos niveles de contaminantes y de una sobreexplotación de recursos naturales, así como de la falta de planeación en las políticas de desarrollo económico. Los criterios de crecimiento en muchas de las economías más poderosas no siempre concuerdan con los criterios de preservación ecológica; y en países no desarrollados, las necesidades humanas tampoco permiten afrontar retos como la alimentación o la electrificación de acuerdo con normas y protocolos internacionales para garantizar la preservación del ambiente.

▼ El cambio climático global

Los *cambios climáticos* son variaciones de origen natural a través de enormes periodos geológicos. La atmósfera terrestre es producto de esos cambios, que aún en nuestro tiempo siguen ocurriendo. Sin embargo, hay verdaderos agentes nocivos provocados por la actividad económica y que influyen decisivamente en las variaciones climatológicas.

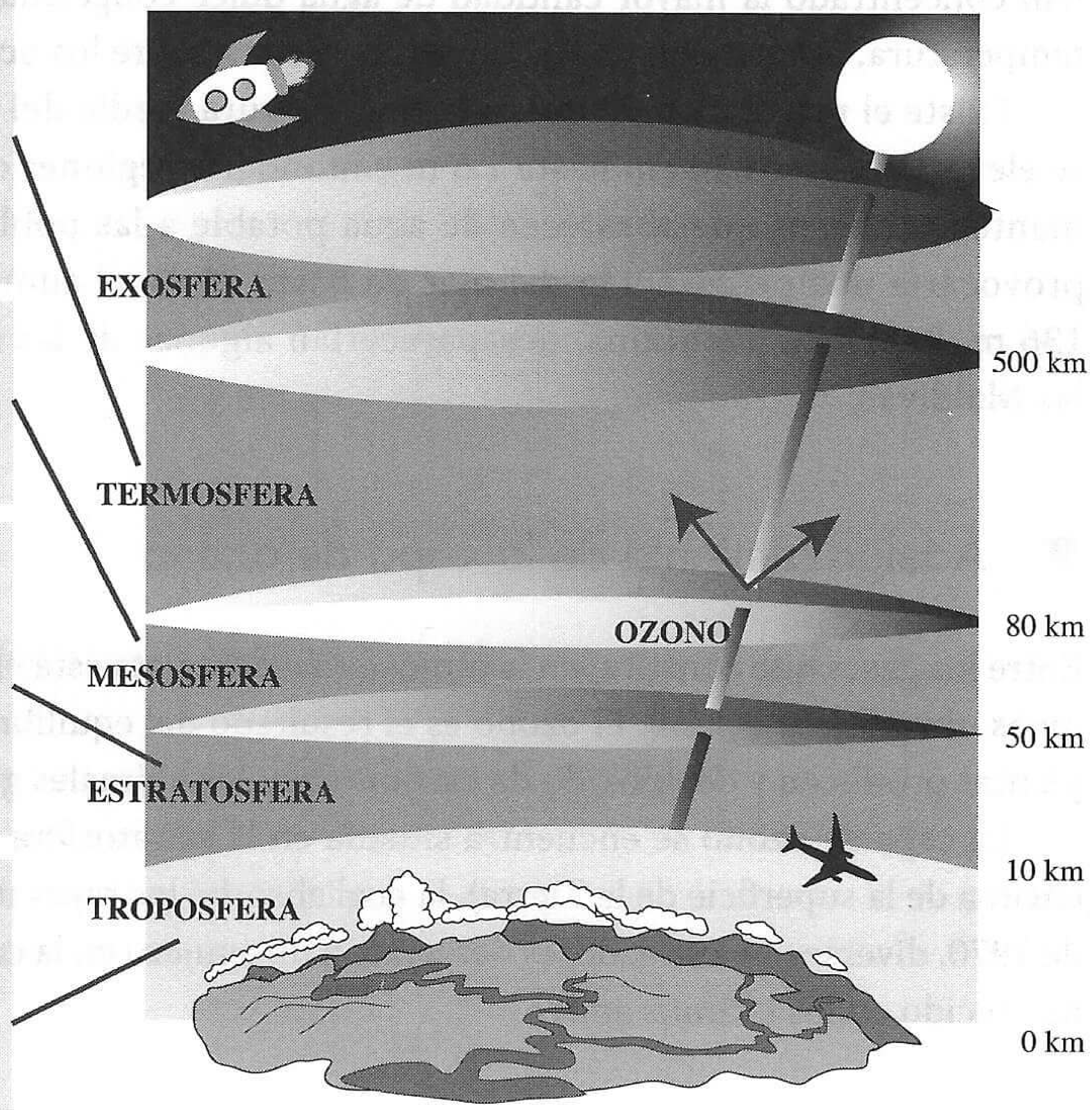
Capas de la atmósfera

Existen los principales niveles eléctricos: la capa E y F.
Tienen la propiedad de reflejar las ondas de radio y hacen posible la recepción de onda corta.
La temperatura va aumentando. Llega a ser superior a los 1000°C.

La densidad en esta capa es baja.
En esta capa se desintegran los meteoritos.
La temperatura va aumentando con la altura y tiene como límite –110°C.

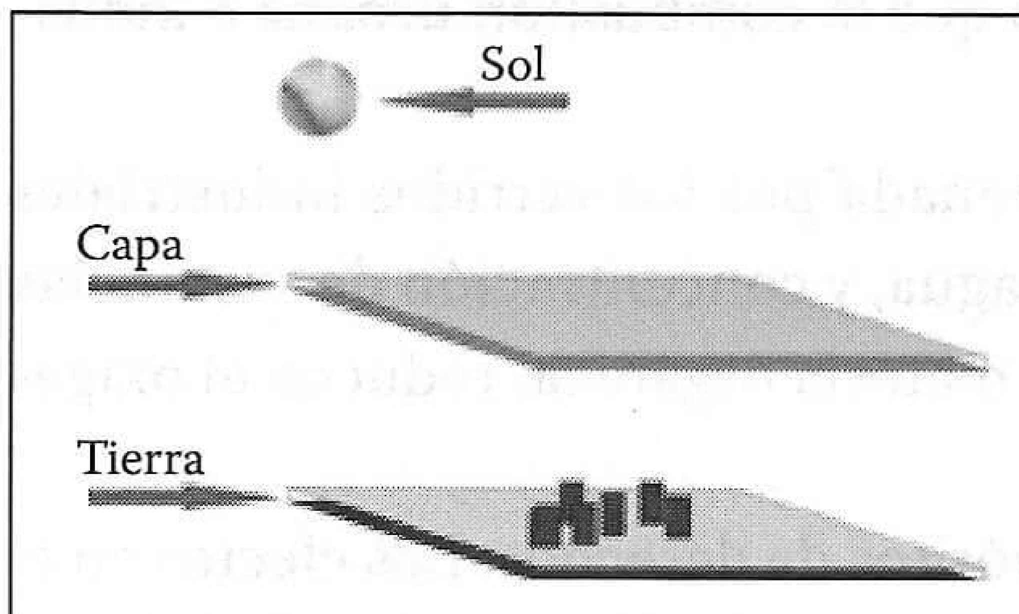
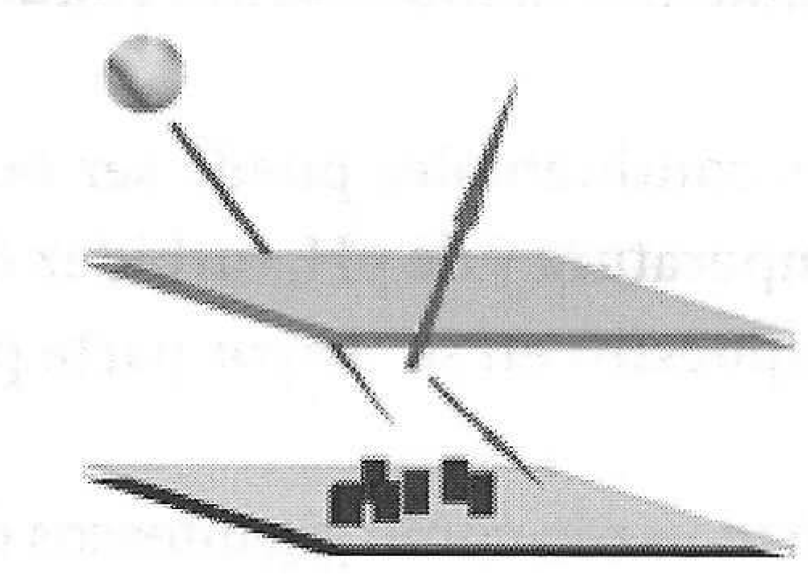
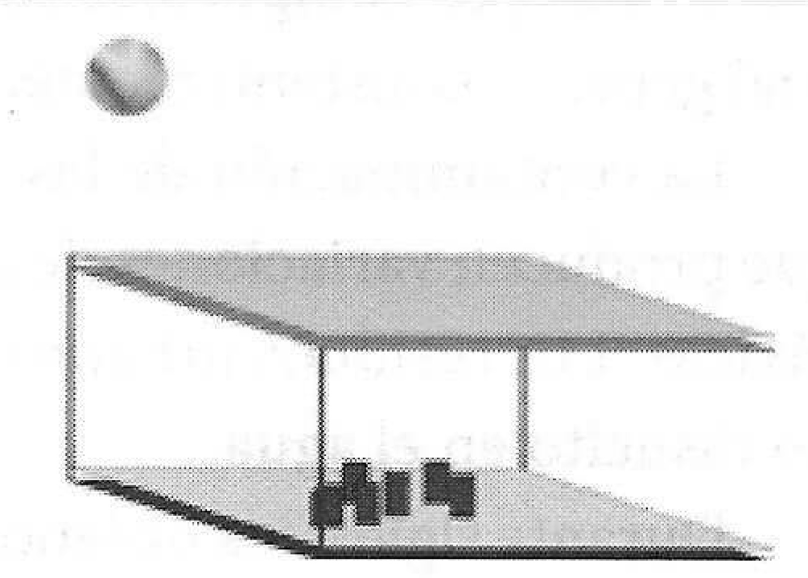
No hay fenómenos meteorológicos por la escasa humedad.
En esta capa se presenta la capa de ozono, cuya propiedad es absorber los rayos ultravioleta.
La capa de ozono provoca que con la altura aumente la temperatura.

Contiene 3/4 de todo el aire atmosférico.
En esta capa se producen los fenómenos meteorológicos debido a la gran cantidad de humedad.
La temperatura disminuye 1°C cada 100 m.
En esta capa se desarrolla la vida.



➤ El efecto invernadero

Este término se aplica al papel que desempeña la atmósfera en el calentamiento de la superficie terrestre. Cuando las emisiones de bióxido de carbono (CO_2), clorofluorocarbonos (CFC) y metano aumentan, se altera el calentamiento global. Este incremento se debe al uso de combustibles fósiles como el petróleo, el gas y el carbono. Las consecuencias de este calentamiento son los cambios climáticos que afectan a las cosechas y aumentan el nivel de las aguas oceánicas. De acuerdo con algunos estudios, la temperatura de la Tierra ha aumentado hasta aproximadamente 0.4% cada año. Observa las siguientes figuras:

 La capa natural de la atmósfera terrestre retiene parte de la energía procedente del Sol. Esta capa se forma por el vapor de agua, el dióxido de carbono (CO_2) y el gas metano.	 Cuando el Sol calienta la superficie de la Tierra, parte de esta energía se refleja de regreso hacia la atmósfera. Sin embargo, los gases que causan el efecto invernadero retienen otra parte de la radiación y regresa al planeta.	 Finalmente, la Tierra se mantiene caliente a una temperatura global adecuada para garantizar la vida. Este es el efecto invernadero.

Otro fenómeno natural vinculado al efecto invernadero es el aumento del nivel del mar. Los polos han concentrado la mayor cantidad de agua dulce congelada durante miles de años y, al aumentar la temperatura, el agua que se descongela se verterá sobre los océanos aumentando su nivel.

Existe el pronóstico de que si la temperatura media del planeta aumentara 3°C, el nivel del mar se elevaría de unos 30 cm hasta 1.5 m e inundaría regiones continentales; además, contaminaría los mantos acuíferos que abastecen de agua potable a las poblaciones costeras. El aumento de 30 cm provocaría una penetración del mar de hasta 30 m; el aumento de 1.5 m llevaría la invasión hasta 136 m. Bajo este panorama, desaparecerían algunas de las islas de las Antillas, las islas Marshall y las Maldivas.

▼ Adelgazamiento de la capa de ozono

Entre los gases que constituyen la atmósfera del planeta está el ozono, el cual filtra la mayor parte de los rayos ultravioleta del Sol. El ozono es el resultado del equilibrio que se guarda entre el oxígeno que las plantas producen y del bióxido de carbono que los animales generan.

La capa de ozono se encuentra situada en la estratosfera (aproximadamente entre 19 y 48 km por encima de la superficie de la Tierra), la cual absorbe los rayos ultravioleta que provienen del Sol. A partir de 1970, diversos investigadores detectaron un agujero en la capa de ozono, en la Antártida, mismo que ha crecido en los últimos años.

▼ Contaminación, sobreexplotación y desperdicio de las aguas por la actividad agropecuaria e industrial, así como por el uso doméstico

El impacto ambiental sobre la hidrosfera del planeta es otro de los fenómenos de deterioro ambiental que se vincula a factores contaminantes y eventos como la tala de bosques o la apertura de nuevas zonas agrícolas y ganaderas. Los compuestos nitrogenados y fosforados, que se utilizan como fertilizantes son causa de una eutrofización o sobreproducción de algas verdosas que absorben demasiado oxígeno y dañan la vida lacustre. Otros factores que dañan la hidrosfera son los vertidos industriales, las aguas residuales urbanas, la concentración de fertilizantes químicos y la lluvia ácida, cuyo origen puede ser natural por efecto de la actividad volcánica o el ciclo del carbono, pero que también es fuertemente provocado por compuestos contaminantes como el ácido sulfúrico que la combustión urbana e industrial generan constantemente.

La contaminación de las aguas continentales puede ser ocasionada por los vertidos industriales que producen variaciones de la temperatura y de pH, turbidez del agua, y concentración de sustancias tóxicas. Los residuos urbanos, compuestos en su mayor parte por materia orgánica, reducen el oxígeno disuelto en el agua.

Durante siglos, los océanos se han usado como gigantescos depósitos de desechos. Los efectos en el ambiente marino se observan tanto en la destrucción de corales, como en los daños a la salud de los seres humanos. En regiones costeras afectadas se provoca una intoxicación en cadena de la fauna marina, lo que amenaza su bienestar y su sobrevivencia. Las zonas más contaminadas en mar abierto corresponden a las rutas de navegación, principalmente de los barcos petroleros. Asimismo, las zonas de extracción petrolera y la acumulación de residuos plásticos convierten al océano Atlántico en un enorme basurero flotante en el centro.

Las sustancias contaminantes llegan a los océanos por diferente vías, pero son los ríos la primera fuente, ya que sus aguas depositan en ellos alrededor de 45% de sustancias tóxicas. El viento, la actividad naviera y la extracción petrolera también contribuyen a este tipo de contaminación.

▼ Zonas de riesgo por la explotación y el transporte de petróleo: la marea negra

El derrame de petróleo sobre la superficie del mar produce la marea negra, la cual aniquila no sólo al plancton, sino también a millones de especies marinas.

Los derrames de petróleo afectan a las especies, como aves, peces, arrecifes de coral y plancton. Existen diversos métodos para sanear dichas áreas, sin embargo, ninguno de ellos restablece las condiciones originales. Por otra parte, entre el aire y el agua se efectúan intercambios de calor y humedad, siempre que la capa superficial de agua esté libremente expuesta. Pero cuando se forman películas de petróleo, grasas o contaminantes parecidos, el proceso se detiene por lo menos de manera local.

Por otro lado, las especies comerciales que se contaminan en cantidades moderadas con petróleo u otras sustancias logran vivir, pero pueden causar graves enfermedades en caso de que el hombre las consuma. Esta situación se repite también en lagos y ríos cuando presentan contaminantes tóxicos en sus aguas.

Causas de la contaminación petrolera	Consecuencias de la contaminación petrolera
• Filtración natural de los yacimientos petrolíferos. • Pérdida accidental de petróleo por operaciones de sondeo en alta mar. • Accidentes por manejo inhábil durante la carga y descarga de petróleo. • Colisiones y naufragios. • Limpieza de buques petroleros. • Transporte atmosférico de los componentes volátiles del petróleo.	• Destrucción inmediata del plancton[1] y daños a la vida marina en general. • Destrucción de bentos[2] y del necton.[3] • Perturbación de las corrientes marinas en puntos específicos que afectan los procesos fotosintéticos. • Disminución de la evaporación. • Rompimiento de la fotosíntesis del fitoplancton (plancton verde), la cual afecta al ecosistema.

Población mundial y de México

▼ Áreas de concentración y vacíos de la población en el mundo y en México

La *demografía* (del griego *demos*: pueblo y *grafos*: descripción), es una rama de la geografía humana que tiene como fin el estudio cuantitativo, mediante la estadística, de la población, su dimensión, su distribución y estructura, su evolución y características generales.

[1] Microorganismos suspendidos en la superficie del mar, base de la alimentación de los peces.
[2] Conjunto de organismos que viven en el fondo del mar.
[3] Conjunto de organismos acuáticos que, como los peces, son capaces de desplazarse, a diferencia de los planctónicos.

Para cuantificar el número de personas que viven en un territorio y en un tiempo específico se obtiene la *población total*; pero cuando se requiere determinar el promedio de habitantes por kilómetro cuadrado se obtiene la *densidad de población*.

Además, la demografía emplea algunos indicadores socioeconómicos en la observación de los fenómenos demográficos como tasa de natalidad, de fertilidad, de mortalidad, de supervivencia y la esperanza de vida y su distribución.

Según la forma en que se distribuya la población se crean tres tipos de espacios demográficos:

- *Vacíos demográficos*. Son como los desiertos, las selvas y la región de los polos, con uno o ningún habitante por km^2. Representan más de la cuarta parte de la tierra continental y sólo albergan a 2% de la humanidad.
- *Población intermedia*. Regularmente favorece la aparición de concentraciones secundarias. Habitada de 1 a 50 habitantes por km^2.
- *Alta densidad de población*. La población se concentra en el Hemisferio Norte de la Tierra, alrededor de 75 por ciento.

El cuadro siguiente muestra las áreas de concentración poblacional por continente:

	Población (millones)	Superficie (km^2)	Densidad (hab/km^2)
África	812.6	30000000	27
Norteamérica	317.1	19500000	16.26
América Latina	526.5	22500000	23.4
Asia	3720.0	44000000	84.54
Europa	726.0	10000000	72.6
Oceanía	30.0	9000000	3.3

La población no ocupa el territorio de manera uniforme, tiende a concentrarse en ciertos lugares; las ciudades, por ejemplo, se encuentran más densamente pobladas que las zonas rurales.

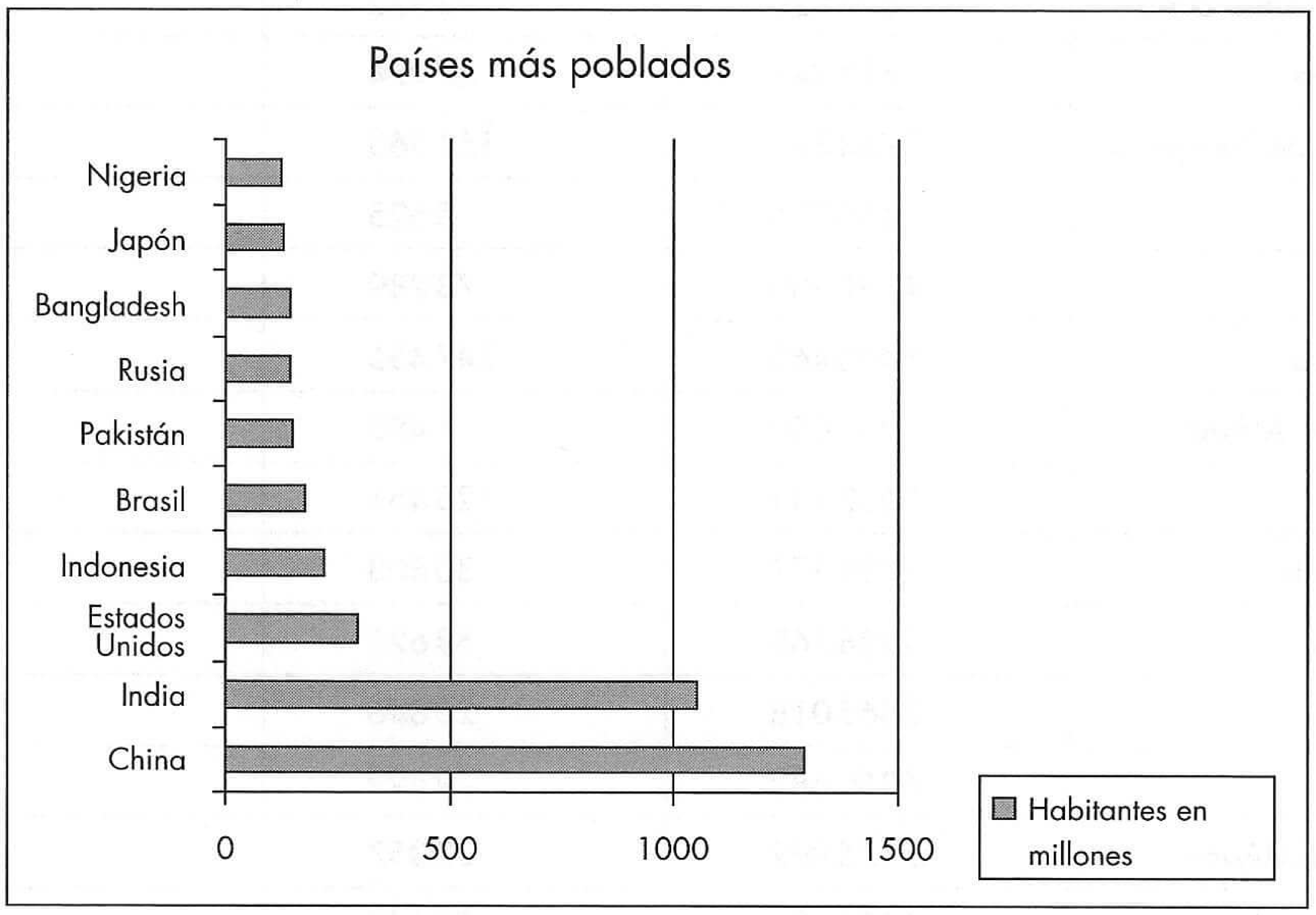
En el planeta existen cuatro grandes zonas de alta densidad de población, todas ellas en el Hemisferio Norte, en las cuales 75% de la población se concentra en las latitudes medias, con climas benignos. Los grandes focos de población son los siguientes:

Asia oriental. Japón y la costa China. Japón tiene una economía capitalista desarrollada mientras que China paso de ser una economía socialista basada en la agricultura arrocera de tipo asiático, a ser considerada la segunda economía más grande del mundo. Con un crecimiento económico anual de 10% a partir de 1980. En la actualidad, este país es la primera potencia industrial y exportadora de bienes y ocupa el segundo lugar en importación de mercancías en el mundo.

Asia meridional. India, Pakistán, Indonesia, Bangladesh y la península de Indochina tienen economías tercermundistas basadas, también, en la agricultura arrocera de tipo asiático. Es una economía que necesita mucha mano de obra para su sostenimiento.

Europa occidental. Con una economía capitalista desarrollada. Es la región con la mejor distribución de sus habitantes.

Noreste de Norteamérica. Entre la costa y la región de los Grandes Lagos. Es el país más urbanizado del planeta. Posee una megalópolis desde Washington hasta Boston y Chicago. Tiene una economía capitalista muy desarrollada.



▼ Densidad poblacional en México

México cuenta con una población aproximada de 112 millones 336 mil habitantes, cuya composición étnica estimada se muestra en el cuadro de la derecha.

60% mestizos (de indios y españoles) 30% amerindios 9% europeos 1% otros

Algunas características de la población mexicana:

- El 82.6% de los mexicanos vive en ciudades.
- Tasa de crecimiento poblacional anual: 1.9% en 2014.
- Densidad de población: 64 hab/km^2, en el periodo de 2010 a 2014.
- Esperanza de vida: 77 años en promedio en 2014, aunque aumenta para las mujeres y disminuye para los varones.

En México existen *55 zonas metropolitanas*, cuya población asciende a más de 55 millones de personas, que representan más de la mitad de la población total del país al año 2005.

México es el decimoprimer país más poblado del planeta y el tercero de América (después de Estados Unidos y Brasil). Somos la nación que ocupa el decimosegundo lugar por su contribución al crecimiento de la población del planeta. La tasa de crecimiento poblacional natural —que no toma en cuenta la migración— se encuentra en 1.8% (Conapo, 2012), por arriba del promedio internacional. Observa el siguiente cuadro:

Población total de México

	Estado	Población	Superficie en km	Densidad de población (Hab/km)
01	Aguascalientes	1184996	5618	210.93
02	Baja California	3155070	71446	44.16
03	Baja California Sur	637026	73922	8.62
04	Campeche	822441	57924	14.20
05	Coahuila de Zaragoza	2748391	151563	18.13
06	Colima	650555	5625	115.65
07	Chiapas	4796580	73289	65.45
08	Chihuahua	3406465	247455	13.77
09	Ciudad de México	8851080	1485	5960.32
10	Durango	1632934	123451	13.23
11	Guanajuato	5486372	30608	179.25
12	Guerrero	3388768	63621	53.26
13	Hidalgo	2665018	20846	127.84
14	Jalisco	7350682	79599	92.35
15	Estado de México	15175862	22357	678.80
16	Michoacán de Ocampo	4351037	58643	74.20
17	Morelos	1777227	4893	363.22
18	Nayarit	1084979	27815	39.01
19	Nuevo León	4653458	64220	72.46
20	Oaxaca	3801962	93793	40.54
21	Puebla	5779829	34290	168.56
22	Querétaro	1827937	11684	156.45
23	Quintana Roo	1325578	42360	31.29
24	San Luis Potosí	2585518	60983	42.40
25	Sinaloa	2767761	57377	48.24
26	Sonora	2662480	179503	14.83
27	Tabasco	2238603	24738	90.49
28	Tamaulipas	3268554	80175	40.77
29	Tlaxcala	1169936	3991	293.14
30	Veracruz de Ignacio de la Llave	7643194	71820	106.42
31	Yucatán	1955577	39612	49.37
32	Zacatecas	1490668	75539	19.73
	Total	**112336538**	**1960245**	**453.97**

Fuente: Inegi. *Censo de Población y Vivienda 2010.*

▼ Crecimiento acelerado de la población

En el crecimiento natural de una población, las tasas de natalidad superan a las de mortalidad. Por otro lado, el crecimiento social como resultado de la inmigración es un fenómeno normal en países desarrollados, donde las condiciones sociales y económicas son favorables, y especialmente en aquellos que tienen como vecinos a los no desarrollados. La inmigración en tales condiciones es difícil de controlar y de registrar.

También hay que considerar fenómenos sociales extraordinarios como serían los conflictos internos en la ex Yugoslavia o los antiguos países de la ex Unión soviética. El nivel social, cultural, económico, político y de infraestructura física (comunicaciones y transportes), favorece las oportunidades de desarrollo de una población. A pesar de que un país desarrollado cuenta con todas las características para crecer, la tasa de natalidad es baja, pero en países subdesarrollados, donde no existen condiciones de mínimo desarrollo, las tasas de natalidad son muy elevadas.

Las consecuencias de crecimiento acelerado de la población son diversas, entre las principales podemos citar el desempleo, la sobrepoblación y la explotación irracional de recursos naturales.

Cada vez hay más habitantes que deben compartir los recursos del planeta. Con la tendencia actual se calcula que la población mundial pasará de 6 mil millones en el año 2000 a 9 mil millones en el año 2050. La causa está en el crecimiento de los países menos desarrollados, que alcanza en muchos casos 200%. Una situación contraria se vive en Europa, pues la población envejece y las tasas de natalidad son bajas, nulas o negativas en algunos casos.

▼ Movimientos migratorios actuales

Los *movimientos migratorios* son desplazamientos de personas de un lugar de residencia a otro; al movimiento de salida se le llama *emigración* y al de llegada, *inmigración*. Los movimientos migratorios de mayor repercusión en la actualidad partieron de Europa; entre los siglos XVI y XVIII, salieron unos 50 millones de europeos para colonizar (poblar y explotar) los territorios que se apropiaron en otros continentes; África también tuvo una fuerte emigración, pero involuntaria, llevaron como esclavos a 20 millones de hombres, mujeres y niños para sustituir la mano de obra indígena.

Posteriormente, durante algunos hechos de la historia se han registrado migraciones:

Durante la Segunda Guerra Mundial (1939–1945)	Independencia de India (1947)	Derrocamiento de la República Española (1939)	Triunfo de la Revolución Cubana (1959)	Migración actual		
Se deportaron aproximadamente 60 millones de personas de sus países de origen.	Salieron de Pakistán un millón de musulmanes e hindúes.	Salieron numerosos grupos de españoles hacia México y a otros países.	Emigraron muchos cubanos a Miami.	Migraciones de Centroamérica y Sudamérica hacia México y Estados Unidos.	Del norte de África, a países europeos, principalmente Francia y Alemania.	De la zona balcánica a las naciones europeas más desarrolladas y de Medio Oriente a países vecinos.

Existen dos tipos de movimientos migratorios, el interno y externo o internacional. El primero se realiza dentro del mismo país, mientras que el segundo se hace de un país a otro.

Asimismo, la migración puede ser temporal, es decir, que se realiza en un tiempo definido cuando no se planea una estancia permanente al lugar al que se migra; o permanente, cuando se hace con la firme intención de quedarse de manera indefinida en el lugar hacia donde se ha viajado.

Los factores que determinan las migraciones son variados: pueden ser económicos, como la pobreza o la falta de trabajo; sociales, como el hambre o las epidemias; o políticos, como las guerras. Igualmente, las consecuencias en el lugar de destino de los migrantes son, entre las más importantes, las siguientes:

- *El hacinamiento e incremento de los cinturones de miseria,* debido a que la mayoría de los inmigrantes llegan sin recursos.
- *Los conflictos étnicos y la discriminación,* porque la gente que llega es diferente y practica costumbres distintas que son menospreciadas por los que habitan el país receptor.
- *El desempleo,* debido a la alta concentración de población en los lugares de destino.
- *Riqueza cultural* producida por la combinación de costumbres, tradiciones, lenguas y valores que se dan por el contacto entre personas.

Y las consecuencias que sufre el lugar de origen son las siguientes:

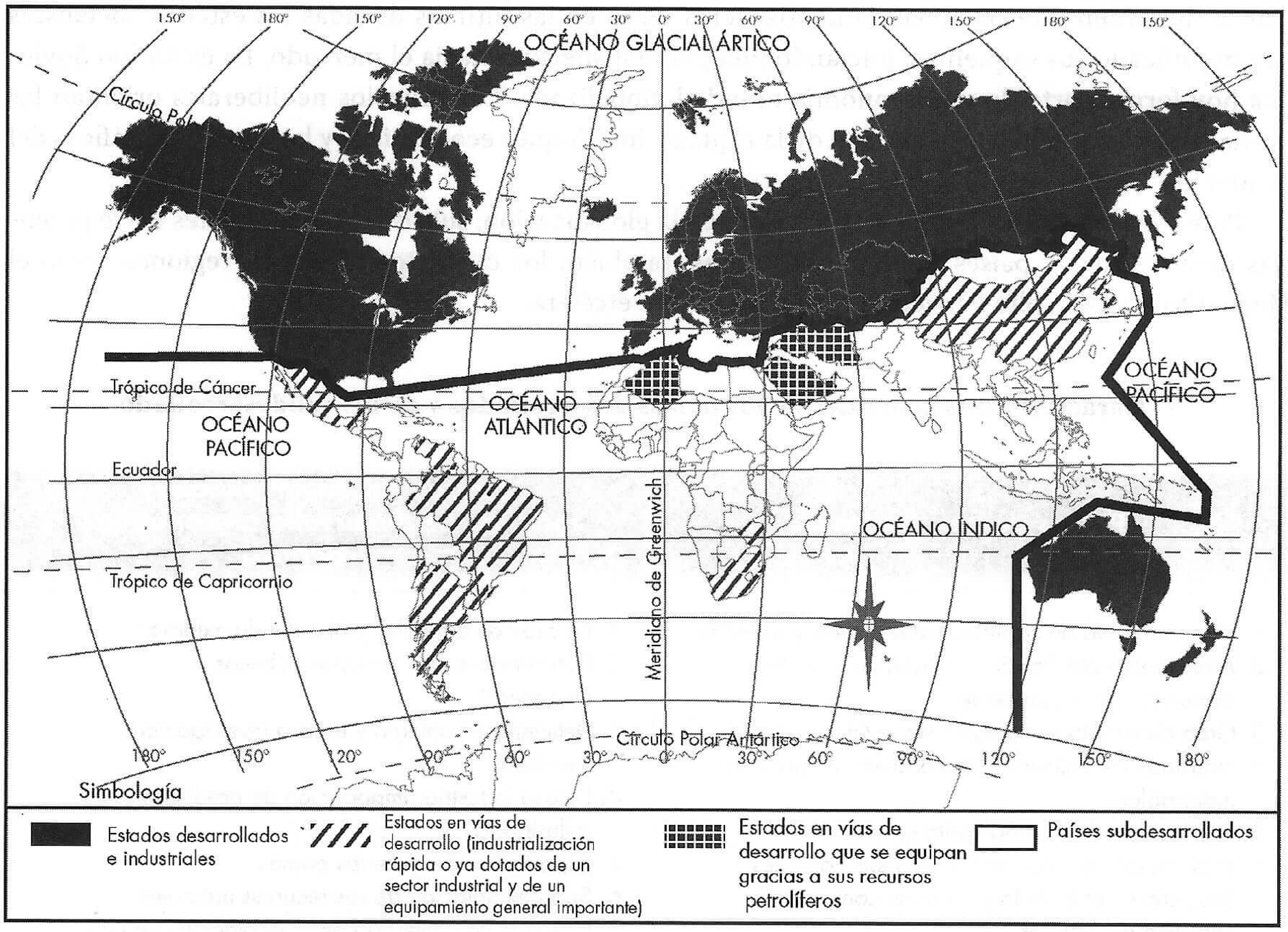
- *Carencia de mano de obra.* Las personas que migran, por lo general, son quienes sostienen la economía del lugar.
- *Fuga de capital.* Los migrantes se llevan dinero necesario para su traslado y manutención mientras encuentran trabajo.
- *Abandono del campo y pérdida de producción agrícola.* La mayoría de los migrantes se dedican a las actividades agropecuarias.
- *Desintegración familiar.* Los migrantes no siempre se van con la familia, primero se van solos y después trasladan a la familia poco a poco.
- *Modificación de la estructura de población.* La mayoría de los migrantes son hombres, jóvenes o maduros; cuando se van, sólo quedan los mayores, niños y ancianos.
- *Modificación en las costumbres y valores de la población.* Los migrantes que regresan transmiten nuevas formas de pensar, hablar o actuar.
- *Mayores ingresos para las familias de los migrantes.* Por lo general, los migrantes envían remesas a sus familiares que se han quedado en el lugar de origen. Hoy día, estos ingresos ocupan el primer lugar de fuente de riqueza para el país.

La economía mundial

Contrastes entre países desarrollados y subdesarrollados

Los fenómenos económicos han sido determinantes a lo largo de la historia. Desde la perspectiva de la geografía, se entiende a la distribución de áreas económicas, procesos productivos, relaciones de intercambio y la hegemonía del poder económico, como aspectos determinantes de la actividad humana en el planeta. Por otro lado, es evidente que dicha actividad tiene una vinculación estrecha con los recursos naturales y su aprovechamiento, con las regiones o ecosistemas y con las variaciones climáticas y meteorológicas y hasta con la distribución de fenómenos culturales, lingüísticos y religiosos.

Países desarrollados y subdesarrollados



El desarrollo y el subdesarrollo se refieren al grado de organización que los países poseen en los aspectos económico-sociales y político-culturales, lo cual se refleja en el tipo de actividades que realizan y el reparto de la riqueza que generan. La organización actual de la mayor parte de las naciones del mundo tiene como antecedente la colonización realizada por las potencias europeas hace más de 500 años, durante la cual se impusieron formas de gobierno, estructuras económicas, tradiciones culturales y transferencia tecnológica.

Los países desarrollados fueron, por lo general, colonias de explotación, donde el dominio de las metrópolis conformó modelos económicos destinados a la extracción de los recursos naturales. Dicha estructura se mantuvo en las naciones subdesarrolladas incluso después que alcanzaron su independencia, pues poco cambiaron los métodos de producción. A finales del siglo XIX se consolidó un nuevo modelo imperialista —bajo los parámetros de la Revolución Industrial— y en este nuevo orden económico internacional grandes potencias capitalistas sometieron a países africanos, asiáticos y latinoamericanos; todas naciones con desarrollo deficiente. Al subdesarrollo contribuyó también la inestabilidad política y social, así como la falta de planeación y la dependencia científico-tecnológica, factores que hoy en día aún persisten en algunos países de diversos continentes.

También se debe considerar el marco histórico que abarca a las dos grandes guerras mundiales y a la Guerra Fría posteriormente. Las rivalidades entre potencias típicamente capitalistas, se transformaron en una lucha bipolar entre bloques capitalista y socialista hacia 1945. La descolonización del

África y la Revolución Cubana han sido procesos históricos y geográficos contemporáneos relevantes dentro del orden internacional de la posguerra. Pero en las últimas décadas los estados socialistas han modificado sus esquemas, iniciando una gradual apertura hacia el mercado. La ex Unión Soviética hoy forma parte de una economía mundial globalizada. Los criterios neoliberales orientan las formas de producción y distribución de la riqueza, los bloques económicos y las áreas geográficas del comercio.

Pese a los enormes cambios estructurales de la globalización, subsisten los contrastes entre potencias desarrolladas y países tercermundistas, así también, los conflictos graves en regiones como el Medio Oriente, el Golfo Pérsico, la región balcánica, etcétera.

Características generales de los países desarrollados y de los subdesarrollados

Países desarrollados	Países subdesarrollados (en vías de desarrollo o economías emergentes)
1. Disponibilidad de capitales para invertir y exportar. 2. Adecuada electrificación y eficientes vías de comunicación y transporte. 3. Gran desarrollo tecnológico y científico. 4. Industrias de expansión. Exportación de productos industriales. 5. Importación de materias primas. 6. Explotación racional de sus recursos naturales. 7. Bajo crecimiento de la población con elevado consumo de calorías. 8. Escaso analfabetismo. 9. Altos ingresos *per cápita*. 10. Predominan las actividades secundarias y terciarias.	1. Escasez de capitales y alta deuda externa. 2. Deficiencia en los servicios públicos en general. 3. Deficiente tecnología y escasa investigación científica. 4. Escasa industria. Importación de productos industriales. 5. Exportación de materias primas. 6. Sobreexplotación de sus recursos naturales. 7. Crecimiento acelerado de la población con bajo consumo de calorías. 8. Elevado analfabetismo. 9. Bajos ingresos *per cápita*. 10. Predominan las actividades primarias.

Fuente: María Teresa Ayllón Torres (2003), *Geografía económica*. México: Limusa.

➤ Indicadores socioeconómicos

Los censos son recuentos periódicos y estadísticos de la población; se realizan con la finalidad de conocer el número de habitantes y la distribución de fenómenos endémicos como los niveles sociales y económicos en la población, la actividad regional, las edades y la lengua materna, etc., a los cuales se les llama *indicadores demográficos* o *socioeconómicos*. Los indicadores tienen una estrecha relación con el grado de desarrollo económico y la forma en que se reparte la riqueza que genera la actividad económica de una nación.

Al revisar los indicadores de los países más desarrollados o ricos, se aprecia que los valores más altos prevalecen en los que se relacionan con el bienestar de la población (nivel de ingresos, nivel educativo y esperanza de vida), en cambio, en las naciones menos desarrolladas o pobres destacan los relacionados con un bajo nivel de vida (analfabetismo y mortalidad infantil). La inestabilidad política, económica y social de los países también afecta la tendencia de los indicadores demográficos y socioeconómicos.

Indicadores que facilitan el análisis de vida de la población mundial

Indicadores	Definición
Tasa de crecimiento natural	Es el resultado de restar la tasa de mortalidad (fallecimiento por cada mil habitantes) a la tasa de natalidad (nacimientos por cada mil habitantes).
Mortalidad infantil	Es el número de fallecimientos de niños menores de un año, por cada mil nacidos vivos durante el año indicado.
Esperanza de vida	Es la edad que podrá alcanzar un recién nacido, bajo la hipótesis de que la mortalidad, por grupos de edades, será constante respecto al año de su nacimiento.
IDH (Indicador de Desarrollo Humano)	El indicador de desarrollo humano se expresa en una escala de 0 a 1 y se basa en otros cuatro: esperanza de vida (25-85 años), analfabetismo (0-100%), escolaridad (0-100%) y PIB-PPA por habitante (100-40 mil dólares).
Analfabetismo	Se refiere al porcentaje de personas de 15 años o más que no saben leer ni escribir.
PIB (Producto Interno Bruto)	Es la riqueza generada por la actividad económica de un país en un año y para efectos de comparación a nivel internacional se multiplica por el tipo de cambio del dólar a lo largo del año.
PIB por habitante	Es el resultado de dividir el producto interno bruto (PIB), de un país entre su población absoluta. Para el cálculo más realista del poder adquisitivo, el PIB se multiplica por un tipo de cambio ficticio que hace equivalente el precio de la "canasta básica" en cada nación y así se obtiene el PIB a paridad poder adquisitivo (PPA) o PIB-PPA.
Deuda externa	Es el monto de la deuda pública y privada de los países menos desarrollados, las naciones desarrolladas pueden tener deudas públicas mayores, pero son internas.
Población absoluta	Es el número total de habitantes de un lugar.
Población relativa o densidad de población	Es la relación que existe entre el número de habitantes y el territorio que ocupa.
Tasa de mortalidad	Es el número de habitantes que muere durante un año por cada mil habitantes.
Tasa de natalidad	Es el número de habitantes que nace durante un año por cada mil habitantes.

▼ La globalización de la economía

Por *globalización* se entiende el fenómeno de interdependencia económica de las economías mundiales, la comunicación, la cultura y los conflictos internacionales. También designa al fenómeno mediante el cual hay una mayor comunicación y un mayor conocimiento e intercambio de los procesos culturales, económicos, políticos y sociales del mundo.

Los mecanismos del neoliberalismo no funcionan de la misma manera en las potencias que en los países en vías de desarrollo, como América Latina, ya que el neoliberalismo postula la eficiencia y productividad en las distintas áreas del desarrollo económico y social, a través del fomento de la eficiencia técnica de los individuos en el trabajo.

La siguiente tabla muestra las diferencias entre neoliberalismo y globalización:

Neoliberalismo	Globalización económica y política
Pretende reducir las funciones del Estado en materia de desarrollo económico, y las delega directamente a los particulares y motiva la inversión externa de capitales. Pretende trasladar la dirección del desarrollo económico-social del gobierno a la empresa privada, con la finalidad de lograr la plena incorporación de un país a la economía internacional de mercado.	Es una tendencia del modelo de desarrollo neoliberal. Rompe las barreras proteccionistas nacionales al establecer alianzas de libre comercio entre los países de una región determinada. Forma bloques económicos que permiten el desarrollo de las naciones. La idea es "regionalizar", es decir, globalizar la economía nacional en el seno de otras economías, para hacerla trasnacional.

➤ Papel de las trasnacionales

Con el neoliberalismo, el progreso económico y social nacional acelerado que se busca en las naciones en vías de desarrollo, no se consigue, pues persisten los problemas de pobreza, bajo nivel educativo y rezago en la producción agropecuaria.

Con las multinacionales extranjeras llegó también la tendencia a asimilar el modo de vida de otros países.

10 mayores multinacionales	País
Royal Dutch Shell	Países Bajos
Exxon	Estados Unidos
IBM	Estados Unidos
Elf Aquitaine	Francia
Volkswagen	Alemania
Ford	Estados Unidos
General Motors	Estados Unidos
Daimler Chrysler	Alemania/Estados Unidos
General Electric	Estados Unidos
Toyota	Japón

➤ Fondo Monetario Internacional

Es uno de los organismos especializados que coordina el Consejo Económico y Social de la ONU. Inició sus operaciones en 1945 cuando finalizó la Segunda Guerra Mundial. Sus principales funciones son velar por la estabilidad del sistema monetario y financiero internacional. De este modo, las actividades de esta institución buscan incrementar la estabilidad económica, evitar las crisis y ayudar a resolverlas cuando éstas surgen, fomentar el crecimiento y aliviar la pobreza. Para conseguir esto, el FMI emplea tres mecanismos principales: la supervisión, el apoyo técnico y la asistencia financiera para el crecimiento y la lucha contra la pobreza, así como el alivio de la deuda a través de la iniciativa privada para los países muy endeudados. Actualmente cuenta con 184 miembros y su capital se obtiene de cuotas suscritas, cobro de intereses, comisiones y ganancias de los empréstitos.

➤ Los bloques económicos regionales

A través de la historia el intercambio mercantil se ha practicado bajo diferentes modalidades entre pueblos y naciones. La Revolución Industrial aceleró el intercambio y la competencia entre las grandes potencias industriales. Como resultado de esta vertiginosa dinámica comercial surgen constantemente nuevas formas de cooperación y asociación productiva, y —en no pocas ocasiones— relaciones conflictivas.

En la actualidad predomina la tendencia de la globalización de la economía o formación de bloques económicos, que consiste en la firma de tratados comerciales entre países vecinos o que se localizan en una misma región, pero en muy variados ámbitos geográficos de todo el planeta. Analicemos cada uno de ellos.

Continente americano

TLCAN	Características principales
Tratado de Libre Comercio de América del Norte **Países integrantes** México, Estados Unidos y Canadá	Entra en vigor en enero de 1994. Libre circulación de mercancías, servicios y capitales sin aranceles. Apertura de inversiones productivas y financieras. Predominio hegemónico de Estados Unidos y formación de monopolios trasnacionales. Representa, junto con la Unión Europea y Asociación de Naciones del Sudeste Asiático (por sus siglas en inglés ASEAN), una de las más poderosas y amplias zonas de tráfico comercial. Contrastes y desequilibrios económicos, lingüísticos, culturales y étnicos entre México, Estados Unidos y Canadá.

MCCA	Características principales
Mercado Común Centroamericano **Países integrantes** Guatemala, Honduras, El Salvador, Nicaragua y Costa Rica	Se remonta a 1962. Área de libre comercio con base en una unión aduanera entre sus territorios. Es una región productiva agropecuaria y con poco nivel de desarrollo en las manufacturas de exportación. Los conflictos económicos y políticos centroamericanos han limitado las posibilidades de la región tradicionalmente. Estados Unidos es el principal socio comercial de los países del Mercado Común Centroamericano MCCA. La Unión Europea otorga un tratamiento preferencial a las exportaciones del MCCA, así como cooperación en la forma de asistencia técnica. Con el Acuerdo de San José, México y Venezuela proporcionan petróleo a Centroamérica. A partir de 1995 todos los miembros del MCCA pertenecen a la OMC.

Comunidad Andina	Características principales
(Pacto Andino) **Países integrantes** Venezuela, Colombia, Bolivia, Ecuador y Perú	Surge en 1969 y se actualiza en 1997 con los Acuerdos de Cartagena; y en el 2003 se reestructura como Pacto Andino. Es actualmente una subregión del Mercosur, con miras hacia un mercado común latinoamericano. Pretende una integración económica y arancelaria, pero también política, social y cultural. Sustenta principios como la igualdad, la justicia, la paz, la solidaridad y la democracia.

(*Continúa*)

(*Continuación*)

Caricom	Características principales
Comunidad del Caribe Antigua, Bahamas, Barbados, Belice, Dominica, Granada, Guyana, Jamaica, Montserrat, San Cristóbal-Nieves, Santa Lucía, San Vicente, Trinidad y Tobago	Inicio con la forma del tratado de Chaguaramas en 1973. Caricom se propone fortalecer las relaciones económicas regionales frente al resto del mundo. También pretende hacer eficientes los recursos naturales en armonía con la soberanía de los Estados miembros. Además, la cooperación social, cultural educacional y tecnológica entre países miembros. Está fuertemente vinculado al Mercado Común Centroamericano (MCCA). Es un bloque pequeño, pero con alto atractivo turístico.

MERCOSUR	Características principales
Mercado Común del (Cono) Sur **Países integrantes** Brasil, Argentina, Uruguay, Paraguay, Chile y la Comunidad Andina	Se remonta al año de 1991 con la firma del Tratado de Montevideo y entra en vigor en 1995. Se inserta en el marco general de integración global de Latinoamérica con relación a la Asociación Latinoamericana de Integración (ALADI). Es una zona de producción industrial y agropecuaria. Establece una coordinación comercial, agrícola, industrial, fiscal, monetaria de transportes y comunicaciones. Mercado de libre comercio que ha eliminado aproximadamente 90% de aranceles regionales. Incluye un arancel común externo respecto a países ajenos al bloque. Es un bloque de integración más homogéneo cultural y lingüísticamente que el TLCAN. Mercosur negocia actualmente con Cuba, rompe así con el bloqueo estadounidense contra ese país socialista.

Continente europeo

UE	Características principales
Unión Europea **Países integrantes** Alemania, Austria, Bélgica, Chipre, Dinamarca, Eslovaquia, Eslovenia, España, Estonia, Finlandia, Francia, Grecia, Hungría, Irlanda, Italia, Letonia, Lituania, Luxemburgo, Malta, Países Bajos, Polonia, Portugal, Reino Unido, República Checa y Suecia	Tiene su origen en el Tratado de Roma de 1957 para formar la Comunidad Económica Europea. Se consolida con la firma del Tratado de Mäastricht hacia 1992. Integrado por países capitalistas de primer mundo en Europa occidental. Abolición de fronteras comerciales y libre tráfico de personas, de servicios y de capitales. Integración monetaria (euro) y órganos de gobierno supranacionales como el Parlamento Europeo y el Banco Central Europeo. Representa una sólida integración política, económica, cultural e ideológica con enorme influencia mundial.

CEI	Características principales
Comunidad de Estados Independientes **Países integrantes** Armenia, Azerbaiyán, Bielorrusia, Kazajistán, Kirguistán, Moldavia, Rusia, Tayikistán, Turkmenistán, Uzbekistán, Ucrania y Georgia	Bloque integrado por las repúblicas de la ex Unión Soviética hacia 1991, con excepción de los países bálticos. Su antecedente inmediato es la caída del Muro de Berlín en 1989. Es un modelo de economía de libre mercado en oposición al antiguo régimen comunista. Su protocolo incluye como precepto la soberanía de cada país del bloque. Rusia ejerce el liderazgo bajo una centralización armada. El bloque posee una moneda común y la coordinación comercial y financiera.

Continente asiático

ASEAN	Características principales
Asociación de Naciones del Sureste Asiático **Países integrantes** Brunei, Indonesia, Malasia, Filipinas, Singapur, Tailandia, Vietnam, Laos, Myanmar y Camboya	Nace con la declaración inaugural de Bankok en 1967. Se propone una aceleración económica regional basada en la reducción de tarifas arancelarias. Persigue la paz y estabilidad del Sureste Asiático y discute la cuestión nuclear en la región. ASEAN negocia actualmente con China, Japón, India y Corea para incorporarlas al bloque. Es un bloque muy activo en el comercio mundial y en el equilibrio geopolítico internacional, en contraposición a los bloques occidentales.

SAARC	Características principales
Asociación Sudasiática para la Cooperación Regional **Países integrantes** India, Pakistán, Bangladesh, Sri Lanka, Afganistán, Nepal, Maldivas y Bhután (estados observadores: China, Japón, Estados Unidos y Corea del Sur)	La SAARC constituye un tratado de libre comercio (SAFTA). También promueve la paz y la mutua comprensión, bajo principios fundamentales de soberanía, independencia y respeto entre los Estados miembros. Persigue un estímulo regional a favor de mejores oportunidades de inversión y expansión económica. Busca un apoyo benéfico e integracionista para países con menor potencial económico dentro de esa área geográfica.

APEC	Características principales
Acuerdo de Cooperación Económica de Asia y el Pacífico **Países integrantes** Japón, Filipinas, Singapur, Taiwán, Indonesia, Tailandia, Vietnam, Corea, China en Asia, además de Australia, Nueva Zelanda, Malasia, Papúa, Brunei, Federación Rusa, México, Chile, Perú, Canadá y Estados Unidos	Se formalizó como bloque económico a partir de la Conferencia de Seattle (Estados Unidos) en 1993. Se trata de una amalgama de naciones asiáticas y países de otros continentes en torno al Océano Pacífico. El objetivo de APEC es la apertura de un área gigantesca de libre comercio, eventualmente prevista para el año 2020. Es un bloque en proceso formativo que representa 50% de la producción y 46% del comercio mundial.

Bloques económicos en África

La descolonización de África fue un proceso histórico de la posguerra en la segunda mitad del siglo XX. Los enormes rezagos económicos y sociales de dicho continente, los violentos conflictos tribales y militares, así como la dependencia económica, financiera, alimentaria y tecnológica del África, son factores que le han impedido la integración efectiva de bloques económicos. Entre los bloques de mayor relevancia de África sobresalen:

a) La Unión del Zagreb Árabe (UMA).
b) Comunidad Económica de los Estados del África Occidental (CEDEAO).
c) Mercado Común de África Oriental y Meridional (COMESA).
d) La Unión Aduanera y Económica del África Central (UDEAC).
e) Comunidad de Desarrollo de África Austral (SADC).

Organización política actual

La desintegración y unificación de Estados

La actual dinámica económico-política internacional trae consigo una serie de continuos ajustes fronterizos y nacionales, mismos que modifican la configuración territorial, las formas de organización, los sistemas jurídicos y legislativos, así como las estructuras administrativas y productivas de diversos países y continentes.

Sin embargo, la reorganización política del mundo obedece a múltiples procesos sociohistóricos, desde las primeras luchas de independencia, como las americanas y africanas, a lo largo de todo el siglo XIX y que continúan hasta la actualidad.

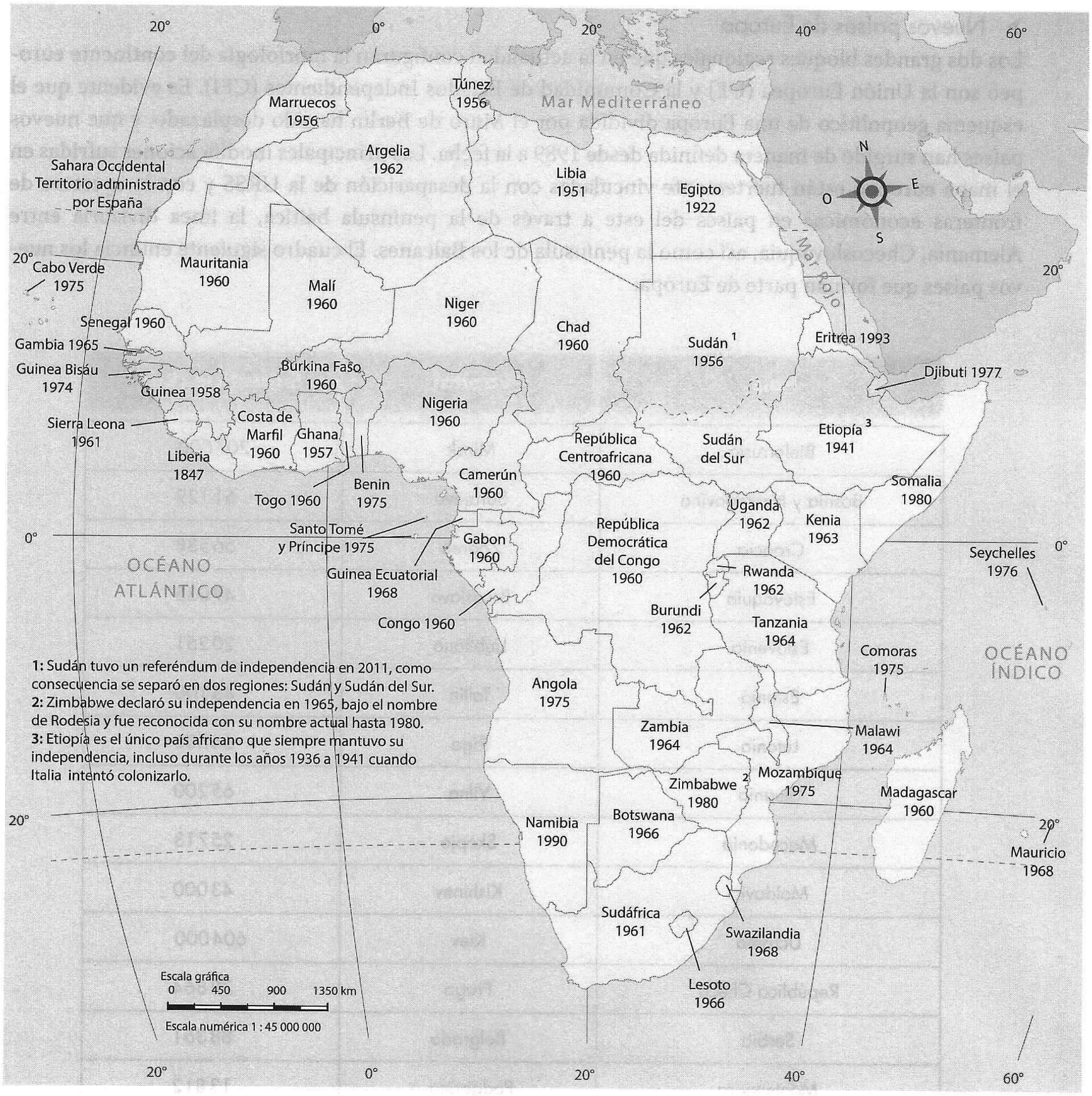
Como consecuencia geopolítica derivada de la Segunda Guerra Mundial, a partir de 1945, el mundo quedó conformado por la oposición entre dos enormes bloques enemigos:

Mundo bipolar

Capitalismo	Comunismo
Liderazgo de Estados Unidos OTAN	Liderazgo de la URSS Pacto de Varsovia

El desarrollo de la Guerra Fría, enfrentamiento político, ideológico y armamentista entre las potencias líderes de ambos bloques, que aunque no se dio una guerra abierta entre Estados Unidos y la URSS, la Guerra Fría representó una etapa de tensiones y mutuas amenazas nucleares, así como de profunda rispidez política internacional durante la posguerra. Además, hubo una serie de conflictos regionales vinculados a la Guerra Fría en Asia, Medio Oriente, Europa y aun en el Caribe (Cuba), mismos que representaron frecuentemente "focos rojos" durante varias décadas.

Conformación de los países africanos



Tras la disolución de la Unión Soviética, técnicamente concluye la Guerra Fría, y el mundo bipolar se transforma hacia un nuevo modelo de globalización neoliberal.

Ejemplo de esta continua reorganización política en el mundo es el caso africano, que desde 1922 está en proceso de independización, transformando su división política como se observa en el mapa anterior:

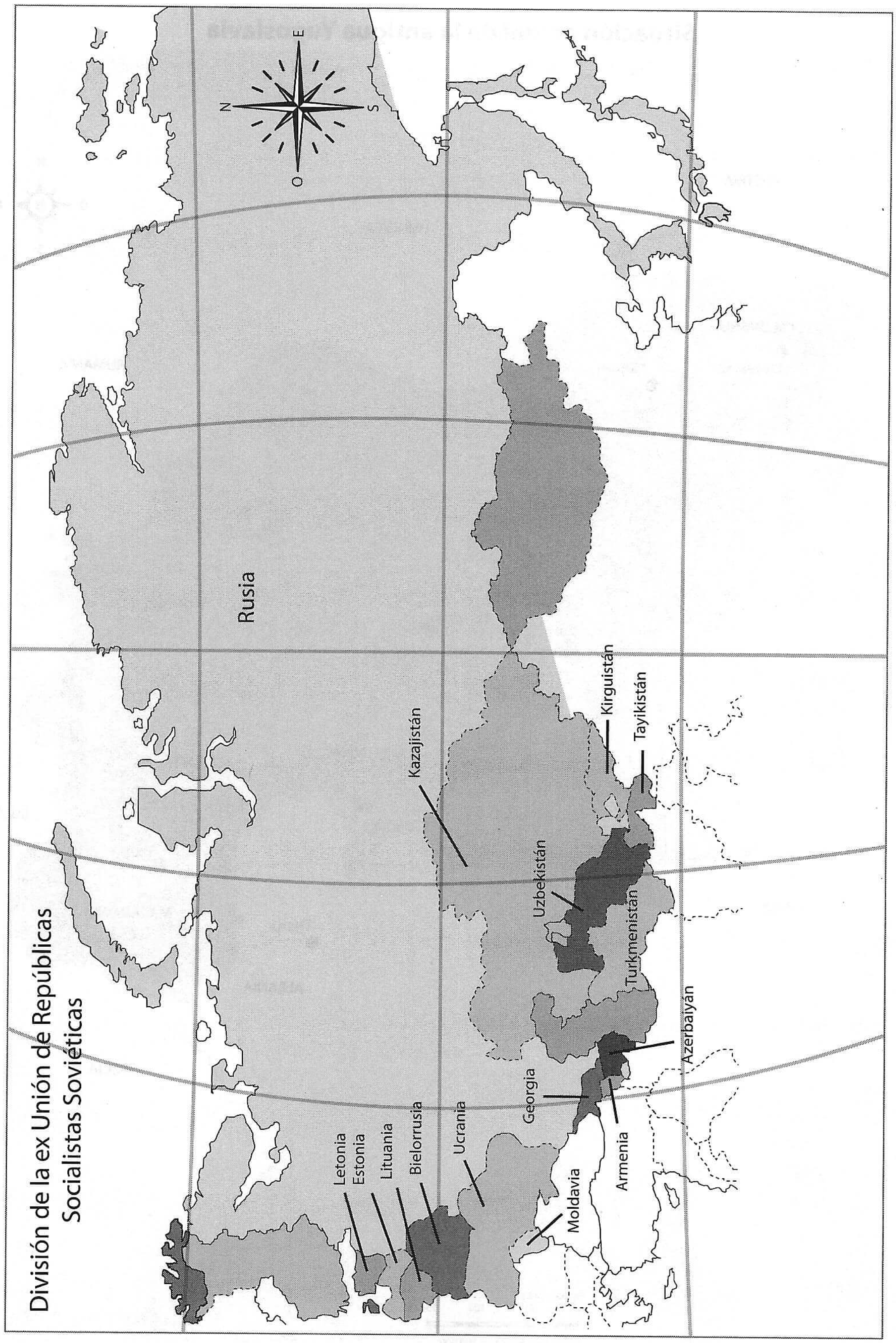
Bajo este esquema, los países más desarrollados se identifican simplemente como el centro generador de inversión, tecnología y manufacturas y créditos, mientras que las naciones menos desarrolladas integran la periferia que proporciona materias primas, mano de obra barata, mercados y corredores turísticos, pero en un marco estructural de dependencia con relación al centro.

➤ Nuevos países de Europa

Los dos grandes bloques regionales que en la actualidad configuran la morfología del continente europeo son la Unión Europea (UE) y la Comunidad de Estados Independientes (CEI). Es evidente que el esquema geopolítico de una Europa dividida por el Muro de Berlín ha sido desplazado, y que nuevos países han surgido de manera definida desde 1989 a la fecha. Las principales modificaciones sufridas en el mapa europeo están fuertemente vinculadas con la desaparición de la URSS y con la apertura de fronteras económicas en países del este a través de la península báltica, la línea divisoria entre Alemania, Checoslovaquia, así como la península de los Balcanes. El cuadro siguiente enuncia los nuevos países que forman parte de Europa:

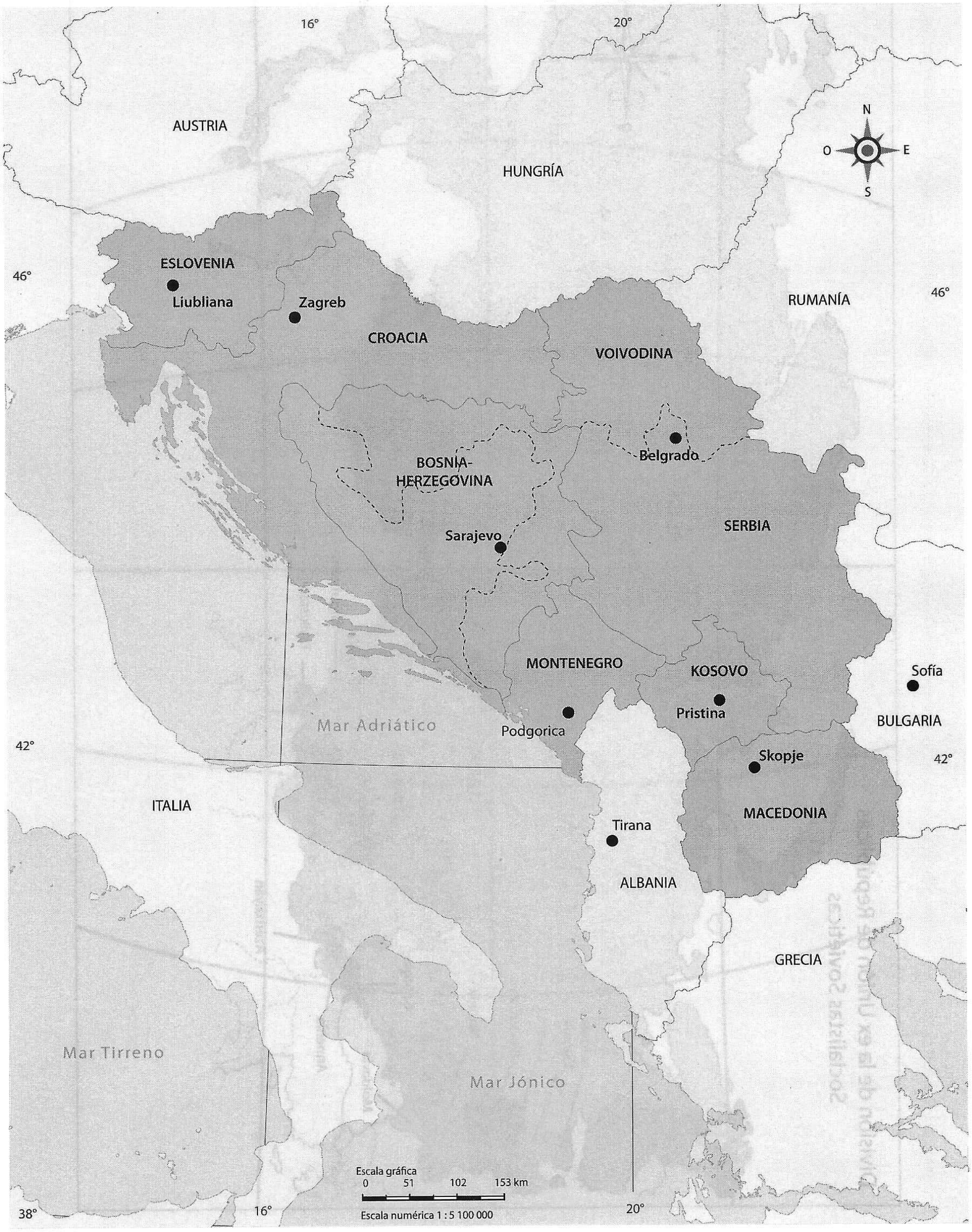
País	Capital	Superficie (km²)
Bielorrusia	Minsk	207 000
Bosnia y Herzegovina	Sarajevo	51 129
Croacia	Zagreb	56 538
Eslovaquia	Bratislava	49 035
Eslovenia	Liubliana	20 251
Estonia	Tallin	45 100
Letonia	Riga	64 600
Lituania	Vilna	65 200
Macedonia	Skopje	25 713
Moldavia	Kishinev	43 000
Ucrania	Kiev	604 000
República Checa	Praga	78 864
Serbia	Belgrado	88 361
Montenegro	Podgorica	13 812

En el mapa que aparece a continuación se pueden observar las naciones que surgieron al desintegrarse la URSS.



Igualmente, los países dependientes de la desaparecida URSS dividieron su territorio en pequeñas naciones surgidas de conflictos internos como el caso de Yugoslavia.

Situación actual de la antigua Yugoslavia



➤ Principales zonas de tensión política en el mundo

La actual situación mundial es heredera de la Guerra Fría pero tiene como punto de partida la disolución de la URSS en 1991, y se ubica en un marco histórico complejo suscrito a la globalización y a determinados conflictos internacionales —algunos viejos, otros nuevos— que amenazan la estabilidad y la seguridad en todo el planeta y que, más allá de los intereses particulares de un sistema-mundo unipolar, involucran a todas las naciones y a todas las tendencias geopolíticas del orbe. El uso de la tecnología nuclear, los energéticos en general, los recursos vitales como el agua, los intereses de las potencias y de los mercados, el tráfico de armas y de drogas, el terrorismo, los conflictos civiles y militares en distintas regiones, los males endémicos como la desnutrición y los virus de diversa índole, los fenómenos migratorios, la pobreza y hasta las catástrofes naturales, son factores que interactúan en la configuración de un tenso equilibrio internacional con escenarios y epicentros periféricos:

- Oriente Medio: Palestina, Israel en conflicto étnico y territorial entre árabes y judíos.
- Golfo Pérsico: Guerra del Golfo y posterior invasión de Estados Unidos a Irak.
- Balcanes: Kosovo, Macedonia, conflictos territoriales y separatistas en la ex Yugoslavia.
- Norcorea: enriquecimiento de uranio por Corea del Norte.
- Cachemira: India y Pakistán, armamento nuclear, conflicto fronterizo étnico y religioso.
- Asia central: Afganistán, repúblicas ex soviéticas, avance del islamismo.
- Sureste de Asia: Sri Lanka, Indonesia-Timor oriental, avance del integrismo islamista.
- Cáucaso: Chechenia, Georgia, Armenia-Azerbaiján (Nagorno-Karabakh), Cáucaso ruso.
- Sahara occidental: Marruecos, Argelia.
- Kurdistán: Turquía, Irak.
- África subsahariana: Sudán, Costa de Marfil, Congo, Somalia: genocidios y violencia tribal.
- América Latina: Colombia (guerrilla, narcotráfico), Bolivia-Ecuador (indigenismo y pobreza), Haití, Centroamérica (pobreza, crimen organizado, los maras).
- Caribe: conflicto ideológico entre Estados Unidos y Cuba.

▼ División política de México, límites y fronteras

México se ubica en el Hemisferio Occidental (entre los meridianos 86° 43´ y 118° 38´) y Norte (entre los paralelos 14° 32´ y 32° 43´), forma parte de Norteamérica en la zona sur. México está situado entre los océanos Atlántico (al este, Golfo de México y mar Caribe) y Pacífico (al oeste y sur).

El trópico de Cáncer lo atraviesa a 23° 27´ de latitud norte y lo divide en dos zonas térmicas, la del norte que es templada y la del sur que es tropical; además de que la orografía, unida con otros factores (hidrografía, población, etcétera), modifican el clima de un lugar.

La extensión territorial de México es de 1 964 375 km^2, de los cuales 1 959 248 km^2 son superficie continental y 5 127 km^2 corresponden a superficie insular.

Límites. La República Mexicana tiene fronteras con Estados Unidos, Guatemala y Belice, a lo largo de un total de 4 301 km distribuidos de la siguiente forma:

- Con Estados Unidos se extiende una línea fronteriza a lo largo de 3 152 km desde el punto fronterizo número 258 —al noroeste de Tijuana, en el estado de Baja California— hasta la desembocadura del río Bravo en el Golfo de México. Los límites entre ambos países son tanto naturales (el río Bravo a lo largo de más de 1 500 km y una pequeña parte del río Colorado), como convencionales

(monumentos, mojoneras, cercas y muros). Estados limítrofes al norte del país: Baja California, Sonora, Chihuahua, Coahuila, Nuevo León y Tamaulipas.

- La línea fronteriza con Guatemala tiene una extensión de 956 km; con Belice de 193 km (no incluye 85.266 km de límite marítimo en la Bahía de Chetumal). Los estados fronterizos del sur y sureste del país son Chiapas, Tabasco, Campeche y Quintana Roo.

División política. De acuerdo con la Constitución, la República Mexicana se denomina Estados Unidos Mexicanos, aunque generalmente se le nombra México. A la República Mexicana la integran 32 entidades federativas. Cada estado tiene su capital y sus municipios, con excepción de la Ciudad de México, que se compone de 16 demarcaciones territoriales.



Aspectos económicos de México

La población mexicana se concentra en las llanuras y mesetas, no en las costas (los estados costeros presentan una baja densidad de población); por ello la región central de la República Mexicana tiene la más alta densidad poblacional del país. Asimismo, las regiones con mayor actividad económica también se ubican en la zona central del país; éstas se conocen como zonas económicas y se clasifican en:

Zona 1: Noroeste Península de Baja California, Sonora, Sinaloa y Nayarit.
Zona 2: Norte Chihuahua, Coahuila, Durango, Zacatecas y San Luis Potosí.
Zona 3: Noreste Nuevo León y Tamaulipas.
Zona 4: Centro-Occidente Jalisco, Aguascalientes, Colima, Michoacán y Guanajuato.

Zona 5: Centro-Este Querétaro, CDMX, Estado de México, Morelos, Hidalgo, Tlaxcala y Puebla.
Zona 6: Sur Guerrero, Oaxaca y Chiapas.
Zona 7: Oriente Veracruz y Tabasco.
Zona 8: Península de Yucatán Campeche, Yucatán y Quintana Roo.

El hombre tiene un sinnúmero de necesidades básicas como las alimentarias, protección de las inclemencias del tiempo, y otras de formación social y cultural para fortalecer su pertenencia a la familia, a la comunidad y a la nación. Para conseguir sus satisfacciones, el hombre realiza actividades y así obtiene un ingreso económico.

Estas actividades son:

- Primarias: agricultura, ganadería y pesca.
- Secundarias: minería e industria.
- Terciarias: transportes, comunicaciones, comercio y servicios.

▼ Principales áreas de producción

Agropecuaria. No toda la superficie territorial de México es cultivable, ya que gran parte está cubierta por cadenas montañosas, en su mayoría escarpadas, y no son propicias para la agricultura (se limitan a la agricultura de subsistencia). Otro sector —en el norte del país— es desértico y distintas áreas del terreno están ocupadas por asentamientos humanos, como ciudades y pueblos, que cada día se extienden más por el aumento constante de población. Además, hay extensiones ocupadas por ríos, lagos, lagunas y presas. Por tanto, la superficie de tierra cultivable se limita y sujeta a las variaciones meteorológicas.

En México se siembra maíz, fríjol, chile y una gran variedad de leguminosas y frutas. La agricultura puede ser:

- *Intensiva*. Se caracteriza por el cultivo en pequeñas parcelas o grandes extensiones, pero con asesoría técnica y el uso de maquinaria moderna, se cosechan grandes cantidades.
- *Extensiva*. Es la que se realiza en grandes extensiones de terreno, con bajo rendimiento y en la cual se aplican comúnmente métodos tradicionales.

Ganadera. El ganado se utiliza como producto alimenticio, como auxiliar en la agricultura para arar la tierra y como fuerza de tracción para jalar carretas. En la ganadería se tiende a seleccionar las mejores razas, con la finalidad de mejorar la calidad de todos los derivados. Existen tres tipos de ganadería:

- *Ganadería doméstica*. Es de escaso valor económico, se cría el ganado únicamente para el mercado regional y para autoconsumo.
- *Ganadería especializada*. Se refiere a la cría de ganado para mejorar a las razas, para criar sementales y toros de lidia, así como a la inseminación artificial.
- *Ganadería industrial*. Se realiza a gran escala para fines comerciales; el ganado se traslada en pie a los rastros para la obtención de la carne, huesos, cuernos y piel para procesarlos y convertirlos en productos comerciales.

Pesquera. La ubicación geográfica de México facilita las condiciones para la pesca y, por tanto, constituye una actividad importante en la economía del país. Al mismo tiempo, provee el alimento a nuestra población. La pesca en México es:

- *Extensiva*. Se realiza en zonas cercanas a las costas, en los esteros (cada uno de los brazos que forman los ríos que enlazan unos cauces con otros), ríos, lagos y lagunas, con embarcaciones

pequeñas sin tecnología especializada, cuyo fin primordial es la captura en pequeña escala para el autoconsumo o la venta local del producto.

- *Intensiva.* Se lleva a cabo en alta mar; requiere de embarcaciones especializadas para la captura de grandes volúmenes.
- *Deportiva.* Se practica en las zonas turísticas del país; requiere de permisos especiales a particulares para la captura y está sujeta al reglamento o normatividad vigente en las entidades.

El siguiente esquema resume las principales áreas de producción en México y los productos y estados que las representan.

- Principales áreas de producción en México
  - Agrícola
    - Maíz: Jalisco, Zacatecas, Nayarit, Durango, Sinaloa, Guanajuato y Chiapas
    - Frijol: Zacatecas, Chihuahua, Veracruz y Sinaloa
    - Arroz: Sinaloa, Campeche, Colima, Jalisco, Michoacán Morelos, Nayarit, Tamaulipas, Tabasco y Veracruz
    - Trigo: Sonora, Sinaloa, Guanajuato, Baja California, Jalisco Chihuahua y Michoacán
  - Ganadera
    - Bovino: Veracruz, Jalisco, Chihuahua, Chiapas y Michoacán
    - Caballar: Jalisco, Veracruz, Estado de México, Zacatecas, Michoacán, Guerrero, Chihuahua, Chiapas, Sonora, Coahuila y Durango
    - Asnal: Estado de México, Jalisco, Puebla, Guerrero, Oaxaca, Michoacán, Sonora, Zacatecas, Guanajuato y Veracruz
    - Mular: Puebla, Veracruz, Durango, Sinaloa, Coahuila, Chihuahua, Zacatecas e Hidalgo
    - Ovino: Estado de México, San Luis Potosí, Oaxaca, Veracruz, Chiapas y Zacatecas
    - Caprino: Oaxaca, San Luis Potosí, Coahuila, Nuevo León, Guerrero y Zacatecas
    - Porcino: Jalisco, Michoacán, Guanajuato, Chiapas, Veracruz, Estado de México y Sonora
  - Pesquera
    - Desde Baja California hasta Nayarit, principalmente los puertos de Guaymas y Mazatlán
    - Litorales desde Colima a Chiapas
    - Litorales del Golfo de México, Tamaulipas y Veracruz
    - Litorales desde Tabasco a Quintana Roo

▼ Distribución de los principales productos mineros y energéticos

En la actualidad se extrae una gran variedad de minerales, que podemos clasificar en:

Minerales metálicos. Metales preciosos como oro, plata y platino, así como metales de uso industrial como fierro (hierro), zinc, cobre, plomo, arsénico, antimonio, molibdeno, cadmio, bismuto, estaño, selenio, manganeso y mercurio. El siguiente cuadro muestra los estados donde están distribuidos los productos mineros en México.

Distribución y localización de los principales productos mineros en México

Estado	Principales centros mineros	Minerales
Chihuahua	Parral, Santa Eulalia, San Francisco del Oro y la Perla	Plomo, zinc, plata y oro
Durango	Desde Tepehuanes a Topia y Santiago Papasquiaro	Plata, plomo, cobre, zinc y oro
Sonora	Cananea y Nacozari	Principalmente cobre y también diversas cantidades de plata, plomo, zinc, oro, antimonio y grafito
San Luis Potosí	Diversas zonas con instalaciones refinadoras	Zinc, plomo, plata y cobre
Colima	Peña Colorada	Hierro
Michoacán	Las Truchas	Hierro
Zacatecas	Fresnillo, Concepción del Oro y Sombrerete	Zinc, plomo, oro y plata
Hidalgo	Zimapán y Pachuca-Real del Monte	Oro y plata
Michoacán	Angangueo	Oro y plata
Jalisco	Diversas zonas	Oro y plata
Guanajuato	Diversas zonas	Oro y plata
Guerrero	Diversas zonas	Oro, plata, plomo y zinc
Oaxaca	Diversas zonas	Oro, plata, plomo y zinc

Minerales no metálicos. Destacan por su importancia en la economía mexicana, como el azufre, sal, yeso, fluorita, sílice, barita, caolín, talco y grafito. Analicemos los estados donde están distribuidos algunos de ellos.

Distribución del uranio, azufre, carbón de piedra y sal

Mineral	Estados de la República	Uso
Uranio	Chihuahua, Coahuila, Durango y San Luis Potosí	Energía atómica
Azufre	Veracruz y Chiapas	Químicos, fertilizantes, colorantes, explosivos, insecticidas y cerillos
Carbón de piedra	Principalmente en Coahuila y Nuevo León; también en Oaxaca, Chihuahua, Chiapas y Guerrero entre otros	Industrial
Sal	Guerrero, Baja California, costas de Sinaloa, Colima, Oaxaca, Istmo de Tehuantepec, Yucatán y Veracruz	En la alimentación, la industria y ganadería

Energéticos. Entre los energéticos están:

- Carbón y hulla. Se utilizaron inicialmente en barcos de vapor y ferrocarriles para el transporte de personas y productos.
- Petróleo. Es un combustible compuesto de carbono e hidrógeno principalmente, razón por la que se llama *hidrocarburo*. El petróleo es un recurso no renovable. Del refinamiento se obtienen productos como: plásticos, detergentes, fibras sintéticas, fertilizantes, insecticidas, aceites, diesel, asfalto, gasolina, grasas, parafinas, vaselinas y gas. México posee grandes reservas petroleras que se encuentran en el mar.
- Gas natural. Al igual que el petróleo tiene un acelerado ritmo de consumo, lo que repercute en sus reservas. Cerca de los yacimientos de petróleo se encuentra gran parte del gas natural.
- Energía eléctrica. Proviene básicamente de:

  Centrales hidroeléctricas. Utilizan la fuerza del agua para generar electricidad.
  Centrales termoeléctricas. Funcionan básicamente con calor.
  Centrales geotérmicas. Aprovechan el agua caliente o vapor de agua de las zonas de origen volcánico.
  Centrales nucleoeléctricas. Funcionan con energía nuclear por la desintegración del uranio, que es elemento radiactivo.

Distribución de los principales energéticos en México

Energético	Estados de la República	Uso
Carbón y hulla	Coahuila	Se utilizaron inicialmente en barcos de vapor y ferrocarriles
Petróleo	Tamaulipas, Veracruz, Tabasco y Campeche	Del refinamiento se obtienen productos como: plásticos, detergentes, fibras sintéticas, fertilizantes, insecticidas, aceites, diesel, asfalto, gasolina, grasas, parafinas, vaselinas y gas

Energético	Estados de la República	Uso
Centrales hidroeléctricas	Chicoasén, Malpaso y Angostura en Chiapas	Para generar electricidad
Centrales termoeléctricas	Tula, Hidalgo; Manzanillo, Colima y Samalayuca en Chihuahua	Funcionan básicamente con calor
Centrales geotérmicas	Cerro Prieto en Baja California; los Azufres en Michoacán y los Humeros en Puebla	Se aprovechan el agua caliente o vapor de agua de las zonas de origen volcánico
Centrales nucleoeléctricas	La primera nucleoeléctrica en México se localiza en Laguna Verde, Veracruz	Funcionan con energía nuclear por la desintegración del uranio, elemento radiactivo

▼ Principales áreas industriales del país

La *actividad industrial* está destinada a la extracción y/o transformación de la materia prima en productos de consumo. Además, se relaciona con todas las actividades productivas del hombre, con los medios de transporte y comunicación; y, sobre todo, es una importante fuente de trabajo. Con base en el volumen de producción, en el uso de tecnología y en la comercialización, se habla de industria:

- *Doméstica.* Obtiene y transforma en forma manual las materias primas de la localidad, la mayoría de las veces es para autoconsumo o para comercializar en su comunidad.
- *Taller.* Cuenta con un grupo de trabajadores y maquinaria básica para producir en pequeña y mediana escalas, por ejemplo: panaderías, carpinterías y tortillerías.
- *Fábrica.* Realiza el proceso de transformación con la aplicación de maquinaria y tecnología cada vez más moderna para producir a mediana y gran escalas y cubrir el mercado local, nacional y algunas veces internacional; requiere para su funcionamiento de obreros y personal técnico especializado. Por ejemplo: la industria alimentaria, la textil, la del calzado, la química, la editorial, la automotriz y de la construcción.

Entre los tipos de industria destacan:

- *Industria alimentaria.* Se dedica a conservar, enlatar, embotellar y procesar la producción de alimentos.
- *Industria textil.* Se dedica a procesar materias primas como: algodón, henequén, ixtle y fibras sintéticas para la fabricación de diferentes tipos de telas. Muchas veces, cerca de las fábricas de hilados y tejidos se encuentran las maquiladoras de ropa.
- *Industria del calzado.* Esta industria utiliza la piel del ganado vacuno, porcino, caprino, ovino y materiales sintéticos. Aunque también se utilizan pieles de animales en peligro de extinción como: cocodrilo, víbora, armadillo, etc., su producción cubre las necesidades de la población y gran parte es para la exportación.
- *Industria química.* Esta industria comprende la farmacéutica, la de fertilizantes, insecticidas, pinturas, plásticos, detergentes y jabones.

- *Industria editorial.* Se ocupa de la producción de libros, revistas y periódicos, que se imprimen para satisfacer el requerimiento de información y entretenimiento a nivel nacional. Aunada a ésta está la *industria papelera* que provee a las empresas editoriales.
- *Industria automotriz.* Incluye automóviles y autopartes.
- *Industria de la construcción.* Proporciona vivienda a la población del país, además de fábricas, oficinas, locales comerciales, edificios públicos. La alta demanda de mano de obra genera empleo para la emigración interna, del campo a la ciudad. Esto propicia que se desarrollen otras industrias como la del cemento, tabique, vidrio, acero y aluminio.
- *Industria de extracción.* Es la que se encarga de obtener del subsuelo las materias primas: la industria minera (industria siderúrgica); los energéticos (industria petroquímica); la energía eléctrica (geotérmica) y nuclear.

El siguiente esquema representa las principales áreas industriales en México:

- Principales áreas industriales en México
  - Textil
    - Ciudad de México, Estado de México, Puebla, Nuevo León, Jalisco, Aguascalientes y San Luis Potosí
  - Transformación
    - Ciudad de México, Estado de México, Nuevo León y Jalisco
  - Siderurgia
    - Michoacán, Coahuila y Nuevo León
  - Petrolera
    - Campeche y Tabasco
  - Petroquímica
    - Veracruz y Tamaulipas

▼ Comercio exterior: productos de importación y de exportación

Para que se efectúe el comercio, se requiere de un medio de transporte que traslade las mercancías del lugar donde se producen, a donde se consumen. El comercio se realiza en el interior y exterior del país. El comercio exterior se rige por el dólar. Además se sujeta a los acuerdos comerciales establecidos para tales transacciones y cubre el requisito de exportación e importación.

Las actividades ganaderas, agrícolas, forestales, mineras, de energéticos, construcción, automotriz, comunicaciones y transportes, se rigen para su comercio por la ley de la oferta y la demanda, lo que significa que cuando los productos son escasos o existe mucha demanda se encarecen y viceversa.

México establece relaciones comerciales de exportación e importación principalmente con Estados Unidos. Algunos de los productos que se exportan son: envases de vidrio, porcelana, cigarros, fibras y resinas, servicios de programación, película fotográfica, transporte de carga, partes automotrices, oro, plata, muelles, tubo de cobre, cerveza, cemento, pasta celulósica para papel y cajas.

Algunos de los productos de importación son: cintas magnéticas, arena sílica, malta, cebada, lúpulo, tabaco, maquinaria, tubo, celulosa, acero y chatarra de maquinaria.

Importancia de las vías de comunicación y de los transportes

Los medios de transporte proporcionan fluidez al movimiento de personas y al intercambio comercial hacia el interior y exterior del país a través de mar, aire y tierra. Existen tres tipos de transporte:

- *Transporte marítimo.* Es el de mayor uso para el intercambio comercial entre los países industrializados y los subdesarrollados, por su gran capacidad para transportar a grandes distancias mercancías de todas las clases. Los puertos donde se realiza mayor movimiento de carga marítima son: Coatzacoalcos, Minatitlán y Campeche, mientras que los puertos que reciben grandes embarcaciones están distribuidos de la siguiente manera:

Golfo de México	Tampico, Veracruz, Coatzacoalcos y Progreso
Golfo de Baja California	Guaymas y Santa Rosalía
Costas del océano Pacífico	Salina Cruz, Acapulco, Manzanillo, Mazatlán, Ensenada y Lázaro Cárdenas

- *Transporte aéreo.* Es la vía de transporte más rápida para trasladar personas, correspondencia, mercancías o artículos perecederos como alimentos marinos y frutas tropicales; animales finos (sementales), mercancías frágiles y piezas para la reparación de maquinaria.
- *Transporte terrestre.* México es un país con una gran superficie de montañas, necesita una buena planeación en la construcción de carreteras y vías férreas, y para ello requiere una avanzada tecnología. La extensión del territorio mexicano y su ubicación hacen que se localicen dos zonas en el país; una seca al norte y otra húmeda en el sureste. Ambas presentan dificultades para la construcción de vías y medios de comunicación, una por la aridez y otra por la lluvia y vegetación excesivas.

Ejercicios

1 Resuelve las siguientes preguntas:

1. Como región natural, la tundra es un ecosistema caracterizado por:
   I. Largos inviernos y veranos cortos
   II. Sequías con lluvias monzónicas
   III. Se ubica a los 66° latitud norte
   IV. Altas montañas con cedros
   V. Habita el oso blanco y los renos

   a) II, III, IV   b) I, III, V   c) I, II, V   d) III, IV, V

2. ¿Cuál de las siguientes es una característica propia de la selva?
   a) Su latitud cercana a zonas boreales
   b) Zonas muy pobladas
   c) El clima tropical tipo Af
   d) La diversidad de especies cactáceas

3. ¿Cuál de los siguientes biomas es de los más perturbados por el hombre?
   a) Selva   b) Región mediterránea   c) Desierto   d) Tundra

4. Son los tres recursos más explotados en nuestro país y, por consiguiente, es necesario y urgente tomar medidas para preservarlos.
   I. Carbón
   II. Bosques
   III. Agua
   IV. Hierro
   V. Petróleo

   a) I, II y III   b) II, III y V   c) II, III y IV   d) I, IV y V

2 Resuelve las siguientes preguntas:

5. La lluvia ácida producida por la industria, afecta principalmente a la:
   a) ganadería y pesca   b) agricultura y pesca   c) vegetación y los suelos   d) producción petrolera y minera

6. En la actualidad, el aumento y retención de bióxido de carbono en la parte inferior de la atmósfera, ocasionado por la actividad industrial y los medios de transporte, ha generado:
   a) la inversión térmica
   b) el fenómeno de *El Niño*
   c) la destrucción de la capa de ozono
   d) el cambio climático global

7. Los derrames petroleros en mares son un ejemplo de:
   a) la extracción del petróleo en países productores
   b) la grave contaminación en litorales de todo el mundo
   c) las estrategias empleadas por grupos terroristas
   d) las mareas negras de estío en playas turísticas

8. La mortandad de las algas marinas genera mayor cantidad de óxido de carbono y una consecuencia es:
   a) las mareas negras
   b) la falta de óxido de carbono
   c) la contaminación en los mares
   d) la lluvia ácida en zonas costeras

9. En la superficie marítima la fotosíntesis es un proceso que se favorece por:
   a) el plancton
   b) las mareas negras
   c) la navegación
   d) la muerte de los peces

10. Es un fenómeno atmosférico natural que permite mantener la temperatura del planeta, al retener parte de la energía proveniente del Sol:
    a) la lluvia
    b) el fenómeno de *El Niño*
    c) la rotación de la Tierra
    d) El efecto invernadero

11. Los derrames petroleros en mares son un ejemplo de:
    a) los conflictos armados posteriores a la Guerra Fría
    b) la contaminación de los recursos hidrológicos
    c) las variaciones climáticas por calentamiento
    d) el desarrollo sustentable de la globalización

3 Resuelve las siguientes preguntas:

12. ¿Qué continente tiene la mayor concentración de población?
    a) América b) Asia c) África d) Oceanía

13. Lee lo siguiente:
    "En _________ existen dos países con el mayor número de pobladores en el mundo, los cuales son __________ y __________".

    Completa correctamente la oración anterior.
    a) América / Estados Unidos / Brasil
    b) Europa / Rusia / Alemania
    c) Asia / China / India
    d) África / Kenia / Nigeria

14. Es una de las principales causas de la migración rural-urbana que presenta México:
    a) el clima extremo en la zona rural
    b) el exceso de burocracia en la zona rural
    c) la proliferación del terrorismo en México
    d) no disponer de apoyos suficientes para la producción agrícola

4 Resuelve las siguientes preguntas:

15. Son características de los países subdesarrollados:
    a) un alto índice de natalidad, analfabetismo y bajo ingreso *per cápita*
    b) inconformidad social, pobreza extrema, déficit de exportaciones
    c) carencias educativas, ingresos y egresos y zonas sísmicas
    d) alta competitividad, alta mortalidad infantil y economía informal

16. Proceso en el cual la interdependencia se agudiza y aumenta la comunicación y el intercambio cultural, económico, político y social, mientras las fronteras se debilitan:
    a) transnacionalización
    b) regionalización
    c) globalización
    d) migración

17. Son países que pertenecen a la Unión Europea (EU):
    a) España, Alemania y Rusia
    b) Alemania, Italia y Noruega
    c) Austria, Rumania y Afganistán
    d) Alemania, Francia y Dinamarca

18. Es una característica de África:
    a) su elevada industrialización
    b) la pobreza de la mayoría de sus países
    c) sus numerosas penínsulas y mares interiores
    d) su clima semejante al de la taiga

19. Son países que han alcanzado un alto nivel industrial y tecnológico, y presentan un crecimiento continuo en el producto interno bruto:
    a) países subdesarrollados
    b) países del tercer mundo
    c) países socialistas
    d) países desarrollados

20. Son las siglas del bloque económico que integran México, Estados Unidos y Canadá:
    a) OTAN
    b) ALCA
    c) SEATO
    d) TLCAN

21. El Tratado de Libre Comercio firmado por México, Estados Unidos y Canadá, tiene como fin:
    a) reducir la venta de productos
    b) eliminar los aranceles de las mercancías
    c) aumentar la venta de los artículos
    d) combatir la migración en las fronteras

22. Son bloques económicos regionales:
    a) el TLCAN y la Unión Europea
    b) la ONU y la Banca Mundial
    c) la OMS y Mercosur
    d) los Organismos no Gubernamentales

5 Resuelve las siguientes preguntas:

23. Es la entidad del país que limita con San Luis Potosí y Michoacán:
   a) Zacatecas b) Puebla c) Querétaro d) Guanajuato

24. Del proceso de desintegración de Yugoslavia, se creó este país:
   a) Moldavia b) Albania c) Croacia d) Yugoslavia

25. Del proceso de desintegración de la Unión Soviética, surgió este país:
   a) Eslovaquia b) Albania c) Monte Negro d) Estonia

26. A la caída de la Unión Soviética, la Federación Rusa, Ucrania y Bielorrusia deciden formar un tratado para crear la ________________.
   a) Organización de Países Exportadores de Petróleo
   b) Comunidad de Estados Independientes
   c) Organización de las Naciones Unidas
   d) Organización de Países No Alineados

27. Relaciona los países europeos con sus cambios políticos recientes:

País	Cambios
1. Alemania	a) Disolvió su federación en dos naciones
2. Ex Unión Soviética	b) Se unificó para formar un solo país
3. Ex Checoslovaquia	c) Se fragmentó en regiones nacionales con una guerra civil
	d) Cambió su estructura económica y ahora la forman 12 países

   a) 1–a, 2–b, 3–c
   b) 1–b, 2–d, 3–a
   c) 1–b, 2–a, 3–c
   d) 1–b, 2–a, 3–d

28. En América del Sur, Bolivia y Paraguay se caracterizan por:
   a) ser los de mayor extensión
   b) compartir su frontera
   c) carecer de costas
   d) su abundancia de ríos caudalosos

29. Las costas del estado de Quintana Roo, limitan con:
   a) mar del Norte b) océano Pacífico c) golfo de California d) mar de las Antillas

30. Tres estados de la República Mexicana que corresponden a la región del norte:
   a) Sinaloa, Hidalgo y Tamaulipas
   b) Chihuahua, Durango y Nuevo León
   c) Sonora, Chihuahua y Coahuila
   d) Nayarit, Aguascalientes y Mazatlán

31. Son los estados de la República Mexicana que hacen frontera con Guatemala:
   a) Chiapas, Campeche y Oaxaca
   b) Chiapas, Tabasco y Quintana Roo
   c) Tabasco, Campeche y Yucatán
   d) Chiapas, Tabasco y Campeche

32. Chiapas es una entidad federativa que se ubica en:
    a) occidente   b) centro   c) sur Pacífico   d) sureste

6 Resuelve las siguientes preguntas:

33. Son dos de los estados de nuestro país que destacan en la producción pesquera:
    a) Sonora y Sinaloa   b) Nayarit y Jalisco   c) Veracruz y Yucatán   d) Colima y Michoacán

34. Entre las entidades más productivas de oro y plata figuran:
    a) Durango y Coahuila   b) Querétaro e Hidalgo   c) Guerrero y Tlaxcala   d) Hidalgo y Guanajuato

35. Las aguas que bañan la península de Baja California representan la primera zona pesquera de México por la exportación de sus productos, como:
    a) atún y sardina   b) cazón y tortuga   c) almeja y abulón   d) ostión y robalo

36. Es la principal zona de producción petrolera en México:
    a) costa noroeste
    b) región del Pacífico sur
    c) costa del Pacífico norte
    d) costa del golfo

37. Son actividades primarias de la economía en México:
    a) la pesca, la industria automotriz y las exportaciones
    b) el comercio, los servicios y el turismo
    c) las finanzas, la agricultura y las comunicaciones
    d) la agricultura, la pesca y la ganadería

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	
1. b	1. d	1. b	25. d
2. c	2. a	2. c	26. b
3. b	3. b	3. b	27. b
4. c	4. d	4. b	28. c
5. c	5. c	5. c	29. d
6. b	6. a	6. d	30. b
7. a	7. b	7. b	31. d
8. c	8. b	8. c	32. d
9. c	9. d	9. a	33. a
10. b	10. c	10. d	34. d
11. b	11. c	11. b	35. a
12. d	12. d	12. b	36. d
13. c	13. d	13. c	37. d
14. d	14. d	14. d	
15. a	15. d	15. a	
16. d		16. c	
17. b		17. d	
18. d		18. b	
19. c		19. d	
20. b		20. d	
21. c		21. b	
22. b		22. a	
23. c		23. d	
24. a		24. c	
25. d			
26. c			

Bibliografía

AGUILAR, A. (2001). *Geografía general.* México: Pearson Educación.

AYLLÓN, M. (1995). *Geografía para bachilleres.* México: Trillas.

_______ (2003). *Geografía económica.* México: Limusa.

Descubrir: la enciclopedia de la edad escolar, 14 vols. (1990). Barcelona: Salvat.

FABIÁN, E. y Escobar, A. (1999). *Geografía general.* México: McGraw-Hill.

FUNES, L. (1996). *Geografía general para bachillerato.* México: Limusa.

GÓMEZ, J. y Márquez, J. (1993). *Geografía general.* México: Publicaciones Cultural.

INEGI (1994). *Documento de apoyo bibliográfico: cartografía, fotografía aérea, topografía y geodesia.* Aguascalientes: Inegi.

_______ (1990). *Guías para la interpretación de cartografía: hidrología.* Aguascalientes: Inegi.

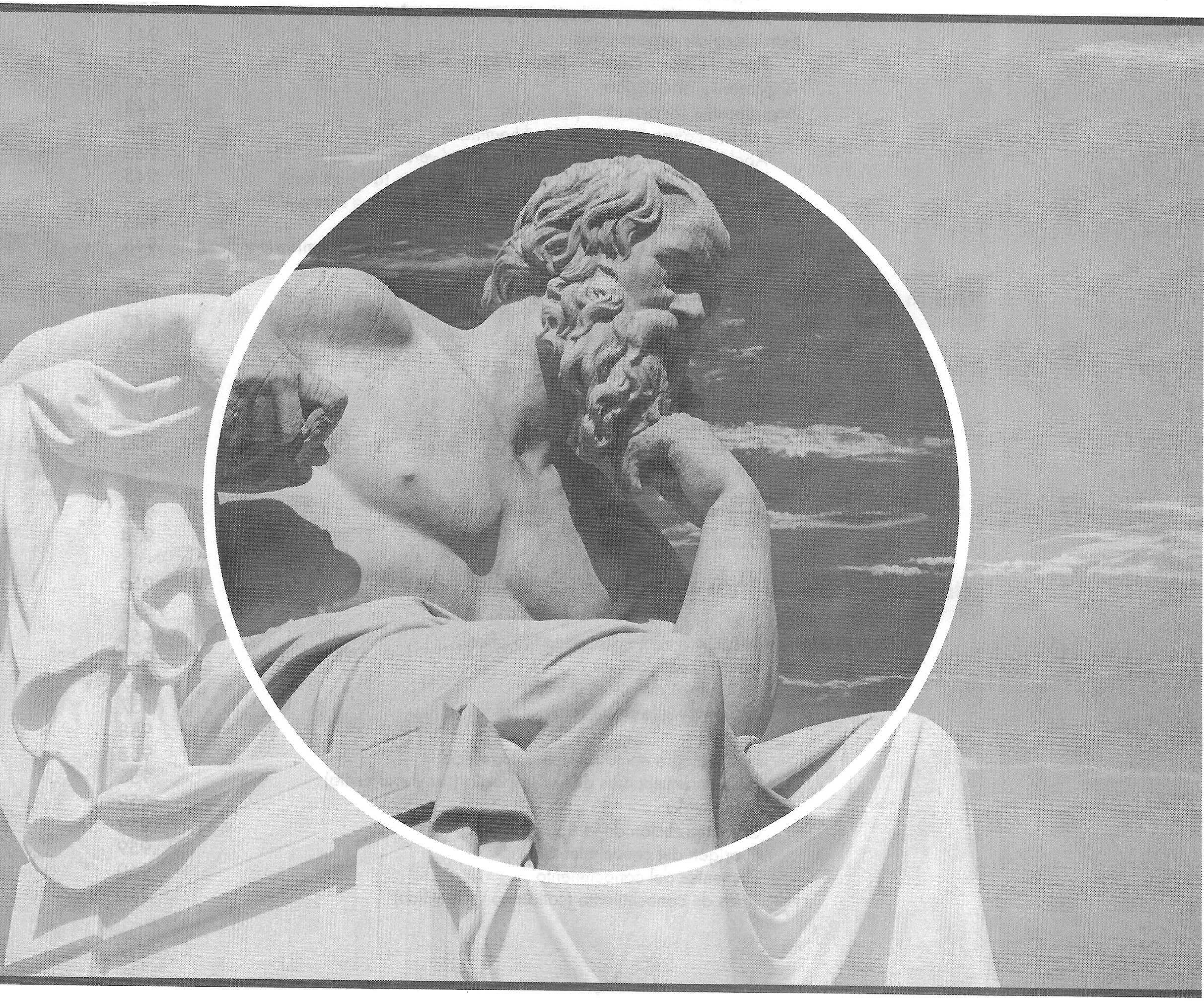
_______ (1994). *Manual de conceptos básicos,* Aguascalientes. México: Inegi.

SÁNCHEZ, M. A. *et al.* (1974). *Síntesis de geografía física y humana.* México: Trillas.

STERLING, B. E. y Villanueva, E. (2001). *Geografía un enfoque constructivista.* México: Esfinge.

TREJO, E. E. *et al.* (1989). *Geografía general.* México: Trillas.

FILOSOFÍA



Numerosas son las maravillas del mundo,
pero la más grande de las maravillas es el hombre [...]

Eurípides

Contenido

FILOSOFÍA

Unidad 1 Lógica

Unidad 2 Ética

Unidad 3 Disciplinas y problemas de la Filosofía

Objetivo: el estudiante distinguirá los tipos de lenguaje, los tipos de argumentación, la validez y corrección de los argumentos, así como los argumentos incorrectos (falacias).

Tipos de lenguaje (informativo, directivo y expresivo)

La palabra *lógica* proviene del latín tardío *logicus*, y éste del griego *λογικός logikós*; que opera utilizando un lenguaje simbólico abstracto para representar la estructura básica de un sistema. Dicho en otros términos, la lógica es un lenguaje.

La humanidad, a lo largo de su historia evolutiva ha desarrollado una serie de lenguajes con la finalidad de comunicarse. Por medio del lenguaje, el hombre ha desarrollado su cultura y ha obtenido conocimientos. Nuestro lenguaje tiene tres funciones principales.

Lenguaje informativo. Enfoque comunicativo que utilizamos todos los días, con este tipo de lenguaje adquirimos nuevas ideas, conocemos noticias de hechos relevantes, recibimos información de todo cuanto nos rodea. Las ideas que obtenemos por medio del lenguaje informativo pueden ser verdadero o falso. Por ejemplo:

El examen se presentará el próximo fin de semana, no olvides llegar 15 minutos antes de tu horario.

Los astrónomos han dicho que el mundo llegará a su fin en 2010.

Lenguaje directivo. Su enfoque es instruccional; con él recibimos indicaciones para realizar una acción, nos dan órdenes que no dejan lugar a dudas, nos pueden limitar nuestras acciones y cuando lo escuchamos no podemos calificarlo de verdadero o falso. Por ejemplo:

Lleva al perro al veterinario.
No puedes salir, estás castigado.

Lenguaje expresivo. Su origen es la comunicación de emociones, lo utilizamos para dar a conocer nuestros sentimientos, incluso podemos evocar sentimientos.

¡No puedes seguir así!, ¿qué debo hacer para que mejores tu actitud?
¡Eres una campeona!

Nuestro lenguaje evoluciona, ya que constantemente aprendemos nuevas palabras y llegan a nuestra vida conocimientos que modifican las ideas que teníamos del mundo que nos rodea. Vivir en sociedad implica que nuestro lenguaje se adecua a cada situación; por ello, debemos distinguir el lenguaje natural del formal.

▼ Lenguaje natural

Es el que utilizamos día con día, lo aprendimos desde pequeños en nuestra familia y con el grupo social en el que crecimos. Comunicarnos es una necesidad innata, en consecuencia, aprender palabras para que los otros sepan qué sentimos o qué necesitamos es parte de nuestro desarrollo natural.

Nos comunicamos en forma espontánea, natural y sin actos reflexivos profundos cuando se trata de vivir en sociedad. Por ejemplo:

—¿Llegamos a tiempo al cine?
—No sé, llueve mucho.
—Si no llegamos, no hay problema.
—Intento llegar y no perder los boletos.

▼ Lenguaje formal

Este lenguaje es lo contrario del lenguaje natural, lo usamos de forma consciente, reflexiva y precisa para dar respuesta a situaciones ligadas a la ciencia, tecnología, mecánica, etcétera.

Ejemplos de lenguaje formal son:

Las notas musicales
El lenguaje algebraico
El lenguaje de programación
El código Morse

▼ Conectivas lógicas y el cálculo proposicional

¿Qué es el cálculo proposicional?

El *cálculo proposicional* hace referencia a las proposiciones, pero cómo se define una proposición en lógica, éstas son la forma como representamos los juicios, por tanto, nosotros podemos representar nuestros juicios utilizando lenguaje lógico.

Para Aristóteles, un juicio es el acto por el que se afirma o niega algo de algo. Y se representan de la siguiente manera.

S = Sujeto
P = Predicado

S es P
S no es P

Recuerda que el cálculo proposicional trata el estudio de la composición de enunciados mediante conectores, y se fundamenta en el principio de bivalencia, según el cual, todo enunciado puede ser verdadero o falso, pero nunca ambas cosas al mismo tiempo.

Los enunciados pueden ser simples (atómicos), o bien, compuestos (moleculares) y no poseen ningún tipo de conector. Al trasladarlos al lenguaje lógico se representan con las letras de la "p" a la "z", recuerda que siempre serán letras minúsculas las que utilizaremos, comúnmente a estos símbolos se les identifica como variables.

Son enunciados simples aquellos que en su estructura tengan: *sujeto, cópula* y *predicado*.

Por ejemplo:

Los jóvenes son inteligentes

Sujeto: Los jóvenes
Cópula: son
Predicado: inteligentes

Enunciados simples

p	q	r	s
t	v	w	x
	y	z	

Los enunciados compuestos o moleculares, con aquellos que se forman con dos o más enunciados simples, para unirlos usamos conectivos lógicos.

Ejemplos

Si estudias para tu examen, entonces obtendrás excelente calificación

Enunciados simples:

Si estudias para tu examen **p**
Obtendrás excelente calificación **q**

Conector:

Entonces

Los jóvenes son inteligentes y trabajan para lograr sus metas

Enunciados simples:

Los jóvenes son inteligentes **p**
Trabajan para lograr sus metas **q**

Conectivo:

y

Recuerda que las proposiciones moleculares o compuestas, son un conjunto de proposiciones simples, por lo que requieren un conector lógico que las mantenga unidas.

Estos conectores tienen una simbología especial, observa con atención la tabla.

Conectores

Negación	Conjunción	Disyunción
$\sim$, $\neg$	$\wedge$, $\cdot$, &	$\vee$

Condicional	Bicondicional
$\rightarrow$, $\Rightarrow$, $\supset$	$\leftrightarrow$, $\equiv$, $\Leftrightarrow$

Negación: No, no es cierto, no es el caso, etcétera.
Conjunción: Y, no obstante, etcétera.
Disyunción: O
Condicional: Si..., Entonces...
Bicondicional: Si y sólo si... entonces...

Observa estos ejemplos:

Los mexicanos no somos tontos y americanos somos todos.

$\sim p \quad \wedge \quad q$

En este ejemplo se plantea la unión de dos oraciones simples utilizando un símbolo de conjunción.

Los olmecas son la cultura madre o los incas fueron fundadores.

$p \quad \vee \quad q$

Ahora se plantea la relación de dos oraciones simples por disyunción.

Si la publicidad es engañosa entonces debemos reflexionar los mensajes televisivos.

$$p \quad \Rightarrow \quad q$$

Este ejemplo representa una relación condicional, debemos considerar que siempre se debe plantear en primer término el antecedente y posteriormente el consecuente.

Un antecedente es la parte que lleva la condición o hipótesis del enunciado, mientras que el consecuente se encuentra sujeto a la condición que expresa el antecedente.

Si te portas bien, te llevo al cine.

$$p \quad \rightarrow \quad q$$

En este ejemplo no aparece la palabra *entonces,* pero se entiende que el antecedente es: *si te portas bien,* mientras que el consecuente está en *te llevo al cine.* La coma sustituye a la palabra *entonces* conservando la idea de condicionar.

Si y sólo si apruebas todas tus materias entonces podrás ir de vacaciones.

$$p \quad \leftrightarrow \quad q$$

Observa que el conector se coloca entre los dos enunciados, recuerda que un bicondicional se identifica poniendo atención en la estructura de ello. Colocar la palabra *entonces* entre los dos enunciados puede omitirse, en su lugar podemos usar una coma.

Ejemplos de reactivos

1. Lee con atención y selecciona la opción que representa el conector usado.

Los hombres conducen mejor que las mujeres entonces que Juan nos lleve.

a) Conjunción b) Disyunción c) Condicional d) Bicondicional

En este reactivo la respuesta correcta se encuentra en el inciso c. En este caso tenemos dos enunciados simples relacionados con el conector condicional ($\rightarrow$).

2. Lee con atención y selecciona la opción que representa el conector usado.

Si y sólo si Enrique nació en México entonces es mexicano.

a) Conjunción b) Disyunción c) Condicional d) Bicondicional

En este reactivo el inciso que contiene la respuesta correcta se ha marcado con la letra d, recuerda que es una relación bicondicional al utilizar el término Si y sólo si ($\leftrightarrow$).

Signos auxiliares

Cuando los enunciados simples (moleculares) se estructuran en forma compleja, es necesario utilizar signos auxiliares, su finalidad es unir las conectivas, determinar su dominio, dicho en otros términos, todo lo cual afecta al significado de la expresión.

Los signos auxiliares evitan ambigüedades, por ello debemos poner especial atención en el sentido de la oración.

Observa el ejemplo:

Signos auxiliares

(	)
[	]
{	}

Te llevo de paseo y te compro un globo, si y sólo si, terminas tu tarea.

$$(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \leftrightarrow \mathbf{r}$$

Estructura de argumentos

La palabra argumento proviene del latín *argumentum,* la cual, a su vez, está compuesta por los términos *arguere* y *mentum,* cuyo significado son dejar claro el instrumento, *respectivamente.* Ateniéndonos a sus raíces etimológicas, podemos decir que argumento significa dejar claro un asunto por medio de la razón.

Con un argumento, dejamos claro un asunto específico, nuestra argumentación se basa en el razonamiento lógico, con él podemos afirmar o negar de forma categórica.

Es el conjunto de dos o más proposiciones (premisas) relacionadas y una conclusión que se deriva de las proposiciones. Para que exista un razonamiento, es necesario que una de las premisas sea consecuencia de la otra y, por tanto, las dos derivan una conclusión. La Lógica tiene la tarea de resolver los problemas en relación con el razonamiento.

Ejemplo

Razonamiento:
- Premisa 1 → Todos los hombres son mortales
- Premisa 2 → Arturo es hombre
  Por tanto,
- Conclusión → Arturo es mortal

Tipos de argumentación (deductivo, inductivo)

Validez y corrección

La validez es una característica propia del **argumento deductivo**, la cual consiste en que si suponemos que las premisas son verdaderas, la conclusión necesariamente será verdadera porque se infiere de las premisas.

Esto es posible porque en un argumento deductivo no obtenemos más información que la que ya poseían las premisas; por ello, en la conclusión sólo se hace evidente algo que ya estaba dicho en forma implícita; por ello, la conclusión no puede ser falsa.

La *validez* tiene que ver con la estructura del argumento, su contenido no se relaciona con la validez, dicho en otros términos, no nos interesa determinar si lo dicho en las premisas es verdadero, simplemente suponemos que lo dicho es verdadero, así que la conclusión es válida.

Ejemplo

Todas las obras de Gabriel García Márquez pertenecen al realismo mágico.
Aura es una obra de Gabriel García Márquez.
Por tanto: *Aura* es una obra del realismo mágico.

Recuerda que en un argumento deductivo no queremos verificar si lo dicho en las premisas es verdadero, sólo podemos decir que la conclusión es válida.

Un **argumento inductivo** es el que desde la observación de una propiedad definida en un número suficiente de individuos pertenecientes a una clase determinada, se llega a generalizar en la conclusión la propiedad que se observó y pueda atribuirse a todos los miembros de la misma especie o clase.

En un argumento inductivo, la conclusión nos ofrece información nueva, dicho en otros términos, la conclusión contiene información no incluida en las premisas.

Observa este ejemplo.

1. Esperanza es madre de familia y se alegra con los logros de sus hijos.
2. Carolina es madre de familia y se alegra con los logros de sus hijos.
3. Rosario es madre de familia y se alegra con los logros de sus hijos.
4. Elena es madre de familia y se alegra con los logros de sus hijos.
5. Fátima es madre de familia y se alegra con los logros de sus hijos.
6. Laura es madre de familia y se alegra con los logros de sus hijos.
7. Virginia es madre de familia y se alegra con los logros de sus hijos.

Probablemente, todas las madres de familia se alegran con los logros de sus hijos.

Si observamos en las premisas, se particularizó, pero al concluir podemos decir que probablemente todas las madres de familia (información no incluida en las premisas), se alegran con los logros de sus hijos.

Recuerda que en un argumento inductivo la conclusión es probable, mientras que en un argumento deductivo la conclusión es necesaria.

Recuerda que...

a) Un argumento inductivo puede ser correcto o incorrecto.
b) Un argumento deductivo es válido o inválido.
c) Un argumento inductivo tiene conclusiones probables; por ello, usamos la palabra *probable*, así evitamos caer en falacias.
d) Un argumento deductivo posee conclusiones necesarias.
e) En un argumento inductivo la conclusión es una generalización.
f) En un argumento inductivo, las premisas son el resultado de la experiencia y la observación.
g) En un argumento inductivo importa el contenido para determinar su corrección, esto significa que debe prevalecer la verdad en las premisas para que la conclusión tenga fuerza.

Argumento analógico

Es aquel en el que a partir de la semejanza establecida en las premisas entre dos o más objetos en uno o más aspectos, se concluye la similitud de uno u otros objetos (sin pretender abarcar la totalidad) en algún otro aspecto, sobre la base de que todos los objetos comparados poseen algo en común.

Ejemplo

Las películas *Naranja mecánica, El resplandor* y *Cara de guerra* son del director Stanley Kubrick
Las películas *Naranja mecánica* y *El resplandor* tienen guiones muy interesantes
Probablemente *Cara de guerra* tiene un guion muy interesante...

Ejemplos de reactivos

1. Selecciona un argumento inductivo.

a) Todas las obras de Gabriel García Márquez pertenecen al realismo mágico
Aura es una obra de Gabriel García Márquez
Por tanto: *Aura* es una obra del realismo mágico

b) Juan es un hombre feliz.
Pedro es un hombre feliz.
Enrique es un hombre feliz.
Miguel es un hombre feliz.
Probablemente, todos los hombres son felices.

c) Las canciones *Amor de mis amores, María bonita* y *Farolito* son de Agustín Lara.
Las canciones *Amor de mis amores* y *María bonita* poseen una hermosa estructura musical.
Probablemente, *Farolito* posee una hermosa estructura musical.

d) Todos los hombres son infieles.
Los infieles son machistas.
Todos los hombres son machistas.

Un argumento inductivo tiene conclusiones probables; por ello, usamos la palabra *probable,* así evitamos caer en falacias, también importa el contenido para determinar su corrección, esto significa que debe prevalecer la verdad en las premisas para que la conclusión tenga fuerza; por esto, la respuesta correcta se encuentra en el inciso b.

2. Selecciona un argumento deductivo.

a) Todas las obras de Gabriel García Márquez pertenecen al realismo mágico.
Aura es una obra de Gabriel García Márquez.
Por tanto: *Aura* es una obra del realismo mágico.

b) Juan es un hombre feliz.
Pedro es un hombre feliz.
Enrique es un hombre feliz.
Miguel es un hombre feliz.
Probablemente, todos los hombres son felices.

c) Las canciones *Amor de mis amores, María bonita* y *Farolito* son de Agustín Lara.
Las canciones *Amor de mis amores* y *María bonita* poseen una hermosa estructura musical.
Probablemente, *Farolito* posee una hermosa estructura musical.

d) Todos los hombres son infieles.
Los infieles son machistas.
Todos los hombres son machistas.

Recuerda que el argumento deductivo consiste en que si suponemos que las premisas son verdaderas, la conclusión necesariamente será verdadera porque se infiere de las premisas; por tanto, la respuesta correcta se encuentra en la opción a.

3. Selecciona un argumento analógico.

a) Todas las obras de Gabriel García Márquez pertenecen al realismo mágico.
Aura es una obra de Gabriel García Márquez.
Por tanto: *Aura* es una obra del realismo mágico.

b) Juan es un hombre feliz.
Pedro es un hombre feliz.
Enrique es un hombre feliz.
Miguel es un hombre feliz.
Probablemente, todos los hombres son felices.

c) Las canciones *Amor de mis amores, María bonita* y *Farolito* son de Agustín Lara.
Las canciones *Amor de mis amores* y *María bonita* poseen una hermosa estructura musical.
Probablemente, *Farolito* posee una hermosa estructura musical.

d) Todos los hombres son infieles.
Los infieles son machistas.
Todos los hombres son machistas.

Un argumento analógico es aquel en el que a partir de la semejanza establecida en las premisas entre dos o más objetos, en uno o más aspectos, se concluye la similitud de uno u otros objetos.

Por ello, la respuesta correcta se encuentra en el inciso d.

Argumentos incorrectos (falacias)

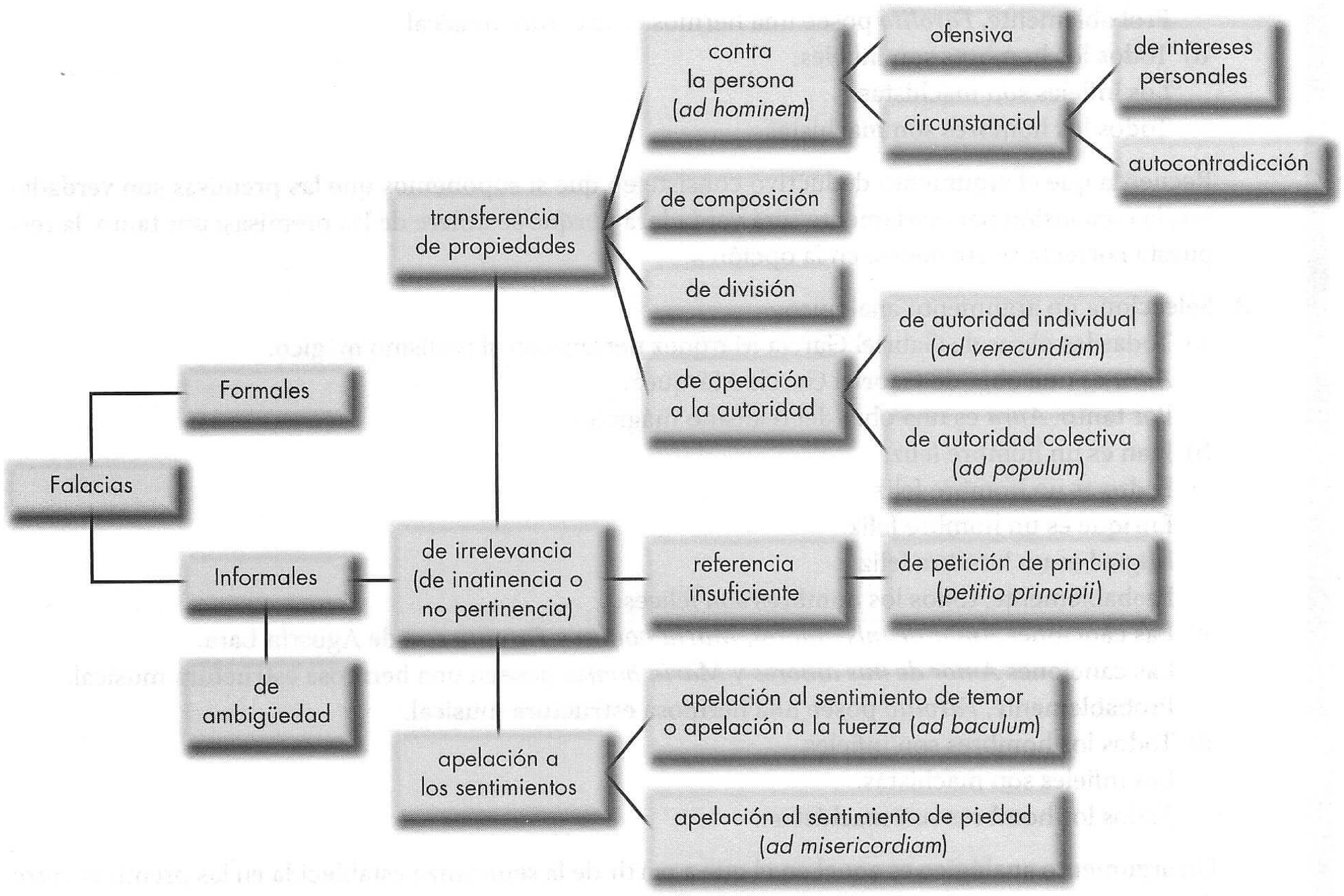
Cada día argumentamos constantemente, también escuchamos los argumentos de las personas que forman parte de nuestro círculo social; de igual manera, escuchamos, leemos y analizamos argumentos en los medios de comunicación e información, pero en todos los espacios estamos expuestos a las falacias.

Irving Copi define a las *falacias* como argumentos incorrectos, pero que pueden ser psicológicamente persuasivos por su estructura. La falacia posee un carácter convincente, ya que en apariencia percibimos que está bien construida, pero al analizarla con lógica, notaremos que entre las premisas y la conclusión no hay lógica posible.

En la Antigüedad, se decía que falacia y sofisma eran situaciones distintas, la falacia se entendía como aquello que se exponía sin la finalidad de mentir, sólo era una argumentación incorrecta. Mientras que el sofisma era un argumento, en el que estamos conscientes del engaño. En realidad, es muy difícil distinguir en la práctica si se argumenta con la finalidad de engañar o no; por ello, esta diferenciación está en desuso.

Las falacias suelen dividirse en formales e informales. Las formales son aquellas que tienen errores en su forma; es decir, que violan alguna de las estructuras deductivamente válidas. En este sentido, cualquier argumento inválido sería una falacia. Las de afirmación del consecuente y de negación del antecedente son las más comunes de este tipo.

Observa este mapa conceptual.



Observa las características de algunas falacias.

▼ Falacia contra la persona (*ad hominem*)

Su carácter es ofensivo, incurrimos en ella cuando atacamos a las personas y no a las ideas que proponen, en esta falacia se desprestigia a la persona por su apariencia o por algún rasgo de su personalidad.

Friedrich Nietzsche afirmó: "Lo que se hace por amor, acontece más allá del bien y del mal", pero es absurdo, él fue un filósofo machista.

▼ Apelación a la autoridad individual (*ad verecundiam*)

Con esta falacia, se apela a la autoridad de un experto, o bien, reconocemos cualidades que ante los demás lo vuelven poseedor de razonamientos importantes.

Los hombres dicen lo que las mujeres quieren escuchar, ya lo decía mi abuela, ella era mujer sabia y respetada por la comunidad.

▼ Falacia de apelación a la autoridad colectiva (*ad populum*)

En esta falacia no se apela a los expertos o autoridades en un tema, lo que hacemos es avalar por lo que dice la mayoría o la tradición. De esta forma, se acepta la conclusión.

— Denissita, ¿por qué pagaste para no hacer fila?, ¿te das cuenta que no es correcto?
— ¡Ay profe!, ¡no veo qué tiene de malo hacerlo! Si te das cuenta, todos lo hacen. Estoy segura que hasta tú lo harías si tuvieras prisa.

▼ Falacia de apelación a los sentimientos de temor o apelación a la fuerza (*ad baculum*)

La utilizamos cuando queremos defender una conclusión y convencer a toda costa a nuestro interlocutor, para lograrlo aducimos consecuencias desfavorables en caso de no aceptar nuestra conclusión.

En esta falacia, se recurre a la amenaza, dejando de lado el argumento razonado.

— No veo por qué estás de acuerdo con la adopción de niños realizada por familias homoparentales. ¿Acaso no te das cuenta de que las familias son padre, madre e hijos?, ¡eso será el principio del fin de nuestra civilización!

▼ Falacia de apelación a los sentimientos de piedad (*ad misericordiam*)

La usamos cuando en lugar de ofrecer razones apropiadas para que acepten nuestra tesis, echamos mano de explicaciones emotivas con la intención de generar compasión, piedad o benevolencia en nuestros interlocutores.

Profesora, le ruego por favor permita que mi hijo ingrese al plantel, sé que me comprometí a no llevarlo tarde nunca más, porque su aprovechamiento no ha sido el mejor por faltar tanto, pero es que no encontraba las llaves de mi automóvil y el pobrecito no sabe llegar a la preparatoria en transporte público, con tantos asaltos me da mucho miedo que sea víctima de la delincuencia. ¡Imagínese todo lo que hubiera pasado si lo envío en un taxi!

Ejemplos de reactivos

1. Identifica la falacia presente en el siguiente texto.

   Los niveles de contaminación llegaron a los 500 puntos IMECA, razón por la cual las autoridades han dicho que todos debemos quedarnos en casa, quien no cumpla esta instrucción será encarcelado por desobediencia.

   a) *Ad hominem* b) Círculo vicioso
   c) Ignorancia de la causa d) Recurso a la fuerza o *ad baculum*

   En este reactivo, la respuesta correcta se encuentra en el inciso d, recuerda que usar la amenaza para que otros hagan lo que deseamos es un recurso *ad baculum*.

2. ¿Qué falacia se muestra en el siguiente planteamiento?

Profesora, sé que mi hijo tomó el teléfono de su compañera, pero la sociedad exige que mi hijo tenga un aparato de esa calidad. Imagine qué sentiría usted si no pudiera tener un equipo así. Viviría traumatizada.

a) *Ad hominem* b) *Ad misericordiam* c) *Ad verecundiam* d) *Ad ignorantiam*

En este reactivo, se intenta generar empatía y benevolencia en la profesora, este recurso es una falacia de tipo *ad misericordiam*; por tanto, la respuesta se encuentra en el inciso b.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Si me levanto temprano y desayuno, entonces te paso a dejar a la escuela.

a) $\sim(p \wedge q) \Rightarrow r$ b) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ c) $p \wedge (q \Rightarrow r)$ d) $(\sim p \wedge q) \Rightarrow r$

2. Si y sólo si haces las reservaciones, entonces entraremos al concierto.

a) $\sim(p \Leftrightarrow q)$ b) $p \Rightarrow q$ c) $p \Leftrightarrow q$ d) $(\sim p \Leftrightarrow q)$

3. Si haces el examen y repruebas, entonces no vas de vacaciones.

a) $p \wedge (q \Rightarrow \sim r)$ b) $\sim(p \wedge q) \Rightarrow r$ c) $p \Rightarrow (\sim q \wedge r)$ d) $(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$

4. Si no trabajas y ganas tu propio dinero, entonces tendrás que esperar a que yo te lo dé.

a) $(\sim p \wedge q) \Rightarrow r$ b) $\sim(p \wedge q) \Rightarrow r$ c) $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow r$ d) $p \sim(q \wedge r)$

5. Si y sólo si sigues las indicaciones entonces podremos ir a Cancún y bucear.

a) $p \Leftrightarrow (q \wedge r)$ b) $(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim r$ c) $\sim p \Leftrightarrow (q \wedge r)$ d) $p \Rightarrow (q \wedge r)$

6. Selecciona un argumento inductivo.

a) Todas las mujeres son excelentes conductoras.
Dulce es mujer.
Por tanto: Dulce es excelente conductora.

b) Juan es un desdichado.
Pedro es un desdichado.
Enrique es un desdichado.
Miguel es un desdichado.
Probablemente, todos los hombres son desdichados.

c) Las canciones *Amor de mis amores, María bonita* y *Farolito* son de Agustín Lara.
Las canciones *Amor de mis amores* y *María bonita* poseen una hermosa estructura musical.
Probablemente, *Farolito* posee una hermosa estructura musical.

d) Todos los perros son rabiosos.
Jack es un rabioso.
Todos los perros son rabiosos.

7. ¿Qué función del lenguaje se muestra en el siguiente enunciado?

En caso de sismo no corra, no grite, no empuje.

a) Expresiva b) Directiva c) Informativa d) Poética

Objetivo: el estudiante distinguirá los conceptos de ética, moral, responsabilidad moral y valores.

Moral

La palabra *ética* tiene su origen en la cultura griega; su significado es diverso. En su sentido más antiguo, es entendido como el lugar donde se habita. Su origen etimológico proviene del término *êthika* de *êthos*, el cual se define como comportamiento o costumbre. En latín, ética se relaciona con *mos*, cuyo plural es *mores*, que por su significado equivale a *êthos*. Para Aristóteles, significó una manera de ser, carácter. De estas definiciones parciales, Adolfo Sánchez considera que se debe entender por "ética a la teoría o ciencia del comportamiento moral de los hombres en sociedad". En consecuencia, la ética se define como el estudio de las costumbres del hombre.

La ética tiene un sentido eminentemente filosófico. *Êthos* representa en la vida del hombre lo que cada persona puede modelar, construir o forjar en su manera de ser, donde los principios de conducta forman las bases con las que se conducen todos los días de su vida.

Aunque cada sociedad desarrolla sus propios modelos éticos de vida, se intenta que las reglas de conducta y los principios de comportamiento social logren la aceptación consciente, fundamentándose en el ejercicio de la razón.

Como una rama de la Filosofía, la ética se considera como la disciplina que se encarga del estudio de las *normas*, pues la conducta del hombre es su área de estudio. La Filosofía es diferente de cualquier ciencia exacta, como la Física, las Matemáticas, etcétera.

El estudio en las ciencias sociales requiere clarificar la relación existente entre principios éticos particulares y la conducta social, además de investigar las condiciones socioculturales que fomentan dichos principios.

El origen de la ética se encuentra en la reflexión sobre la vida inspirada en la bondad, los griegos la incorporaron como parte de la filosofía, estudiando las costumbres del hombre y determinando qué se puede considerar bueno o malo, para llegar así a lo que se puede calificar como moral o inmoral.

El término *moral* proviene del latín, sus raíces se encuentran en *morales, mos, mores*, que significan *costumbre*. Así, la palabra *morales* se aplicó a las normas específicas que regulan las acciones del hombre. Poca es la distancia entre ética y moral; ambas hacen referencia a hechos parecidos. Pero no son sinónimos, pues en esencia, su definición es distinta, aunque sean utilizadas en forma incorrecta frecuentemente.

La moral integra los juicios que permiten distinguir el bien del mal. Con ello, los actos de la conducta humana se rigen día a día, haciendo que cada persona se cuestione acerca de lo que debe o no hacer, pues los juicios morales se van adquiriendo a lo largo de la vida y se adoptan sólo si el hombre así lo quiere.

▼ Naturaleza

El fundamento de la moral se encuentra en prácticas sociales que tienen normas específicas, impuestas, obligatorias, legales y coercitivas. Como ejemplo, están los sentimientos como: la compasión, el temor, la piedad, el amor por nuestros semejantes, padres, hijos, maestros, etc., porque ellos, en su conjunto, forman nuestro mundo, en donde se ha dado nuestro desarrollo espiritual y físico a lo largo de la vida. La suma de todo lo anterior son las vivencias reales, que se van pasando de generación en generación, modificándose en cada sociedad y época. Aunque se debe aclarar que las normas morales son externas al hombre y se aprenden.

A diferencia de la moral, la ética obtiene sus normas de la conciencia y la voluntad, pues su origen está en la razón, ejercida en libertad, con las normas y los preceptos morales que el hombre adopta en su mentalidad y que, al ponerlos en práctica, permiten un proceso reflexivo con el que se puede elegir y justificar ante los demás y ante sí sus actos, haciendo la clara distinción entre el bien y el mal, para concluir lo que debe ser.

Con frecuencia, el hombre se enfrenta a conflictos morales, en los que debe aplicar en forma práctica, lo que sólo había sido una teoría en su esquema moral.

Normas

Una norma es una regla, un estándar o una medida; es algo fijo con lo que podemos comparar alguna otra cosa acerca de cuyo carácter, tamaño o calidad dudamos. Así, pues, una norma de moralidad será una regla, estándar o medida con la que podremos calibrar la moralidad de un acto, su bondad o su maldad. Es algo con lo que el acto deberá concordar positivamente, por ser moralmente bueno, de lo que habrá de discrepar para ser moralmente malo, y hacia lo cual habrá de ser neutral, para ser moralmente indiferente.

Una norma puede ser próxima o última. Para averiguar si un espacio mide un metro de largo, le aplicamos una escala métrica con el metro oficialmente reconocido, más allá del cual no se da apelación posible; como una fracción matemática concreta del metro que se conserva en París. Por regla general, la norma próxima o derivada es una norma directamente aplicable a lo que se quiere medir, y se tiene listo para el uso, al alcance de la mano; en tanto que la norma última y original es la última razón de que la norma próxima sea aquello que es. Teóricamente, la misma cosa puede realizar las funciones de norma tanto última como próxima. Es posible, en efecto, llevar una norma de moralidad; es un elemento de referencia con el que podemos comparar actos humanos, para averiguar su bondad o maldad. Una norma próxima es inmediatamente aplicable a actos, en tanto que la norma última garantiza la validez de la norma próxima.

Los problemas de las normas

Se ha mencionado que las normas se aprenden, que son la influencia externa que se recibe de la escuela, la familia, la Iglesia, en general de la sociedad; esto hace que cada hombre tenga en la conciencia un conjunto de principios, pero cada persona posee su punto de vista. En consecuencia, ante un mismo hecho existe una consideración diferente, el problema que provoca esta diversidad es: la pluralidad de sistemas morales.

La pluralidad de sistemas morales

Las normas morales que el hombre posee suelen ser tan diversas, que resulta complicado unificar los criterios sobre un hecho. Tal es el caso de hechos como: la adopción, el aborto, la eutanasia, etc. Aceptar o rechazar estas prácticas es el resultado de las normas morales que el individuo tiene y que son aceptadas o rechazadas en la sociedad que vive.

Responsabilidad moral

▼ Conciencia

Una de las metáforas cinematográficas de la conciencia es, sin duda, el momento en el que el hada madrina de Pinocho designa a Pepe Grillo como la conciencia de un niño recién creado de madera, quien debe acudir en auxilio del infante cada vez que lo escuche silbar. Esta imagen ficcional es comparable con la voz interior que se escucha cada vez que se debe decidir si un acto se realizará o no, casi como un consejo divino, mejor dicho, una determinación totalmente racional.

La palabra *conciencia* proviene del latín *conscio*, que se traduce como conocer. La *conciencia* también puede definirse como el juicio práctico de bueno o malo de la razón sobre un acto individual, que puede ser ejecutado o no, y su ejecución depende del dictamen de la conciencia, la cual se dirige hacia el camino de la rectitud.

El término *conciencia* puede ser aplicado de tres maneras:

- A los procesos que el intelecto sigue por medio de la razón para llegar a un juicio.
- Cuando se llega al juicio después de un proceso discursivo.
- A la facultad que posee el intelecto para calificar un acto como bueno o malo.

La conciencia moral contempla el conocimiento que se tiene acerca de las reglas morales, lo que faculta al hombre para darse cuenta si su conducta es moralmente valiosa o no. Se reconocen dos corrientes que explican el origen de la conciencia moral:

Innatista: la conciencia está presente en el momento que el individuo nace, es una cualidad de la naturaleza humana. Esta cualidad se le atribuye a la capacidad racional del hombre, o bien, a un don divino.

Empírica: la conciencia es el resultado de la acumulación de experiencias o cánones sociales, familiares, educacionales o culturales, a lo largo de la vida.

La conciencia puede servir al hombre como una guía para acciones futuras, para evitarlas o realizarlas. Con frecuencia, cuando se recuerdan acciones pasadas, nuestra conciencia experimenta la autoaprobación, que resulta en la satisfacción de que se hace, o bien, el remordimiento que genera un acto equivocado. Los principales actos de la conciencia son:

- Ordenar o prohibir un acto.
- Persuadir o permitir un acto.

Un ejemplo es la labor del soldado en época de guerra; la televisión y el cine ilustran con imágenes de noticieros y películas el ataque que los comandos emprenden contra los enemigos, pero en esta actividad, atacar es una obligación del sistema de combate que han aprendido; la conciencia moral del soldado queda inhabilitada, pues sus juicios morales lo conducen a:

- Experimentar sentimiento de culpa por sus actos.
- Sentir remordimiento por todos los actos ejecutados.
- Expresar arrepentimiento de lo hecho.

Clases de conciencia

Se estima que la conciencia presenta las siguientes modalidades.

- **Correcta**. La conciencia juzga, de manera clara y sin lugar a dudas, lo que es bueno o malo.
- **Falsa**. La conciencia juzga de manera equivocada como bueno, lo que realmente es malo, y como malo, lo que en realidad es bueno.
- **Cierta**. La conciencia juzga sin ningún recelo que lo contrario pudiera ser cierto.
- **Dudosa**. La conciencia titubea, por lo que no logra hacer un juicio, pues desconfía que lo opuesto pueda ser cierto.
- **Estricta o relajada**. En este caso, la conciencia realiza sus juicios en relación con la simpatía o exclusión que se haga de las reglas morales.
- **Perpleja**. La conciencia no se decide quedando en estado de ansiedad, particularmente si cree que su juicio provocará un mal con cualquier alternativa seleccionada.
- **Escrupulosa**. La conciencia atormenta al hombre, pues hace que las dudas reaparezcan, aunque ya se hubieran eliminado con anticipación.

Ejemplos de reactivos

1. Se llama así al resultado de establecer un compromiso consigo mismo y con los demás y permite hacer frente a las consecuencias de los actos que hemos realizado.

a) Responsabilidad b) Moral c) Ética d) Conciencia

En este reactivo, la respuesta correcta se encuentra en la opción a, ya que la responsabilidad implica aceptar las consecuencias de nuestros actos.

2. Identifica los enunciados con contenido moral.
   I. María lava la ropa todos los viernes.
   II. Juan ayuda a los damnificados con sus recursos.
   III. Martha coloca la basura en los contenedores adecuados.
   IV. Jimena ayuda a una anciana a cruzar la calle.
   V. Humberto realiza una bonita portada.

   a) I y III b) II y IV c) I y V d) III y IV

   En este reactivo, encontramos actos morales en las opciones II y IV; por ello, la respuesta correcta es el inciso b.

Libertad

En las sociedades contemporáneas, hablar de libertad es referirse a uno de los valores más preciados, cuya importancia no puede ser cuantificada por su trascendencia, sobre todo, cuando se observan los cambios que vive la humanidad en el ámbito mundial. Si bien es cierto, la libertad es un bien inestimable del que todos hablan, históricamente la humanidad siempre ha buscado alcanzarla, fomentarla y preservarla, porque se considera parte fundamental del mundo moral.

En términos jurídicos, se priva de su libertad a una persona cuando está presa o no puede moverse con libertad, pero para haber llegado hasta ese nivel, tuvo de haber pasado por un proceso en el que se comprobó que infringió la ley humana, haciéndola merecedora de una sanción. Sin embargo, el concepto de libertad no se limita a esta concepción, pues hablar de libertad implica uno de los pilares de la vida ética.

Muchos no ven oposición alguna entre libertad y ley. Dicen que el objeto de la ley está en hacer posible el ejercicio de la libertad, que la función de la ley no está en imponer restricciones innecesarias, sino en dirigir a los individuos hacia su fin último, sin destruir su voluntad libre.

Clases de libertad

Algunas clases de libertad que corresponden a varias clases de ataduras de las que se puede liberar son:

- Libertad de espontaneidad.
- Libertad de elección.
- Libertad de independencia.

Siendo una atadura moral, la ley es sólo una restricción de la última clase de libertad y, aun en este caso, únicamente del abuso de libertad. Sin la guía de la ley, la libertad se convierte en licencia.

El ser humano posee la capacidad de asumir el control de su vida, ejerciendo esta posibilidad con acciones determinadas, las cuales se depositan en la capacidad de elegir. Dicho albedrío es una cuestión moral; por tanto, totalmente personal. Elegir implica enfrentar al hombre con decisiones que contribuyan a su auténtico crecimiento moral, alcanzando la verdad y, en consecuencia, el conocimiento de la libertad.

Posturas de la libertad

Desde la perspectiva filosófica, existen tres posturas acerca de la libertad:

El determinismo

Corriente representada por el Barón d'Holbach en el siglo XVIII, "todo se halla causado y, por consiguiente, no hay libertad humana y, en consecuencia, responsabilidad moral". Con esta frase, se afirma que todo en el mundo tiene una causa. Esta postura está apoyada por la ciencia y la experiencia de la vida cotidiana, por lo que debe considerarse que los actos humanos son una serie de hechos encadenados que, de manera universal, pueden explicar el mundo.

El libertarismo

Corriente que afirma que la libertad significa que el hombre tiene la capacidad de decidir y obrar como quiera; es decir, el poder para actuar de modo diferente como lo ha hecho si así lo hubiera decidido o querido. Esta postura es contraria a lo propuesto por el determinismo.

La dialéctica de la libertad y de la necesidad
Las explicaciones de los puntos anteriores representan posturas contrarias; por ello, trataron de ser resueltas por Spinoza, Hegel, Marx y Engels; cada uno ofrece como respuesta lo siguiente:

Spinoza
El hombre forma parte de la naturaleza, por lo que está sujeto a las leyes universales de la necesidad, y no puede desprenderse de ellas. El mundo exterior provoca en el hombre un estado psíquico, identificado por Spinoza como "efecto" o "pasión". Pero el hombre que vive de esta forma no puede considerarse libre, pues está limitado por las causas externas que lo rodean. Dejar este estado de esclavitud para conocer la verdadera libertad requiere que el hombre tenga conciencia de la necesidad que lo lleva a actuar así y comprender, de esta forma, que lo que ocurre es necesario.

Hegel
Coincide con Spinoza, al afirmar que la libertad no se opone con la necesidad, pero coloca la libertad en relación con la historia, pues afirma que depende de cada época. Para que el hombre esté consciente de la necesidad que vive, depende de la época y del grado de desarrollo de su espíritu.

Marx y Engels
Aceptan las propuestas que exponen Spinoza y Hegel, además de considerar que la libertad no se limita a su historicidad o a la relación de la libertad como conciencia de la necesidad, pues la libertad conduce al hombre a dominar la naturaleza que le rodea y su propia naturaleza, conduciéndolo a una actitud transformadora.

La idea de que el hombre puede alcanzar el perfeccionamiento descansa en la libertad, esa aptitud humana para gobernar racionalmente su vida y conducta.

▼ Autonomía y heteronomía

Emmanuel Kant y el siglo XVIII
El siglo XVIII, en Europa se vivía el Siglo de las luces, llamado así porque el pensamiento ilustrado se desarrollaba, aparecían pensadores como Rousseau, Smith, Leibniz, Newton, Kant y muchos más. Para Kant, la *Ilustración* se define como: "Ten valor de servirte de tu propia razón". Hay que recordar que durante este periodo histórico, se impone la razón a la fe.

En este ambiente cultural aparece la *Enciclopedia*, cuya valía radica en ser el instrumento de lucha que se opuso a las ideas tradicionales en política, sociedad, economía, e incluso, religión. Uno de los creadores de la *Enciclopedia* fue Diderot, quien define su obra como: "el carácter de un buen diccionario debe ser el de cambiar la manera general de pensar", dejando de manifiesto la actitud crítica de la Ilustración.

De la obra filosófica escrita por Emmanuel Kant destacan diversos títulos, entre ellos:

Crítica de la razón pura
Crítica de la razón práctica
Crítica del juicio
Los prolegómenos a toda metafísica futura
Metafísica de las costumbres
La religión dentro de los límites de la razón
La paz perpetua

La crítica de la razón práctica
En *Crítica de la razón práctica*, Kant establece los fundamentos que explican los hechos de la vida moral, partiendo de la conducta del hombre. A lo largo de la vida se aprenden formas de comportamiento que se resumen en frases como: "no robarás", "amarás a tu padre y madre", etc., estos son imperativos, órdenes que no dejan lugar a dudas y cuya observancia es obligatoria. Kant difiere en esta concepción clásica, pues considera que los fundamentos de Epicuro y Platón son inconsistentes, ya que ellos argumentan:

Epicuro: la interpretación que hace parte de lo que sucede, de hecho, en la naturaleza, para decir lo que se debe hacer en la acción.

Platón: argumenta que saber qué es el mundo metafísico y entender que las ideas son racionales y que el mundo de las ideas deben servir de modelo, conducen al hombre, sin lugar a dudas, a orientar su vida por la razón.

Kant llama a estas posturas: *morales heterónomas*, pues en ambos casos se parte de lo que *es*, para llegar a lo que se *debe hacer*, lo que constituye un error, ya que dichas posturas morales parten de algo que en esencia no es moral, además de que se basan en una deducción lógica falaz. Kant resume su postura argumentando la imposibilidad de establecer juicios de valor de existencia, pues "no es posible decir lo que debe hacerse a partir de lo que se hace de hecho". La razón indica que de lo que es, sólo se puede deducir lo que es, no lo que debe ser.

Para Kant, lo opuesto a la moral heterónoma es la *moral autónoma*, la que define como: "la autonomía de la voluntad es el único principio de todas las leyes morales y de los deberes conforme a ellas", por lo que sus principios fundamentales son: voluntad libre y deber, pues cada persona "es lo que es", o bien, "debes lo que debes".

Kant explica la diferencia entre la moral heterónoma y autónoma considerando los imperativos, hipotéticos y categóricos.

Los imperativos hipotéticos
Dependen de una hipótesis inicial para llegar a un resultado obligado, aunque su planteamiento es moralmente dudoso, e indudablemente corresponden a la moral heterónoma, sirva como ejemplo el siguiente juicio:

"Si robo, seré encarcelado."

Los imperativos categóricos
En sus enunciados, proponen una moral totalmente autónoma, fundamentada en la libertad absoluta de la voluntad y en la ley del deber moral puro. Kant dice al respecto:

> "Obra de tal modo, que la máxima de tu voluntad pueda valer siempre, al mismo tiempo, como principio de una legislación universal."

Valores

Axios, palabra griega que se traduce como valor, utilizar la palabra *valor* implica una serie de concepciones tan diversas que van desde un objeto altamente estimado por su significado emocional, pasando por bienes monetarios contenidos en una cuenta bancaria, e incluso, puede hablarse de actos humanos que se consideran trascendentes, o bien, de juicios que permiten establecer la diferencia entre lo bello, bueno, verdadero, fuerte, etcétera.

Al pensar en la aplicabilidad del concepto *valor*, se debe partir de lo que puede ser considerado como verdaderamente valioso, cuál es su utilidad y cuáles son los requisitos que debe cubrir para poder alcanzar este estatus. En este sentido, es pertinente definir las diversas posibilidades de valores existentes y qué las distingue entre sí.

➤ El valor económico

El término *valor* aplicado a la economía fue utilizado por Marx, quien proporcionó las características esenciales que lo distinguen. Pero la explicación ofrecida por este filósofo es determinante. Para entender en forma general qué es un valor, su exposición parte de explicar que un objeto es útil para el hombre cuando satisface una necesidad, por lo que tiene un valor de uso. Un ejemplo es un lienzo de seda, que adquiere valor en el momento que puede ser utilizado por sus características sensibles o materiales. Su valor de uso sólo existe, cuando la tela propiamente es utilizada en la confección de un objeto (mercancía).

En el ejemplo anterior, están los dos elementos esenciales del *valor*; por una parte, las propiedades materiales de la seda como objeto, y, por el otro, el valor que le proporciona el sujeto que usa la mercancía.

De lo anterior se concluye que el valor de uso de un objeto natural sólo es posible para el hombre, pues él como ser social lo sabe apreciar. El objeto posee propiedades que lo distinguen en sí mismo, sólo adquiere un valor estimativo práctico, cuando es apreciado por el hombre.

Para que un objeto tenga valor de uso es necesario que sirva para satisfacer una necesidad humana, independientemente si es un producto natural o es el resultado del trabajo humano. Pero cuando dicho producto también puede ser intercambiado, en ese momento adquiere el carácter de mercancía y, en consecuencia, adquiere un doble valor: valor de uso y valor de cambio. El valor de cambio de una mercancía se obtiene al compararlo con otras mercancías y no tiene que ver con el uso que se le vaya a dar, pues no importa la necesidad que pueda satisfacer, lo que interesa es el valor de cambio para el hombre.

En las sociedades capitalistas, donde el mercado rige el precio de una mercancía, para fijar su valor monetario, se evalúan las propiedades útiles, el trabajo necesario que implicó dicha mercancía y la relación que tiene con las necesidades del hombre.

El valor de uso y de cambio de una mercancía está determinado por la relación que guarda con el hombre, ya sea con una propiedad humana o social.

Para Adolfo Sánchez Vázquez el *valor* se define como:

> "El valor no lo poseen los objetos de por sí, sino que éstos lo adquieren gracias a su relación con el hombre como ser social pero los objetos, a su vez, sólo pueden ser valiosos cuando están dotados efectivamente de ciertas propiedades objetivas".

➤ Los valores morales

Un *valor*, en términos generales, hace referencia a cualquier bien que atrae de cualquier manera; los valores humanos sólo se presentan en el hombre libre que realiza actos voluntarios, su carácter es universal y hacen que la persona sea buena. Los valores morales ocupan el sitio más elevado en el ideal de la vida humana. Aunque su problemática radica en su objetividad y subjetividad.

▼ Subjetivismo

Volviendo al ejemplo inicial, un lienzo de seda adquiere valor cuando un hombre como ser social se interesa en él, proporcionándole un valor de uso y cambio, pero, considerarlo así es totalmente subjetivo, puesto que limita el valor del lienzo a un estado psíquico subjetivo; es decir, a una vivencia.

La subjetividad de la relación entre el objeto y sujeto radica en que el hombre se dé cuenta de que hay una relación psíquica que le da valor a las cosas por el deseo o necesidad de poseerlas, haciendo que su posesión sea lo mejor para él.

El subjetivismo argumenta, de manera acertada, que el valor del objeto se traslada al sujeto, de tal forma que el sujeto es afectado si posee dicho objeto o no. Por ejemplo, la adquisición de un cuadro, sólo tiene importancia por la satisfacción que proporciona a su propietario la certeza de saber que es suyo.

En la explicación del valor subjetivo de las cosas, no se considera que los objetos poseen propiedades naturales o creadas por el hombre que pueden inducir al mismo hombre a considerar que el objeto posee valor en sí mismo. Tampoco contempla que el hombre, como sujeto social, sigue los lineamientos que la sociedad a la que pertenece le marca, y como individuo pertenece a una época histórica que lo determina.

El subjetivismo axiológico fue propuesto por autores como R. B. Perry, I. A. Richards, Charls Stevenson y Alfred Ayer, en oposición al planteamiento del subjetivismo, autores de la filosofía clásica como Platón o autores alemanes como Max Scheler y Nikolai Hartman, los cuales afirman que "los objetos son valiosos por sí mismos, independientemente de la relación que pudieran o no, establecer con el sujeto".

Para el objetivismo, existen dos tesis fundamentales que lo caracterizan de manera definitiva:

- La distancia absoluta que existe entre el valor que se le da a un objeto y la realidad del valor que posee, frente a los bienes en los que se encarna dicho valor. La afirmación anterior se sustenta en el hecho de que:
    - Los valores son permanentes en sí mismos, por lo que son inmutables, puesto que cambian con el tiempo, algo que no ocurre con las cosas. También son absolutos, imperecederos e incondicionales.
    - Los valores son independientes de los bienes que pudieran poseerlos, ya que pueden existir sin que se encuentren en objetos reales.

- O Los bienes sólo son importantes por el valor que encarnan.
- O La existencia de los valores se interpreta como un ideal a alcanzar.

• La independencia del valor del objeto en relación con cualquier sujeto que pudiera llegar a poseerlo. De ésta, en la segunda tesis se deduce que los valores…

- O Existen en sí y para sí, y no para el hombre.
- O No requieren ser representados en bienes.
- O No tienen cambios históricos o inadvertencia de la importancia que tienen los valores que afecten la existencia intemporal, incondicionada y absoluta de los valores.

▼ Objetivo y subjetivo

Si se comparan las características que distinguen el objetivismo frente al subjetivismo, encontraremos que existe una oposición radical entre la concepción que se tiene entre el valor-bien y valor-existencia humana. Entre esto, hay que recordar que el objetivismo le otorga al valor un carácter absoluto, incondicionado e intemporal. Mientras que para el subjetivismo el valor existe cuando el hombre lo otorga. En ambos casos (objetivismo y subjetivismo), no se logra desentrañando una explicación del modo de ser de los valores, pues no pueden ser reducidos a vivencias humanas (subjetivismo), o bien, a una existencia independiente y autónoma (objetivismo). El hombre crea los valores y los bienes que representan en la sociedad que vive. Los valores son creaciones humanas que sólo existen y son realizables por y para el hombre.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. La función de la conciencia moral es:

a) Analítica b) Deductiva c) Práctica d) Teórica

2. Se le define como el estudio de las costumbres del hombre:

a) Libertad b) Ética c) Norma d) Conciencia

3. Es una medida, estándar o regla, con la que se puede hacer una comparación:

a) Libertad b) Ética c) Norma d) Conciencia

4. Permite que las personas actúen con su propio criterio, ejerciendo las normas morales que han aprendido:

a) Libertad b) Ética c) Norma d) Conciencia

5. Es el juicio práctico de bueno o malo de la razón sobre un acto individual, que puede o no realizarse:

a) Ética b) Norma c) Conciencia d) Libertad

6. Se encarga del estudio de las costumbres del hombre y de su comportamiento en sociedad.

El concepto anterior hace referencia a:

a) Filosofía b) Ética c) Moral d) Estética

7. Catalina observa el deterioro físico de su madre. Después de consultar a dos especialistas sabe que no hay posibilidad de que su madre mejore, entonces decide que se le practique la eutanasia.

El texto anterior hace referencia a:

a) Los valores morales
b) Los medios para llegar a un fin
c) La pluralidad de los sistemas morales
d) Los problemas de las normas

8. Cada mañana observa en el espejo su rostro y se pregunta, ¿por qué debo ir a trabajar todos los días, llevar traje y corbata...?
El texto anterior ilustra:

a) Obligación moral
b) Libertad de independencia
c) Libertad de elección
d) Libertad de espontaneidad

9. La moral integra la totalidad de normas que se aprenden del exterior, en cambio, la ética incorpora las normas que surgen del interior del hombre, como reflejo de su capacidad racional.
El fragmento anterior habla de:

a) La moral
b) La ética
c) La diferencia entre moral y ética
d) La similitud entre moral y ética

10. *Obra de tal modo que la máxima de tu voluntad pueda valer siempre, al mismo tiempo, como principio de una legislación universal.*

No matarás.

Los fragmentos anteriores ilustran:

a) Imperativos
b) Imperativos hipotéticos
c) Imperativos categóricos
d) Postulados

11. *Si robo, seré encarcelado.*

Si quieres llegar a viejo, debes seguir consejo.

Los fragmentos anteriores ilustran:

a) Imperativos
b) Imperativos hipotéticos
c) Imperativos categóricos
d) Postulados

12. Por la postura subjetiva del valor, éste...

a) únicamente puede existir si alguien lo percibe; es decir, si hay un hombre que lo valore.
b) se genera de una cualidad común en los objetos que se llaman *valores*.
c) no existe sólo para las formas de vida buenas moralmente y responsables.
d) existe sin limitaciones del sujeto que valora; es decir, sin la necesidad de una persona.

Unidad 1 Lógica

Unidad 2 Ética

Unidad 3 Disciplinas y problemas de la Filosofía

Objetivo: el alumno distinguirá el papel de la estética, la ontología y la epistemología como disciplinas filosóficas.

Estética

Se llama *estética* a una rama de la Filosofía relacionada con la percepción y esencia de los conceptos belleza y fealdad, aunque en términos de la Filosofía clásica, y en particular para Kant, se entiende como teoría de la percepción sensible.

Para explicar con claridad qué significa estética y cuál es su campo de estudio, es indispensable decir que con la Filosofía cada hombre logra dar sentido a todo lo abstracto que le rodea. De la misma manera, sucede en un lienzo que asciende al rango de pieza artística en el momento que la conciencia humana lo identifica como tal. Puesto que todo hombre, en la medida de su capacidad, filosofa, busca llegar a saber, utilizando para ello la razón.

Al revisar la historia de la humanidad, encontramos a la Filosofía como una forma de buscar el saber, es mucho más antigua que la ciencia, pero considerablemente más nueva, si se compara con el descubrimiento del fuego, la fundación de los primeros pueblos o la invención de un código de lenguaje que permitiera al hombre comunicarse con eficiencia en forma oral y escrita.

Se considera cultura a la totalidad de actividades que realiza el hombre buscando su perfeccionamiento. El mapa histórico nos muestra que el desarrollo cultural en las diferentes regiones de la tierra es diverso, esto se debe a una multiplicidad de factores, entre los que se encuentran la economía, la religión, la forma de gobierno, el clima, etcétera. Todos ellos, en suma, conforman una cultura, por lo que griegos, romanos, egipcios, etcétera reciben la denominación de cultura, que aportó en su momento un saber que perdura hasta nuestros días, la cual sigue maravillando al contemplar sus construcciones arquitectónicas o sus obras de arte.

Es posible que la estética proporcione los parámetros para diferenciar lo bello de lo sublime. Para entender cómo opera un juicio estético, se debe partir de dos disciplinas que se relacionan con la estética. Hay que considerar, en primer término, la psicología del arte, pues entre sus temas de investigación busca explicar cómo el hombre responde al color, sonido, forma, línea y palabras, haciendo que su respuesta esté ligada directamente a sus emociones. En segundo término, la crítica es la encargada de analizar en las obras de arte su estructura, problema y significado, comparándolas para evaluarlas frente a otras obras.

En 1753, la palabra *estética* fue utilizada por el filósofo alemán Alexander Gottlieb, pero desde la época clásica ya se había contemplado su importancia. En especial, el siglo XIX abrió la posibilidad de que los artistas contribuyeran con sus opiniones a definirla.

La estética también se ocupa de investigar si las cualidades de belleza o fealdad se encuentran de forma objetiva presentes o ausentes en las cosas que percibe el hombre, o si sólo están en la mente del individuo; en resumen, se puede considerar que la estética tiene como objetivo demostrar si los objetos se perciben de manera peculiar, o bien, si los objetos tienen cualidades estéticas.

▼ La Estética como disciplina filosófica

Para Miguel Bueno, la Filosofía se encarga de explicar la cultura, por lo que el contenido de ésta no puede ser otra cosa que la cultura como producto del trabajo humano, pues en cada obra se reflejan los pensamientos y actos del hombre que dieron origen a dicha obra.

En palabras de Emmanuel Kant, la *cultura* tiene caminos infinitos, transitados por el hombre, al ir creando a lo largo de los siglos obras valiosas que, en su conjunto, constituyen la cultura. La Filosofía se vale de la Lógica, ética y estética para explicar qué es cultura.

En la historia del arte, se ha entendido a la estética como un proceso de apreciación que ha evolucionado a la par de la humanidad. Desde la óptica tradicional, en los siglos XVIII y XIX, se consideró como estética toda imitación de la naturaleza; en forma evidente, se puede detectar por medio de la Literatura toda orientación artística por época; así, en el clásico, neoclásico, Romanticismo y realismo (movimientos artísticos vividos entre los siglos XVIII y XIX), se pueden apreciar descripciones de la naturaleza que van desde lo sencillo hasta lo extremo.

Hasta el siglo XIX se habían reconocido la pintura, escultura, arquitectura, música, Literatura y danza, como bellas artes. Fue hasta el final de este siglo cuando el cinematógrafo se perfeccionó, convirtiéndose así en el séptimo arte.

▼ Valores estéticos

Definir cuáles son los valores estéticos es un problema muy arcaico, pues desde la Antigüedad clásica se ha querido establecer. La filosofía del arte considera que la "belleza" es lo más importante, pues su observancia se hace de manera objetiva y concreta en la obra. Para el sujeto que tiene la oportunidad de apreciar una obra de arte (sin importar a qué disciplina pertenezca), se hace posible gozar la armonía que brota de la pieza artística; por medio de la contemplación, creación e interpretación puede entenderse el sentido artístico de la pieza contemplada.

Los valores estéticos intentan crear en el hombre la idea de lo "bello", pero cada obra, en su conjunto, representa emoción, impresión e incluso utilidad.

▼ Naturaleza del juicio estético

Pensemos por un momento que has tomado clases para ser escultor. Después de largo tiempo de trabajo y estudio, donde has aprendido diversas técnicas, volviéndote experto en estudios anatómicos, logras hacer un trabajo que deja satisfechas todas tus expectativas. Al tiempo que tu obra quedó terminada, se publica la convocatoria de un concurso, donde el primer premio dará la posibilidad al ganador de seguir estudiando un curso de especialización. Al revisar los trabajos concursantes, encuentras que un adolescente de 14 años ha presentado una pieza que tiene el mismo tema que la tuya; él es principiante. De hecho, es el primer trabajo que se anima a presentar en público. Cuando los jurados dan su veredicto, ese chico gana el concurso. En ese momento, posiblemente te cuestiones ¿por qué?, ¿qué criterio siguieron los jueces?, ¿por qué no ganó tu trabajo?, ¿qué le faltó? Ante este cúmulo de cuestionamientos se debe entender que el arte es una expresión humana que busca comunicar un mensaje que no está necesariamente ligado a la idea popular de belleza. En el caso del adolescente que ganó el concurso, el jurado hizo un juicio de la obra, un juicio de gusto.

En los bordados artesanales hay una muestra, pues por más que se le parezcan los bordados hechos en máquina, no tienen la misma calidad y terminado, pues al ser producto del trabajo humano existen indicadores propios de ellos.

La estética es la belleza visual que transmite una obra, aunque estrictamente no se limita a un solo sentido, pues de la misma manera, hay una percepción estética al escuchar una obra sinfónica o degustar un platillo que ha sido presentado de manera atractiva; en ambos casos, se produce un efecto particular.

▼ La Estética y la producción artística

Saber si la estética y el arte se pueden unir tiene como respuesta categórica que sí, aunque el arte no necesariamente tiene que ser estética. En algunas obras pictóricas contemporáneas hay una percepción visual antiestética, pero que, por su contenido, se les da la categoría de obras de arte.

Ejemplo de reactivo

Identifica el juicio estético.

a) La mochila tiene un color extraño.
b) La construcción del Palacio de Minería refleja los intereses de la sociedad de la época.
c) El amor es divino.
d) Las sinfonías de Beethoven utilizan un ritmo contrapuesto, lo que las hace únicas e inconfundibles.

En este reactivo la respuesta correcta se encuentra en el inciso d.

Recuerda que todo juicio es ético y tiene una valoración objetiva y concreta de la obra.

Ontología

La Ontología como disciplina filosófica

Para Aristóteles, la Filosofía era una forma de expresar el desarrollo espiritual de la sociedad griega. En forma especial, en el proceso educativo, descansaba dicha responsabilidad.

Las palabras "bien" y "belleza" eran términos inseparables en el discurso educativo en Filosofía. Por ello, Aristóteles habla del bien supremo como un ideal que podía ser alcanzado por el filósofo.

Posteriormente, es Platón quien define como:

> Frónesis: "al saber, ser bueno y ser bello, como la norma suprema, el primer rango entre todas las virtudes".

Es con los presocráticos que la filosofía buscaba la explicación fundamental al principio que da sentido a todas las cosas. Los principales filósofos propusieron:

La búsqueda de la verdad —que no deje lugar a dudas— fue tarea de los filósofos griegos, particularmente Heráclito y Parménides, quienes la llamaron *aletheia,* por sus raíces griegas, también puede definirse como desocultamiento, otras formas de entender *aletheia* son:

- Verdad plena que se obtiene de las cosas, en la que se descubre el ser que le da sentido.
- Lo incognoscible del ser.

Problemas centrales de la Ontología (ser y existencia)

Parménides de Elea (515-440 a. C.)

Filósofo griego de la escuela eleática. En su interpretación del ser, le proporciona una serie de atributos demostrables. Esta forma de razonamiento lógico es el primer método lógico conocido en la historia de la Filosofía de occidente. Al igual que Heráclito, Parménides buscó llegar a la verdad.

Iniciar el tema para clarificar qué es el ser requiere definir su concepto, se puede entender el ser como:

- La idea o realidad más general de todas.
- Lo que la Lógica no puede definir.
- El objeto de estudio de la ontología.
- Lo que se opone al devenir.
- La inmovilidad al cambio.
- En la Filosofía cristiana, el ser equivale a Dios.

Parménides consideró que el ser era: único, presente, indivisible, imperecedero, homogéneo, limitado, inmóvil y permanente en sí mismo. Para demostrarlo, escribió textos como *Sobre la naturaleza,* donde afirma que "el ser es uno, continuo y eterno".

Para sustentar la propuesta deduce que:

> "Tampoco es divisible, puesto que es todo igual, ni hay más en ninguna parte, lo que le impediría ser continuo, ni menos, sino que todo está lleno de lo que es. Por esto es todo continuo: porque lo que es

toca a lo que es. Y además está inmóvil entre los cabos de grandes cadenas, sin principio, ni cese... Es lo mismo, yace en sí mismo, y, así, permanece, trabados los pies, en el mismo sitio, pues una poderosa necesidad le tiene sujeto en las cadenas del límite que lo detiene por ambos lados. Por lo cual no es lícito que lo que es sea infinito, pues no es carente de nada. Mientras que siéndolo carecería de todo."

En resumen, la *ontología* se define como *el estudio del ser en cuanto ser.*

Epistemología

Caracterización de la Epistemología

Epistemología: teoría del conocimiento, doctrina acerca del origen de las ideas, la estructura y la validez del conocimiento.

La epistemología como parte del estudio filosófico del conocimiento se encarga de explicar los procesos que se llevan a cabo para conocer.

Estudiar el proceso de conocer implica:

- La posibilidad de conocer.
- Donde tiene su origen el conocimiento.
- Cuál es la esencia del conocimiento.
- Determinar las formas del conocimiento.
- Diferencias y puntos de coincidencia entre saber y conocer.

Al estudiar el conocimiento, se han desarrollado los siguientes puntos de vista:

- Psicológico
- Lógico
- Ontológico

El origen del conocimiento

Existen dos líneas fundamentales para hablar del origen del conocimiento (empirismo y racionalismo). En primer término, el empirismo sostiene que:

- Roger Bacon y Francis Bacon, ambos filósofos positivistas, afirman que el conocimiento científico es inductivo.
- Epicuro, Berkeley y Hume afirman que el conocimiento humano se inicia desde los datos sensibles hasta llegar a las ideas abstractas.

Roger Bacon (doctor Mirabilis), Ilchester (Reino Unido). 1220-Oxford, íd, 1292

Considerado el mayor reformador medieval de las ciencias experimentales, Roger Bacon consideró la experiencia, y no el razonamiento, como fuente de la certeza, y acentuó la importancia de las Matemáticas en la búsqueda de las leyes que rigen la naturaleza.

Las causas del error

Al inicio de su obra discute las causas del error, entendiéndolas como:

- El ejemplo de una autoridad frágil y mal asentada.
- La larga duración de las costumbres.
- La opinión del vulgo ignorante.
- El encubrimiento de la propia ignorancia en las demostraciones de una sabiduría aparente.

Básicamente, considera que el error surge por no querer llevar a sus últimas consecuencias el espíritu analítico que necesita la ciencia y el querer sustituir una sabiduría falsa, que surge de la aceptación de las autoridades, costumbres o creencias del vulgo, ignorando que la verdadera ciencia se inicia en la razón y la experiencia.

Bacon y la ciencia
Como teólogo consideró que la verdad se obtiene por los caminos de la teología y la fe, pero también establece que la ciencia debe tener (en un futuro), métodos específicos y dedicarse a buscar las verdades universales que la matemática ofrece, al estudio de los fenómenos naturales de la experiencia.

> "Cada duda se resuelve por aquello que es cierto, y cada error se suprime con la genuina verdad. Pero en la matemática podemos alcanzar la plena verdad sin error, y una certeza, sin duda, en todas las cosas, pues en ella es posible que una demostración sea dada por medio de la causa que le es propia y necesaria, y la demostración hace que la verdad sea conocida."

Bacon pretendía utilizar esta "ciencia de transformar los fenómenos" para posibilitar una reorganización del mundo en la estructura de una "república cristiana", en que la Filosofía había de quedar bajo la teología. Lo que para este teólogo es "ciencia", en la actualidad sería considerado Filosofía especial.

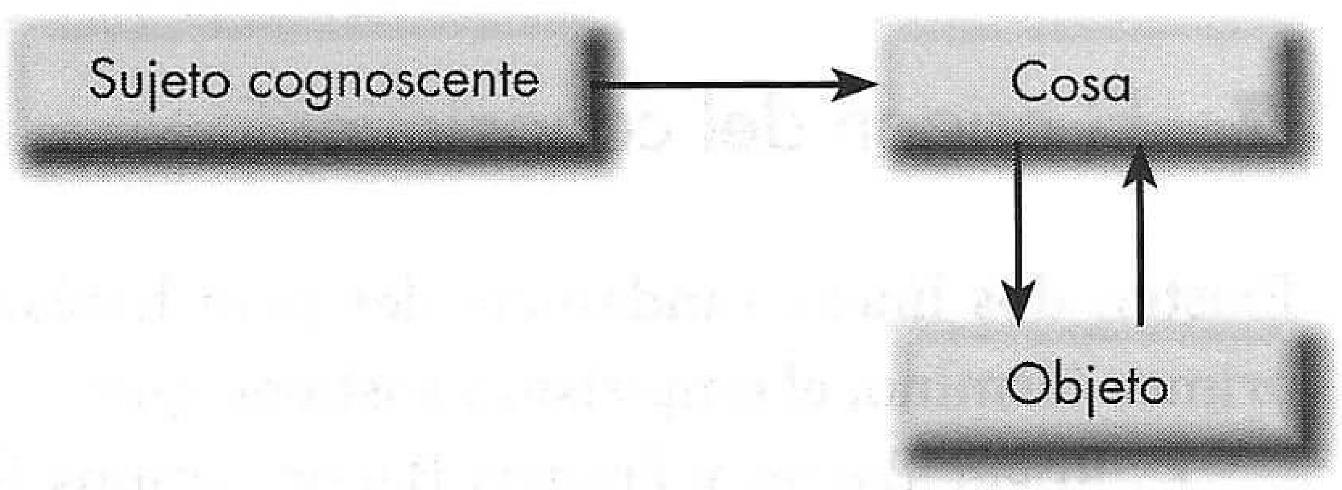
Bacon y las Matemáticas
La propuesta de Bacon de incorporar las Matemáticas para encontrar resultados veraces en el estudio de la naturaleza ofrece un adelanto, para lo que sería más tarde el desarrollo de la ciencia moderna. En un sentido estricto, las Matemáticas, en palabras del propio Bacon, deben ir acompañadas de un espíritu experimental, ya que sólo así se podrá conocer suficientemente un fenómeno.

John Locke, George Berkeley y David Hume
El empirismo moderno afirma que el conocimiento tiene su origen en la experiencia y no en la razón.

Racionalismo
Esta escuela filosófica establece que:

- Desde el punto de vista de la metafísica, la razón es la esencia del hombre.
- Desde el punto de vista de la epistemología, las ideas son innatas.

▼ Elementos del conocimiento



Los elementos esenciales del conocimiento son:

- Un sujeto cognoscente.
- Un objeto por conocer.
- La relación recíproca e indisoluble entre sujeto y objeto.

Para explicar en términos simples el esquema anterior, se debe partir de una situación específica: una "COSA" es todo lo que existe, lo veamos o no. En este momento, si se quisiera saber, ¿cuántos ríos hay en México?, la respuesta sería imprecisa en la mayoría de los casos, por el hecho de no saberlo, pues los ríos no dejan de ser cosas reales, aunque escapen a nuestra inteligencia. Pero si modificamos la pregunta a: ¿cuántos ríos conoce?, la respuesta sería clara y determinada por la experiencia, en el momento que el rango de respuesta se limitó a una cantidad específica, dichos ríos pasaron de la categoría de cosa a convertirse en objetos.

En el proceso cognoscitivo, el sujeto cognoscente requiere de un objeto por conocer, ambos son coexistentes, pues el uno sin el otro no podría existir, ya que si alguno de ellos faltara, no habría posibilidad de relación.

La función del sujeto es aprehender del objeto, mientras que el objeto, por su naturaleza, tiene como función ser aprehendido por el sujeto.

▼ Tipos de conocimiento (cotidiano y científico)

➤ Introducción
Cuando se es niño la primera inquietud que surge es la de explorar el mundo. Un bebé que gatea recorre las habitaciones utilizando sus sentidos para explorarlas, aprenderá que introducir los dedos en los contactos de la luz resulta doloroso, que jalar la cola de los gatos puede ser peligroso y que si quiere obtener una respuesta

rápida de sus padres debe llorar; también es posible que si frente a él apareciera un insecto de aspecto repulsivo no le produzca ningún efecto, pues en su experiencia no se registran los prejuicios que comúnmente se asocian a los insectos.

Estas experiencias se van acumulando en su memoria y difícilmente las podrá olvidar, pues en cada una de ellas hay un aprendizaje. Esta actitud ante el mundo no termina; por el contrario, se incrementa y se vuelve más compleja, pues al desarrollarse e incorporarse a la vida familiar aprende cada día reglas de comportamiento, tradiciones familiares, formas para demostrar sus afectos y también la manera de exponer lo que le desagrada. Ese bebé al crecer dejará de llorar para empezar a pedir lo que desea a sus padres, impedirá que sus hermanos menores introduzcan los dedos en los contactos de luz o jalen la cola del gato. En resumen, se convierte en un ser con historia propia y con una serie de experiencias que le han permitido aprender, ratificando que el hombre es un animal racional.

a) Formas del saber

Lo que comúnmente se denomina vida cotidiana hace referencia a todas las actividades que realizamos en forma sistemática como parte de nuestra vida diaria; en ellas, incluimos todo lo que hacemos para vivir. Basta con hacer un recuento de lo realizado, hora por hora al día, para descubrir que hay actos invariables. Regularmente se sigue la misma mecánica al bañarse por las mañanas, muy probablemente prepare su desayuno de manera similar y salga a realizar sus trabajos habituales vestido de una forma que sea aceptada por el grupo humano con el que convive diariamente pero, ¿por qué debemos vivir así?, ¿para qué vivir?, posiblemente estas preguntas se presentan de vez en cuando. Sus respuestas están en relación directa con la vida e historia del individuo. Cuando de niños se recibe un nombre, nacionalidad, religión, hábitos alimenticios, higiénicos, etc., los cuales no cambian aunque es posible que se modifiquen con los estímulos recibidos de todo lo que rodea al hombre.

b) El saber común

El saber común que cada hombre posee surge de la acumulación de experiencias, de la asimilación de normas morales, de aprender las costumbres y tradiciones que lo convierten en un ser social. En resumen, el saber común es todo el aprendizaje que el hombre acumula a lo largo de su vida y se manifiesta en los hábitos, costumbres, instintos y necesidades que experimenta a diario. El saber común puede ser clasificado en los siguientes niveles:

- Práctico irreflexivo: hábitos.
- Práctico reflexivo: se regula por el pensamiento.
- Sentido común: es hacer un juicio de certeza.

c) Práctico irreflexivo: hábitos

Se llama *saber irreflexivo* a la respuesta mecánica, casi instantánea, que se tiene ante una situación común. Baste como ejemplo que al sentir la cercanía del fuego nos retiramos de inmediato, o bien, al estar frente a un plato de sopa humeante le soplamos y mientras cepillamos nuestros dientes, evitamos a toda costa tragar la pasta dental. En consecuencia, el saber práctico irreflexivo se experimenta en gran cantidad de actividades que se realizan habitualmente.

d) Práctico reflexivo: se regula por el pensamiento

El saber práctico reflexivo pone de manifiesto la capacidad de raciocinio innata en el ser humano, si bien es cierto, la acumulación de experiencias permite en el hombre evitar, repetir, en la medida de lo posible, errores. Tal es el caso del niño que aprendió a mantenerse a salvo del dolor o el peligro. En la vida cotidiana, se toman decisiones que requieren de la facultad de pensar.

Es así que al ir transitando por las calles, antes de cruzar la acera, en fracción de segundos, decidimos si es el momento adecuado; cada peatón considerará, entre otras cosas, la distancia y velocidad de los vehículos o evaluará los peligros a los que se expone al cruzar. ¿Cuánto tiempo les lleva tomar esta decisión?, ¿qué pasará con el peatón que elija el momento inadecuado?, ¿tiene la certeza de haber considerado racionalmente todas las posibilidades de peligro? Las respuestas a estos cuestionamientos dependen de cada transeúnte y de todas las circunstancias que lo rodean; por tanto, el hombre pone a prueba en forma permanente su capacidad de pensar.

e) Sentido común: es hacer un juicio de certeza

Se está en presencia del sentido común cuando el hombre es capaz de hacer un juicio basado en su inteligencia, el pensamiento logra hacer un juicio de certeza y se queda así, como un razonamiento verdadero. Advertirá que a diferencia del saber reflexivo, en el ejercicio del sentido común, se encuentra la posibilidad de elegir la mejor opción. Dicha elección estará determinada por el conocimiento y las experiencias acumuladas como un ser histórico-social. Dicho de otro modo, como ser racional, el hombre decidirá lo que más le convenga y estará convencido de ello. Siguiendo este principio, elegirá los mejores temas al entablar una charla, sabrá qué momento es el más adecuado para hacer un comentario acerca del desempeño de sus compañeros, o bien, decidirá si asiste o falta al trabajo.

f) Contemplar

En nuestro diario vivir pasamos por los tres niveles del saber común, pero, en algunos momentos, se es capaz de contemplar. Si se atiende por un momento el personaje de Dulcinea, se tiene la mejor forma de ejemplificarlo. Al buscar en el texto su descripción, encontrará dos versiones: la primera la ofrece don Quijote de la Mancha, quien adivina una dulce mujer, hermosa, refinada, candorosa y llena de cualidades. Mientras que para Sancho Panza, la misma mujer es sucia, rústica, fea, una fregona de posada. ¿Por qué la misma mujer es descrita por dos hombres, en el mismo tiempo y espacio, de forma tan distinta?, ¿una situación similar no es posible actualmente?, ¿qué determina la forma de interpretar la realidad?

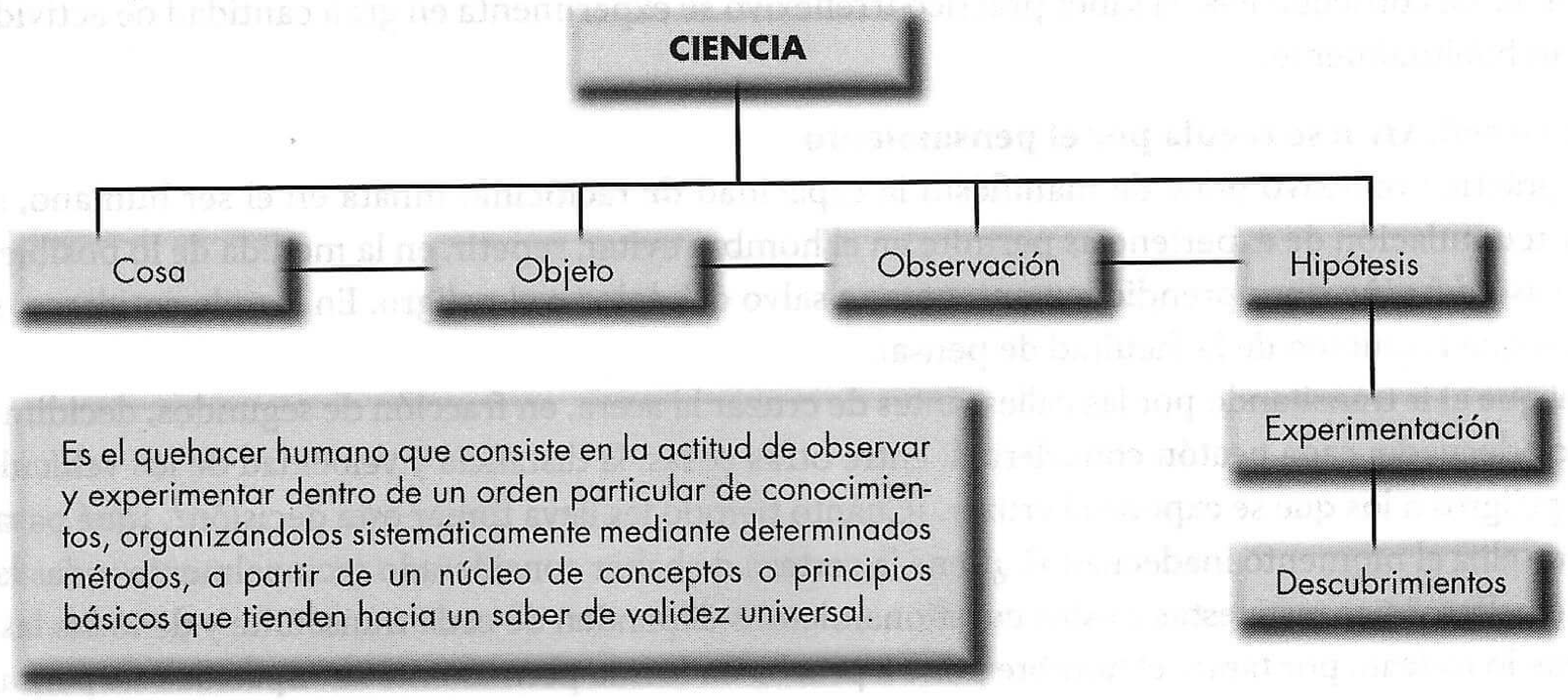
La razón básica de esta percepción es que el Quijote contempla, mientras que Sancho sólo se queda con la apariencia; se entiende por "contemplar, a entrar en comunión total con algo distinto a nosotros, pero sin perder las cualidades que nos hacen ser lo que somos". El hablar de contemplación implica un ejercicio que trasciende a las formas materiales para penetrar en lo esencial.

g) Diferencia entre Filosofía y ciencia

El hombre transita a diario por la vida ordinaria y, casi sin saber cómo, va experimentando la necesidad de aprender más cada día; esta imperiosa necesidad lo lleva a buscar respuestas a interrogantes que pueden ir de lo simple a lo más complejo. Las opciones que tienen van en dos sentidos. Básicamente la actitud científica se fomenta desde la más tierna infancia, pues la ciencia ofrece verdades comprobables desde diferentes ópticas científicas. Así, la Física, la Química, las Matemáticas, la Biología, etc., se convierten en opciones viables de un conocimiento confiable.

La segunda opción de respuesta se encuentra en la Filosofía, la cual, a diferencia de la ciencia, proporciona una interpretación distinta, y las explicaciones que ofrece difieren casi siempre con la ciencia.

La actitud científica, amparada en los sistemas matemáticos, busca llegar a un saber de validez universal, para lograrlo sigue el siguiente proceso:



En el proceso científico, el hombre como sujeto cognoscente saca del anonimato las cosas para volverlas objeto de estudio; dicho en otros términos, un químico tiene a su alcance gran cantidad de compuestos. Situación que lo lleva a elegir uno frente a otro, es básicamente que su conciencia enfoca el intelecto hacia ese compuesto en particular y, por ello, decide que sea su objeto de estudio.

Plantea sistemas de hipótesis que le permiten experimentar, y si tiene suerte puede llegar a obtener datos nuevos que, en su conjunto, revolucionen lo ya conocido, alcanzando descubrimientos.

En este momento, es pertinente clarificar los conceptos básicos que se han utilizado:

- **Cosa**. Todos los seres existentes habidos y por haber se hallen presentes o no ante nuestros ojos.
- **Objeto**. Son las cosas de las cuales proyectamos nuestra conciencia convirtiéndolas en objeto de estudio.
- **Intelecto**. Facultad de nuestra conciencia, propia del ser humano, por la cual es posible conocer.
- **Conciencia**. Saber concomitante proyectado hacia el mundo y hacia nosotros mismos, haciendo posible el pensarse a sí mismo.
- **Intencionalidad de la conciencia**. Dirigir en forma clara la conciencia hacia algo.
- **Horizonte de comprensión**. Saber abarcador.
- **Reflexión**. Redirigir la atención hacia un objeto, para que éste tenga sentido.
- **Esencia**. El ser que constituye una cosa: lo que una cosa es en sí misma, lo que hace que esa cosa sea tal cosa.

Aunque todo ser humano es un sujeto cognoscente, la categoría de *científico* se obtiene cuando adquiere los conocimientos suficientes para que le llamen el físico, o bien, el químico y, por qué no, el biólogo o médico. Cada sujeto cognoscente es libre de decidir cuál será su formación profesional cuando se encuentra en posibilidad de tenerla. Dependiendo de su formación profesional será la perspectiva con la que interprete la realidad que se le presente.

- **Primer momento: horizonte de comprensión trascendental**
  Cada hombre de ciencia posee una cantidad indeterminada de conocimientos que lo hacen interpretar de manera particular un fenómeno a estudiar cuando se le presenta. De esta forma, piensa hipotéticamente que una persona, intempestivamente se desmaya y un médico lo ha presenciado: este científico posee un saber *a priori* que hace posible que el sujeto que sufrió el desmayo sea atendido adecuadamente. Pero si no hubiera un médico en ese momento, sino un geógrafo, es posible que el auxilio que éste le pudiera brindar al paciente no sería lo mejor, pues su campo específico de estudio no fue la medicina. En este primer momento de la ciencia se requiere, en el caso del médico, de una serie de conocimientos acumulados con anticipación.

- **Segundo momento: el sistema de hipótesis y los modelos científicos**
  Para el médico que en un primer momento presenció el desmayo intempestivo de ese sujeto, existe en cuestión de segundos una serie de causas que podrían explicar el desvanecimiento. Cuando el médico se acerca al paciente para revisarlo realiza una serie de supuestos, los cuales irá descartando conforme acumule datos del paciente.

  Los científicos crean sistemas de hipótesis para delimitar los fenómenos que van a estudiar al convertirlos en sus objetos. Como parte de la formación profesional de un médico aprenden modelos de atención a padecimientos generales, el médico debe ir midiendo la respuesta del paciente mientras la atención va avanzando.

- **Tercer momento: la inducción y los experimentos científicos**
  Esta atención siempre va de los síntomas específicos para aplicar un tratamiento personalizado que es el resultado de una experiencia general, cuando observa al paciente busca las causas de ese padecimiento, relacionándolas con los efectos que observa en él.

  Para el médico, el tratamiento para la sintomatología que observa está claro, pero la investigación médica siempre está en busca de nuevos fármacos que permitan optimizar el tratamiento de padecimientos. Estos investigadores realizan experimentos con la intención de encontrar un nuevo tratamiento.

- **Cuarto momento: los descubrimientos**
  Si el tratamiento farmacológico encontrado funciona y ofrece una opción que revoluciona la manera de curar esa enfermedad, se está frente a un descubrimiento. En consecuencia, todos los conocimientos científicos consisten en verificar las relaciones existentes entre los fenómenos, mediante la observación y la experimentación que se derivaron de un sistema de hipótesis hecho por el sujeto cognoscente.

Finalmente, cabe definir los siguientes conceptos:

- ***A priori***
  Lo que aún se halla independientemente de toda experiencia.
- **Hipótesis**
  Supuestos de un fenómeno a estudiar.
- **Experimento**
  La observación de un fenómeno de la naturaleza en condiciones susceptibles de ser medidas matemáticamente, para que los fenómenos respondan a las preguntas que los investigadores hacen desde el sistema de hipótesis.
- **Descubrimiento**
  Es un dato plenamente nuevo que surge en medio de la observación y de la experimentación y que no estaba previsto en ningún sistema de hipótesis.
  - **Idea:** desde el sentido metafísico es la sustancia; en un sentido epistemológico, se identifica con el concepto y las nociones abstractas; para el empirismo, se identifican con las sensaciones.
  - **Hipótesis**: suposición, presuposición o principio que el sujeto cognoscente tendrá que verificar mediante la experiencia para obtener su validez.

h) Diferencia entre saber y conocer

De todo esto se comprende por qué la ciencia busca un saber especializado, llevando, con ello, el método inductivo que va de lo particular a lo general, mientras que la Filosofía utiliza el método deductivo, pues busca un saber que va de lo general a lo particular, siempre abarcador que nace de la contemplación reflexiva de la actividad filosófica. Por tanto, la Filosofía y la ciencia se orientan a definir *saber* como la comprensión abarcadora que da un sentido a los conocimientos en relación con nuestra existencia. Mientras que *conocer* se define como la simplificación o síntesis mental de una pluralidad o diversidad de objetos. De ello, se deduce que el saber le da sentido a los conocimientos, haciéndolos coherentes para la razón.

Ejercicios

Resuelve las siguientes preguntas:

1. Se le llama así a una rama de la Filosofía relacionada con la percepción y esencia de los conceptos belleza y fealdad:

   a) Ontología b) Epistemología c) Estética d) Racionalismo

2. Se le define como el estudio del ser en cuanto ser:

   a) Ontología b) Epistemología c) Estética d) Racionalismo

3. Es el estudio de la teoría del conocimiento, investiga el origen, la estructura y validez de las ideas:

   a) Ontología b) Epistemología c) Estética d) Racionalismo

4. En esta propuesta, se afirma que el conocimiento tiene su origen en el método inductivo y el conocimiento se inicia desde datos sensibles para llegar a ideas abstractas:

a) Ontología b) Empirismo c) Estética d) Racionalismo

5. En esta propuesta, se afirma que la razón es la esencia del hombre; por ello, ahí se inicia el conocimiento, su método es deductivo:

a) Ontología b) Empirismo c) Estética d) Racionalismo

2 Lee los fragmentos que a continuación se te proporcionan:

Las características de lo grotesco, cómico, trágico, belleza o fealdad pertenecen a una rama de la Filosofía conocida como:

6. El texto ilustra la disciplina filosófica llamada:

a) Estética b) Ética c) Epistemología d) Ontología

7. La ontología es la rama de la Filosofía que estudia los problemas del ser.
El concepto anterior hace referencia a:
a) el primer concepto es no recibir jamás ninguna cosa como cierta que yo no la hubiera conocido como tal
b) la forma como se adquieren conocimientos basta para probar que el conocimiento no es innato
c) los entes materiales, sensibles e individuales son los que son por imitar a las ideas
d) el problema de si puede adjudicarse al pensamiento del hombre una verdad objetiva no es un problema teórico, sino un problema práctico

San Agustín se opuso a los académicos que afirmaban: nunca podemos estar seguros de conocimiento alguno, ni siquiera de nuestra existencia, porque siempre es posible que nos engañemos.

8. El texto anterior hace referencia a:

a) La verdad absoluta b) El conocimiento
c) La experiencia d) La fe

Respuestas a los ejercicios

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3
1. b	1. c	1. c
2. c	2. b	2. a
3. d	3. c	3. b
4. a	4. a	4. b
5. a	5. c	5. d
6. b	6. c	6. a
7. b	7. c	7. d
	8. c	8. b
	9. c	
	10. c	
	11. b	
	12. a	

Bibliografía

CHÁVEZ Calderón, P. (1986). *Lógica. Introducción a la ciencia del razonamiento.* México: Publicaciones Cultural.

COHEN Morris, R. (1957). *Introducción a la lógica.* México-Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.

FAGOTHEY, A. (2001). *Ética, teoría y aplicación.* México: McGraw-Hill.

GUTIÉRREZ Sáenz, R. (1995). *Introducción a la lógica.* México: Esfinge.

GUZMÁN Leal, R. (1994). *Historia de la cultura.* México: Porrúa.

MAISNER, E. (1994). *Álgebra elemental, lógica y conjuntos,* tomo I. México: Las Prensas de la Ciencia, Facultad de Ciencias, UNAM.

SANABRIA, J. R. (1973). *Lógica.* México: Porrúa.

SÁNCHEZ Vázquez, A. (2001). *Ética.* México: Grijalbo.

Universidad Nacional Autónoma de México (2017). *Guía para preparar el examen de selección para ingresar a la licenciatura.* México: UNAM.

XIRAU, R. (2000). *Introducción a la historia de la filosofía.* México: UNAM.

La *Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad* es una herramienta indispensable para quien desea estudiar alguna carrera en la Universidad Nacional Autónoma de México. Contiene conceptos básicos de distintas asignaturas y ejercicios resueltos que ayudan al estudiante a reforzar los conocimientos que adquirió durante el bachillerato, así como, a desarrollar las habilidades y competencias necesarias en las siguientes asignaturas: Español, Matemáticas, Física, Química, Biología, Historia Universal, Historia de México, Literatura, Geografía y Filosofía.

La obra contiene numerosos ejercicios que le ayudarán a familiarizarse con el tipo de preguntas que encontrará en el examen de ingreso en las áreas:

- Físico-matemáticas
- Ciencias biológicas y de la salud
- Ciencias sociales
- Humanidades y las artes

De esta manera, el aspirante podrá resolver con seguridad y eficiencia los reactivos del examen.

Para obtener información sobre el curso de preparación para el examen de ingreso a nivel licenciatura que imparte el Colegio Nacional de Matemáticas visite:

www.conamat.com

www.pearsonenespañol.com

ISBN 978-607-32-4548-7

90000

9 786073 245487